

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2513908

六自由度机械臂参数化标定模型的误差分析*

王 妍, 江文松, 罗 哉, 杨 力, 金榭杰

(中国计量大学计量测试与仪器学院 杭州 310018)

摘 要:六自由度机械臂模型参数的高度耦合和复杂的链路关系是引起多参数辨识偏差的主要原因,这种复杂的多参数辨识链路很难准确地进行误差评估,影响机械臂工作精度的补偿。为此,提出了基于灰关联分析的参数化标定模型误差分析方法,揭示高耦合多参数辨识链路的误差传播关系。首先,基于辨识参数的误差传递链路分析,建立机械臂标定误差模型,实现笛卡尔空间位姿误差在关节空间的量化分解;其次,通过参数辨识算法与误差传递链的协同作用,估计关节参数序列的误差值。针对参数偏差的强耦合特性,引入灰色关联度分析方法。通过计算各参量间的关联系数,量化评估各关节轴特征参数间的关联性,进而确定误差补偿的优先级。实验结果表明,相较于平移误差,旋转误差在运动链路的传递过程中具有更强的耦合性。通过定位误差和方向误差的对比分析,发现前三轴的旋转角度和 y 轴方向的角度偏差对末端误差的贡献度最高,因此应优先补偿这些关键参数。实验数据表明,末端定位误差为 3.90 mm,方向误差为 0.06°。通过解耦复杂参数链路、量化误差贡献度,并结合误差参数的敏感性分析,提出优化补偿策略,从而显著提升了机械臂标定效率。

关键词: 机械臂; 标定误差; 量化耦合; 灰色关联分析

中图分类号: TH86 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 520.60

Error analysis of parametric calibration models for 6-DOF robotic manipulators

Wang Yan, Jiang Wensong, Luo Zai, Yang Li, Jin Xuanjie

(College of Metrology Measurement & Instrument, China Jiliang University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: The primary sources of multi-parameter identification bias in six degree-of-freedom (DOF) robotic manipulators are the highly coupled model parameters and complex linkage relationships. Such intricate multi-parameter identification chains make it challenging to conduct accurate error assessment, thereby affecting the compensation of the manipulator's operational accuracy. To address this challenge, a grey-correlation-analysis-based error analysis method for parametric calibration models is proposed, which reveals the error propagation relationships within highly coupled multi-parameter identification chains. First, based on the analysis of error propagation chains for identified parameters, a robotic manipulator calibration error model is established to achieve the quantitative decomposition of Cartesian pose errors in joint space. Second, through the synergistic integration of parameter identification algorithms and error propagation chains, the error values of joint parameter sequences are estimated. To address the strong coupling characteristics of parameter deviations, the grey relational analysis method is introduced. By calculating the correlation coefficients between various parameters, the interrelationships among the characteristic parameters of each joint axis are quantitatively evaluated, thereby determining the priority of error compensation. Experimental results indicate that, compared to translational errors, rotational errors exhibit stronger coupling characteristics during their propagation through the kinematic chain. Through comparative analysis of positioning and orientation errors, it was found that the angular deviations in the first three joints, particularly those along the y -axis direction, contribute most significantly to the end-effector's overall error. Therefore, these critical parameters should be prioritized in error compensation. Experimental data show that the final positioning error is 3.90 mm, with an orientation error of 0.06°. This study improves the calibration efficiency of robotic arms by decoupling complex parameter linkages, quantifying error contributions, and integrating sensitivity analysis of error parameters to develop an optimized compensation strategy.

Keywords: robotic manipulator; calibration error; quantitative coupling; grey correlation analysis

0 引言

由于轻便灵活等特点,机械臂被广泛应用于智能制造、航空航天等领域^[1]。机械臂的定位精度直接决定其作业性能,由几何参数误差引发的机械臂末端运动误差占总误差来源的90%^[2]。为提升机械臂的末端定位精度,常采用标定的方法来优化运动学模型参数^[3]。然而,现有的标定方法在机械臂的辨识过程中存在复杂误差源耦合的问题,缺乏关节参数间关联性的量化,导致误差合成结果与实际模型间存在的差异^[4]。

目前,提高机械臂末端定位精度的研究主要集中于误差建模与参数辨识优化两部分^[5]。其中,误差建模的方法包括DH(Denavit-Hartenberg)误差模型^[6],改进的DH(modified Denavit-Hartenberg, MDH)误差模型^[7]和指数积公式(product-of-exponential, POE)误差模型^[8]。在DH模型中存在严重的奇异性问题:当相邻两关节平行时,几何参数的微小误差可能会导致机械臂位姿的重大变化。为规避此类奇异性问题,学者们提出多种基于DH运动学误差模型的改进方法。Li等^[9]引入绕 y 的参数 β ,Lao等^[10]提出了完整且参数连续(complete and parametrically continuous, CPC)的模型,加入角度参数来避免奇异性。还有POE模型,这种方法以指数乘积方式表征机械臂的运动学误差模型,对旋转关节和平移关节进行均匀处理以达到准确描述机械臂位姿的目的。但是,由于POE模型的处理过程也引入复杂的积分函数,容易造成额外的计算错误。

在机械臂运动学参数辨识领域,为实现理论模型与实际系统的精准匹配,常用的方法有最小二乘法及其改进方法、智能优化算法和神经网络方法等。列文伯格-马夸尔特(Levenberg-Marquardt, LM)算法作为非线性最小二乘法的经典方法,由于结构简单的优势被广泛使用于机械臂标定场景。然而,标准的LM算法存在局部最优和对初始值的选取敏感的限制。针对此问题,Li等^[11]提出一种可变步长的LM算法以提升全局寻优的能力。在此基础上,Jiang等^[12-13]引入正则化方法,有效抑制病态矩阵对参数辨识的影响。智能优化算法对于高维系统的参数辨识具有易于收敛到最优解的优势。Xu团队^[14]提出蝠鲼觅食优化算法辨识机械臂的运动参数误差,实验结果证明该方法显著提高工业机械臂的定位精度。Peng等^[15]提出具有目标适应度函数的粒子群优化方法,缩短了标定时间。但是,与最小二乘方法一致,智能优化算法也存在容易陷入边界附近导致搜索停滞的不足。神经网络系统具有较强的逼近能力,能很好地拟合机械臂的非线性特性。Zhang团队^[16]采用扩展稀疏网格技术计算工业机械臂在轨迹上任意点的定位误差,并分析其运

