

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2513839

# 结合几何误差模型和神经网络的三坐标测量机 全面误差补偿方法\*

梁健<sup>1</sup>, 封善斋<sup>2</sup>, 甄明吉<sup>2</sup>, 宫鹏飞<sup>2</sup>, 吴斌<sup>1</sup>

(1. 天津大学精密测试技术及仪器全国重点实验室 天津 300072; 2. 海克斯康制造智能技术(青岛)有限公司 青岛 266000)

**摘要:**三坐标测量机作为精密测量与高端制造领域的核心设备,其测量精度受到几何误差和非几何误差的制约。传统基于激光干涉仪的误差补偿方法存在效率低下及补偿模型不完善的问题,难以满足日益提升的测量精度需求。针对上述挑战,提出了一种结合几何误差模型与神经网络的综合误差补偿方法,实现对复杂误差的高效精准补偿。针对几何误差,基于刚体运动学构建误差模型,并采用自适应差分演化算法实现高精度的误差参数辨识;针对非几何误差,设计了一种基于邻域误差特征的新型神经网络,利用多头自注意力机制深入捕捉邻域测量空间中的误差分布特性,相较于传统仅以目标点位置为输入的网络方法显著提升了预测效果。实验结果表明,采用所提方法补偿后,标称精度为 $2.8+L/400\ \mu\text{m}$ 的三坐标测量机最大探测误差降至 $0.35\ \mu\text{m}$ ,长度测量误差为 $0.5+L/400\ \mu\text{m}$ ,较原厂标称数据有明显提升,充分验证了其适用性和实用价值。此外,与传统误差补偿方法相比,所提方法在几何误差和非几何误差上均展现了显著优势,实现了高鲁棒性,高效且准确的全面误差补偿。该方法为三坐标测量机等精密测量设备的误差控制与性能优化提供了切实可行的新途径,具有重要的工程推广意义和广阔的应用前景。

**关键词:**三坐标测量机;误差补偿;几何误差;非几何误差;神经网络

中图分类号: TH711 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 460.35

## Comprehensive error compensation method for coordinate measuring machine based on geometric error model and neural network

Liang Jian<sup>1</sup>, Feng Shanzhai<sup>2</sup>, Zhen Mingji<sup>2</sup>, Gong Pengfei<sup>2</sup>, Wu Bin<sup>1</sup>

(1. State Key Laboratory of Precision Measurement Technology and Instruments, Tianjin University, Tianjin 300072, China;

2. Hexagon Manufacturing Intelligence (Qingdao) Co., Ltd., Qingdao 266000, China)

**Abstract:** Coordinate measuring machines (CMMs), as core equipment in precision measurement and advanced manufacturing, have their measurement accuracy constrained by both geometric and non-geometric errors. Traditional error compensation methods based on laser interferometry suffer from low efficiency and incomplete compensation models, failing to meet the increasingly stringent accuracy requirements. To address these challenges, this paper proposes a comprehensive error compensation approach that integrates geometric error modeling with neural network techniques to achieve efficient and precise correction of complex errors. For geometric errors, an error model is constructed based on rigid body kinematics, and an adaptive differential evolution algorithm is employed to realize high-precision parameter identification. For non-geometric errors, a novel neural network leveraging neighborhood error features is designed, which utilizes a multi-head self-attention mechanism to deeply capture the error distribution characteristics within the measurement space. Compared to traditional networks that rely solely on the target point position as input, the proposed network significantly improves prediction accuracy. Experimental results demonstrate that, after compensation using the proposed method, the maximum probing error of a CMM with a nominal accuracy of  $2.8+L/400\ \mu\text{m}$  is reduced to  $0.35\ \mu\text{m}$ , and the length measurement error is improved to  $0.5+L/400\ \mu\text{m}$ , showing clear enhancement over the factory-specified accuracy and fully validating the method's applicability and practicality. Furthermore, compared with conventional compensation techniques, the proposed approach exhibits significant advantages in

收稿日期: 2025-03-19 Received Date: 2025-03-19

\* 基金项目: 山东省重点研发计划项目(2023CXGC010209)资助

compensating both geometric and non-geometric errors, achieving robust, efficient, and accurate comprehensive error compensation. This method offers a feasible and effective solution for error control and performance optimization in CMMs and other precision measurement instruments, holding substantial engineering significance and broad application prospects.

**Keywords:** coordinate measuring machine; error compensation; geometric error; non-geometric error; neural network

## 0 引言

三坐标测量机(coordinate measuring machine, CMM)作为精密测量领域的核心设备,广泛应用于航空航天、精密制造、汽车工业等高端制造领域<sup>[1]</sup>。随着现代工业对产品质量和制造精度要求的不断提升<sup>[2]</sup>,三坐标测量机的测量精度已成为保障产品合格性的重要环节。然而,三坐标测量机在实际使用过程中会受到多种误差源的影响<sup>[3]</sup>,研究准确且高效的误差补偿方法对提升三坐标测量机的测量精度和可靠性具有重要意义。

根据误差来源,三坐标测量机的误差可分为几何误差和非几何误差两类,其中几何误差占据主导地位。几何误差指由于各部件几何形状、位置关系不准确而引起的误差,其可通过三坐标测量机各轴的直线度、垂直度、旋转角度误差等参数进行建模和表示。当前,几何误差补偿多采用激光干涉仪来配合反射镜来逐项对各个误差分量进行测量<sup>[4-8]</sup>,但该方法测量过程复杂、耗时耗力,严重影响生产效率。新兴的激光跟踪干涉仪因其自动化程度高而得到广泛应用,但现有的参数辨识算法精度不足<sup>[9-11]</sup>,限制了最终的补偿效果。

相较于几何误差,非几何误差影响小而常被忽略。然而,随着三坐标测量机测量精度需求的不断提高,非几何误差也逐渐成为影响测量精度和稳定性的关键因素。非几何误差主要由机械动态特性、结构微小弹性变形等因素引起<sup>[12-14]</sup>。尽管非几何误差最终会引起几何形态的变化,但其复杂的动态特性和非线性行为使其不能被几何误差模型所涵盖。此外,误差源多样且复杂,难以对其进行准确解析建模与有效补偿。近年来,神经网络凭借其强大的非线性拟合能力和对复杂数据模式的自适应学习能力,逐渐被引入到误差补偿领域<sup>[15-19]</sup>。神经网络通过对大量测量数据中的非线性误差分布规律进行学习,能够实现误差的预测<sup>[20-22]</sup>。然而,现有基于神经网络的方法多采用单点位置作为输入,直接映射到补偿值<sup>[23]</sup>。未充分结合误差的空间分布特性,导致模型容易过拟合,补偿效果和鲁棒性较差。

