

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2514030

基于塔形工件的五轴数控机床旋转轴 几何误差自标定辨识方法*

倪俊涛^{1,2}, 项四通^{1,2}, 陈科鉴^{1,2}, 张海南^{1,2}, 杨建国³

(1. 宁波大学机械工程与力学学院 宁波 315211; 2. 宁波市微纳运动与智能控制重点实验室 宁波 315211;
3. 上海交通大学机械与动力工程学院 上海 200240)

摘要:随着制造业精度要求的提高,五轴机床几何误差的高效辨识是实现精密加工的重要基础。提出一种基于塔形工件的自标定方法,能够同步辨识旋转轴(C轴)、线性轴及工件的几何误差。该方法通过设计五层阶梯状塔形工件,结合线性轴三维体积误差模型,将线性轴误差离散表示于三维网格节点上,并利用多角度探测数据构建超定方程组,采用最小二乘法实现误差参数的高效估计。实验成功辨识了C轴的4项位置无关几何误差和6项位置相关几何误差,同时量化了线性轴与工件的几何误差。实验结果表明,该方法在重复装夹条件下对C轴误差辨识具有良好的稳定性,具备长期监测能力。为进一步验证其准确性,以盘形工件为对照开展误差对比实验,结果显示两者在误差辨识结果上的平均吻合度达到89.8%,验证了该方法的准确性。结合蒙特卡洛模拟进行不确定度分析,表明该方法在测量系统误差和环境扰动下仍具有良好的鲁棒性和可靠性。该方法无需依赖高端测量设备或复杂路径规划,支持工件重复装夹和自动化测量,具有操作简单、成本低、适应性强等优势,为五轴机床几何误差的高效辨识提供了实用可行的技术方案。

关键词:五轴数控机床;旋转轴;几何误差;自标定;塔形工件

中图分类号: TH161 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 460.3550

Self-calibration identification method for rotary axis geometric errors based on tower-shaped workpiece

Ni Juntao^{1,2}, Xiang Sitong^{1,2}, Chen Kejian^{1,2}, Zhang Hainan^{1,2}, Yang Jianguo³

(1. Faculty of Mechanical Engineering and Mechanics, Ningbo University, Ningbo 315211, China; 2. Ningbo Key Laboratory of Micro-nano Motion and Intelligent Control, Ningbo 315211, China; 3. School of Mechanical Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

Abstract: With the growing demand for manufacturing precision, efficiently identifying geometric errors in five-axis machine tools has become essential for achieving high-accuracy machining. This paper presents a self-calibration method utilizing a tower-shaped workpiece, enabling the simultaneous identification of geometric errors in the rotary axis (C-axis), linear axes, and the workpiece itself. The approach involves designing a five-tier stepped tower-shaped workpiece and incorporating a three-dimensional volumetric error model for the linear axes, which discretizes linear axis errors at grid nodes within a 3D space. An overdetermined system of equations is constructed from multi-angle probing data, and the error parameters are estimated using the least squares method. Experimental results successfully identify four position-independent and six position-dependent geometric errors of the C-axis, alongside the geometric errors of the linear axes and the workpiece. The findings demonstrate the method's high stability in identifying C-axis errors under repeated clamping, confirming its potential for long-term monitoring. To further assess accuracy, a comparative experiment using a disk-shaped reference workpiece was conducted, revealing an average consistency of 89.8% in error identification results. A Monte Carlo-based uncertainty analysis confirms the method's robustness and reliability in the presence of measurement system errors and environmental

收稿日期: 2025-05-12 Received Date: 2025-05-12

* 基金项目: 国家自然科学基金面上项目(52175470)资助

disturbances. Importantly, the proposed method does not rely on high-end measurement equipment or complex path planning. It supports repeatable clamping and automated measurement, offering advantages such as ease of operation, low cost, and strong adaptability. This makes it a practical and efficient solution for high-precision geometric error identification in five-axis machine tools.

Keywords: five-axis CNC machine tool; rotary axis; geometric errors; self-calibration; tower-shaped workpiece

0 引言

五轴机床凭借其多自由度加工能力,在航天航空、汽车和精密模具等领域的复杂零件制造中发挥着关键作用。然而,与三轴机床相比,五轴机床由于引入了2个旋转轴,其几何误差源显著增多,且多轴联动过程中产生的误差耦合现象更为复杂,这些因素严重制约了机床的加工精度和工艺稳定性。在此背景下,发展高精度的几何误差辨识技术显得尤为重要,只有通过全面辨识和量化各项几何误差的影响,才能实现有效的精度补偿^[1]。

从几何误差的角度分析,五轴机床的精度主要受两类误差影响:线性轴误差和旋转轴误差。其中,旋转轴误差根据其特性可进一步细分为位置无关几何误差(position-independent geometric errors, PIGEs)和位置相关几何误差(position-dependent geometric errors, PDGEs)^[2]。这些误差的精确辨识与补偿是提升五轴机床加工精度的关键环节^[3]。

目前,针对五轴机床旋转轴几何误差的辨识,学界已提出多种测量方法,但均存在相应的技术局限性。在低成本测量方案中,球杆仪^[4]测试法应用最为广泛。Osei等^[5]基于齐次坐标变换建立运动学模型,创新性地设计了3种球杆仪安装模式,成功实现了对旋转轴8项PIGE的辨识;郭世杰等^[6]则进一步优化该方法,基于旋转轴不同运动状态下的误差特性,设计了4种测量模式,将PIGE的可辨识误差项提升至10项。这类方法虽然具有设备成本低、操作简便的优势,但测量结果易受旋转轴定位误差与线性轴垂直度误差耦合影响,需借助特定路径规划解耦,且对安装偏心和环境温度漂移较敏感,影响测量精度^[7]。

为提升测量效率,ISO 230-1:2012^[8]推荐的R-test装置提供了新的解决方案。该装置通过单次采样即可获得三维球体的球心坐标,大大简化了测量流程。Pu等^[9]创新性融合刀尖坐标误差建模与运动链传动误差建模方法,利用R-test实现了旋转轴X、Y、Z这3个方向上几何误差的高效辨识。与传统球杆仪相比,该方法测量效率提升显著,但其昂贵的设备投入成本限制了工业现场的推广应用。

在高端测量领域,激光干涉仪凭借其亚微米级测量精度占据重要地位。Deng等^[10]引入刚体运动约束理论,采用激光跟踪干涉仪,实现了旋转轴4项PIGE和6项

PDGE的测量。Ibaraki等^[11]通过开环激光跟踪干涉仪辨识了机床二维运动中的多项误差。然而,该方法依赖昂贵的设备,并且对光路环境有较高要求,导致测量成本较高且操作复杂,尤其在需要快速或频繁测量的场景中,测量效率显著降低^[12]。

近年来,视觉技术也被应用于旋转轴误差测量中。Yin等^[13]提出了一种基于视觉测量技术的几何误差辨识方法,该方法可实现紧凑空间内旋转轴全部几何误差的量化分析,并以五轴点胶机为对象进行了实验验证。视觉测量具备非接触、实时动态测量等优势,但需精确标定相机与旋转台的位置,对光源稳定性和环境有较高要求,测量精度易受干扰^[14-16]。

在机测量系统可与数控系统高效通信,从而实现自动化测量。ISO-10791-7:2020^[17]列举了3种测试工件(M1、圆锥台、S形工件),根据加工完成件的尺寸偏差来评估加工中心的综合性能指标。Zhang等^[18]设计了一种多特征工件,可同时辨识15项静态误差和动态误差。Ibaraki等^[19]提出了一种结合空间误差模型的多模式加工测试方法,通过切削金字塔形工件,实现了旋转轴8项PIGE的辨识。程涛等^[20]通过切削错位塔形工件,辨识了旋转轴的6项几何误差,Chen等^[21]也通过类似方法,切削双特征槽工件,辨识出五轴机床旋转轴的5项PIGE。然而,这些研究通常假设线性轴误差已被补偿或可以忽略,这导致误差模型的不确定性累积。近期,Cheng等^[22]提出了一种基于盘形工件的旋转轴误差辨识方法,该方法通过特定的加工方式,屏蔽了线性轴的影响,但这种方法显著增加了时间和经济成本,限制了其实用性。

为突破传统方法的局限性,自标定技术逐渐成为精密测量领域的研究焦点。在坐标测量机^[23-27]、主轴检测^[28]、圆度测量^[29]等精密检测场景中,误差分离技术与自标定方法被广泛应用于区分工件误差与测量系统误差,该技术的核心优势在于无需依赖外部校准工件即可实现高精度测量。自标定的基本理论可详见参考文献^[30],自标定通过自动化流程、多误差分离和强适应性,显著提升了机床校准的效率和精度,尤其适用于高动态、多轴联动的复杂加工环境。Ibaraki团队^[31-32]提出了一种基于圆柱形工件的误差建模与辨识方法,通过设计多种测量路径,成功分离了C轴的4项PIGE(E_{AOC} , E_{BOC} , E_{XOC} , E_{YOC}),3项PDGE(E_{XC} , E_{YC} , E_{ZC})以及5项线性轴误差($E_{radial,XY}$, $E_{C(OX)Y}$, E_{ZX} , E_{ZY} , $E_{A(OY)Z}$)与圆

