

# 航向测量系统中三轴磁传感器标定的等效两步法\*

石岗<sup>1,2,3</sup>, 李希胜<sup>1,4</sup>, 李雪峰<sup>1</sup>, 刘艳霞<sup>5</sup>, 康瑞清<sup>1</sup>, 舒雄鹰<sup>1</sup>

(1. 北京科技大学自动化学院 北京 100083; 2. 中国石油大学(华东)信息与控制工程学院 青岛 266580;  
3. 中国石油大学胜利学院 东营 257061; 4. 北京市工业波谱成像工程技术研究中心 北京 100083;  
5. 北京联合大学自动化学院 北京 100101)

**摘要:**针对航向测量系统中三轴磁传感器误差参数标定问题提出了等效两步法。通过奇异值分解将测量模型等效为一组坐标变换,分析误差参数的几何意义及等效变换方法的意义与特点,依据几何意义将标定过程分为两步进行,即等效传感器坐标系标定及等效非对准标定。利用椭球面方程系数计算等效传感器坐标系误差参数,明确椭球法标定参数的几何意义;应用主成分分析法进行等效非对准标定,分析传统主成分分析法产生符号错误及非正交问题的原因与影响,并研究符号修正与正交修正方法。等效两步法的标定过程不需要航姿参考、地磁信息及辅助传感器,实验表明其航向角校正精度与点积不变法相当。

**关键词:**航向测量;三轴磁传感器;等效变换;椭球法;主成分分析

中图分类号: TH762.3 V241.61<sup>+</sup>1 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 590.30

## Equivalent two-step algorithm for the calibration of three-axis magnetic sensor in heading measurement system

Shi Gang<sup>1,2,3</sup>, Li Xisheng<sup>1,4</sup>, Li Xuefeng<sup>1</sup>, Liu Yanxia<sup>5</sup>, Kang Ruiqing<sup>1</sup>, Shu Xiongying<sup>1</sup>

(1. School of Automation and Electrical Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China; 2. College of Information and Control Engineering, China University of Petroleum, Qingdao 266580, China; 3. Shengli College, China University of Petroleum, Dongying 257061, China; 4. Beijing Engineering Research Center of Industrial Spectrum Imaging, Beijing 100083, China; 5. College of Automation, Beijing Union University, Beijing 100101, China)

**Abstract:** Based on the equivalent transformation of measurement model and geometric meaning, an equivalent two-step algorithm is proposed for the calibration of three-axis magnetic sensor. The calibration is divided into two steps: the equivalent sensor frame calibration and the equivalent misalignment calibration. The significance and characteristics of the equivalent transformation analysis method are described in the study. The calculation formula of the parameters in the equivalent sensor coordinate system is derived and the geometric meaning of parameters calibrated by the ellipsoid method is defined. The principal component analysis is utilized in the equivalent misalignment calibration, correspondingly, the sign inversion and nonorthogonality defects are analyzed as well as; the correction algorithms are studied. The equivalent two-step algorithm can calibrate three-axis magnetic sensor without external attitude information, geomagnetic information and auxiliary sensors. Experiments show that its calibration accuracy is close to that of dot product invariance algorithm.

**Keywords:** heading measurement; three-axis magnetic sensor; equivalent transformation; ellipsoid algorithm; principal component analysis

## 1 引言

三轴磁传感器已广泛应用于车辆、船只、潜航器、飞

行器导航以及空间飞行器姿态测量等领域。完整、准确地标定三轴磁传感器误差参数是保证航向或姿态测量精度的关键<sup>[1-2]</sup>。研究表明基于线性模型的磁场域标定方法在许多应用条件下可获得较高的校正精度<sup>[3-5]</sup>,并可作