针对上述问题,本研究提出了一种结合几何误差模型与神经网络的三坐标测量机全面误差补偿方法,旨在实现对几何误差和非几何误差的协同补偿,提升三坐标测量机的整体测量精度。该方法包括2个阶段的补偿过

程:1)针对几何误差,利用刚体运动学理论,建立三坐标测量机的运动学模型及几何误差模型,采用基于自适应差分演化算法(adaptive differential evolution with optional external archive, JADE)完成精确的几何误差参数辨识任务,实现对系统性几何误差的高精度补偿。2)针对剩余的非几何误差,设计了一种基于邻域误差特征的非几何误差补偿神经网络(neighborhood-based compensation neural network, NCNN),利用多头注意力机制强大的学习能力,对环境变化、动态特性等复杂误差的空间分布进行学习与预测,进一步提高三坐标测量机的测量精度。

## 1 三坐标测量机的刚体运动学建模

三坐标测量机的运动可视为刚体在三维空间中的运动,其精确建模是实现误差补偿的基础。三坐标测量机主要由4个具有相对运动关系的关键部件组成,分别是工作台、移动桥、滑座和主轴。工件固定于工作台上,可认为二者之间的相对位置关系保持不变。测头安装于主轴末端,认为二者空间位姿相同。因此,三坐标测量机的测量过程可以理解为工作台、移动桥、滑座与主轴依次传递并叠加位姿信息的刚体运动链。

基于常见的FXYZ型移动桥式三坐标测量机建立运动学模型,即工件不做任何运动,测头可沿X、Y、Z这3个方向做第1运动、第2运动和第3运动。如图1所示,其运动链依次由工作台至移动桥、滑座再到主轴,前一个部件的运动将直接影响后续部件的空间位置和姿态。

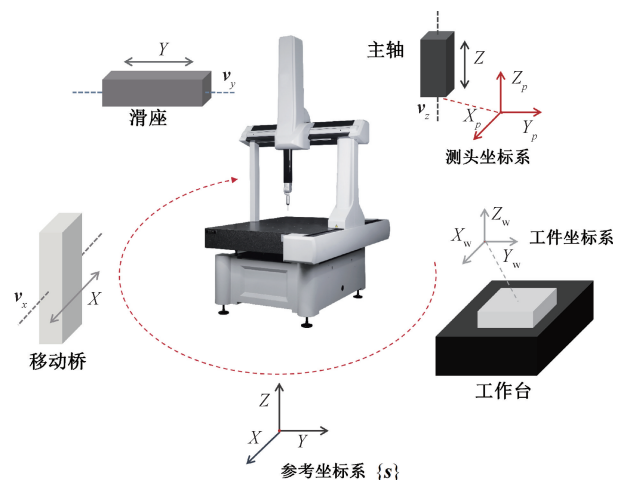


图1 三坐标测量机运动链

Fig. 1 The kinematic chain of CMM

基于刚体运动学建模,可以利用齐次变换矩阵(homogeneous transformation matrix, HTM)来描述各个部件之间的相对运动关系,建立精确的运动学模型。设初始位置4个坐标系的原点重合,则整个运动链可表示为:

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}_W^B \mathbf{T}_B^S \mathbf{T}_S^P \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{T}_W^B$ 、 $\mathbf{T}_B^S$ 、 $\mathbf{T}_S^P$  分别表示从工作台到移动桥、移动桥到滑座、滑座到主轴的齐次变换矩阵,  $\mathbf{T}$  为从工作台到主轴的总变换矩阵。理想情况下,三坐标测量机各部件的运动均只沿着各自的线性轴进行平移运动,但受到装配和零部件本身误差的影响,其应为一个包含平移和旋转的复杂刚体运动,分别可表示为:

$$\mathbf{T}_W^B = \begin{bmatrix} 1 & -\epsilon_{zx} & \epsilon_{yx} & \delta_{xx} + x_0 \\ \epsilon_{zx} & 1 & -\epsilon_{xx} & \delta_{yx} \\ -\epsilon_{yx} & \epsilon_{xx} & 1 & \delta_{zx} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\mathbf{T}_B^S = \begin{bmatrix} 1 & -\epsilon_{zy} & \epsilon_{xy} & \delta_{xy} - y_0 \alpha_{xy} \\ \epsilon_{zy} & 1 & -\epsilon_{xy} & \delta_{yy} + y_0 \\ -\epsilon_{xy} & \epsilon_{xy} & 1 & \delta_{zy} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\mathbf{T}_S^P = \begin{bmatrix} 1 & -\epsilon_{zz} & \epsilon_{yz} & \delta_{xz} - z_0 \alpha_{xz} \\ \epsilon_{zz} & 1 & -\epsilon_{xz} & \delta_{yz} - z_0 \alpha_{yz} \\ -\epsilon_{yz} & \epsilon_{xz} & 1 & \delta_{zz} + z_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中,  $x_0$ 、 $y_0$ 、 $z_0$  分别为三轴各自位移的理论值,  $\delta_{ij}$ 、 $i$ 、 $j = x, y, z$  表示两轴之间的位移误差,  $\epsilon_{ij}$ 、 $i, j = x, y, z$  表示两轴之间的角度误差,由于角度较小,因此公式中用角度值替换了其正弦值,余弦值近似为1。 $\alpha_{xy}$ 、 $\alpha_{xz}$ 、 $\alpha_{yz}$  表示三轴之间的垂直度误差。

## 2 几何误差补偿

针对传统基于激光干涉仪的参数测量方法效率低的问题,利用激光跟踪干涉仪实现自动化测量,并提出一种基于自适应差分演化算法<sup>[24]</sup>的高精度误差辨识方法,从而有效实现三坐标测量机的几何误差补偿。

三坐标测量机各部件几何误差在多级运动链中逐级传递和累积,导致末端实际位置与理论值出现偏差。通过建立末端位置偏差与几何误差参数之间的映射关系,借助激光跟踪干涉仪对测量末端位置进行高精度测量,构建数学方程,进而求解几何误差参数,最终实现几何误差补偿。