柱形工件几何误差。Ibaraki 团队后续^[33]提出了一种仅适用于二维平面的辨识方法,可辨识工件几何误差、 C 轴 2 项 PIGE(E_{XOC} , E_{YOC})与 3 项 PDGE(E_{XC} , E_{YC} , E_{CC}),以及 6 项线性轴误差(E_{XX} , E_{YY} , E_{XY} , E_{YY} , E_{CY} , $E_{C(OX)Y}$)。

针对现有误差辨识方法在测量效率、成本效益和长期适用性等方面的不足,本研究设计并加工了一种塔形工件,并在其侧面与顶面规划了在机测量测点。基于所提出的自标定方法,结合线性轴的三维体积误差模型,实现了旋转轴几何误差、 X 、 Y 、 Z 这 3 个方向的线性轴误差以及工件几何误差的同步高效辨识。本文方法仅通过一次测量过程,即可同时辨识塔形工件的几何误差、 C 轴的 4 项 PIGE 与 6 项 PDGE,以及 10 项线性轴误差。与 Ibaraki 团队^[33]提出的二维平面辨识方法相比,将误差辨识模型扩展至三维空间,不仅在 C 轴误差辨识方面可识别更多旋转轴误差项,同时在 Z 轴误差与 XY 平面误差分析范围也实现了拓展,从而构建出更为全面的三维误差模型,显著提升了模型的完整性与适用性。实验结果表明,该方法的单次完整测量周期可控制在 10 min 内,为实现机床高精度误差补偿提供了一种低成本、高效率且适用于长期在线监测的技术路径。

1 塔形工件设计

1.1 工件设计

该方法适用于任何具有 3 个正交的线性轴和 C 轴的五轴机床,前提是工件必须安装在旋转工作台(C 轴)上,为了更直观地表达该方法,选择了如图 1 所示的具有双转台机构的五轴机床,其结构代码为[wC'B'Y'BXZ(C1)t]。

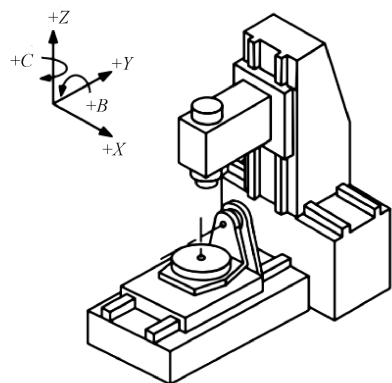
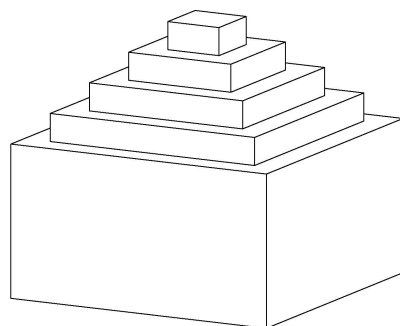


图 1 五轴机床配置

Fig. 1 Configuration of the five-axis machine tool

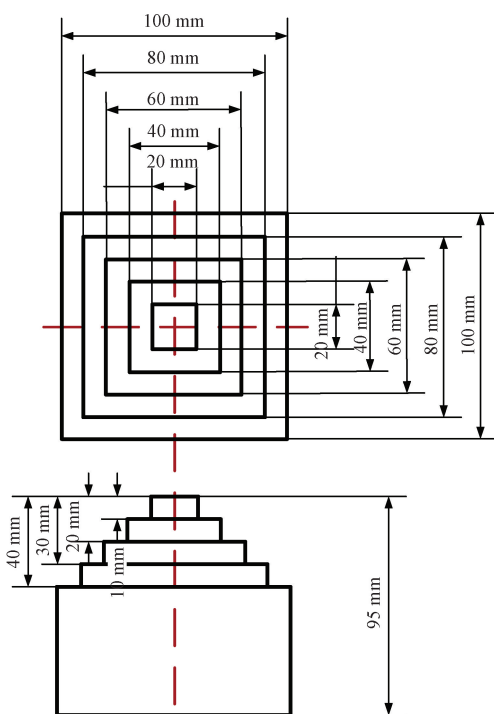
为辨识 C 轴的几何误差,设计了一个塔形工件,如图 2(a)所示,具体尺寸如图 2(b)所示。该工件由 5 层方形台阶整齐堆叠而成,呈规则的阶梯状结构。底层台阶边长为 100 mm,其上每层高度均为 10 mm,边长依次递减:第 2 层为 80 mm,第 3 层为 60 mm,第 4 层为

40 mm,最顶层为 20 mm,整体呈塔形结构,工件总高度为 95 mm。这种设计不仅有助于辨识 C 轴的几何误差,还提供了清晰的测量参考点,使测量过程更加直观且精准。



(a) 塔形工件形状

(a) Geometry of the tower-shaped workpiece



(b) 塔形工件尺寸

(b) Dimensions of the tower-shaped workpiece

图 2 塔形工件设计尺寸

Fig. 2 Design dimensions of the tower-shaped workpiece

1.2 误差定义与建模

触发式测头通过 X 、 Y 和 Z 轴的线性驱动实现定位,其探测位置不仅受到工件几何形状误差的影响,还会受到 X 、 Y 和 Z 轴线性误差的干扰。这些误差可能导致测头定位偏差,进而影响测量精度。此外,为完成完整的测量过程,需要通过 C 轴旋转工件, C 轴的误差运动同样会对测头的位置产生影响。因此,本文的误差辨识工作主要针对如表 1 所示的各类误差变量,以深入分析其对测量精度的影响。

表 1 塔形工件自标定可辨识的误差变量

Table 1 Identifiable error variables in the self-calibration of tower-shaped workpiece

误差类型	符号	定义
工件几何误差项	E_G	工件在垂直于探测表面的方向上与标称位置的几何误差
线性轴误差项	E_{XX}	X 轴线性定位误差
	E_{XY}	Y 轴在 X 方向上的直线度误差
	E_{CX}	X 轴的偏航误差
	$E_{C(OX)Y}$	X 轴与 Y 轴之间的垂直度误差
	E_{YX}	X 轴在 Y 方向上的直线度误差
	E_{YY}	Y 轴线性定位误差
	E_{ZZ}	Z 轴线性定位误差
	E_{ZX}	X 轴在 Z 轴上的直线度误差
	E_{ZY}	Y 轴在 Z 轴上的直线度误差
	E_{AX}	X 轴的滚转误差
旋转轴误差项	E_{XC}	C 轴在 X 方向上的线性位移误差
	E_{XOC}	C 轴平均线的 X 方向上的位置误差
	E_{YC}	C 轴在 Y 方向上的直线度误差
	E_{YOC}	C 轴平均线的 Y 方向上的位置误差
	E_{CC}	C 轴的角定位偏差
	E_{ZC}	C 轴在 Z 方向上的直线度误差
	E_{AC}	C 轴绕 A 轴的转角误差
	E_{AOC}	C 轴与 Y 轴的垂直度误差
	E_{BC}	C 轴绕 B 轴的转角误差
	E_{BOC}	C 轴与 X 轴的垂直度误差

1) 工件几何误差

E_G 表示在测点处的工件几何误差值,如图 3 所示,即测量点处工件实际轮廓与理论设计位置沿法线方向

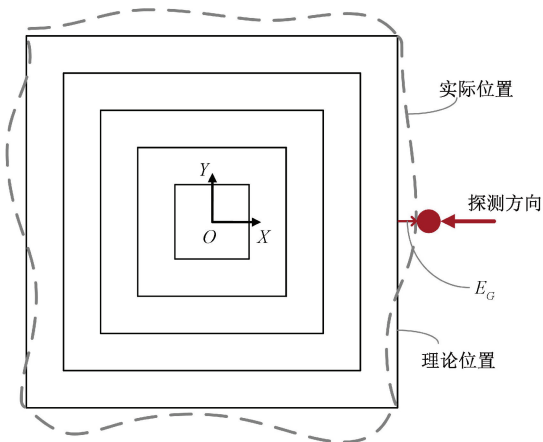


图 3 工件几何误差的定义

Fig. 3 Definition of geometric errors in the workpiece

的偏差量。该误差项直接体现加工成形表面相对于理想几何模型的偏离程度,是影响在机测量精度的核心因素之一。

2) 线性轴误差

本研究假设体积误差模型将各轴的误差运动与刀具中心点的位置相关联。在工件测量过程中,B 轴被固定在 0°位置,并以此为基础建立了 X、Y 和 Z 轴的体积误差模型,如式(1)所示。

$$\begin{cases} {}^M_W T = {}^M_Y T \cdot {}^Y_W T \\ {}^M_T T = {}^M_X T \cdot {}^X_Z T \cdot {}^Z_T T \\ {}^W_T T = ({}^M_T T)^{-1} \cdot {}^M_T T \\ \Delta P = ({}^W_T T_e - {}^W_T T_i) \cdot (0\ 0\ 0\ 1)^T \end{cases} \quad (1)$$