动性能的可靠性。神经网络的训练性能依赖大规模数据集,而机械臂校准中单点测量的数据采集方式受限于低效率,难以满足模型对数据量的需求,而限制了其应用效果。

灰色关联分析是灰色系统理论的核心分析工具,由于其小样本的优势,被用于复杂系统的多参数耦合问题的量化研究^[17]。于大程等^[18]使用灰色关联方法计算水下机器人不同故障信号之间的关联度,实现推进器的弱故障辨识。蒋文萍等^[19]通过对比故障状态和正常运行状态,利用灰色关联理论诊断移动机械臂的故障,实验表明该方法具有良好的效果。

本研究采用MDH方法建立误差链,分析各关节参数偏差对机械臂末端位姿的影响。采用参数辨识算法,实现理论模型和实测数据之间的最优匹配。针对参数偏差的耦合特性,引入灰色关联分析方法,量化分析各关节轴特征参数偏差之间的关联性。最后,通过末端执行器的三维位置和姿态角,系统评估机械臂关节特征参数偏差的累积效应对末端位姿误差的影响。

1 辨识参数的误差传递模型

机械臂位姿的误差主要来源于模型参数的不确定性,该过程如式(1)所示。

$$\Delta_{i-1}^i \mathbf{T} = \frac{\partial_{i-1}^i \mathbf{T}}{\partial a_{i-1}} \Delta a_{i-1} + \frac{\partial_{i-1}^i \mathbf{T}}{\partial \alpha_{i-1}} \Delta \alpha_{i-1} + \frac{\partial_{i-1}^i \mathbf{T}}{\partial d_i} \Delta d_i + \frac{\partial_{i-1}^i \mathbf{T}}{\partial \theta_i} \Delta \theta_i + \frac{\partial_{i-1}^i \mathbf{T}}{\partial \beta_i} \Delta \beta_i = \delta_{i-1}^i \mathbf{T} \cdot \mathbf{i}_{i-1}^i \mathbf{T} \quad (1)$$

式中: Δa_{i-1} 、 $\Delta \alpha_{i-1}$ 、 $\Delta \theta_i$ 、 Δd_i 、 $\Delta \beta_i$ 分别为连杆长度 a_{i-1} 、连杆扭矩 α_{i-1} 、关节角度 θ_i 、关节平移量 d_i 和偏移量 β_i 的误差; $\delta_{i-1}^i \mathbf{T}$ 为 $\{i-1\}$ 坐标系到 $\{i\}$ 坐标系相邻关节坐标系之间的偏移量,包含平移误差和旋转误差; $\delta_{i-1}^i \mathbf{T}$ 表示显性平移误差和旋转误差的向量,如式(2)所示。

$$\delta_{i-1}^i \mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0 & -\delta z_i & \delta y_i & dx_i \\ \delta z_i & 0 & -\delta x_i & dy_i \\ -\delta y_i & \delta x_i & 0 & dz_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

在相邻坐标系下,关节参数误差和位姿误差之间的显性关系结合式(1)和(2)可推导得:

$$\mathbf{D}_i = \mathbf{G}_a \cdot \Delta a_{i-1} + \mathbf{G}_\alpha \cdot \Delta \alpha_{i-1} + \mathbf{G}_\theta \cdot \Delta \theta_i + \mathbf{G}_\beta \cdot \Delta \beta_i \quad (3)$$

$$\delta_i = \mathbf{G}_\alpha \cdot \Delta \alpha_{i-1} + \mathbf{G}_\theta \cdot \Delta \theta_i + \mathbf{G}_\beta \cdot \Delta \beta_i \quad (4)$$

式中: $\mathbf{G}_a$ 、 $\mathbf{G}_\alpha$ 、 $\mathbf{G}_\theta$ 、 $\mathbf{G}_\beta \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$ 为传递系数,是与关节参数相关的定值。

位姿误差包含微分平移向量 $\mathbf{D}_i = [dx_i, dy_i, dz_i]^T$ 和微分旋转向量 $\delta_i = [\delta x_i, \delta y_i, \delta z_i]^T$ 。

根据机械臂的链式结构特点,六自由度机械臂末端执行器的误差可由各关节的偏差累积,表达式如式(5)所示。

$$[D_{\Delta} \quad \delta_{\Delta}]^T = \sum_{i=1}^6 [D_i \quad \delta_i]^T \quad (5)$$

式中: $[D_{\Delta} \quad \delta_{\Delta}]$ 是基坐标系下,末端执行器位置和方向的误差。根据机械臂的链式结构特点和式(1)中相邻坐标系误差关系,在基坐标系下,定位误差和各关节结构参数 $X_{1 \times 25} = [\Delta X_1, \Delta X_2, \dots, \Delta X_{25}]$ 的隐式关系如式(6)所示。

$$F(X) = \sum_{i=1}^6 ({}_0^{i-1}T \cdot \delta_{i-1}^i T \cdot {}_0^{i-1}T^{-1}) \quad (6)$$