设测量末端在主轴坐标系下的坐标为  $\mathbf{P} = [x_p, y_p, z_p]^T$ , 经三轴运动后其在工作台坐标系下理想位置为:

$$\mathbf{P}_{ideal} = \begin{bmatrix} x_p + x_0 \\ y_p + y_0 \\ z_p + z_0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

受到几何误差的影响,其实际位置为:

$$\mathbf{P}_{actual} = \mathbf{T}_W^B \mathbf{T}_B^S \mathbf{T}_S^P \mathbf{P} = \mathbf{TP} \quad (6)$$

因此,各轴几何误差参数与末端偏差之间的关系可表示为:

$$\Delta \mathbf{P} = \mathbf{T}_W^B \mathbf{T}_B^S \mathbf{T}_S^P \mathbf{P} - \mathbf{P}_{ideal} = f(\mathbf{P}_{ideal}, \boldsymbol{\theta}) \quad (7)$$

其中,  $f(\ast)$  为三坐标测量机的几何误差映射函数,  $\boldsymbol{\theta}$  为待辨识的几何误差参数。通过控制 CMM 沿特定路径移动,利用激光跟踪干涉仪对末端位置进行实时测量,得到的方程组为:

$$\begin{cases} \Delta \mathbf{P}_{ideal,1} = \mathbf{T}_W^B \mathbf{T}_B^S \mathbf{T}_S^P \mathbf{P} - \mathbf{P}_{actual,1} \\ \Delta \mathbf{P}_{ideal,2} = \mathbf{T}_W^B \mathbf{T}_B^S \mathbf{T}_S^P \mathbf{P} - \mathbf{P}_{actual,2} \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{P}_{ideal,N} = \mathbf{T}_W^B \mathbf{T}_B^S \mathbf{T}_S^P \mathbf{P} - \mathbf{P}_{actual,N} \end{cases} \quad (8)$$

在21项几何误差中,3项垂直度误差为位置无关误差,其他18项均为位置相关误差,为便于分析和求解,定义位置相关误差的位置变化函数为:

$$E_k(\mathbf{u}) = E_k(\mathbf{u}; \mathbf{A}_k) = a_0 + a_1 u + a_2 u^2 + \cdots + a_n u^n \quad (9)$$

其中,  $\mathbf{u}$  表示特定轴的移动位置,  $E_k(\mathbf{u})$  表示该轴位置  $\mathbf{u}$  处的第  $k$  个误差分量的值,  $\mathbf{A}_k$  表示  $E_k(\ast)$  的参数值  $\{a_0, a_1, \dots, a_n\}$ ,  $n$  表示多项式的阶数。

由于误差参数具有位置相关性且误差项之间存在耦合关系,实际由式(8)得到的方程参数数量较大且结构更为复杂。采用传统最小二乘法进行求解时,不仅计算资源消耗较大,求解效率也较低,且容易导致参数辨识出现较大偏差。作为一种群体智能优化算法, JADE 通过动态调节缩放因子和交叉概率等关键参数,实现了对搜索过程的自适应控制,从而在全局探索与局部精细搜索之间达到良好平衡。因此, JADE 特别适合用于解决几何误差参数辨识中所面临的高维、复杂优化问题,能够有效避免陷入局部最优,显著提升参数辨识的精度与收敛速度。

在 JADE 算法初始化阶段对每个个体  $\mathbf{x}_i$  进行编码,编码形式为:

$$\mathbf{x}_i = [\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \dots, \mathbf{A}_{18}, \alpha_{xy}, \alpha_{xz}, \alpha_{yz}], \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (10)$$

所有的个体构成一个种群,种群大小为  $N$ 。每个个体的初始值通过最小二乘法进行估计,并在此基础上添加小范围的随机扰动,以增强种群多样性。

定义最优化目标函数为:

$$F(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \|f(\mathbf{x}; \mathbf{P}_{ideal,i}, n) - \mathbf{P}_{actual,i}\|^2 \quad (11)$$

JADE 算法通过变异、交叉和选择操作不断迭代优化

几何误差参数,使目标函数值达到最小。其核心操作为:

1) 变异操作,生成变异个体:

$$v_i = x_r + K \times (x_s - x_t) \quad (12)$$

其中,  $x_r, x_s, x_t$  为种群中的 3 个不同个体。 $K$  为缩放因子,用于决定变异向量的放大倍数,并控制个体探索的步幅大小。JADE 通过记录历史上成功的  $K$  值,利用某种概率分布动态生成下一代  $K$  值,使参数更贴合当前搜索环境。

2) 交叉操作,根据交叉概率  $CR$  生成试验个体:

$$u_i = \begin{cases} v_i, & \text{rand}(0,1) \leq CR \\ x_i, & \text{其他} \end{cases} \quad (13)$$

$CR$  决定变异向量与目标向量进行基因交换的概率。JADE 基于成功率来自适应调整  $CR$  参数,确保搜索空间的有效探索,保障多样性和收敛速度的平衡。

3) 选择操作,对比目标函数值,保留误差最小的个体进入下一代,即:

$$x_i^{(t+1)} = \begin{cases} u_i, & f(u_i) \leq f(x_i) \\ x_i, & \text{其他} \end{cases} \quad (14)$$

重复上述操作直至满足终止条件,此时的最佳个体  $x^*$  即为模型最优解,进一步可求得三坐标测量机的全部几何误差参数,并根据式 (6) 实现精确的几何误差补偿。

### 3 非几何误差补偿

传统基于神经网络的误差补偿方法通常以测量点位置作为输入,补偿值作为输出,直接建立两者间的映射关系。然而,这类方法未充分考虑误差的分布特性,且位置与补偿值之间缺乏明确的映射关系,极易容易导致模型过拟合。实际上,目标点所在邻域的误差信息能够有效反映该区域的误差分布特征,因此,目标点的非几何误差补偿值可以基于其局部邻域内的误差模式及变化趋势进行预测,这为构建基于邻域特征的误差补偿模型提供了理论支持。基于此,提出了一种结合局部邻域特征与自注意力机制的非几何误差补偿神经网络,该网络利用目标点周围邻域的误差特征作为补偿值预测的依据,帮助模型深入挖掘误差的空间分布规律,进而实现更高的补偿精度与更强的鲁棒性。

NCNN 的输入模式如图 2 左侧所示,首先通过借助外部高精度定位装置对整个测量空间中的部分点进行标定,从而得到测量空间内的误差分布信息。这些标定将整个测量空间分割为各个子块,每个测量点根据其空间坐标映射到对应子块。每个子块内的误差分布特点由其 8 个顶点的补偿向量来表征,这些顶点补偿向量被作为输入传入神经网络,用以预测目标点的补偿向量。