当测头球体位于网格点($x_{line,f}$, $y_{line,g}$, $z_{line,h}$)上时,线性轴的定位误差可通过式(2)建模, $E_{X,total}$ 表示的是线性轴在特定位置对 X 轴误差的影响, $E_{Y,total}$ 表示线性轴在特定位置对 Y 轴误差的影响, $E_{Z,total}$ 表示的是线性轴在特定位置对 Z 轴误差的影响。这些误差分别反映了线性轴运动在不同方向上的偏差对整体定位精度的影响。

$$\begin{cases} E_{X,total}(x_{line,f}, y_{line,g}, z_{line,h}) = E_{XX}(x_{line,f}) + E_{XY}(y_{line,g}) + E_{XZ}(z_{line,h}) - y \times E_{C(OX)Y} - y \times E_{CX}(x_{line,f}) + z \times (E_{B(OX)Z} + E_{BX}(x_{line,f}) + E_{BY}(y_{line,g})) \\ E_{Y,total}(x_{line,f}, y_{line,g}, z_{line,h}) = E_{YX}(x_{line,f}) + E_{YY}(y_{line,g}) + E_{YZ}(z_{line,h}) + z \times (E_{A(OY)Z} + E_{AX}(x_{line,f}) + E_{AY}(y_{line,g})) \\ E_{Z,total}(x_{line,f}, y_{line,g}, z_{line,h}) = E_{ZX}(x_{line,f}) + E_{ZY}(y_{line,g}) + E_{ZZ}(z_{line,h}) + y \times E_{AX}(x_{line,f}) \end{cases} \quad (2)$$

在式(2)的右侧,符号 E (如 $E_{XX}(x_{line,f})$)表示 X、Y 或 Z 轴的误差运动,其具体定义如表 1 所示。上述符号的命名遵循 ISO 230-1,各轴的误差运动均与当前位置(X, Y, Z)密切相关。在本方案中,X 轴的误差运动通过在离散位置集合 $x_{line,f}(f=-80, -60, -40, \dots, 40, 60, 80)$ 上进行定义,共包含 9 个参数,误差值通过线位置进行查找,Y 轴的误差运动则在 $y_{line,g}(g=-80, -60, -40, \dots, 40, 60, 80)$ 位置上定义,其中也包含 9 个参数。同样,Z 轴的误差运动则在 $z_{line,h}(h=0, 10, 20, 30, 40, 50)$ 位置上定义,其中包含 6 个参数,在括号内的数值(如 $x_{line,f}$ 中的 -80, -60, $\dots$, 80)表示各轴的离散位置,单位为毫米(mm)。换言之,X、Y 和 Z 轴的误差运动在三维网格点($x_{line,f}$, $y_{line,g}$, $z_{line,h}$)上被表示。

图 4 展示了网格点上定义的线性轴几何误差。当 X、Y 和 Z 轴的定位完成后,运动学模型(式(2))用以描述每个网格点($x_{line,f}$, $y_{line,g}$, $z_{line,h}$)上的 X、Y 和 Z 轴的定位误差。

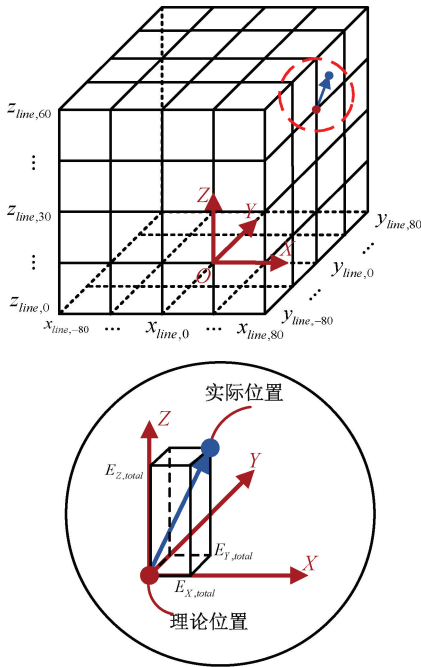
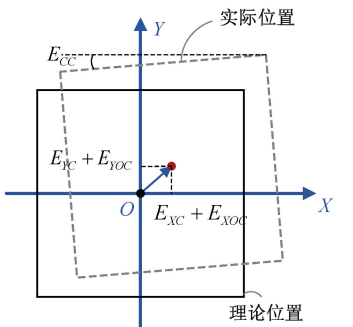


图4 线性轴误差在三维网格点上的定义

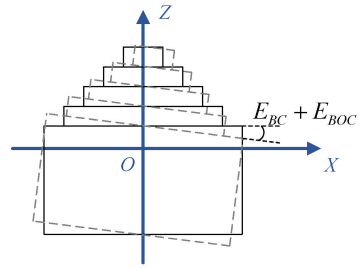
Fig. 4 Definition of linear axis errors at three-dimensional grid points

3) 旋转轴误差

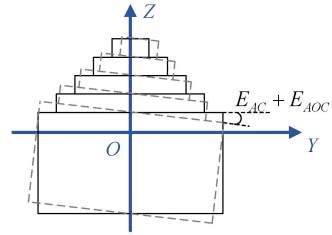
类似的,当C轴旋转至 C_θ ($\theta=0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, \dots, 300^\circ, 330^\circ$)各角度位置时,其旋转轴误差分别由 $E_{XC}(C_\theta), E_{XOC}, E_{YC}(C_\theta), E_{YOC}, E_{CC}(C_\theta), E_{AC}(C_\theta), E_{AOC}, E_{BC}(C_\theta)$ 和 E_{BOC} 表示。依据误差分量的作用方向,可将其分为两类:一类主要通过影响旋转中心在XY平面内的位置,导致轮廓偏差;另一类则影响垂直方向上的相对定位,从而影响工件在Z方向的几何精度。具体误差项的几何作用关系如图5所示,该图清晰地展示了各误差分量对塔形工件尺寸的影响机制。



(a) 旋转轴在XY平面内对尺寸的影响
(a) Influence of rotary axis in XY plane on dimensional accuracy



(b) 旋转轴在XZ平面内对尺寸的影响
(b) Influence of rotary axis in XZ plane on dimensional accuracy



(c) 旋转轴在YZ平面内对尺寸的影响
(c) Influence of rotary axis in YZ plane on dimensional accuracy

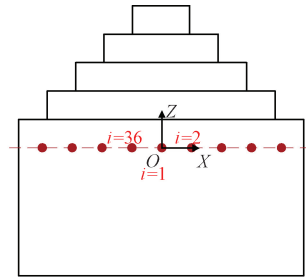
图5 旋转轴误差对塔形工件尺寸的影响示意图

Fig. 5 Schematic of rotary axis errors' effects on dimensional accuracy in tower-shaped workpiece

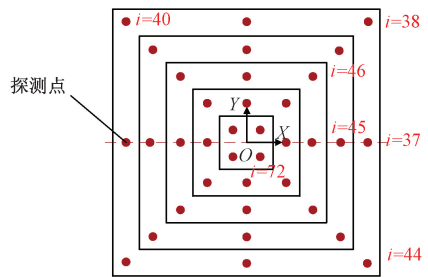
2 几何误差辨识

2.1 测量点分布和测量模式

实验中塔形工件上的测点分布如图6所示。



(a) 侧面测点分布
(a) Distribution of measurement points on the side surface



(b) 顶面测点分布
(b) Distribution of measurement points on the top surface

图6 测点分布

Fig. 6 Distribution of measurement points

测量坐标系的设定为: X 轴与台阶的一侧平行, Y 轴与另一侧平行, Z 轴垂直向上。坐标原点位于第 1 台阶面下方 10 mm 处, 且与台阶面中心重合。

测点共分为两部分: 第 1 部分位于工件侧面 ($Z=0$ 平面), 共分布 36 个测点; 第 2 部分位于工件顶面, 同样分布 36 个测点, 每个测点标记为唯一序号 i ($i=1, 2, 3, \dots, 72$), 其理论位置记为 ${}^m p_i^* = ({}^w x_i^*, {}^w y_i^*, {}^w z_i^*)$, 其中上标 w 表示该坐标定义于工件坐标系 (workpiece coordinate system, WCS), 上标 $*$ 表示理论值。工件安装时, 确保其一侧与机床坐标系 (machine coordinate system, MCS) 的 X 轴平行, 并固定于 C 轴上。在 C_θ ($\theta=0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, \dots, 300^\circ, 330^\circ$) 处分别按照测点序号依次测量, 下标 θ 表示 C 轴角度为 θ 时的位置。根据机床轴运动学惯例, C_θ 被定义为顺时针正。WCS 中的理论位置 ${}^m p_i^*$ 可以通过变换转换为 MCS 中的位置 ${}^m p_{i,\theta}$, 其表达式如式 (3) ~ (4) 所示。

$${}^m p_{i,\theta}^* = \mathbf{R}(-C_\theta) \cdot {}^w p_i^* \quad (3)$$

$$\mathbf{R}(-C_\theta) = \begin{pmatrix} \cos(-C_\theta) & -\sin(-C_\theta) \\ \sin(-C_\theta) & \cos(-C_\theta) \end{pmatrix} \quad (4)$$

式中: $\mathbf{R}(-C_\theta)$ 表示绕 Z 轴逆时针旋转 θ 角度的旋转矩阵 (因 C 轴顺时针旋转等效于坐标系逆时针旋转)。

假设在 C 轴旋转角度为 θ 时, 第 i 个测点处垂直于工件表面的单位法向量在 MCS 中表示为 ${}^m n_{i,\theta}$, 则测量误差 E_{total} 的表达式如式 (5) 所示。

$$E_{total} = {}^m n_{i,\theta} \cdot ({}^m p_{i,\theta}^e - {}^m p_{i,\theta}^*) \quad (5)$$