为非线性模型分析与误差补偿的基础<sup>[6-7]</sup>。此类方法可归结为对12个误差参数的估计问题<sup>[8]</sup>,标定时可采用椭球法(标量法)确定其中9个参数,具体算法包括最小二乘<sup>[9-10]</sup>、极大似然估计<sup>[11]</sup>、卡尔曼滤波<sup>[12]</sup>及粒子群优化法<sup>[13]</sup>等,然后由另一标定环节完成剩余参数的估计。基于这一思路,文献[14]对椭球面二次系数矩阵进行乔累斯基分解,采用点积不变法补充标定参数;文献[15]仍然基于点积不变原理完成标定,但在算法实现中将两个标定计算过程合并;文献[16]对椭球面二次系数矩阵进行奇异值分解,采用夹角恒定法对标定参数进行补充。上述标定方法均需要辅助信息,如航姿参考、地球加速度矢量在载体坐标系中的测量值等,这不仅增加了标定条件也使标定效果依赖于辅助信息的准确性。文献[17]依据物理意义将标定过程分为传感器坐标系标定与非对准标定,并将传感器坐标系标定结果分解为一组具有明确物理意义的误差参数,然后采用主成分分析法标定非对准矩阵。该方法具有物理意义明确且无需辅助信息的优点,但其测量模型不包含软磁干扰误差。事实上,测量模型参数是由各种误差因素共同决定的,在一般情况下无法按物理意义分解。此外,传统主成分分析法存在的符号错误及非正交问题将在校正过程中引入新的误差,甚至使校正结果失去意义。文献[18]分析了线性测量模型的几何意义,采用极大似然估计标定传感器坐标系参数,通过求解 Procrustes 问题获得非对准矩阵。该方法几何意义明确,但其标定过程仍需要辅助信息。

造成三轴磁传感器测量误差的原因众多,但测量畸变效果可与坐标变换效果等效。本文将基于等效变换深入分析误差参数的几何意义,并提出等效传感器坐标系标定与等效非对准标定的概念。为保证标定算法的独立性,本文将采用主成分分析法进行等效非对准标定,并研究传统主成分分析方法产生符号错误及非正交问题的原因、影响及修正方法。最后,通过实验验证相关修正方法的效果以及完整标定算法的航向测量校正精度。

## 2 等效两步法的基本原理

忽略测量噪声后,三轴磁传感器的测量模型如式(1)所示。

$$\hat{h}_s = Mh_b + b \quad (1)$$

式中:  $h_b \in R^{3 \times 1}$  为地磁矢量在载体坐标系中的坐标向量,  $\hat{h}_s \in R^{3 \times 1}$  为测量值,  $M \in R^{3 \times 3}$ ,  $b \in R^{3 \times 1}$  为误差参数。对  $M$  进行奇异值分解:

$$M = UDV \quad (2)$$

式中:  $U$  为正交旋转矩阵,  $D = \text{diag}(d_x, d_y, d_z)$ ,  $V$  为正交矩阵。将式(2)代入式(1)可得:

$$\hat{h}_s = UDVh_b + b \quad (3)$$

式(3)表明,地磁矢量测量过程可等效为一组由误差参数  $V, D, U, b$  表征并依次进行的坐标变换。图1所示为等效变换效果示意图,图中设置了编号为1、2、3的参考点,变换效果表现为参考点坐标的变化。现结合图1说明各参数对应的等效变换及其几何意义:  $V$  为载体坐标系至另一直角坐标系的正交变换,本文将  $V$  定义为等效非对准误差矩阵,将变换后的直角坐标系定义为等效传感器坐标系;  $D$  为伸缩变换,单位测量球面经该变换后成为半轴长度分别为  $d_x, d_y, d_z$  的椭球面;  $U$  为旋转变换,其取值决定了椭球面的旋转角度;  $b$  为平移变换,其分量为椭球面中心坐标。

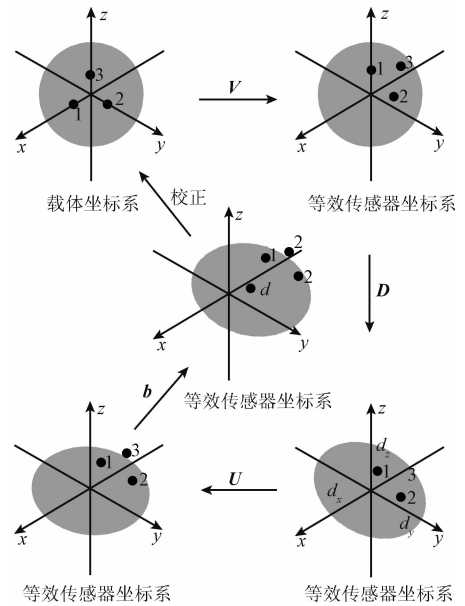


图1 等效变换效果示意图

Fig. 1 Schematic diagram of equivalent transformation effect

基于等效变换的几何意义可将误差参数分为两组:  $V$  描述了载体坐标系测量球面至等效传感器坐标系测量球面的变换;  $D, U, b$  描述了等效传感器坐标系测量球面至测量畸变椭球面的变换。与此相对应,将误差参数标定分为两步:首先应用椭球法进行等效传感器坐标系标定,确定参数  $D, U, b$ , 然后应用主成分分析进行等效非对准标定,确定参数  $V$ , 本文将这一标定方法称为等效两步法。设  $D, U, b$  及  $V$  的标定结果分别为  $\hat{D}(\text{diag}(\hat{d}_x, \hat{d}_y, \hat{d}_z))$ ,  $\hat{U}, \hat{b}$  及  $\hat{V}, \hat{h}_b$  为校正结果,则校正计算式为:

$$\hat{h}_b = \hat{V}^{-1} \hat{D}^{-1} \hat{U}^{-1} (\hat{h}_s - \hat{b}) \quad (4)$$