$$\begin{cases} d_{\Delta x} = \sum_{i=1}^{25} \frac{\partial F_{\delta_{xi}}}{\partial X_i} \Delta X_i = \frac{\partial F_{\delta_{xi}}}{\partial a_0} \Delta a_0 + \dots + \frac{\partial F_{\delta_{xi}}}{\partial d_1} \Delta d_1 + \dots + \frac{\partial F_{\delta_{xi}}}{\partial \alpha_0} \Delta \alpha_0 + \dots + \frac{\partial F_{\delta_{xi}}}{\partial \theta_2} \Delta \theta_2 + \dots + \frac{\partial F_{\delta_{xi}}}{\partial \beta_2} \Delta \beta_2 + \frac{\partial F_{\delta_{xi}}}{\partial \beta_3} \Delta \beta_3 \\ d_{\Delta y} = \sum_{i=1}^{25} \frac{\partial F_{\delta_{yi}}}{\partial X_i} \Delta X_i = \frac{\partial F_{\delta_{yi}}}{\partial a_0} \Delta a_0 + \dots + \frac{\partial F_{\delta_{yi}}}{\partial d_1} \Delta d_1 + \dots + \frac{\partial F_{\delta_{yi}}}{\partial \alpha_0} \Delta \alpha_0 + \dots + \frac{\partial F_{\delta_{yi}}}{\partial \theta_2} \Delta \theta_2 + \dots + \frac{\partial F_{\delta_{yi}}}{\partial \beta_2} \Delta \beta_2 + \frac{\partial F_{\delta_{yi}}}{\partial \beta_3} \Delta \beta_3 \\ d_{\Delta z} = \sum_{i=1}^{25} \frac{\partial F_{\delta_{zi}}}{\partial X_i} \Delta X_i = \frac{\partial F_{\delta_{zi}}}{\partial a_0} \Delta a_0 + \dots + \frac{\partial F_{\delta_{zi}}}{\partial d_1} \Delta d_1 + \dots + \frac{\partial F_{\delta_{zi}}}{\partial \alpha_0} \Delta \alpha_0 + \dots + \frac{\partial F_{\delta_{zi}}}{\partial \theta_2} \Delta \theta_2 + \dots + \frac{\partial F_{\delta_{zi}}}{\partial \beta_2} \Delta \beta_2 + \frac{\partial F_{\delta_{zi}}}{\partial \beta_3} \Delta \beta_3 \\ \delta_{\Delta x} = \sum_{i=1}^{13} \frac{\partial F_{\delta_{xi}}}{\partial X_i} \Delta X_i = \frac{\partial F_{\delta_{xi}}}{\partial \alpha_0} \Delta \alpha_0 + \dots + \frac{\partial F_{\delta_{xi}}}{\partial \theta_2} \Delta \theta_2 + \dots + \frac{\partial F_{\delta_{xi}}}{\partial \beta_2} \Delta \beta_2 + \frac{\partial F_{\delta_{xi}}}{\partial \beta_3} \Delta \beta_3 \\ \delta_{\Delta y} = \sum_{i=1}^{13} \frac{\partial F_{\delta_{yi}}}{\partial X_i} \Delta X_i = \frac{\partial F_{\delta_{yi}}}{\partial \alpha_0} \Delta \alpha_0 + \dots + \frac{\partial F_{\delta_{yi}}}{\partial \theta_2} \Delta \theta_2 + \dots + \frac{\partial F_{\delta_{yi}}}{\partial \beta_2} \Delta \beta_2 + \frac{\partial F_{\delta_{yi}}}{\partial \beta_3} \Delta \beta_3 \\ \delta_{\Delta z} = \sum_{i=1}^{13} \frac{\partial F_{\delta_{zi}}}{\partial X_i} \Delta X_i = \frac{\partial F_{\delta_{zi}}}{\partial \alpha_0} \Delta \alpha_0 + \dots + \frac{\partial F_{\delta_{zi}}}{\partial \theta_2} \Delta \theta_2 + \dots + \frac{\partial F_{\delta_{zi}}}{\partial \beta_2} \Delta \beta_2 + \frac{\partial F_{\delta_{zi}}}{\partial \beta_3} \Delta \beta_3 \end{cases} \quad (8)$$

式中: $\partial F_i / \partial X_i$ 为各个测量值的误差传递系数。

2 关节参数的灰色关联分析

灰色关联分析的理念是通过比较序列曲线的形态相似性来评估它们之间的联系紧密程度。已知机械臂系统关节参数序列 $X = [X_0, X_1, \dots, X_m]$, 其中 $X_i = (x_i(1), x_i(2), \dots, x_i(n))$, m 为序列的数量, N 为重复测量的次数。

机械臂的关节误差序列由标定结果给出, 标定过程需要通过反射球确定机械臂和激光跟踪仪的相对位置, 如图1所示。该过程涉及3个变换矩阵, ${}_B^F T$ 、 ${}_F^T T$ 和 ${}_L^T T$ 。 ${}_L^T T$ 由激光跟踪仪提供, ${}_B^F T$ 代表基坐标系到法兰盘坐标系的变换关系由式(1)的连乘可得, ${}_F^T T$ 是法兰盘和反射球坐标系之间的变换关系, 可视作法兰盘和工具坐标系, 通过多次测量不同位姿下法兰盘位置得到。

针对机械臂关节参数属性的差异性, 需要对特征参数进行无量纲处理, 实现多源异构数据的归一化。

$$x_n = \frac{x - \min(x)}{\max(x) - \min(x)} \quad (9)$$

式中: x 为原始数据; x_n 是归一化后的数据; $\min(x)$ 和

其中, $X_{1 \times 25} = [\Delta a_0 \dots \Delta a_5, \Delta d_1 \dots \Delta d_6, \Delta \alpha_0 \dots \Delta \alpha_5, \Delta \theta_2 \dots \Delta \theta_6, \Delta \beta_2, \Delta \beta_3]$ 。由于 $\Delta \theta_1$ 无实际物理含义因此被视为0。由于 $\Delta \beta_i$ 只存在于两个平行轴之间, 即有, $\Delta \beta_2$ 和 $\Delta \beta_3$ 。

位置和方向误差 $[D_{\Delta} \quad \delta_{\Delta}]^T$ 与几何参数误差 X 之间的显式关系如式(7)所示。

$$\begin{bmatrix} D_{\Delta} \\ \delta_{\Delta} \end{bmatrix} = J_{25 \times 6N} \cdot X = \begin{bmatrix} J_{d, 25 \times 3N} \\ \theta_{12 \times 3N} \quad J_{\delta, 13 \times 3N} \end{bmatrix} \cdot X \quad (7)$$

式中: J_d 和 J_{δ} 是误差系数矩阵; N 是测量次数。机械臂末端位姿的误差可展开为:

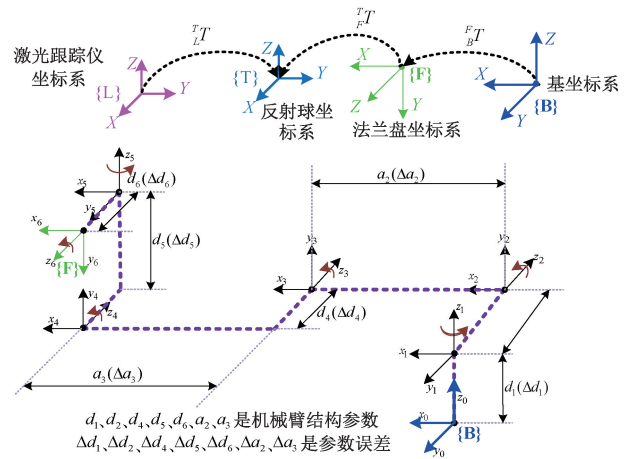


图1 机械臂标定结构图

Fig. 1 Manipulator calibration structure diagram

$\max(x)$ 分别是原始数据的最小值和最大值, 将其他数据按比例映射到 $[0, 1]$ 区间内。

灰色关联度的求解步骤为:

1) 求各序列的初值像。

$$X'_i = X_i / x_i(1) = (x'_i(1), x'_i(2), \dots, x'_i(N)),$$

$i = 0, 1, \dots, m$

(10)

式中: X_i 表示第 i 组关节参数序列。 X'_i 表示初值化后的序列, 定义为 X_i 除以第 1 个序列点 $x_i(1)$ 的值, 初值化后的 $x'_i(N)$ 在第 N 个观测的关节参数值表示为 $x'_i(N) = x_i(N)/x_i(1)$ 。

2) 求各序列初值像与对应参考序列的绝对差值。

$$\Delta_i(k) = |x'_0(k) - x'_i(k)|, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (11)$$

$$\Delta_i = (\Delta_i(1), \Delta_i(2), \dots, \Delta_i(N)) \quad (12)$$

式中: $\Delta_i(k)$ 表示第 i 组序列中第 k 个观测对象的绝对差值; $x'_0(k)$ 是参考序列, $x'_i(k)$ 是对比序列, 两者均由步骤 1) 中求得。

3) 求两级最大差和最小差。

$$\begin{cases} M_x = \max_i \max_k \Delta_i(k) \\ M_n = \min_i \min_k \Delta_i(k) \end{cases} \quad (13)$$

式中: M_x, M_n 分别为绝对差值序列中的最大值和最小值; $k = 1, 2, \dots, N$ 。

4) 求关联系数。

$$\rho_{0i}(k) = \frac{M_n + \xi M_x}{\Delta_i(k) + \xi M_x}, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (14)$$

式中: ξ 为分辨系数, $\xi \in (0, 1)$; ρ_{0i} 称为 X_0 和 X_i 的灰色关联系数; $k = 1, 2, \dots, n$ 。

5) 计算序列的关联度。

$$\rho_{0i} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \rho_{0i}(k), \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (15)$$

式中: 关联系数的平均值即为参考序列和比较序列的灰色关联度。

基于关节参数间相关性分析结果, 可通过方和跟方法对系统随机误差进行综合评估。式(8)是关节参数误差和末端位姿误差之间的函数关系式, 若对测量值均进行 N 次等精度测量, 可得函数随机误差公式如式(16)所示。

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^q \left(\frac{\partial F_i}{\partial X_i} \Delta X_i \right)^2 + 2 \sum_{1 \leq i < j} \rho_{ij} \frac{\partial F_i}{\partial X_i} \frac{\partial F_j}{\partial X_j} \Delta X_i \Delta X_j} \quad (16)$$

式中: q 是单项随机误差的数量; ΔX_i 是第 i 项随机误差的标准差; $\partial F_i / \partial X_i$ 指对应的误差传递参数。

机械臂末端误差评价函数如式(17)~(22)所示。

$$\sigma_{\Delta x} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{25} \left(\frac{\partial F_{\delta_{xi}}}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2 + 2 \sum_{1 \leq i < j} \rho_{ij} \frac{\partial F_{\delta_{xi}}}{\partial x_i} \frac{\partial F_{\delta_{xj}}}{\partial x_j} \Delta x_i \Delta x_j \right)} \quad (17)$$

$$\sigma_{\Delta y} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{25} \left(\frac{\partial F_{\delta_{yi}}}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2 + 2 \sum_{1 \leq i < j} \rho_{ij} \frac{\partial F_{\delta_{yi}}}{\partial x_i} \frac{\partial F_{\delta_{yj}}}{\partial x_j} \Delta x_i \Delta x_j \right)} \quad (18)$$

$$\sigma_{\Delta z} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{25} \left(\frac{\partial F_{\delta_{zi}}}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2 + 2 \sum_{1 \leq i < j} \rho_{ij} \frac{\partial F_{\delta_{zi}}}{\partial x_i} \frac{\partial F_{\delta_{zj}}}{\partial x_j} \Delta x_i \Delta x_j \right)} \quad (19)$$

$$\sigma_{\Delta R_x} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{13} \left(\frac{\partial F_{\delta_{xi}}}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2 + 2 \sum_{1 \leq i < j} \rho_{ij} \frac{\partial F_{\delta_{xi}}}{\partial x_i} \frac{\partial F_{\delta_{xj}}}{\partial x_j} \Delta x_i \Delta x_j \right)} \quad (20)$$

$$\sigma_{\Delta R_y} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{13} \left(\frac{\partial F_{\delta_{yi}}}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2 + 2 \sum_{1 \leq i < j} \rho_{ij} \frac{\partial F_{\delta_{yi}}}{\partial x_i} \frac{\partial F_{\delta_{yj}}}{\partial x_j} \Delta x_i \Delta x_j \right)} \quad (21)$$

$$\sigma_{\Delta R_z} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{13} \left(\frac{\partial F_{\delta_{zi}}}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2 + 2 \sum_{1 \leq i < j} \rho_{ij} \frac{\partial F_{\delta_{zi}}}{\partial x_i} \frac{\partial F_{\delta_{zj}}}{\partial x_j} \Delta x_i \Delta x_j \right)} \quad (22)$$