式中: ${}^m p_{i,\theta}^e$ 为 MCS 中第 i 个测点在 θ 角度下通过测头测量得到的实际位置, 上标 e 表示实际值。

2.2 自标定方法辨识原理

1) 自标定方法概念

自标定方法的核心在于通过多角度测量数据构建超定方程组, 并利用最小二乘法实现误差参数的最优估计。具体而言, 测量点的位置偏差是工件几何误差、线性轴误差与旋转轴误差共同作用的结果。假设待辨识误差项总数为 N_i , 每个测量角度下的测点数量为 N_p , 测量角度总数为 N_c , 则总测点数据量为 $N_p \times N_c$ 。由于线性轴误差在 MCS 中随位置的变化而变化, 若直接对所有误差项进行全局建模, 将导致待辨识参数数量 N_i 超过有效测点数据量 (即 $N_i > N_p \times N_c$), 从而形成欠定问题。

为解决这一问题, 第 1 章引入了三维线性轴体积误差模型, 将连续的线性轴误差离散化为有限网格点, 使误差参数数量从 N_i 无限缩减为有限值。通过增加测量角度 N_c , 可使总测点数满足 $N_p \times N_c > N_i$, 从而构建超定方程组。最终, 通过最小二乘法求解最小化问题对待辨识误差项进行求解, 从而得到误差项的最佳估计值。

2) 误差的辨识原理

(1) XY 平面内误差的辨识原理

测点 1~36 均分布于 $Z=0$ 平面上 (即 XY 平面), 其探测点的位置误差 $\Delta 1_{total,i,\theta}$ 受到 3 类误差源的影响: 工件几何误差、线性轴误差、旋转轴误差 (详见 1.2 节)。如图 7 所示直观地展示了上述误差对探测位移的影响特征。

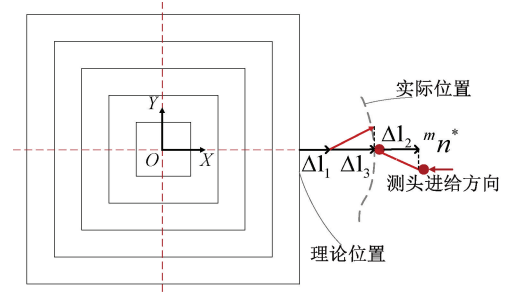


图 7 误差项在 XY 平面内对探测位移的影响

Fig. 7 Impact of error terms in the XY plane on detected displacement

根据 1.2 节可得, 在这些测点位置处, 工件几何误差对探测位移的影响 $\Delta 1_{1,i}$ 如式 (6) 所示。

$$\Delta 1_{1,i} = E_G({}^w p_i^*) \quad (6)$$

线性轴误差在测点处对探测位移的影响 $\Delta 1_{2,i,\theta}$ 如式 (7) 所示。

$$\Delta 1_{2,i,\theta} = -{}^m n_{i,\theta} \cdot \begin{pmatrix} E_{X,total}({}^m x_{i,\theta}^*, {}^m y_{i,\theta}^*, {}^m z_{i,\theta}^*) \\ E_{Y,total}({}^m x_{i,\theta}^*, {}^m y_{i,\theta}^*, {}^m z_{i,\theta}^*) \end{pmatrix} \quad (7)$$

旋转轴误差在测点处对探测位移的影响 $\Delta 1_{3,i,\theta}$ 如式 (8) 所示。

$$\Delta 1_{3,i,\theta} = {}^m n_{i,\theta} \cdot \begin{pmatrix} E_{XC}(C_\theta) + E_{XOC} \\ E_{YC}(C_\theta) + E_{YOC} \end{pmatrix} + \mathbf{R}(90^\circ) \cdot {}^m p_{i,\theta}^* \cdot {}^m n_{i,\theta} \cdot E_{CC}(C_\theta) \quad (8)$$

综合上述各误差分量对探测位移的影响, 总位移误差 $\Delta 1_{total,i,\theta}$ 如式 (9) 所示。

$$\Delta 1_{total,i,\theta} = E_G({}^w p_i^*) - {}^m n_{i,\theta} \cdot \begin{pmatrix} E_{X,total}({}^m x_{i,\theta}^*, {}^m y_{i,\theta}^*, {}^m z_{i,\theta}^*) \\ E_{Y,total}({}^m x_{i,\theta}^*, {}^m y_{i,\theta}^*, {}^m z_{i,\theta}^*) \end{pmatrix} + {}^m n_{i,\theta} \cdot \begin{pmatrix} E_{XC}(C_\theta) + E_{XOC} \\ E_{YC}(C_\theta) + E_{YOC} \end{pmatrix} + \mathbf{R}(90^\circ) \cdot {}^m p_{i,\theta}^* \cdot {}^m n_{i,\theta} \cdot E_{CC}(C_\theta) \quad (9)$$

如图 4 所示, 由于线性轴误差是在离散网格点上定义的, 所以总误差向量 ($E_{X,total}({}^m x_{i,\theta}^*, {}^m y_{i,\theta}^*, {}^m z_{i,\theta}^*)$, $E_{Y,total}({}^m x_{i,\theta}^*, {}^m y_{i,\theta}^*, {}^m z_{i,\theta}^*)$)^T 可转换为用网格点坐标表示的形式, 考虑到测量平面 $Z=0$ 的特性, Z 轴相关误差项可以忽略。当实际测量点 (${}^m x_{i,\theta}^*$, ${}^m y_{i,\theta}^*$) 满足如式 (10) 所示的网格区间条件。

$$\begin{cases} x_{line,f} \leq {}^m x_{i,\theta}^* \leq x_{line,f+20} \\ y_{line,g} \leq {}^m y_{i,\theta}^* \leq y_{line,g+20} \end{cases} \quad (10)$$

在这种情况下, 可采用双线性插值方法计算误差分量。定义如式 (11) ~ (12) 所示的归一化插值权重系数。

$$\zeta({}^m x_{i,\theta}^*) = \frac{{}^m x_{i,\theta}^* - x_{line,f}}{x_{line,f+20} - x_{line,f}} \quad (11)$$

$$\eta({}^m y_{i,\theta}^*) = \frac{{}^m y_{i,\theta}^* - y_{line,g}}{y_{line,g+20} - y_{line,g}} \quad (12)$$

然后,通过该线性插值方法将式(2)中的 $E_{X,total}$ 和 $E_{Y,total}$ 转换为如式(13)~(14)所示的形式。

$$\begin{aligned} E_{X,total}({}^m x_{i,\theta}^*, {}^m y_{i,\theta}^*, {}^m z_{i,\theta}^*) &= (1 - \zeta({}^m x_{i,\theta}^*)) \\ E_{XX}(x_{line,f}) &+ (1 - \eta({}^m y_{i,\theta}^*)) E_{XY}(y_{line,g}) + \\ \zeta({}^m x_{i,\theta}^*) E_{XX}(x_{line,f+20}) &+ \eta({}^m y_{i,\theta}^*) \\ E_{XY}(y_{line,g+20}) - {}^m y_{i,\theta}^* E_{C(OX)Y} &+ (1 - \zeta({}^m x_{i,\theta}^*)) {}^m y_{i,\theta}^* E_{CX}(x_{line,f}) + \\ \zeta({}^m x_{i,\theta}^*) {}^m y_{i,\theta}^* E_{CX}(x_{line,f}) & \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} E_{Y,total}({}^m x_{i,\theta}^*, {}^m y_{i,\theta}^*, {}^m z_{i,\theta}^*) &= (1 - \zeta({}^m x_{i,\theta}^*)) \\ E_{YX}(x_{line,f}) &+ (1 - \eta({}^m y_{i,\theta}^*)) E_{YY}(y_{line,g}) + \\ \zeta({}^m x_{i,\theta}^*) E_{YX}(x_{line,f+20}) &+ \eta({}^m y_{i,\theta}^*) E_{YY}(y_{line,g+20}) \end{aligned} \quad (14)$$

由于模型中参数间存在冗余,可能导致方程组的系数矩阵出现秩不足问题,因此需引入适当的边界条件以消除系数矩阵的秩缺陷,同时固定 MCS 原点的定位,如式(15)所示。

$$\begin{cases} E_{XX}(x_{line,0}) = 0 \\ E_{XY}(y_{line,0}) = 0 \\ E_{YX}(x_{line,0}) = 0 \\ E_{YY}(y_{line,0}) = 0 \\ E_{CX}(x_{line,0}) = 0 \\ E_{XC}(C_0) = 0 \\ E_{YC}(C_0) = 0 \\ E_{CC}(C_0) = 0 \end{cases} \quad (15)$$

在上文边界条件的基础上,还需额外施加边界条件,以定义 MCS 的 X 和 Y 方向,并确定 X 轴的绝对长度,如式(16)所示。由于当前的自标定方法无法直接获取绝对长度,因此需要通过探测预先校准长度的标准工件来得到 ΔL_1 。

$$\begin{cases} E_{YX}(x_{line,80}) = 0 \\ E_{XY}(y_{line,80}) = 0 \\ E_{XX}(x_{line,80}) = \Delta L_1 \end{cases} \quad (16)$$

在本部分中,减去 11 个已知的边界条件后,需要辨识的误差个数 $N_i = 106$,探测点的数量,即方程式的数量,为 $N_p \times N_c = 36 \times 11 = 396$ 。由于 $N_p \times N_c > N_i$,即方程式的数量大于未知数的数量,这符合所提出的自标定方法要求。

(2) Z 轴方向上误差的辨识原理

测点 37~72 均分布于工件各阶梯的顶面,其探测点的位置误差 $\Delta 2_{total,i,\theta}$ 也受到 3 类误差源的影响:工件几何误差、线性轴误差和旋转轴误差(详见 1.2 节)。如图 8 所示直观地展示了上述误差对探测位移的影响特征。