以上基于等效变换及其几何意义介绍了等效两步法的基本原理,关于等效变换分析方法的意义与特点还需做以下两点说明。

1) 依据物理意义可将三轴磁传感器误差分为传感器

零偏、灵敏度误差、非正交误差、非对准误差、硬磁干扰及软磁干扰误差等<sup>[19]</sup>，“等效”的含义是将各种误差引起的测量畸变效果分解转化为坐标变换效果。这种分解转化的意义是从几何意义出发，用一组标准几何参数描述测量畸变效果，为误差参数标定问题提供统一的分析与研究手段。需强调的是在一般条件下，一种坐标变换效果是由多种误差共同决定的，两者之间不存在对应关系。

2) 参数  $\mathbf{M}$  的矩阵分解形式不唯一，因此等效变换的形式也是不唯一的。奇异值分解的优点：一方面，其分解结果与基本坐标变换相对应，几何意义明确；另一方面，奇异值分解中等效非对准误差矩阵为最右端因子，在形式上可与物理非对准矩阵相对应。但应注意：物理非对准矩阵是正交旋转矩阵，而等效非对准矩阵不一定是旋转矩阵。还应指出，奇异值分解结果也是不唯一的，因而等效传感器坐标系与等效非对准矩阵是不唯一的，上述不唯一性是等效变换分析与基于物理意义分析的重要区别。

### 3 误差参数标定算法

#### 3.1 等效传感器坐标系标定

由式(1)可得载体坐标系中地磁矢量模值方程为：

$$\mathbf{h}_s^T \mathbf{M}^{-1T} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{h}_s - 2\mathbf{b}^T \mathbf{M}^{-1T} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{h}_s + \mathbf{b}^T \mathbf{M}^{-1T} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{b} = \|\mathbf{h}_b\|^2 \quad (5)$$

设  $\mathbf{h}_s = [h_{sx}, h_{sy}, h_{sz}]^T$ ，则式(5)可写为：

$$a_1 h_{sx}^2 + a_2 h_{sy}^2 + a_3 h_{sz}^2 + a_4 h_{sx} h_{sy} + a_5 h_{sx} h_{sz} + a_6 h_{sy} h_{sz} + a_7 h_{sx} + a_8 h_{sy} + a_9 h_{sz} + a_{10} = \|\mathbf{h}_b\|^2 \quad (6)$$

标定时可使用标准磁强计实时测量磁场强度，并以式(6)为观测方程估计系数  $a_1 \sim a_{10}$ 。在恒定磁场条件下可设观测值为一常数，并应用椭球法估计方程系数，此时式(6)可写为：

$$a_1 h_{sx}^2 + a_2 h_{sy}^2 + a_3 h_{sz}^2 + a_4 h_{sx} h_{sy} + a_5 h_{sx} h_{sz} + a_6 h_{sy} h_{sz} + a_7 h_{sx} + a_8 h_{sy} + a_9 h_{sz} + a_{10} = k \|\mathbf{h}_b\|^2 \quad (7)$$

$$\text{设 } \mathbf{E} = \begin{bmatrix} a_1 & \frac{1}{2}a_4 & \frac{1}{2}a_5 \\ \frac{1}{2}a_4 & a_2 & \frac{1}{2}a_6 \\ \frac{1}{2}a_5 & \frac{1}{2}a_6 & a_3 \end{bmatrix}, \mathbf{F} = \begin{bmatrix} a_7 \\ a_8 \\ a_9 \end{bmatrix}, \text{由式(5)、}$$