3 实验验证

在运动学参数标定中, 选择激光跟踪仪作为外部测量设备采集末端实际位姿数据, 实验平台如图 2 所示。测量系统由六轴机械臂 AR5, 激光跟踪仪 AT960SR 和数据采集设备组成。机械臂的最大负载是 5 kg, 重复定位精度 0.02 mm, 工作半径为 815 mm。激光跟踪器反射球的空间测量精度为 15 μm + 6 $\mu\text{m}/\text{m}$ (0.07"), 满足机械臂的标定需求。反射球体使用连接器安装在机器人法兰的中心。通过实时测量反射球的位置, 实现对机械臂位置的跟踪与记录。数据采集完成后, 通过正则化的最小二乘法求解关节参数误差与零位偏置, 并补偿, 以提高理论机械臂模型与实际物理模型的匹配程度。

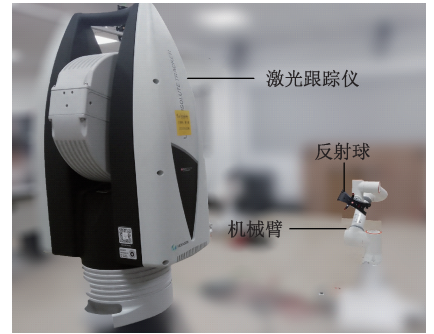


图2 数据采集过程

Fig. 2 Data collection process

标定实验选择 50 组数据求解各参数误差, 结合式(8)可得 X 的取值如表 1 所列。

对表 1 中关节参数误差进行补偿, 可减小机械臂末端位姿误差。利用式(8), 以关节角 $[65.402^\circ, 23.171^\circ, -24.031^\circ, -177.736^\circ, 114.915^\circ, -49.373^\circ]$ 为例, 误差传递系数矩阵分为旋转几何误差和平移几何误差两部分, 即有:

$$J_{\delta, 25 \times 3} = [J_a \quad J_d \quad J_\alpha \quad J_\theta \quad J_\beta]^T \quad (23)$$

$$J_{\delta, 13 \times 3} = [J_\alpha \quad J_\theta \quad J_\beta]^T \quad (24)$$

表1 关节参数辨识结果

Table 1 Results of joint parameter identification

关节	$\Delta\theta_i/(^\circ)$	$\Delta d_i/\text{mm}$	$\Delta a_i/\text{mm}$	$\Delta\alpha_{i-1}/(^\circ)$	$\Delta\beta_i/(^\circ)$
1	-	0.566	0.121	0.022	-
2	-0.013	-0.175	-1.903	-0.024	-
3	0.004	-0.175	-2.631	-0.003	-0.008
4	-0.006	-0.175	-0.920	0.005	-0.002
5	-0.002	0.135	-0.223	0.002	-
6	-0.002	0.758	1.252	0.000	-

在灰色关联分析框架下,本研究设定分辨系数 $\xi=0.5$ 。通过50组实验数据的关节参数序列进行灰色相关系数计算,可得机械臂运动学关节参数的关联矩阵见图3,图3中1~25对应关节参数 $X_1\sim X_{25}$ 。

关节参数的偏差对末端定位和方向影响如图4和5所示,定位误差的单位是毫米(mm),方向误差的单位是角度($^\circ$)。对图表分析可知,不同误差对 x 、 y 、 z 轴定位误差影响存在一定的相似性。对 x 轴定位误差影响较大的是旋转误差 $\Delta\beta_2$ 和 $\Delta\beta_3$,影响最小的是平移误差

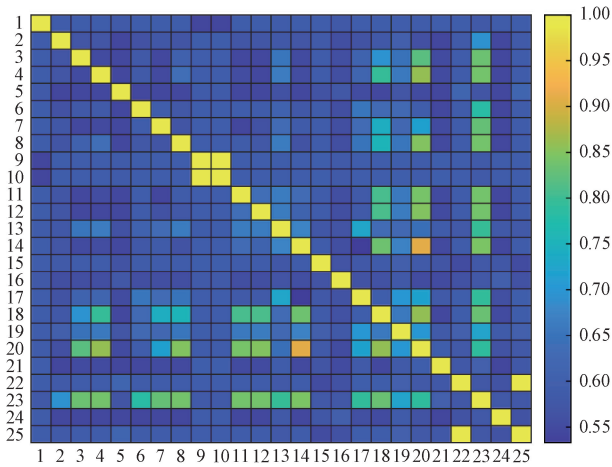
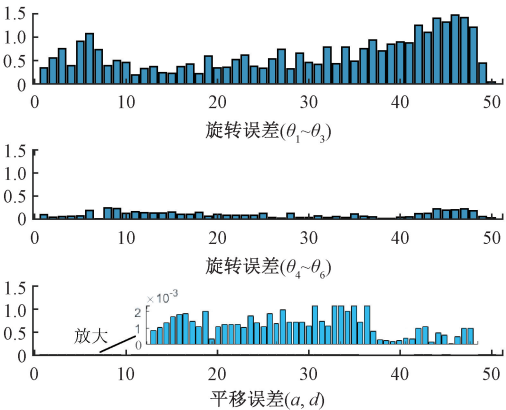


图3 机械臂关节参数的关联度分析

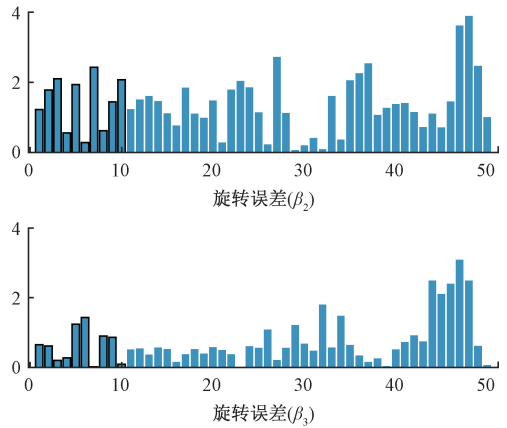
Fig. 3 Correlation analysis of robotic joint parameters

$\Delta a_0\cdots\Delta a_5, \Delta d_1\cdots\Delta d_6$,前三轴的旋转误差 $\Delta\theta_1\sim\Delta\theta_3$ 对定位误差的影响大于后三轴 $\Delta\theta_4\sim\Delta\theta_6$ 。平移误差对 y 轴定位误差影响量级小于其他误差因素,旋转误差 $\Delta\beta_2$ 对 y 轴定位误差的影响最大。旋转误差 $\Delta\theta_1\sim\Delta\theta_6$ 对 z 轴定位误差的影响呈近似均匀分布,影响程度同 x 轴。旋转