根据 1.2 节可得,在这些测点位置处,工件几何误差

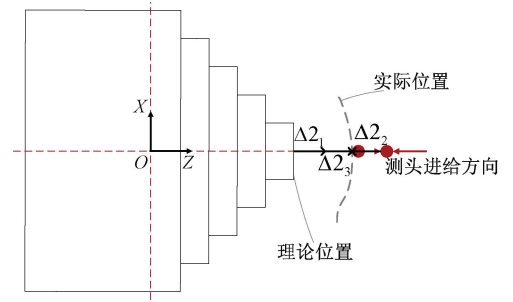


图 8 误差项在 Z 轴方向上对探测位移的影响

Fig. 8 Impact of error terms in the Z -axis direction on detected displacement

对探测位移的影响 $\Delta 2_{1,i}$ 如式(17)所示。

$$\Delta 2_{1,i} = E_C({}^w p_i^*) \quad (17)$$

线性轴误差在测点处对探测位移的影响 $\Delta 2_{2,i,\theta}$ 如式(18)所示。

$$\begin{aligned} \Delta 2_{2,i,\theta} &= -E_{ZZ}(z_{line,h}) - (1 - \zeta({}^m x_{i,\theta}^*)) \\ E_{ZX}(x_{line,f}) - \zeta({}^m x_{i,\theta}^*) E_{ZX}(x_{line,f+20}) - \\ (1 - \eta({}^m y_{i,\theta}^*)) E_{ZY}(y_{line,g}) - \eta \\ ({}^m y_{i,\theta}^*) E_{ZY}(y_{line,g+20}) - y \times ((1 - \zeta({}^m x_{i,\theta}^*)) \\ E_{AX}(x_{line,f}) + \zeta({}^m x_{i,\theta}^*) E_{AX}(x_{line,f+20})) \end{aligned} \quad (18)$$

旋转轴误差在测点处对探测位移的影响 $\Delta 1_{3,i,\theta}$ 如式(19)所示。

$$\begin{aligned} \Delta 2_{3,i,\theta} &= E_{ZC}(C_\theta) + y \times (E_{AC}(C_\theta) + E_{AOC}) - \\ x \times (E_{BC}(C_\theta) + E_{BOC}) \end{aligned} \quad (19)$$

综合上述各误差分量对探测位移的影响,总位移误差 $\Delta 1_{total,i,\theta}$ 如式(20)所示。

$$\begin{aligned} \Delta 2_{total,i,\theta} &= E_C({}^w p_i^*) - E_{ZZ}(z_{line,h}) - \\ (1 - \zeta({}^m x_{i,\theta}^*)) E_{ZX}(x_{line,f}) - \zeta({}^m x_{i,\theta}^*) \\ E_{ZX}(x_{line,f+20}) - (1 - \eta({}^m y_{i,\theta}^*)) \\ E_{ZY}(y_{line,g}) - \eta({}^m y_{i,\theta}^*) E_{ZY}(y_{line,g+20}) - \\ y \times ((1 - \zeta({}^m x_{i,\theta}^*)) E_{AX}(x_{line,f}) + \\ \zeta({}^m x_{i,\theta}^*) E_{AX}(x_{line,f+20})) + E_{ZC}(C_\theta) + \\ y \times (E_{AC}(C_\theta) + E_{AOC}) - x \times (E_{BC}(C_\theta) + E_{BOC}) \end{aligned} \quad (20)$$

与 XY 平面误差的辨识原理类似,需要施加一定的边界条件来进行求解,如式(21)所示,式中 ΔL_2 过探测预先校准长度的标准工件来测量获得。

$$\begin{cases} E_{ZX}(x_{line,0}) = 0 \\ E_{ZY}(y_{line,0}) = 0 \\ E_{AX}(x_{line,0}) = 0 \\ E_{ZZ}(z_{line,0}) = 0 \\ E_{ZZ}(z_{line,50}) = \Delta L_2 \\ E_{ZC}(C_0) = 0 \\ E_{AC}(C_0) = 0 \\ E_{BC}(C_0) = 0 \end{cases} \quad (21)$$

在本部分中,减去 8 个已知的边界条件后,需要辨识的误差个数 $N_i = 60$,探测点的数量,即方程式的数量,为 $N_p \times N_c = 36 \times 11 = 396$ 。由于 $N_p \times N_c > N_i$,即方程式的数量大于未知数的数量,这也符合所提出的自标定方法要求。

(3) 最小二乘法求解误差项

当 C 轴旋转至角度 θ ($\theta = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, \dots, 300^\circ, 330^\circ$) 时,通过对 XY 平面和 Z 轴方向各分布的 36 个测点进行探测,每个测点的位置可表示为 ${}^m p_{i,\theta}^* = ({}^m x_{i,\theta}^*, {}^m y_{i,\theta}^*, {}^m z_{i,\theta}^*)$ 。结合各测量位置(共 $N_p \times N_c = 36 \times 11 = 396$ 个测点),式(9)和(20)可转换为矩阵形式如式(22)所示。

$$\begin{pmatrix} \Delta_{total,1,0^\circ} \\ \vdots \\ \Delta_{total,i,\theta} \end{pmatrix} = \mathbf{M} \begin{pmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \Delta_3 \end{pmatrix} \quad (22)$$

式中: Δ_1 代表的是工件几何误差的集合; Δ_2 代表的是线性轴误差的集合; Δ_3 代表的是旋转轴误差的集合,具体内容参考本小节中的公式; $\mathbf{M}$ 代表的是向量 $(\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3)^T$ 中各个误差项的系数组成的系数矩阵。在施加边界条件之后,可以通过最小二乘法求解以下最小化问题,从而辨识式(20)右侧包含误差参数的向量 $(\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3)^T$,即:

$$\min \sum_{i=1}^{36} \sum_{\theta=0^\circ}^{330^\circ} (E_{total} - \Delta_{total,i,\theta})^2 \quad (23)$$

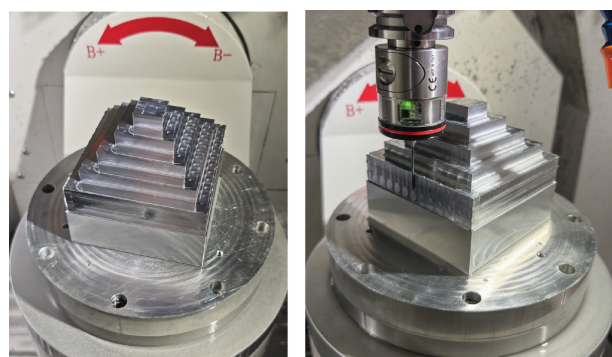
将上述 XY 平面和 Z 轴方向上的两部分数据代入式(23)中,即可辨识出各个误差项。

3 实验验证

3.1 工件加工与在机测量

实验在如图 1 所示的五轴机床上进行,为确保测量精度,实验环境维持在恒温($20^\circ\text{C} \pm 0.5^\circ\text{C}$)条件下,且机床在加工前经过充分预热,以消除热变形的影响。加工材料为 6061 铝合金,使用直径 10 mm 的硬质合金平底铣刀进行加工。整个加工过程分为两个阶段:首先进行粗加工,以保证工件表面粗糙度满足后续测量要求,加工过程约持续 30 min,完成后的工件如图 9(a) 所示;随后将机床静置 4 h 以充分冷却,再按照 2.1 节所述的方法进行在机测量,测量过程仅需 6 min,基本可忽略热误差影响,如图 9(b) 所示。

与传统误差辨识方法相比,本文方法在机床误差的长期监测方面具有显著优势。传统方法通常需要在加工完成后立即进行测量,以避免因重新装夹而引入的定位偏差干扰辨识结果。而本文方法理论上可将该类定位偏差有效耦合进工件几何误差 E_c 的辨识中,从而不会影响旋转轴误差的辨识,从而实现了对机床误差的长期监测。



(a) 加工后的工件 (b) 在机测量
(a) Machined workpiece (b) On-machine measurement

图 9 工件加工与测量

Fig. 9 Machining and measurement of workpiece

为验证该特性,在相同环境条件下进行了两次重复装夹实验(装拆间隔 24 h),每次装夹后均重新执行图 9(b) 的测量流程。

3.2 辨识结果与验证

1) 工件几何误差辨识结果

工件测点处的工件几何误差辨识结果如图 10 所示。其中,1~36 号测点(塔形工件侧面)的工件几何误差 E_c 范围为 $[-4.3 \mu\text{m}, 16.6 \mu\text{m}]$,37~72 号测点(塔形工件顶面)的工件几何误差范围为 $[-4.4 \mu\text{m}, 16.3 \mu\text{m}]$ 。