(7)可得：

$$\mathbf{E} = k\mathbf{M}^{-1T} \mathbf{M}^{-1} \quad (8)$$

$$\hat{\mathbf{b}} = -\frac{1}{2}\mathbf{E}^{-1}\mathbf{F} \quad (9)$$

式(8)中常数  $k$  的取值不影响航向角测量，不失一般性可令其值为1，则：

$$\mathbf{E} = \mathbf{M}^{-1T} \mathbf{M}^{-1} \quad (10)$$

将式(2)代入式(10)得：

$$\mathbf{E} = \mathbf{U}\mathbf{D}^{-1}\mathbf{D}^{-1}\mathbf{U}^T \quad (11)$$

对  $\mathbf{E}$  进行对角化可得：

$$\mathbf{E} = \mathbf{U}_E \mathbf{D}_E \mathbf{U}_E^T \quad (12)$$

式中： $\mathbf{D}_E = \text{diag}(d_{Ex}, d_{Ey}, d_{Ez})$ ，由式(11)、(12)可得：

$$\hat{\mathbf{U}} = \mathbf{U}_E \quad (13)$$

$$\begin{cases} \hat{d}_x = 1/\sqrt{d_{Ex}} \\ \hat{d}_y = 1/\sqrt{d_{Ey}} \\ \hat{d}_z = 1/\sqrt{d_{Ez}} \end{cases} \quad (14)$$

式(9)、(13)、(14)给出了等效传感器坐标系误差参数的计算式。由  $\hat{\mathbf{U}}$  确定的欧拉角、 $\hat{\mathbf{D}}$  确定的椭球面半轴长度及  $\hat{\mathbf{b}}$  确定的椭球面中心坐标共同构成了等效传感器坐标系标定的9个独立误差参数，这些参数确定了测量畸变椭球面在等效传感器坐标系中的形状与位置。

#### 3.2 等效非对准标定

应用  $\hat{\mathbf{D}}、\hat{\mathbf{U}}、\hat{\mathbf{b}}$  在等效传感器坐标系内校正测量数据，设  $\hat{\mathbf{h}}_c$  为校正结果，则：

$$\hat{\mathbf{h}}_c = \hat{\mathbf{D}}^{-1} \hat{\mathbf{U}}^{-1} (\mathbf{h}_s - \hat{\mathbf{b}}) \quad (15)$$

忽略校正误差，由式(3)、(15)可得：

$$\hat{\mathbf{h}}_c = \mathbf{V}\mathbf{h}_b \quad (16)$$

式中： $\mathbf{V}$  为正交线性算子，由线性变换理论可知， $\mathbf{V}$  可由载体坐标系的基像唯一确定<sup>[20]</sup>，设载体坐标系  $x、y、z$  轴在等效传感器坐标系中的坐标向量分别为  $\mathbf{V}_x、\mathbf{V}_y、\mathbf{V}_z$ ，则  $\mathbf{V} = [\mathbf{V}_x, \mathbf{V}_y, \mathbf{V}_z]$ 。设  $\hat{\mathbf{V}}_x、\hat{\mathbf{V}}_y、\hat{\mathbf{V}}_z$  分别为  $\mathbf{V}_x、\mathbf{V}_y、\mathbf{V}_z$  的标定值，为方便论述，以  $\hat{\mathbf{V}}_x$  为例简要说明传统主成分分析标定方法。使传感器绕载体  $x$  轴转动，测得  $n$  点数据  $\hat{h}_s^i$ ， $i = 1, \dots, n$ ，对测量数据按式(15)进行校正得到数据  $\hat{h}_c^i$ ， $i = 1, \dots, n$ ，对校正数据进行去均值处理得到  $\tilde{h}_c^i$ ， $i = 1, \dots, n$ ，计算协方差矩阵  $\mathbf{C} = [\tilde{h}_c^1, \dots, \tilde{h}_c^n] \cdot [\tilde{h}_c^1, \dots, \tilde{h}_c^n]^T$  并对角化，可得：

$$\mathbf{C} = \mathbf{P}\text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)\mathbf{P}^T \quad (17)$$

式中： $\mathbf{P} = [\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \mathbf{P}_3]$ ， $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3$ ， $\mathbf{P}_3$  为单位向量。转动过程中恒定磁场在载体  $x$  轴上的投影保持不变，等效传感器坐标系中沿转轴方向数据方差最小，所以  $\hat{\mathbf{V}}_x = \mathbf{P}_3$ 。上述标定方法存在以下两个问题。