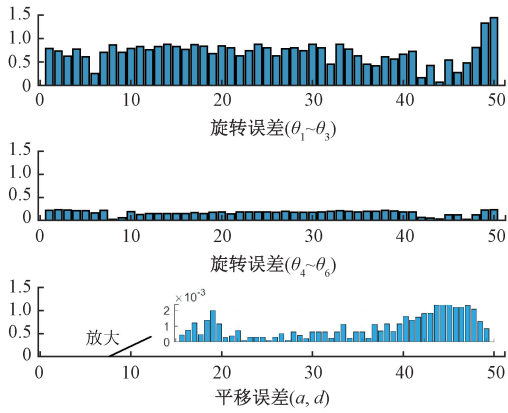
(a) 几何参数误差对x轴定位误差的影响

(a) Effect of geometric parameter errors on x-axis positioning error



(b) 几何参数误差对y轴定位误差的影响

(b) Effect of geometric parameter errors on y-axis positioning error



(c) 几何参数误差对z轴定位误差的影响

(c) Effect of geometric parameter errors on z-axis positioning error

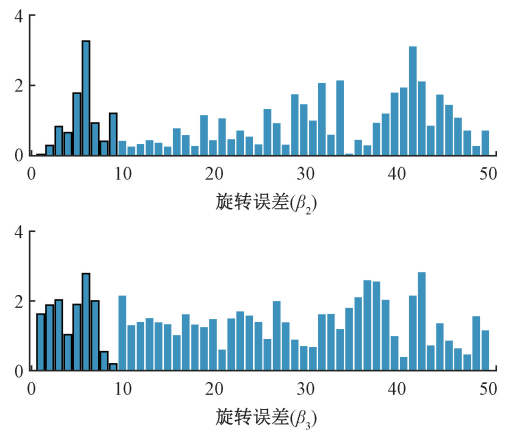


图4 机械臂定位误差的优先级分析

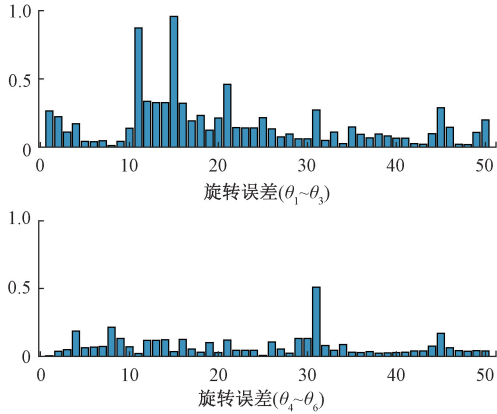
Fig.4 Prioritization of robot positioning errors

误差 $\Delta\beta_2$ 和 $\Delta\theta_1 \sim \Delta\theta_3$ 对 x 轴方向误差影响较大,不同误差组的影响程度差别较小。不同误差组对 y 轴方向误差均在 0.2° 以下, z 轴方向误差分布影响同 y 轴,平移误差 $\Delta a_0 \cdots \Delta a_5, \Delta d_1 \cdots \Delta d_6$ 对 z 轴方向误差小于其他组别。

呈强关联关系的序列组有 $\Delta d_3, \Delta d_4; \Delta\theta_5, \Delta\beta_3$ 和 $\Delta\alpha_1, \Delta\theta_3$, 从侧面映证机械臂关节误差链路存在耦合现象。

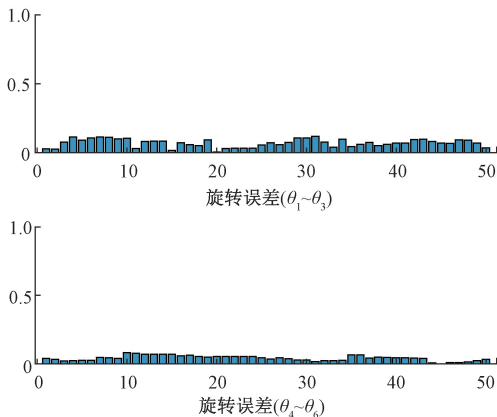
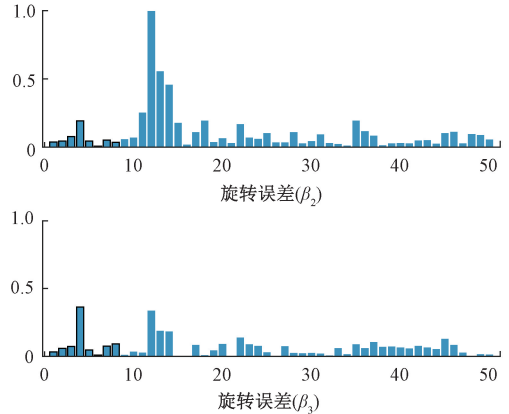
$$\rho(\delta_i, \delta_j) > \rho(d_m, d_n) \quad (25)$$