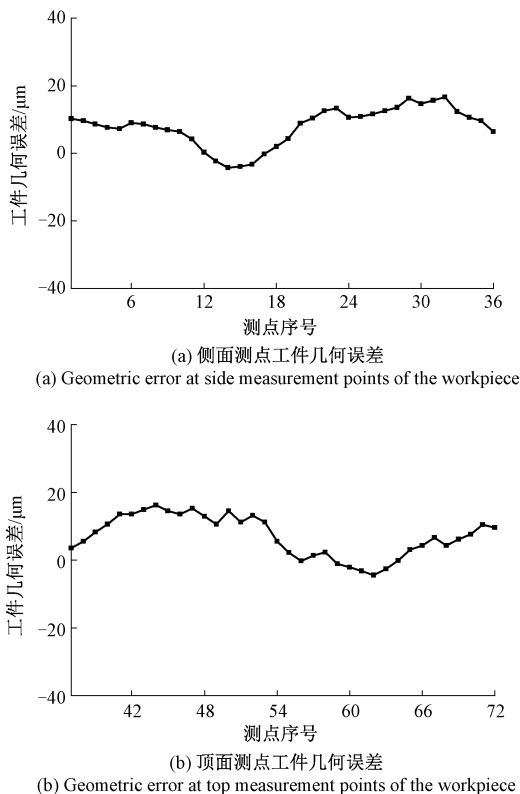


图 10 工件几何误差辨识结果

Fig. 10 Geometric error identification results of the workpiece

2) X 、 Y 和 Z 线性轴误差辨识结果

线性轴相关误差的辨识结果如图 11 所示。线性轴的几何误差变化较小,其中 X 轴的几何误差范围为 $[-5.2\text{ }\mu\text{m}, 6.4\text{ }\mu\text{m}]$, X 轴的偏航误差 E_{CX} 和滚转误差 E_{AX} 的范围分别为 $[-3\text{ }\mu\text{m}, 2.3\text{ }\mu\text{m}]$ 和 $[-2.5\text{ }\mu\text{m}, 3.6\text{ }\mu\text{m}]$; Y 轴的几何误差的范围为 $[-4.6\text{ }\mu\text{m}, 4.6\text{ }\mu\text{m}]$, Z 轴辨识的几何误差范围为 $[0\text{ }\mu\text{m}, 2.8\text{ }\mu\text{m}]$ 。 X 与 Y 轴之间的垂直度误差 $E_{C(OX)Y}$ 的值为 $8.6''$ 。

3) C 轴旋转轴辨识结果

如表 2 所示,通过辨识得到的 C 轴四项 PIGE 中, X 方向的线性偏移 E_{XOC} 为 $14.5\text{ }\mu\text{m}$,大于 Y 方向的线性偏移 E_{YOC} ($9.1\text{ }\mu\text{m}$)。 C 轴与 Y 轴的垂直度误差 E_{AOC} 为 $13.5''$, C 轴与 X 轴的垂直度误差 E_{BOC} 相对较小,仅为 $6.8''$ 。在 3.3 节对结果的不确定度进行了分析和解释。

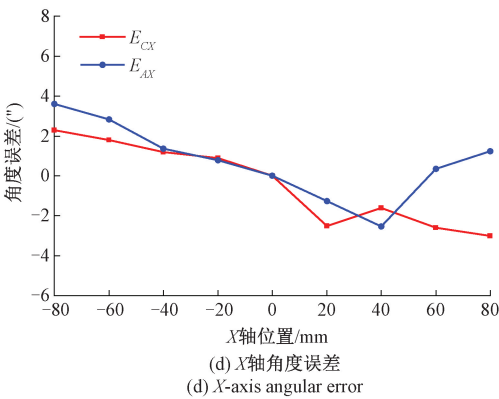


图 11 线性轴误差辨识结果

Fig. 11 Linear axis error identification results

表 2 C 轴 PIGE 辨识结果

Table 2 C-axis PIGE identification results

误差项	误差值	不确定度
$E_{XOC}/\mu\text{m}$	14.5	3.6
$E_{YOC}/\mu\text{m}$	9.1	3.1
$E_{AOC}/(^\circ)$	13.5	3.8
$E_{BOC}/(^\circ)$	6.8	2.2

C 轴 6 项 PDGE 的辨识结果如图 12 所示。线性误

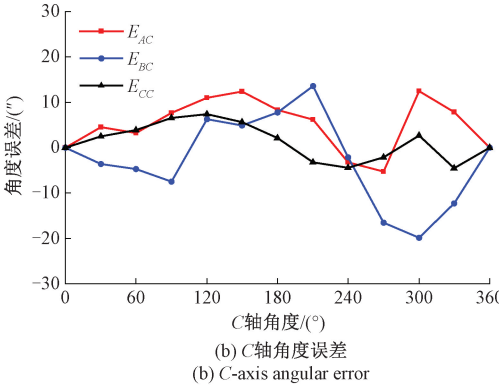
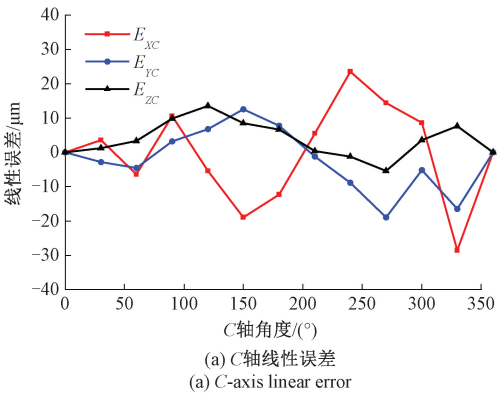
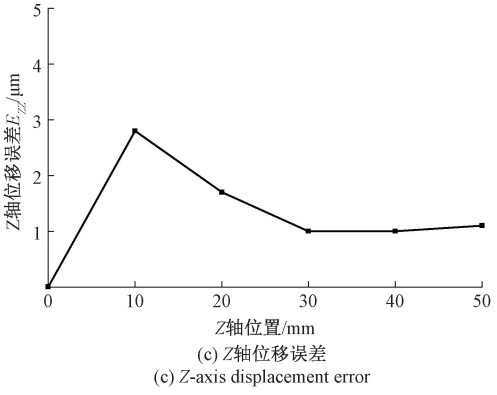
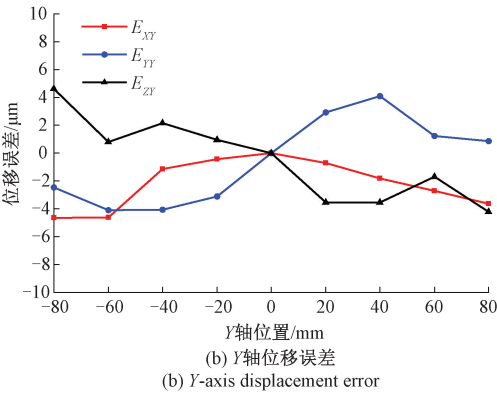
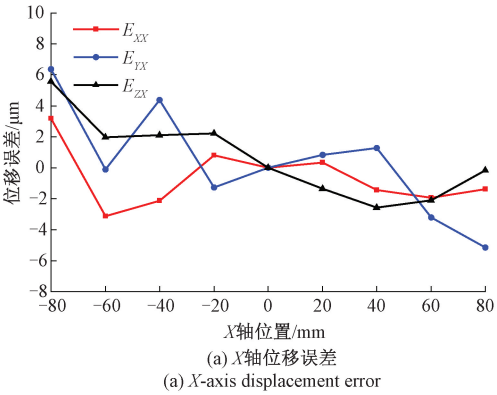


图 12 C 轴 PDGE 辨识结果

Fig. 12 C-axis PDGE identification results

差一般在 $\pm 30\text{ }\mu\text{m}$ 以内; 当 $C = 240^\circ$ 时, E_{XC} 达到最大值 $23.5\text{ }\mu\text{m}$, 当 $C = 150^\circ$ 时, E_{YC} 达到最大值 $12.5\text{ }\mu\text{m}$, 当 $C = 120^\circ$ 时, E_{ZC} 达到最大值 $13.5\text{ }\mu\text{m}$ 。角度误差 E_{AC} 与 E_{BC} 的范围为 $[-5.3'', 12.5'']$ 与 $[-19.8'', 13.5'']$, 角定位误差 E_{CC} 的范围为 $[-4.5'', 7.4'']$, 变化较为平稳。

4) 重复装夹条件下误差辨识稳定性验证

在相同环境条件下, 本研究通过对塔形工件进行 2 次重复装夹实验 (装拆间隔为 24 h), 系统验证了所提方法在五轴机床 C 轴几何误差参数辨识中的稳定性。与首次测量结果相比, C 轴 PIGE 参数中位移误差 E_{XOC} 和 E_{YOC} 的最大偏差分别为 $+1.8/-1.5\text{ }\mu\text{m}$ 和 $+0.9/-0.8\text{ }\mu\text{m}$, 角度误差 E_{AOC} 和 E_{BOC} 的最大偏差分别为 $+1.2/-1.3''$ 和 $+0.8/-0.6''$, 具体数据如表 3 所示。C 轴 PDGE 参数中, 线性误差 (E_{XC}, E_{YC}, E_{ZC}) 的最大偏差在 $\pm 2.1\text{ }\mu\text{m}$ 范围内, 角度误差 (E_{AC}, E_{BC}, E_{CC}) 的最大偏差不超过 $\pm 2.3''$, 其分布情况如图 13 所示。上述结果充分验证了该方法在重复装夹条件下的误差辨识稳定性。

表 3 重复装夹条件下 C 轴 PIGE 的辨识结果

Table 3 Identification results of C-axis PIGE under repeated clamping conditions

误差项	首次辨识值	最大偏差
$E_{XOC}/\mu\text{m}$	14.5	$+1.8/-1.5$
$E_{YOC}/\mu\text{m}$	9.1	$+0.9/-0.8$
$E_{AOC}/(^\circ)$	13.5	$+1.2/-1.3$
$E_{BOC}/(^\circ)$	6.8	$+0.8/-0.6$