1) 当等效传感器坐标系误差参数确定后， $\mathbf{V}$  具有唯一性，但  $\hat{\mathbf{V}}_x、\hat{\mathbf{V}}_y、\hat{\mathbf{V}}_z$  为相应协方差矩阵最小特征值对应的单位特征向量，由矩阵理论可知：式(17)中  $\mathbf{P}_3$  与  $-\mathbf{P}_3$  均包含于  $\lambda_3$  的特征子空间，即标定结果不唯一。因此，该方法在原理上无法避免  $\hat{\mathbf{V}}$  的分量出现符号错误，即无法确保标定结果与载体坐标系中对应坐标轴的正向一致。符号错误将彻底改变线性算子的性质，使航向角校正结

果出现较大误差,从而使标定失去意义。

2)  $\mathbf{V}$  为正交矩阵,但在标定操作中,实际转动轴与载体真实坐标轴间存在误差,非理想定轴转动、测量噪声以及数值计算也会引入标定误差,这些误差使  $\hat{\mathbf{V}}_x$ 、 $\hat{\mathbf{V}}_y$ 、 $\hat{\mathbf{V}}_z$  不满足正交关系,即  $\hat{\mathbf{V}}$  为非正交矩阵。由等效两步法基本原理及校正式(4)可知,等效传感器坐标系标定参数已将畸变椭球面校正为球面,而非正交矩阵  $\mathbf{V}$  将导致校正后载体坐标系测量球面再次发生畸变,从而引入新的测量误差。

### 3.2.1 符号修正法

由式(4)可知,若  $\hat{\mathbf{V}}$  的分量存在符号错误,则  $\hat{\mathbf{h}}_b$  与  $\mathbf{h}_b$  对应分量异号。因此可通过对比  $\hat{\mathbf{h}}_b$  与  $\mathbf{h}_b$  对应分量的符号判断是否发生符号错误,若发生该错误,可通过将  $\mathbf{V}$  对应列向量取负实现符号修正。上述修正方法仅需  $\mathbf{h}_b$  分量的符号信息,无需其分量的准确数值,但在无地磁信息及航姿参考的标定条件下无法直接获得  $\mathbf{h}_b$  分量的符号。在研究中,假设  $\mathbf{h}_s$  与  $\mathbf{h}_b$  对应分量的符号相同,现以  $x$  轴分量为例说明当满足一定操作条件时该假设是合理的,其它轴分量可做类似分析。设  $h_{sx}$  与  $h_{bx}$  分别为  $\mathbf{h}_s$  与  $\mathbf{h}_b$  的  $x$  轴分量,在一般条件下,误差参数  $b$  的各分量取值较小,而矩阵  $\mathbf{M}$  的对角线元素取值近似为 1,且其绝对值远大于非对角线元素,因此可认为  $h_{sx}$  的取值主要由  $h_{bx}$  决定,基于这一特点,在标定  $\mathbf{V}_x$  时可以通过调整传感器的空间位置使定轴转动过程中  $h_{sx}$  的读数满足条件:  $|h_{sx}| \gg 0$ , 此时即可认为  $h_{sx}$  与  $h_{bx}$  符号相同。

### 3.2.2 正交修正法

首先以方差贡献率  $\alpha$  为指标评价  $\hat{\mathbf{V}}$  各分量的标定效果,贡献率低表明标定效果好<sup>[17]</sup>,然后通过叉乘运算利用标定效果好的分量重新计算标定效果差的分量,叉乘运算的顺序按右手定则确定。以下结合实例说明该修正方法:设  $\alpha_x$ 、 $\alpha_y$ 、 $\alpha_z$  分别为  $\hat{\mathbf{V}}_x$ 、 $\hat{\mathbf{V}}_y$ 、 $\hat{\mathbf{V}}_z$  的方差贡献率,且  $\alpha_z < \alpha_x < \alpha_y$ , 正交修正后的标定结果为  $\hat{\mathbf{V}}_c = [\hat{\mathbf{V}}_{cx}, \hat{\mathbf{V}}_{cy}, \hat{\mathbf{V}}_{cz}]$ , 则正交修正计算式为:

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{V}}_{cz} = \hat{\mathbf{V}}_z \\ \hat{\mathbf{V}}_{cy} = \hat{\mathbf{V}}_z \times \hat{\mathbf{V}}_x \\ \hat{\mathbf{V}}_{cx} = \hat{\mathbf{V}}_{cy} \times \hat{\mathbf{V}}_z \end{cases} \quad (18)$$