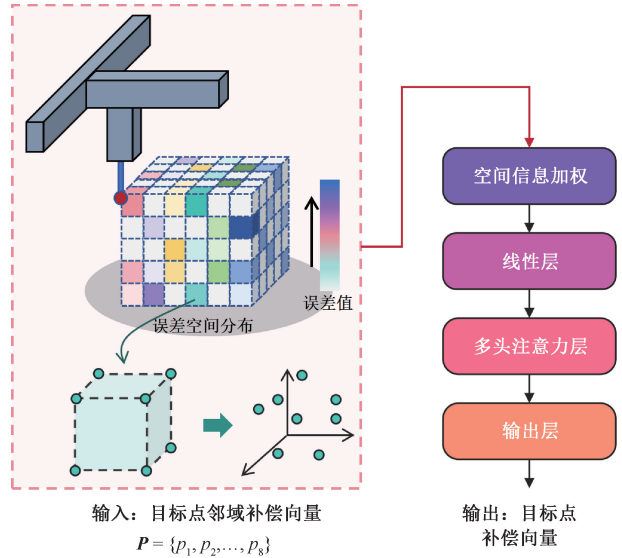


图 2 NCNN 的整体结构

Fig. 2 The structure design diagram of NCNN

NCNN 的整体结构如图 2 右侧所示,NCNN 首先利用空间信息加权模块计算目标点与相邻 8 个顶点之间的欧氏距离,并利用高斯函数将距离转换为自适应权值,实现空间信息与邻域补偿信息的动态融合。随后,融合后的输入经过线性变换层和多头自注意力层映射到高维特征空间,以编码和提取丰富的误差特征,最终通过输出层生成目标点的精确补偿向量预测结果。

设输入数据为  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_8\}$ , 其中  $p_i \in R^3$  为第  $i$  个顶点的补偿向量,表示为  $p_i = [x_i, y_i, z_i]^T$ 。考虑到误差的空间特性,邻域内不同点对补偿任务的贡献存在差异,距离目标点越近的点,其参考价值更高。基于此,通过目标点在子块中的相对位置对输入向量进行空间信息加权,确保距离较近的对补偿预测的贡献更大,具体加权表达式为:

$$w_i = \exp\left(-\frac{\|p_i - p_t\|_2}{2\sigma^2}\right) \quad (15)$$

其中,  $p_t$  为输入待补偿点的空间位置,  $\sigma$  用于控制加权的平滑程度。

NCNN 以多头自注意力层作为核心特征提取模块。多头自注意力机制<sup>[25]</sup>可并行关注误差特征的多个子空间维度,有效捕捉不同尺度及空间方向上的误差相关性。这一机制使网络能够强化关键误差特征,从而深入学习误差空间分布和邻域信息与目标补偿值之间的复杂关系,提升非几何误差的预测精度。多头自注意力层计算过程如图 3 所示。

设经线性层初步处理后得到的高维向量为  $X'$ , 多头注意力层的计算过程为:

$$\begin{cases} \mathbf{Q}_i = \mathbf{W}_q^i \mathbf{X}' \\ \mathbf{K}_i = \mathbf{W}_k^i \mathbf{X}' \\ \mathbf{V}_i = \mathbf{W}_v^i \mathbf{X}' \end{cases} \quad (16)$$

$$\mathbf{Z}_i = \text{Attention}(\mathbf{Q}_i, \mathbf{K}_i, \mathbf{V}_i) = \text{softmax}\left(\frac{\mathbf{Q}_i \mathbf{K}_i^T}{\sqrt{d_k}}\right) \mathbf{V}_i \quad (17)$$

$$\mathbf{Z}_{multi} = \text{Concat}([\mathbf{Z}_1, \mathbf{Z}_2, \dots, \mathbf{Z}_h]) \quad (18)$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{Z}_{multi} \mathbf{W}_o + b_o \quad (19)$$

其中,  $\mathbf{W}_q, \mathbf{W}_k, \mathbf{W}_v, \mathbf{W}_o$  均为线性矩阵,  $b_o$  为偏置,  $i=1, 2, \dots, h$  表示第  $i$  个自注意力头,  $h$  为自注意力头总数,  $\mathbf{Y}$  为多头自注意力层的输出。最后,  $\mathbf{Y}$  经输出层进行降维处理后得到预测的补偿向量。

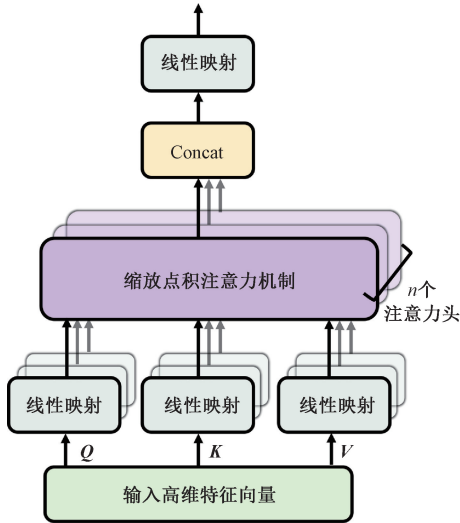


图3 多头自注意力层计算过程

Fig. 3 Operation process of multi-head self-attention layer

## 4 实验验证

为验证所提出的基于几何误差模型与神经网络的全面误差补偿方法的有效性,本研究搭建实验平台进行充分测试。实验选用 Hexagon Inspector S 三坐标测量机,其测量空间大小为  $800 \text{ mm} \times 600 \text{ mm} \times 600 \text{ mm}$ ,标称精度为  $2.8 + L/400 \text{ } \mu\text{m}$ ;激光跟踪干涉仪选用 Etalon Laser TRACER-NG,不确定度为  $0.05 \text{ } \mu\text{m} + 0.3 \text{ } \mu\text{m} / \text{m}$ ;测试环境温度  $20^\circ\text{C} \pm 0.2^\circ\text{C}$ 。实验所用计算平台配置为 Windows 11, Intel i7-10870H CPU, NVIDIA GeForce RTX 2070 GPU。实验过程如图4所示。