5) 与盘形工件辨识方法对比验证

为验证辨识结果的准确性, 选用盘形工件进行误差差异对比实验。如图 14 所示, 对盘形工件进行误差辨识, 并与本方法的辨识结果进行对比分析。结果表明, 如图 15(a) 所示, 线性误差 E_{XC}, E_{YC} 与 E_{ZC} 的辨识结果偏差分别在 $[-3.1'', 1.6'']$, $[-1.9'', 0.9'']$ 与 $[-1.1'', 0.8'']$ 之间; 如图 15(b) 所示, 角度误差 E_{AC}, E_{BC} 与 E_{CC} 的辨识结果偏差分别在 $[-1.2'', 1.3'']$, $[-0.7'', 0.6'']$ 与 $[-1.8'', 1.6'']$ 之间。两者辨识结果的平均吻合度达 89.8%, 证实了本方法的准确性。

盘形工件方法是在加工过程中, 通过在不同旋转轴角度下沿相同的线性轴路径对工件进行凹槽加工, 以抵消线性轴误差。该方法利用线性轴的重复移动与旋转轴的变位, 使几何误差在工件的加工形貌中体现出来, 从而实现误差的测量与辨识。然而, 在实际加工中, 由于装夹误差等因素影响, 路径难以完全重合, 导致线性轴误差无法完全抵消, 从而影响误差辨识的准确性。

相较于依赖特定加工路径以间接抵消线性轴误差的盘形工件方法, 本文提出的基于塔形工件的自标定方法

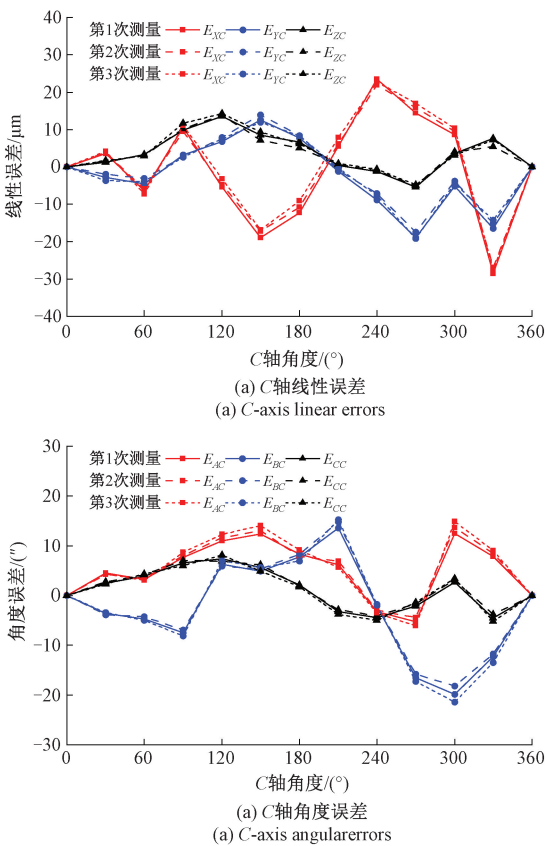


图 13 重复装夹条件下 C 轴 PDGE 的辨识结果

Fig. 13 Identification results of C-axis PDGE under repeated clamping conditions

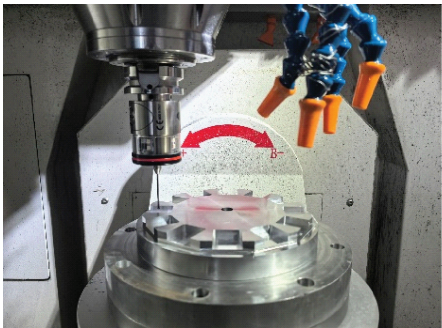


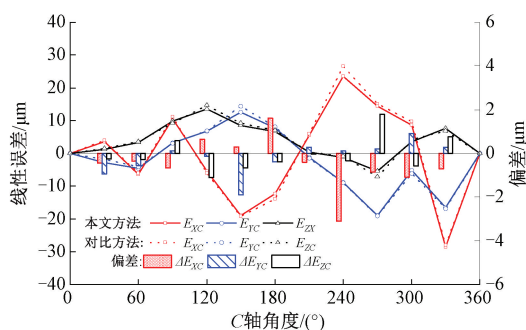
图 14 盘形工件辨识方法

Fig. 14 Identification method for disk-shaped workpiece

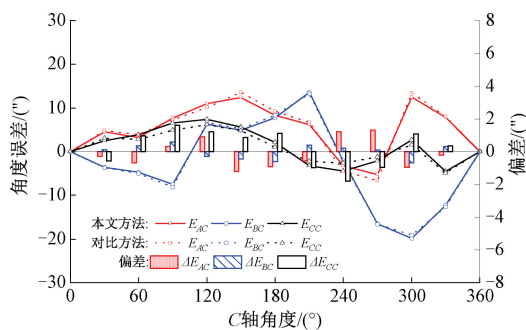
通过构建完整的三维线性轴体积误差模型, 结合多阶梯结构设计与自标定算法, 可在不依赖任何误差抵消策略或先验假设的前提下, 实现旋转轴、线性轴及工件几何误差的同步准确辨识。该方法有效规避了传统误差抵消假设可能引入的模型不确定性问题, 显著提升了误差辨识结果的准确性与可靠性。

3.3 不确定度分析

本节主要讨论所提出自标定方法的输出不确定性。该方法基于多输入多输出模型, 因此需要对模型内部的不确定性传播过程进行分析。探测位置受到多种不确定



(a) C-axis linear error comparison



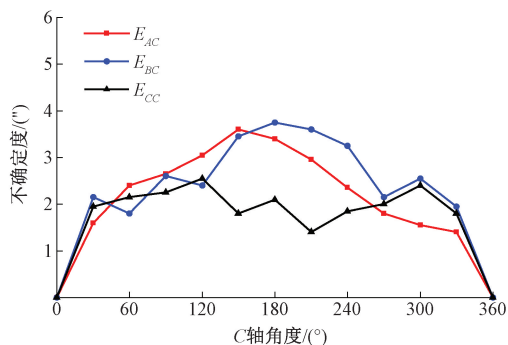
(b) C-axis angular error comparison

图 15 盘形工件对比实验结果

Fig. 15 Comparative experimental results of disk-shaped workpiece

性因素的影响,第2章中提出的方法综合考虑了工件几何误差、线性轴误差以及旋转轴误差。因此,自标定方案的不确定性主要来源于机床的定位重复性误差及内部的不确定性传播。

为定量评估该不确定性,本文采用了蒙特卡洛模拟方法,参考了文献[32]中的分析流程。根据文献[31]所提出的实验方法,对目标位置的不确定性进行了评估,得到其标准不确定度($k=1$)为 $1.29 \mu\text{m}$ 。为进一步分析已辨识误差的不确定性,第2章所述方法通过5 000次蒙特卡洛模拟进行运行,最终评估得到的扩展不确定度($k=2$)如图16所示。



(b) C-axis angular error uncertainty

图 16 C轴相关不确定度($k=2$)

Fig. 16 C-axis associated uncertainty ($k=2$)

4 结 论

本研究提出了一种基于塔形工件的自标定方法,用于辨识五轴机床C轴的几何误差,实现了C轴4项PIGE和6项PDGE的高精度辨识。主要贡献为:

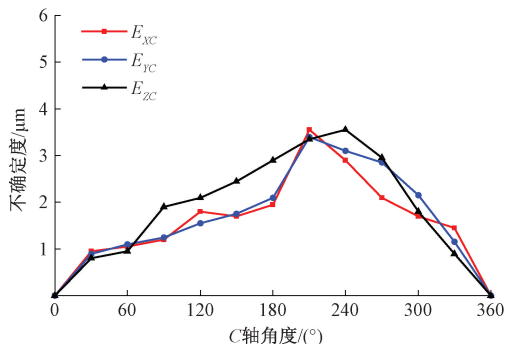
1) 引入了线性轴三维体积误差模型,有别于传统方法对线性轴误差的忽视或仅依赖加工策略加以抵消。所提自标定方法不仅能准确辨识旋转轴误差,还可同步直接求解线性轴误差,从而提高了整体误差辨识的准确性。

2) 结合所设计的工件,所提出的自标定方法可在重复夹装下有效维持误差辨识结果的一致性,从而实现对机床误差的长期监测。

3) 实验结果表明,所提方法与基于盘形工件的方法在误差辨识结果上的平均吻合度达到89.8%,验证了该方法的可行性和有效性。进一步分析表明,该方法在不同测量角度下均能稳定识别C轴几何误差,为五轴机床的误差补偿与加工精度提升提供了可靠的理论依据和实践指导。

参考文献

- [1] 李国龙,肖扬,李喆裕,等. 数控机床旋转轴多自由度静/热误差同步测量与建模[J]. 中国机械工程, 2024, 35(8): 1426-1434.
LI G L, XIAO Y, LI ZH Y, et al. Simultaneous measurement and modeling of MDOF static/thermal errors of CNC machine tool rotational axes[J]. China Mechanical Engineering, 2024, 35(8): 1426-1434.
- [2] GAO W, IBARAKI S, DONMEZ M A, et al. Machine tool calibration: Measurement, modeling, and compensation of machine tool errors[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2023, 187: 104017.
- [3] ZHANG ZH, JIANG F, LUO M, et al. Geometric error measuring, modeling, and compensation for CNC