## 4 实验验证

### 4.1 实验流程及结果

为验证等效两步法、符号修正以及正交修正方法的效果,使用 Mag-03 MSL100 型三轴磁传感器及转角精度

为  $0.1^\circ$  的三自由度手动转台进行标定实验,实验设备如图 2 所示。

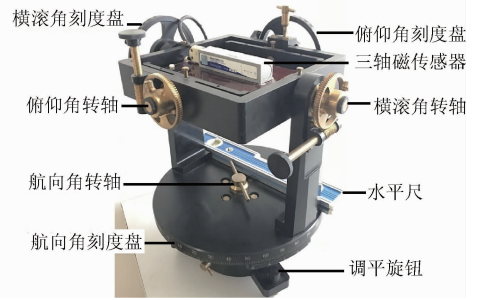


图 2 实验设备

Fig. 2 Equipments for experiment

### 4.1.1 实验操作流程

对转台进行水平校准,调整转台姿态角,逐个采集不同倾斜状态及航向角取值条件下的测量值。倾斜状态依次取为水平、横滚  $\pm 30^\circ$ 、横滚  $\pm 60^\circ$ 、横滚  $+ 90^\circ$ 、俯仰  $\pm 30^\circ$ 、俯仰  $\pm 60^\circ$ 、俯仰  $+ 90^\circ$ , 在各倾斜状态下航向角取值范围为  $0^\circ \sim 330^\circ$ , 间隔为  $30^\circ$ 。

### 4.1.2 实验数据处理流程

分别应用点积不变法、等效两步法、无符号修正等效两步法以及无正交修正等效两步法进行误差参数标定及测量数据校正;利用校正前后地磁矢量测量值及转台姿态角读数计算校正前后的航向角误差。在等效两步法中,使用全部标定点进行等效传感器坐标系标定,使用水平、横滚  $+ 90^\circ$  及俯仰  $+ 90^\circ$  状态下的标定点进行等效非对准标定。在点积不变法中使用全部标定点,利用虚拟矢量及转台转角计算与各点对应的辅助矢量测量值<sup>[15]</sup>, 本次研究中采用虚拟地球加速度矢量,其在东北天坐标系中的坐标取  $(0, 0, -1)$ 。

按上述实验流程完成标定点测量及数据处理,校正前后航向角误差如图 3 所示,其中点积不变法校正后航向角最大误差为  $0.42^\circ$ , 均方根误差为  $0.20^\circ$ , 等效两步法校正后航向角最大误差为  $0.40^\circ$ , 均方根误差为  $0.21^\circ$ 。图中横坐标为标定点序号,标定点倾斜状态按序号增加顺序依次为水平(1~12)、横滚  $\pm 30^\circ$  (13~36)、横滚  $\pm 60^\circ$  (37~60)、俯仰  $\pm 30^\circ$  (61~84)、俯仰  $\pm 60^\circ$  (85~108), 在各倾斜状态下标定点按航向角递增顺序排列。

使用无符号修正等效两步法与无正交修正等效两步法校正后,航向角误差分别如图 4、5 所示。其中无符号修正等效两步法校正后航向角最大误差为  $180.00^\circ$ , 均方根误差为  $102.90^\circ$ ; 无正交修正等效两步法校正后航向角最大误差为  $1.39^\circ$ , 均方根误差为  $0.62^\circ$ 。为便于比较,图中同时绘制了完整等效两步法校正后航向角误差,其横坐标含义与图 3 相同。

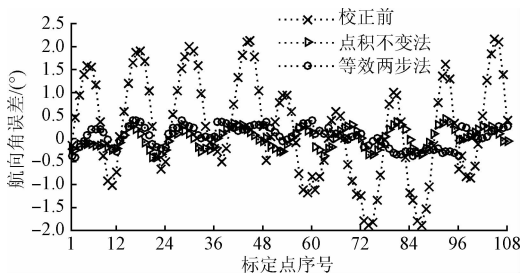


图3 点积不变法与等效两步法航向角校正误差  
Fig.3 Calibration errors of dot product invariance algorithm and equivalent two step algorithm

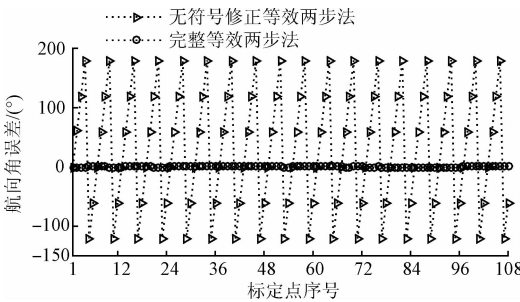


图4 无符号修正等效两步法航向角校正误差  
Fig.4 Calibration errors of equivalent two step algorithm without sign correction