### 4.1 几何误差补偿实验

实验时设定三坐标测量机的运动轨迹,并使激光跟踪干涉仪实时测量其末端靶镜的空间位置,采集几何误

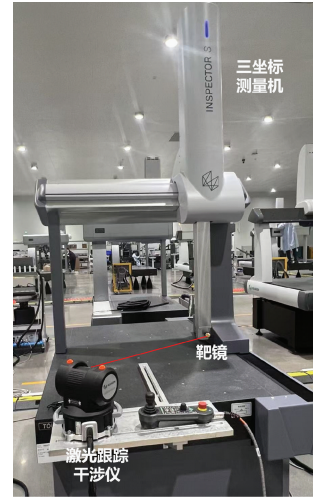


图4 实验过程

Fig. 4 The process of experiments

差补偿实验数据。设定的运动轨迹如图5所示,其中测量空间内部的轨迹为在末端安装偏置杆后的设定的运动轨迹。

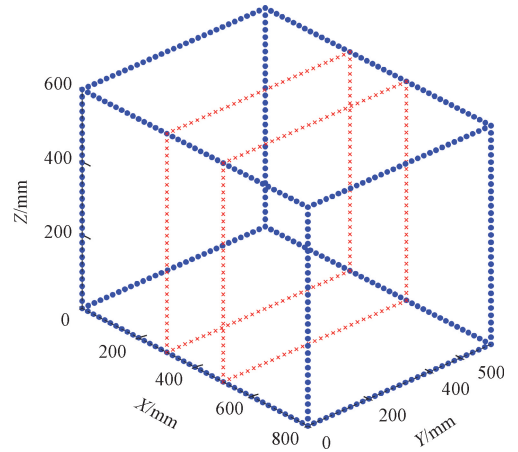


图5 三坐标测量机设定运动轨迹

Fig. 5 The motion trajectory of the CMM

利用激光跟踪干涉仪获取的三坐标测量机末端的实际空间位置,与其理论位置共同构成样本数据集,从而建立式(8)所对应的方程组。末端位置误差的测量结果如图6所示,图6中颜色映射表示各点的位置误差大小,颜色由深至浅,代表误差值从小到大。根据第2章中提出的方法进行几何误差参数辨识,参数辨识结果如图7所示。

为评估补偿效果,定义各点经几何误差补偿后的残余偏差  $\mathbf{E}_{res,i}$  为:

$$\mathbf{E}_{res,i} = \|\mathbf{P}_{tracer,i} - \mathbf{T}_i^* \mathbf{P}_i\|_2 \quad (20)$$

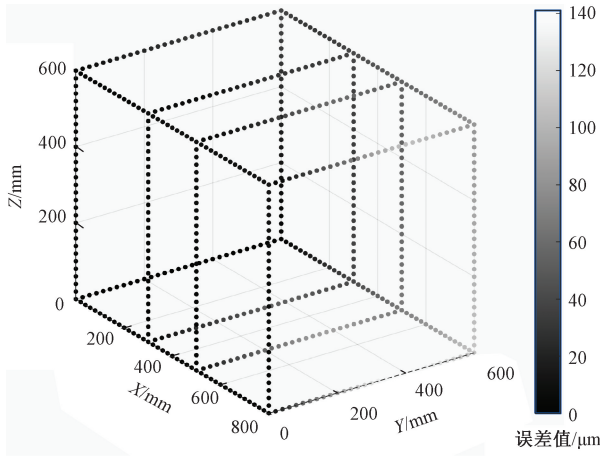
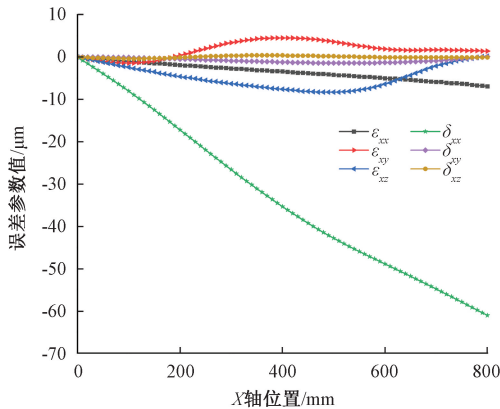


图 6 末端位置误差测量结果

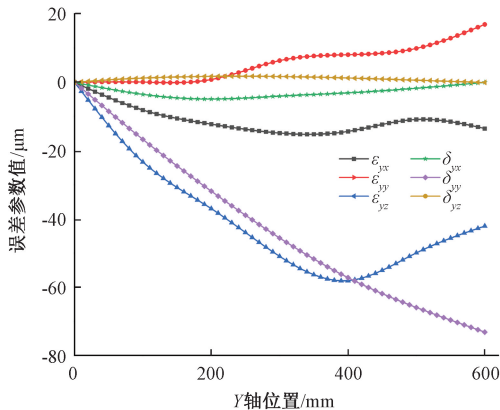
Fig. 6 End position error measurement results

其中,  $P_{tra cer, i}$  表示由激光跟踪干涉仪所测量的位置坐标,  $T_i^*$  表示由辨识得到的几何误差参数所组成的坐标变换矩阵。各点的计算偏差如图 8 所示, 结果表明, 算法最大偏差为  $2.2943 \mu\text{m}$ , 完成初步的几何误差补偿。



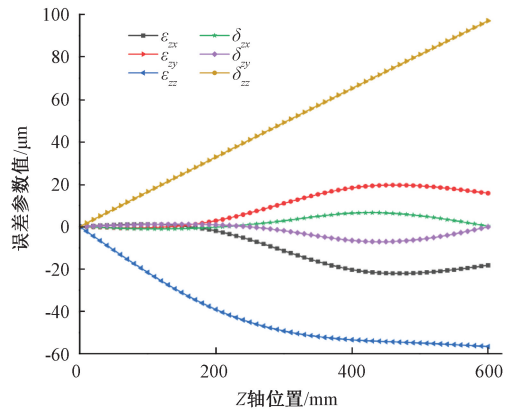
(a) X轴参数辨识结果

(a) X-axis parameter identification results



(b) Y轴参数辨识结果

(b) Y-axis parameter identification results



(c) Z轴参数辨识结果

(c) Z-axis parameter identification results

图 7 几何误差参数辨识结果

Fig. 7 Geometric error parameter identification results

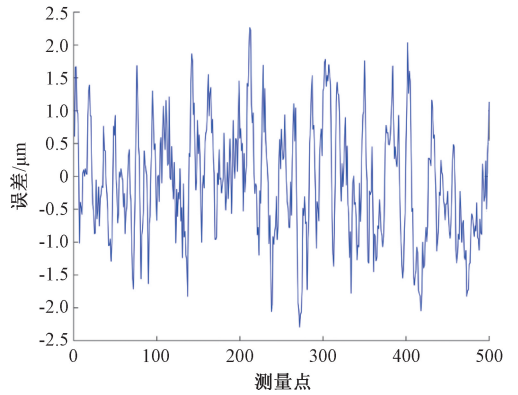


图 8 各测量点偏差

Fig. 8 The residual error of each measured point

### 4.2 非几何误差补偿实验

在几何误差补偿的基础上, 认为剩余的误差主要为非几何误差, 基于第 3 章所提方法搭建 NCNN 来进行三坐标测量机的非几何误差补偿。在测量空间中随机选择 1 000 个点, 并利用激光跟踪干涉仪测量其实际位置, 与三坐标测量机提供的坐标相比较, 得到训练所用数据集。数据集被划分为训练集、验证集和测试集, 三者比例为 7:2:1。