(a) C-axis linear error uncertainty

- machine tools: A review [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2024, 37(2): 163-198.
- [4] 焦安铃, 陈光胜. 基于球杆仪的五轴数控机床误差快速检测方法[J]. 仪器仪表学报, 2024, 45(1): 138-148.
- JIAO AN L, CHEN G SH. Fast error identification method for five-axis machine tools based on double ball-bar[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2024, 45(1): 138-148.
- [5] OSEI S, WANG W, DING Q CH, et al. A new method to identify the position-independent geometric errors in the rotary axes of five-axis machine tools[J]. Journal of Manufacturing Processes, 2023, 87: 46-53.
- [6] 郭世杰, 姜歌东, 梅雪松, 等. 转台-摆头式五轴机床几何误差测量及辨识[J]. 光学精密工程, 2018, 26(11): 2684-2694.
- GUO SH J, JIANG G D, MEI X S, et al. Geometric error measurement and identification of turntable-swivel head five-axis machine tools[J]. Optics and Precision Engineering, 2018, 26(11): 2684-2694.
- [7] 肖域坤, 曾治霖, 唐越, 等. 基于激光球杆干涉仪的数控机床空间误差高效测量、辨识与补偿[J]. 仪器仪表学报, 2024, 45(10): 222-233.
- XIAO Y K, ZENG ZH L, TANG Y, et al. Efficient measurement, identification and compensation of volumetric errors on machine tools using laserbar[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2024, 45(10): 222-233.
- [8] Test code for machine tools-Part 1: Geometric accuracy of machines operating under no-load or quasi-static conditions: ISO 230-1:2012[S]. Geneva: International Organization for Standardization, 2012.
- [9] PU Y ZH, WANG L, YIN M, et al. Modeling, identification, and measurement of geometric errors for a rotary axis of a machine tool using a new R-test[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2021, 117(5/6): 1491-1503.
- [10] DENG M, LI H M, XIANG S T, et al. Geometric errors identification considering rigid-body motion constraint for rotary axis of multi-axis machine tool using a tracking interferometer[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2020, 158: 103625.
- [11] IBARAKI S, SATO G, TAKEUCHI K. 'Open-loop' tracking interferometer for machine tool volumetric error measurement-two-dimensional case[J]. Precision Engineering, 2014, 38(3): 666-672.
- [12] 高健, 陈岳坪, 邓海祥, 等. 复杂曲面零件加工精度的原位检测误差补偿方法[J]. 机械工程学报, 2013, 49(19): 133-143.
- GAO J, CHEN Y P, DENG H X, et al. In-situ detection error compensation method for machining accuracy of complex curved parts [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(19): 133-143.
- [13] YIN S, ZHOU H B. A vision-based error identification method for separating geometric errors of rotating axes in five-axis platforms [J]. Measurement, 2022, 205: 112185.
- [14] 侯艳丽, 苏显渝, 陈文静. 旋转视觉测量系统相机光心与转轴距离的标定方法[J]. 光学学报, 2022, 42(21): 2112001.
- HOU Y L, SU X Y, CHEN W J. Calibration method for distance between camera optical center and rotation axis in a rotational vision measurement system [J]. Acta Optica Sinica, 2022, 42(21): 2112001.
- [15] 汤澳, 许四祥, 宋昱宸, 等. 基于二维熵与低维度描述符的双目视觉测量[J]. 电子测量与仪器学报, 2025, 39(3): 169-176.
- TANG AO, XU S X, SONG Y CH, et al. Binocular vision measurement based on two-dimensional entropy and low-dimensional descriptors [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2025, 39(3): 169-176.
- [16] 刘光举, 刘琼, 杜荣谦. 基于双目立体视觉的连铸坯缺陷定位研究[J]. 电子测量技术, 2024, 47(20): 24-31.
- LIU G J, LIU Q, DU R Q. Research on defect location of continuous casting billet based on binocular stereo vision[J]. Electronic Measurement Technology, 2024, 47(20): 24-31.
- [17] Test conditions for machining centres-Part 7: Accuracy of finished test pieces: ISO 10791-7:2020[S]. Geneva: International Organization for Standardization, 2020.
- [18] ZHANG H N, XIANG S T, LIU C, et al. Reverse identification of dynamic and static motion errors for five-axis machine based on specimen feature decomposition[J]. ISA Transactions, 2023, 134: 302-311.
- [19] IBARAKI S, OKUMURA R. A machining test to evaluate thermal influence on the kinematics of a five-axis machine tool[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2021, 163: 103702.
- [20] 程涛, 项四通, 张海南, 等. 基于错位塔形工件的旋转轴几何误差辨识[J]. 光学精密工程, 2023, 31(21): 3125-3134.
- CHENG T, XIANG S T, ZHANG H N, et al. Geometric error identification of rotary axis based on misaligned tower-shaped workpiece [J]. Optics and Precision Engineering, 2023, 31(21): 3125-3134.
- [21] CHEN K J, XIANG S T, CHENG T, et al. A new

- machining test to identify position-independent geometric errors of rotary axes for five-axis machine tools [J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2024, 132(9/10): 4903-4913.
- [22] CHENG T, XIANG S T, ZHANG H N, et al. New machining test for identifying geometric and thermal errors of rotary axes for five-axis machine tools[J]. Measurement, 2023, 223: 113748.
- [23] KELLER F, STEIN M. A reduced self-calibrating method for rotary table error motions[J]. Measurement Science and Technology, 2023, 34(6): 065015.
- [24] KNIEL K, FRANKE M, HAERTIG F, et al. Detecting 6 DoF geometrical errors of rotary tables[J]. Measurement, 2020, 153: 107366.
- [25] KNIEL K, HÄRTIG F, OSAWA S, et al. Two highly accurate methods for pitch calibration[J]. Measurement Science and Technology, 2009, 20(11): 115110.
- [26] WANG Q CH, MILLER J, VON FREYBERG A, et al. Error mapping of rotary tables in 4-axis measuring devices using a ball plate artifact [J]. CIRP Annals-Manufacturing Technology, 2018, 67(1): 559-562.
- [27] 高贯斌, 谢佩, 刘飞, 等. 基于复合标定和极限学习机的关节臂式坐标测量机残差建模及补偿[J]. 光学精密工程, 2023, 31(22): 3289-3304.
- GAO G B, XIE P, LIU F, et al. Residual modeling and compensation of articulated arm coordinate measuring machine based on hybrid calibration and extreme learning machine[J]. Optics and Precision Engineering, 2023, 31(22): 3289-3304.
- [28] LU X D, JAMALIAN A. A new method for characterizing axis of rotation radial error motion; Part 1: Two-dimensional radial error motion theory [J]. Precision Engineering, 2011, 35(1): 73-94.
- [29] OSAWA S, BUSCH K, FRANKE M, et al. Multiple orientation technique for the calibration of cylindrical workpieces on CMMs[J]. Precision Engineering, 2005, 29(1): 56-64.
- [30] EVANS C J, HOCKEN R J, ESTLER W T. Self-calibration; Reversal, redundancy, error separation, and 'absolute testing' [J]. CIRP Annals, 1996, 45(2): 617-634.
- [31] ONISHI S, IBARAKI S, KATO T, et al. A self-calibration scheme to monitor long-term changes in linear and rotary axis geometric errors [J]. Measurement, 2022, 196: 111183.
- [32] ZIMMERMANN N, IBARAKI S. Self-calibration of rotary axis and linear axes error motions by an automated on-machine probing test cycle [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2020,

107; 2107-2120.

- [33] ONISHI S, IBARAKI S, YAMAGUCHI M, et al. A self-calibration scheme for two-dimensional free-form probing measurement under the assumption of rigid-body machine kinematic model [J]. Measurement, 2023, 222: 113586.

作者简介



倪俊涛, 2024 年于浙江农林大学获得学士学位, 现为宁波大学机械工程与力学学院在读研究生, 主要研究方向为精密加工与测试。

E-mail: 2190613049@ qq. com

Ni Juntao received his B.Sc. degree from Zhejiang A&F University in 2024. He is currently a master student in the Faculty of Mechanical Engineering and Mechanics at Ningbo University. His main research interest is precision machining and measurement.



项四通(通信作者), 分别在 2011 年和 2016 年于华东理工大学和上海交通大学获得学士学位和博士学位, 现为宁波大学机械工程与力学学院教授、博士生导师, 主要研究方向为精密加工与测试, 多轴数控机床误差测量、建模与补偿。

E-mail: xiangsitong@ nbu. edu. cn

Xiang Sitong (Corresponding author) received his B.Sc. and Ph.D. degrees from East China University of Science and Technology and Shanghai Jiao Tong University in 2011 and 2016, respectively. He is currently a professor and Ph.D. advisor in the Faculty of Mechanical Engineering and Mechanics at Ningbo University. His main research interests include precision machining and testing, multi-axis CNC machine tool error measurement, modeling and compensation.



杨建国, 1982 年于上海交通大学获得学士学位, 1992 年于上海交通大学获得硕士学位, 1998 年于上海交通大学与美国密歇根大学获得博士学位, 现为上海交通大学机械与动力工程学院教授, 主要研究方向为精密加工与测量以及数控补偿控制。

E-mail: jgyang@ sjtu. edu. cn

Yang Jianguo received his B.Sc. degree from Shanghai Jiao Tong University in 1982, M.Sc. degree from Shanghai Jiao Tong University in 1992, and Ph.D. degree jointly from Shanghai Jiao Tong University and the University of Michigan, USA in 1998. He is currently a professor at the School of Mechanical and Power Engineering, Shanghai Jiao Tong University. His main research interests include precision machining and measurement, as well as CNC compensation control.