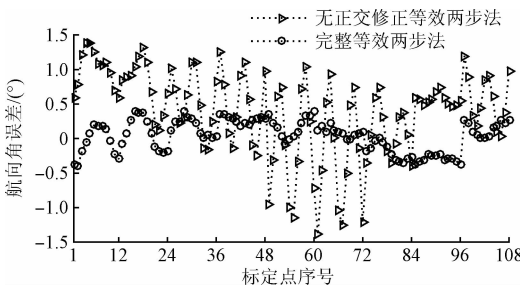


图5 无正交修正等效两步法航向角校正误差  
Fig.5 Calibration errors of equivalent two step algorithm without orthogonality correction

#### 4.2 实验分析

由图3可知,等效两步法可达到与点积不变法相当的航向角校正精度。点积不变法本质上是以辅助传感器坐标系而非载体坐标系为标定基准的,其标定效果依赖于辅助传感器坐标系。本文使用虚拟矢量及转台转角计算辅助传感器测量值,相当于在标定过程中使用了理想三轴加速度传感器。在实际应用中,点积不变法需要首先对辅助传感器进行标定,而等效两步法可独立完成12个误差参数的标定,这是等效两步法的优势。

图4、5表明,符号修正法与正交修正法能够有效克服传统主成分分析法存在的缺陷,提高校正精度。图4中误差的大幅波动表明符号错误已改变等效变换的性质,从而使校正结果失去意义。需指出的是符号修正

一种完全修正,不存在剩余误差,而正交修正有所不同, $\hat{V}$ 的列向量不满足正交关系的根本原因在于其列向量与载体坐标轴不共线,本文提出的正交修正方法虽然能使修正后列向量间满足正交关系,但无法保证其与载体坐标轴共线,因此该项修正存在剩余非对准误差,这也是等效两步法校正误差的来源之一。在后续研究中将进一步完善非正交修正方法,以提高校正精度。

在实际应用中,等效传感器坐标系标定的操作条件与椭圆法相同,而等效非对准标定需要完成3组定轴转动。由主成分分析法的标定原理可知,当地磁矢量与转动轴趋于垂直时有利于提高标定效果,在介绍符号修正法时曾指出定轴转动过程需满足一定条件,当地磁矢量与转动轴趋于平行时有利于满足该条件,在实际操作中应兼顾这两方面要求。此外,等效两步法既可作为一整套方法实现误差参数的完整标定,也可部分的使用该方法并与其他方法组合,实现误差参数的标定与修正。最后指出的是等效两步法涉及的误差参数几何意义分析、参数标定与修正方法同样适用于三轴加速度计。

## 5 结论

本文提出了航向测量系统中三轴磁传感器标定的等效两步法。该方法基于等效变换及几何意义将误差参数标定分为等效传感器坐标系标定与等效非对准标定两步,为误差参数标定提供了统一的分析与研究手段。在具体算法方面,本文给出了等效传感器坐标系误差参数的计算式,等效非对准矩阵符号修正与正交修正方法,有效提高了标定算法的实用性与校正精度。等效两步法具有几何意义明确,能够独立完成标定的优点,实验表明在航向测量应用中该方法可达到与点积不变法相当的校正精度。

## 参考文献

- [1] AMMANN N, DERKSEN A, KECK C. A novel magnetometer-accelerometer calibration based on a least squares approach[C]. IEEE International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), 2015:577-585.
- [2] KIANI M, POURTAKDOUST S H, SHEIKHY A A. Consistent calibration of magnetometers for nonlinear attitude determination[J]. Measurement, 2015, 73(9): 180-190.
- [3] ZIKMUND A, JANOSEK M, ULVR M, et al. Precise calibration method for triaxial magnetometers not requiring earth's field compensation[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2015, 64(5): 1250-1255.
- [4] WAHDAN A, GEORGY J, NOURELDIN A. Three-dimensional magnetometer calibration with small space coverage for pedestrians[J]. IEEE Sensors Journal, 2015, 15(1):598-609.
- [5] GRANDVALLET B, ZEMOUCHE A, BOUTAYEB M,