训练过程采用了标准的监督学习方法, 目标是 minimized 预测补偿向量与真实补偿向量之间的均方误差 (mean squared error, MSE)。优化器选择 Adam 优化器, 初始学习率设为  $1 \times 10^{-3}$ , 并采用学习率衰减策略, 批次大小设置为 32, 最大训练轮数为 100。

训练完成后, 在测试集上对模型进行了评估。为验证本文方法的创新性和有效性, 设计与传统基于深度学习的误差补偿方法的对比实验, 所有模型均在相同数据集上训练并验证。测试结果均以均方误差 (mean square

error, MSE) 和平均绝对误差 (mean absolute error, MAE) 为指标, 汇总如表 1 所示。

表 1 模型对比实验

Table 1 Model comparison experiment

模型	MSE	MAE
NCNN	<b>0.324 9</b>	<b>0.410 4</b>
遗传粒子群算法 <sup>[17]</sup>	5.321 1	2.159 4
残差网络模型 <sup>[15]</sup>	3.346 5	1.946 5
深度信念网络模型 <sup>[16]</sup>	2.892 6	1.783 6

图 9 则展示了测试集中各目标点补偿向量在 X、Y、Z 这 3 个分量上的预测值与真实值的对比。

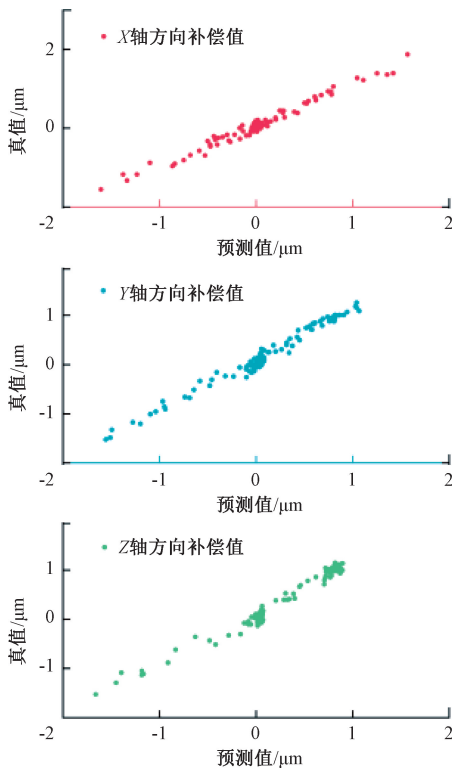


图 9 非几何误差补偿向量预测结果

Fig. 9 Prediction results of non-geometric error compensation vector

实验结果表明, 本研究提出的 NCNN 能够有效完成非几何误差补偿任务, 各项性能指标明显优于对比方法。相比传统方法中最优的 Wang 等<sup>[16]</sup>的方法, 本文在 MSE 指标上降低了 2.549 7, MAE 降低了 1.373 2。取得了数量级上的优势。原因在于传统方法仅将目标

点位置作为输入, 补偿向量作为输出, 难以捕捉两者间复杂的映射关系, 导致补偿效果欠佳, 难以满足三坐标测量机高精度补偿的需求。相反, NCNN 通过引入邻域误差特征作为输入, 有效挖掘局部误差分布与目标补偿向量之间的内在联系, 显著提升了模型的鲁棒性和预测准确性。

#### 4.3 精度验证试验

将整个误差补偿方法在三坐标测量机上进行实际应用, 利用几何误差补偿参数计算出坐标测量机测量空间内的几何误差补偿向量, 并整理为一个三维补偿表, 嵌入到 CMM 控制器的固件中, 实现对几何误差的实时校正。鉴于 CMM 控制器硬件资源有限, 非几何误差补偿网络则部署于上层软件平台以保证计算效率。

在测量运行过程中, 来自光栅尺系统的原始位置读数首先传递至控制器, 依托内部补偿表进行几何误差补偿。随后, 几何补偿后的坐标数据上传至上位机软件平台, 执行非几何误差补偿, 获取最终的补偿坐标数据。

为验证误差补偿方法的有效性, 依据 ISO 10360 标准对补偿后的三坐标测量机进行精度评估。长度测量误差通过沿 7 个空间方向 (包括 X、Y、Z 轴及 4 条对角线) 测量多组标准量块实现。每个方向测试 5 种不同长度的量块, 每种量块重复测量 3 次。单次测量误差定义为测量长度与标准量块标称值的差异。总体长度测量最大允许误差 (maximum permissible error for length measurement,  $MPE_L$ ) 为所有量块尺寸及重复测量中所观测到的最大绝对误差。探测误差通过在标准球表面均匀分布采样 25 点进行评估。基于采集的探测数据计算标准球直径, 最大测量偏差即定义为测头最大允许误差 (maximum permissible error for probing,  $MPE_p$ ), 同时也表示探测误差。

测试所用的坐标测量机使用 Hexagon HP-S-X1S 扫描探头, 标准球和量块的不确定度分别为  $0.03 \mu\text{m}$  和  $0.07 + L/4\ 000 \mu\text{m}$ , 测试结果如表 2 所示。

此外, 分别在未补偿和补偿状态下进行了长度测量误差对比试验, 试验过程中保持量块的放置位置与方向一致。测量结果如图 10 所示, 其中正方形标记的线与三角形标记的线分别代表补偿前后的测量误差表现。