式中: $i, j \in [13, 25]; m, n \in [1, 12]$ 。



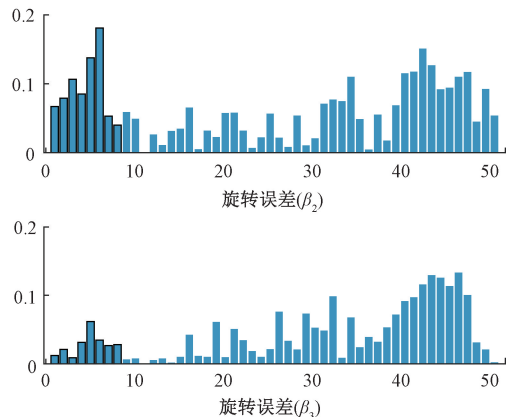
(a) 几何参数误差对x轴方向误差的影响

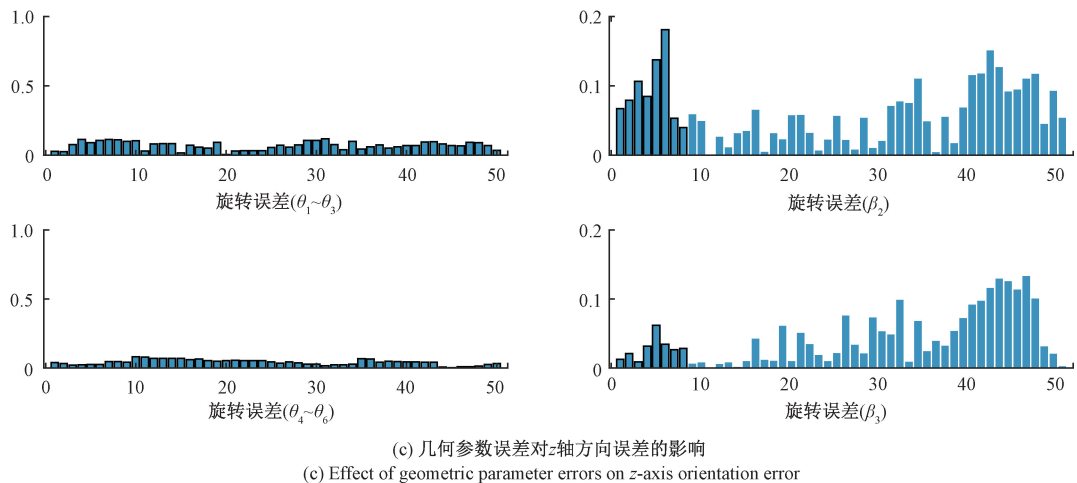
(a) Effect of geometric parameter errors on x-axis orientation error



(b) 几何参数误差对y轴方向误差的影响

(b) Effect of geometric parameter errors on y-axis orientation error





(c) 几何参数误差对z轴方向误差的影响
(c) Effect of geometric parameter errors on z-axis orientation error

图 5 机械臂方向误差的优先级分析

Fig.5 Prioritization of robot orientation errors

在式(25)中,第1~12组为平移误差项,第13~25组为旋转误差项,相较于平移误差,旋转误差的互相关性更高,这表明旋转误差在运动链中的传递链路中具有更强的耦合性。

根据第1章给出的辨识模型进行敏感性分析,分别评估每个几何误差对末端执行器定位误差的影响。随机选取机械臂工作空间内的50组数据分析不同噪声对机械臂定位和方向的影响。

假定旋转误差($\Delta\alpha_0\cdots\Delta\alpha_5,\Delta\theta_2\cdots\Delta\theta_6,\Delta\beta_2,\Delta\beta_3$)为 $0.0573^\circ(0.001\text{ rad})$,平移误差($\Delta a_0\cdots\Delta a_5,\Delta d_1\cdots\Delta d_6$)为 0.001 mm 。通过机械臂模型知, $\Delta\alpha_i(i=1,2,\cdots,6)$ 对末端的影响可以忽略不计,和其他参数的相关性较小,故不分析其对末端误差的影响。按照机械臂的结构特点,将误差分组为T0(旋转误差 $\theta_1\sim\theta_3$),T1(旋转误差 $\theta_4\sim\theta_6$),T2(平移误差 $a_i,d_i,i=1,2,\cdots,6$),T3(旋转误差 β_2),T4(旋转误差 β_3)。

通过对机械臂定位误差和方向误差的分析,可知机械臂关节参数的误差补偿的优先级,如表2所示。误差组对y、z方向的误差影响程度一致,对机械臂的影响程度为 $T3>T4>T0>T1>T2$ 。

表 2 机械臂误差补偿的优先级

Table 2 Prioritization of robot error compensation

误差	T0/(°)	T1/(°)	T2/mm	T3/(°)	T4/(°)
$d_{\Delta x}$	0.640 2	0.099 1	0.000 9	1.390 3	0.771 8
$d_{\Delta y}$	0.343 8	0.109 8	0.002 7	1.398 0	1.486 7
$d_{\Delta z}$	0.702 8	0.218 1	0.000 4	0.957 8	1.433 8
$\delta_{\Delta x}$	0.170 6	0.003 5	0.000 0	0.108 1	0.066 7
$\delta_{\Delta y}$	0.070 9	0.040 1	0.000 0	0.061 6	0.044 0
$\delta_{\Delta z}$	0.070 9	0.040 1	0.000 0	0.061 6	0.044 0

机械臂的末端误差90%来源于关节参数的不准确,以关节角 $[65.402^\circ, 23.171^\circ, -24.031^\circ, -177.736^\circ, 114.915^\circ, -49.373^\circ]$ 为例,利用式(17)~(22)求解关于末端位姿的误差合成结果如表3所示。

表 3 机械臂的位姿误差

Table 3 Position and orientation errors of robot

$\sigma_{\Delta x}/\text{mm}$	$\sigma_{\Delta y}/\text{mm}$	$\sigma_{\Delta z}/\text{mm}$	$\sigma_{\Delta R_x}/(^{\circ})$	$\sigma_{\Delta R_y}/(^{\circ})$	$\sigma_{\Delta R_z}/(^{\circ})$
4.349 1	3.089 0	4.269 1	0.065 0	0.042 7	0.075 0

4 结 论

影响机械臂定位和方向的误差来源主要由各关节的运动学参数组成,包括连杆长度 a ,连杆扭矩 α ,关节角度 θ ,关节平移量 d 和关于y轴的偏移量 β 。本研究主要分析各个关节的运动学参数误差之间的耦合关系及其对位姿参量的影响,建立机械臂误差传递模型并求解参数误差的灰色相关系数,合成末端位姿的误差为 $[4.349\text{ 1 mm}, 3.089\text{ 0 mm}, 4.269\text{ 1 mm}, 0.065\text{ 0}^\circ, 0.042\text{ 7}^\circ, 0.075\text{ 0}^\circ]$ 。同时,量化误差贡献度,显著提升了机械臂标定效率。本文的分析过程未考虑温度漂移,传感器噪声等非几何误差,后续的实验考虑分析非几何误差对机械臂定位和位姿精度的影响。

参考文献

[1] 王金栋,谢成胜,张行健,等. 机器人搭载双目视觉系统下的工件尺寸检测方法研究[J]. 仪器仪表学报, 2025, 46(3): 180-192.
WANG J D, XIE CH SH, ZHANG X J, et al. Research on workpiece size detection method with binocular vision