- et al. Real-time attitude-independent three-axis magnetometer calibration for spinning projectiles: A sliding window approach [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2014, 22(1): 255-264.
- [6] 刘艳霞, 方建军, 张晓娟, 等. 超限学习机在磁罗盘非线性误差补偿中的应用[J]. 仪器仪表学报, 2015, 36(9): 1921-1927.  
LIU Y X, FANG J J, ZHANG X J, et al. Application of extreme learning machine in the nonlinear error compensation of magnetic compass [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2015, 36(9): 1921-1927.
- [7] PANG H F, CHEN D X, PAN M CH, et al. A new calibration method of three axis magnetometer with nonlinearity suppression [J]. IEEE Transactions on Magnetism, 2013, 49(9): 5011-5015.
- [8] PANG H F, PAN M CH, CHEN J F, et al. Integrated calibration and magnetic disturbance compensation of three-axis magnetometers [J]. Measurement, 2016, 93(6): 409-413.
- [9] 龙礼, 张合. 三轴地磁传感器误差的自适应校正方法[J]. 仪器仪表学报, 2013, 34(1): 161-165.  
LONG L, ZHANG H. Automatic and adaptive calibration method of tri-axial magnetometer [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2013, 34(1): 161-165.
- [10] HEMERLY E M, COELHO F A A. Explicit solution for magnetometer calibration [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2014, 63(8): 2093-2095.
- [11] WU Y X, SHI W. On calibration of three-axis magnetometer [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2015, 64(5): 6424-6431.
- [12] BERAUS T, BEGUS S, PODOBNIK J, et al. Magnetometer calibration using kalman filter covariance matrix for online estimation of magnetic field orientation [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2014, 63(8): 2013-2020.
- [13] OUNI M A, LANDRY R. Particle swarm optimization algorithm in calibration of mems-based low-cost magnetometer [C]. IEEE Position, Location and Navigation Symposium (PLANS), 2016: 27-33.
- [14] SODHI R, PRUNTY J, HSU G, et al. Automatic calibration of a three-axis magnetic compass: Unite States, US7451549B1 [P]. 2008-11-18.
- [15] 李翔, 李智. 航姿参考系统三轴磁强计校正的积不变法[J]. 仪器仪表学报, 2012, 33(8): 1813-1818.  
LI X, LI ZH. Dot product invariance method for the calibration of three-axis magnetometer in attitude and heading reference system [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2012, 33(8): 1813-1818.
- [16] LIU Y X, LI X SH, ZHANG X J, et al. Novel calibration algorithm for a three-axis strap down magnetometer [J]. Sensors, 2014, 14(5): 8485-8504.
- [17] BONNET S, BASSONPIERRE C, GODIN C, et al. Calibration methods for inertial and magnetic sensors [J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2009, 156(2): 302-311.
- [18] VASCONCELOS J F, ELKAIM G, SILVESTRE C, et al. Geometric approach to strap down magnetometer calibration in sensor frame [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2011, 47(2): 1293-1306.
- [19] MANON K, THOMAS B S. Magnetometer calibration using inertial sensors [J]. IEEE Sensors Journal, 2016, 16(14): 5679-5689.
- [20] 方保镛, 周继东, 李医民. 矩阵论 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2013.  
FANG B R, ZHOU J D, LI Y M. Matrix theory [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2013.

### 作者简介



石岗, 分别在2003年和2006年于中国石油大学(华东)获得学士学位和硕士学位, 现为北京科技大学博士研究生, 中国石油大学(华东)实验师, 主要研究方向为地磁导航技术与智能检测技术。

E-mail: shigang\_upc@163.com

**Shi Gang** received his B. Sc. degree in 2003 and his M. Sc. degree in 2006 from China University of Petroleum respectively, now he is a Ph. D. candidate in University of Science and Technology Beijing and a lab master in China University of Petroleum. His main research interests include geomagnetic navigation and intelligent detection.



李希胜(通讯作者), 分别在1991年、1994年和2000年于北京科技大学获得学士学位、硕士学位和博士学位, 现为北京科技大学教授, 主要研究方向为传感器信号处理与微弱信号检测等。

E-mail: lxs@ustb.edu.cn

**Li Xisheng** (Corresponding author) received his B. Sc. degree in 1991, M. Sc. degree in 1994 and Ph. D. degree in 2000 all from University of Science and Technology Beijing. Currently, he is a professor in University of Science and Technology Beijing. His main research interests include sensor signal processing and weak signal detection.



李雪峰, 2014年于华北科技学院获得学士学位, 现为北京科技大学硕士研究生, 主要研究方向为电子磁罗盘干扰补偿算法技术。

E-mail: lxf\_568@126.com

**Li Xuefeng** received his B. Sc. degree in 2014 from North China Institute of Science and Technology, now he is a master candidate in University of Science and Technology Beijing. His main research interest is the interference compensation algorithm of electronic magnetic compass.