测试结果显示, 经本研究所提出的误差补偿方法补偿后的三坐标测量机的最大探测误差  $MPE_p$  为  $0.35 \mu\text{m}$ , 长度测量误差  $MPE_L$  满足  $0.5 + L/400 \mu\text{m}$ , 较原标称精度  $2.8 + L/400 \mu\text{m}$  有了显著的提升。相比之下, 未经补偿时的长度误差最大超过  $50 \mu\text{m}$ , 有力验证了本方法在提高 CMM 测量精度方面的显著效果。

表 2 精度测试结果  
Table 2 Accuracy test results

测试项	标称值/mm	偏差/ $\mu\text{m}$			测试项	标称值/mm	偏差/ $\mu\text{m}$		
量块 X 轴	19.993 2	0.19	0.04	0.03	量块 对角线 2	19.993 2	-0.18	-0.16	-0.07
	100.017 7	0.02	0.04	-0.11		100.017 7	-0.19	-0.18	-0.15
	179.989 5	0.19	0.03	0.09		179.989 5	-0.32	-0.22	-0.28
	260.038 8	0.01	0.01	-0.05		260.038 8	-0.31	-0.24	-0.27
	340.017 9	0.10	0.04	0.19		340.017 9	-0.45	-0.38	-0.30
	420.000 0	0.24	0.20	0.16		420.000 0	-0.37	-0.48	-0.44
量块 Y 轴	19.993 2	0.08	0.03	0.03	量块 对角线 3	19.993 2	-0.08	-0.20	-0.15
	100.017 7	-0.19	-0.18	-0.19		100.017 7	-0.16	-0.10	-0.06
	179.989 5	-0.10	-0.07	-0.15		179.989 5	-0.39	-0.45	-0.33
	260.038 8	-0.38	-0.25	-0.25		260.038 8	-0.27	-0.25	-0.27
	340.017 9	-0.32	-0.20	-0.31		340.017 9	-0.21	-0.29	-0.25
	420.000 0	-0.38	-0.19	-0.20		420.000 0	-0.22	-0.23	-0.22
量块 Z 轴	19.993 2	-0.17	-0.12	-0.02	量块 对角线 4	19.993 2	-0.15	-0.08	-0.04
	100.017 7	-0.03	-0.05	-0.14		100.017 7	-0.12	-0.11	-0.18
	179.989 5	-0.22	-0.21	-0.35		179.989 5	-0.35	-0.39	-0.31
	260.038 8	-0.17	-0.19	-0.25		260.038 8	-0.36	-0.29	-0.35
	340.017 9	-0.30	-0.20	-0.08		340.017 9	-0.34	-0.36	-0.36
	420.000 0	-0.21	-0.28	-0.35		420.000 0	-0.45	-0.44	-0.42
量块 对角线 1	19.993 2	-0.03	-0.09	0.02	标准球	29.973 60	0.19	0.19	0.15
	100.017 7	-0.19	-0.15	-0.18		29.973 74	0.27	0.20	0.12
	179.989 5	-0.26	-0.18	-0.15		29.973 69	0.24	0.17	0.15
	260.038 8	-0.35	-0.19	-0.49		29.973 77	0.26	0.35	0.24
	340.017 9	-0.57	-0.45	-0.44					
	420.000 0	-0.57	-0.48	-0.58					

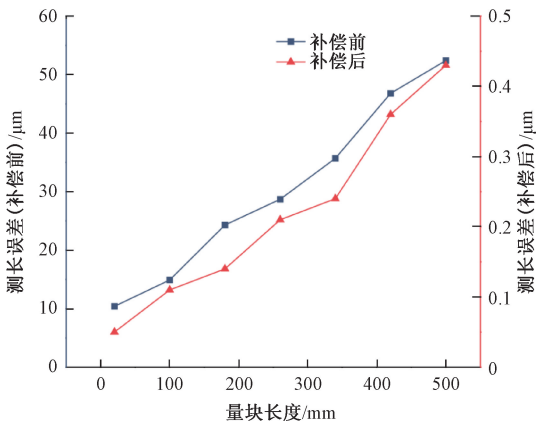


图 10 补偿前后长度测量误差对比实验结果

Fig. 10 Comparison experiment result of length measurement error before and after compensation

## 5 结 论

针对现有三坐标测量机误差补偿方法效率低、精度低的问题,本研究提出了一种结合几何误差模型与神经网络创新性误差补偿方法,实现了几何误差与非几何误差的全面、高鲁棒性、高精度补偿。本研究的主要贡献可总结为 3 个方面:

1) 基于刚体运动学理论,系统性的阐述和构建了三坐标测量机的几何误差模型,并应用自适应差分演化算法对误差参数进行精准辨识。该方法有效提高了几何误差补偿的效率和精度,为三坐标测量机的精度校验过程提供了更为可靠的误差修正手段。

2) 设计了一种基于邻域误差特征的神经网络(NCNN),该网络将邻域误差信息作为输入,借助多头注



意力机制高效的学习测量空间中的误差分布特性,实现非几何误差补偿向量的精准预测。

3) 在三坐标测量机的实验平台上,本研究提出的误差补偿方法的有效性得到了充分验证。实验结果表明,采用该方法后的 CMM 最大探测误差降至  $0.35 \mu\text{m}$ ,长度测量误差为  $0.5+L/400 \mu\text{m}$ ,较标称精度和传统补偿方法均有显著提高。