- system carried by robot[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2025, 46(3): 180-192.
- [2] 梁兆东, 肖永强, 游玮, 等. 工业机器人误差补偿运动学算法设计[J]. 机械设计与制造, 2021(5): 273-275, 280.
- LIANG ZH D, XIAO Y Q, YOU W, et al. Design for errors compensation kinematic algorithm of industrial robot[J]. Machinery Design & Manufacture, 2021(5): 273-275, 280.
- [3] LI ZH B, LI SH, LUO X. An overview of calibration technology of industrial robots[J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2021, 8(1): 23-36.
- [4] 潘松, 梁永锦, 陈雷, 等. 超声电机驱动的激光跟踪平台误差建模与分析[J]. 仪器仪表学报, 2025, 46(1): 93-104.
- PAN S, LIANG Y J, CHEN L, et al. Error modeling and analysis of a laser tracking platform driven by ultrasonic motor[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2025, 46(1): 93-104.
- [5] 汪石农, 程志军, 任超洋, 等. 一种双臂激光测距系统设计和误差分析[J]. 电子测量与仪器学报, 2022, 36(10): 18-25.
- WANG SH N, CHENG ZH J, REN CH Y, et al. Design and error analysis of a two-arm laser ranging system[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2022, 36(10): 18-25.
- [6] 胡明, 郭玉奉, 杨景, 等. 六自由度工业机器人运动学参数辨识[J/OL]. 机械设计与制造, 1-7[2025-06-19].
- HU M, GUO Y F, YANG J, et al. Kinematics parameter identification of six-degree-of-freedom industrial robot[J/OL]. Machinery Design & Manufacture, 1-7[2025-06-19].
- [7] JIANG ZH H, ZHOU W G, LI H, et al. A new kind of accurate calibration method for robotic kinematic parameters based on the extended Kalman and particle filter algorithm[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2018, 65(4): 3337-3345.
- [8] HE J H, GU L F, YANG G L, et al. A local POE-based self-calibration method using position and distance constraints for collaborative robots[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2024, 86: 102685.
- [9] LI X, JIANG W S, LUO Z, et al. Calibration of a manipulator with a regularized parameter identification method[J]. IEEE Access, 2022, 10: 90535-90547.
- [10] LAO D B, QUAN Y B, WANG F, et al. Error modeling and parameter calibration method for industrial robots based on 6-DOF position and orientation[J]. Applied Sciences, 2023, 13(19): 10901.
- [11] LI ZH B, LI SH, LUO X. Efficient industrial robot calibration via a novel unscented Kalman Filter-Incorporated variable step-size Levenberg-Marquardt algorithm[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2023, 72: 1-12.
- [12] JIANG Y, LI T M, WANG L P, et al. Kinematic error modeling and identification of the over-constrained parallel kinematic machine[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2018, 49: 105-119.
- [13] MA CH ZH, YANG D Y, WU T Y, et al. Improving offline reinforcement learning with In-sample advantage regularization for robot manipulation[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2025, 36(6): 11215-11227.
- [14] XU X B, BAI Y H, ZHAO M H, et al. A novel calibration method for robot kinematic parameters based on improved manta ray foraging optimization algorithm[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2023, 72: 1-11.
- [15] PENG J Q, XU W F, WANG F X, et al. A hybrid hand-eye calibration method for multilink cable-driven hyper-redundant manipulators[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2021, 70: 1-13.
- [16] ZHANG D Q, SHEN SH SH, WU J H, et al. Kinematic trajectory accuracy reliability analysis for industrial robots considering intercorrelations among multi-point positioning errors[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2023, 229: 108808.
- [17] 裴雪武, 董绍江, 方能炜, 等. 动态调整灰色关联分析方法在轴承早期退化在线识别中的应用[J]. 仪器仪表学报, 2023, 44(5): 61-70.
- PEI X W, DONG SH J, FANG N W, et al. A dynamically adjustment grey incidence analysis method and its application to online recognition of early degradation of bearing[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2023, 44(5): 61-70.
- [18] 于大程, 朱晨光, 张铭钧. 自主式水下机器人推进器

弱故障辨识方法[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2020, 41(8): 1223-1229.

YU D CH, ZHU CH G, ZHANG M J. The autonomous underwater vehicle thruster weak fault identification based on gray relational theory[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2020, 41(8): 1223-1229.

[19] 蒋文萍, 闵军, 吴其鑫, 等. 灰色关联理论下的移动机器人故障诊断方法研究[J]. 现代电子技术, 2020, 43(12): 165-169.

JIANG W P, MIN J, WU Q X, et al. Method of mobile robot fault diagnosis based on grey correlation theory[J]. Modern Electronics Technique, 2020, 43(12): 165-169.

作者简介



王妍, 2021 年在黄淮学院获得电子信息工程学士学位, 现为中国计量大学计量与测量工程学院在读博士研究生。她的主要研究方向包括复杂环境下测量机器人的路径规划以及机器人定位精度。

E-mail: B23020804003@cjl. edu. cn

Wang Yan received her B. Sc. degree in Electronic Infor-

mation Engineering from the School of Huanghuai in 2021. She is currently pursuing the Ph. D. degree with the College of Metrology and Measurement Engineering. Her main research interests include the path planning for measuring robots in complex environments, the accuracy of robot positioning.



江文松 (通信作者), 2014 年获中国计量学院仪器仪表工程硕士学位, 2018 年获北京航空航天大学仪器仪表工程博士学位。现任中国计量学院计量与测量工程学院硕士生导师。他的主要研究方向包括仪器精度理论、计算机视觉和误差分析。

E-mail: jwensong@cjl. edu. cn

Jiang Wensong (Corresponding author) received the M. Sc. degree in Instrumentation Engineering from China Jiliang University in 2014, and the Ph. D. degree in Instrumentation Engineering from the Beijing University of Aeronautics and Astronautics in 2018. He is currently a master tutor with the College of Metrology and Measurement Engineering, China Jiliang University. His main research interests include the theory of instrumental accuracy, computer vision, and error analysis.