## 参考文献

- [1] 周亮,王振环,孙东辰,等. 现代精密测量技术现状及发展[J]. 仪器仪表学报, 2017, 38(8): 1869-1878.  
ZHOU L, WANG ZH H, SUN D CH, et al. Current status and development of modern precision measurement technology[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2017, 38(8): 1869-1878.
- [2] 谭久彬. 超精密测量是支撑光刻机技术发展的基石[J]. 仪器仪表学报, 2023, 44(3): 1-7.  
TAN J B. Ultra-precision measurement: The cornerstone of the lithography development[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2023, 44(3): 1-7.
- [3] JODAR J, FRANCO P. Equivalent error based modelling for prediction and analysis of measuring accuracy in 3-axis FXYZ coordinate measuring machines from position, repeatability and reversibility errors[J]. International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, 2025, 26(1): 67-80.
- [4] LAU K, MA Q, CHU X, et al. An advanced 6-degree-of-freedom laser system for quick CNC machine and CMM error mapping and compensation[J]. 4th International Conference Laser Metrology and Machine Performance (LAMDAMAP999), 1999: 421-434.
- [5] TRBAC B, RANISAVLJEV M, OROSNJAK M, et al. Unsupervised machine learning application in the selection of measurement strategy on coordinate measuring machine[J]. Advances in Production Engineering and Management, 2024, 19(2): 125-134.
- [6] PENG W CH, HUANG J F, LONG D F, et al. Measurement and identification method for geometric errors of the linear axis based on laser interferometer optimal measurement parameters method[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2023, 237(17): 4051-4061.
- [7] NIU P, CHENG Q, CHEN CH H, et al. An approach for crucial geometric error analysis and accuracy enhancement of gantry milling machines based on generalized correlation sensitivity[J]. Journal of Manufacturing Processes, 2024, 119: 401-413.
- [8] ZHANG X P, ZHANG X J, ZHANG X, et al. A LS-SVM method for CMM geometric error identification based on spatially integrated measurement[J]. Measurement, 2025, 242: 115952.
- [9] ZHA J, ZHANG H J. Geometric error identification of gantry-type CNC machine tool based on multi-station synchronization laser tracers[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2024, 37(1): 1-13.
- [10] 陈洪芳,高毅,王帼媛,等. 基于区间层次分析法的三坐标测量机精度分配方法[J]. 仪器仪表学报, 2023, 44(4): 163-171.  
CHEN H F, GAO Y, WANG G Y, et al. Accuracy allocation method for coordinate measuring machines based on interval analytic hierarchy process[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2023, 44(4): 163-171.
- [11] ZHU SH W, DING G F, QIN SH F, et al. Integrated geometric error modeling, identification and compensation of CNC machine tools[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2012, 52(1): 24-29.
- [12] XU SH, JIA X H, LIU J Y, et al. Hierarchical compensation of robot positioning error: Addressing geometric and non-geometric influences[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2025, 74: 1-15.
- [13] JIA B Q, PAN H H, CAI Y K, et al. Enhancing the absolute positioning accuracy of welding robots based on joint error compensation[J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2025, 158: 111302.
- [14] ZHANG SH L, WANG SH, JING F SH, et al. A sensorless hand guiding scheme based on model identification and control for industrial robot[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2019, 15(9): 5204-5213.
- [15] YANG W Y, LI SH, LI ZH B, et al. Highly accurate manipulator calibration via extended Kalman filter-incorporated residual neural network[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2023, 19(11): 10831-10841.
- [16] WANG W, TIAN W, LIAO W H, et al. Error compensation of industrial robot based on deep belief network and error similarity[J]. Robotics and Computer Integrated Manufacturing, 2022, 73: 102220.
- [17] LI B, TIAN W, ZHANG CH F, et al. Positioning error compensation of an industrial robot using neural networks and experimental study[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2022, 35(2): 346-360.

- [18] GAO Y Q, SHI D X, LI R H, et al. Gyro-Net: IMU gyroscopes random errors compensation method based on deep learning [J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2022, 8(3): 1471-1478.
- [19] ZHANG H, ZHU X, YANG M, et al. A deep learning approach for pose error prediction in parallel robots[J]. Measurement, 2025, 242: 115815.
- [20] 李涵,胡少兵,程为彬. CPSO 优化 BP 网络的 MEMS 陀螺随机误差补偿[J]. 电子测量与仪器学报, 2024, 38(11): 228-234.
- LI H, HU SH B, CHENG W B. Random error compensation of MEMS gyroscope based on CPSO optimized BP network [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2024, 38(11): 228-234.
- [21] 杨金显,贺紫薇. 基于 MICOA 的随钻加速度计误差在线补偿[J]. 电子测量与仪器学报, 2025, 39(1): 187-194.
- YANG J X, HE Z W. Online compensation of drilling-while-recording accelerometer errors based on MICOA[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2025, 39(1): 187-194.
- [22] ABRO M E G, MAHMOUD E. A hybrid PSO-ACO algorithm for precise localization and geometric error reduction in industrial robots [J]. Instrumentation, 2025, 12(1): 70-76.
- [23] HORVATH S, NEUNER H. Introduction of a framework for the integration of a kinematic robot arm model in an artificial neural network-extended kalman filter approach[J]. Journal of Intelligent & Robotic Systems, 2024, 110(4): 137.
- [24] QIN K, HUANG V L, SUGANTHAN P N. Differential evolution algorithm with strategy adaptation for global numerical optimization [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2008, 13(2): 398-417.
- [25] VASWANI A, SHAZEER N, PARMAR N, et al. Attention is all you need [J]. ArXiv preprint arXiv: 1706.03762, 2017.

## 作者简介



梁健,2021 年于哈尔滨工程大学获得学士学位,2023 年于天津大学获得硕士学位,现于天津大学仪器科学与技术专业攻读博士学位。主要研究方向为深度学习、精密测量、三维测量等。

E-mail: liangjian@tju.edu.cn

**Liang Jian** received his B.Sc. degree from Harbin Engineering University in 2021, received his M.Sc. degree from Tianjin University in 2023. He is currently working toward the Ph.D. degree in the Department of Instrumentation Science and

Technology, Tianjin University. His main research interests include deep learning, precision measurement, and three-dimensional measurement, etc.



封善斋,2002 年于中国人民解放军炮兵学院获得学士学位,2004 年于南京理工大学获得硕士学位,现于天津大学精密仪器与光电工程先进制造攻读博士学位。主要研究方向为先进制造、精密测量等。

E-mail: shanzhai.feng@hexagon.com

**Feng Shanzhai** received his B.Sc. degree from the PLA Army Artillery Academy in 2002 and M.Sc. degree from Nanjing University of Science and Technology in 2004. Currently, he is pursuing a Ph.D. in Advanced Manufacturing in Precision Instruments and Optoelectronic Engineering at Tianjin University. His main research areas include advanced manufacturing and precision measurement, etc.



甄明吉,2001 年于北京信息科技大学获得学士学位,现于美国多米尼克大学攻读硕士学位,主要研究方向为:高精度三坐标测量仪器等。

E-mail: mingji.zhen@hexagon.com

**Zhen Mingji** received his B.Sc. degree from Beijing Information Science and Technology University in 2001. He is currently pursuing a M.Sc. degree at Dominican University in the United States. His main research areas include high-precision coordinate measuring instruments, etc.



宫鹏飞,2008 年于青岛滨海学院获得学士学位。现任职于海克斯康制造智能技术(青岛)有限公司工程技术中心。主要负责电气控制、精度补偿等工作。

E-mail: pengfei.gong@hexagon.com

**Gong Pengfei** received his B.Sc. degree from Qingdao Binhai University in 2008. He currently works at the Engineering Technology Center of the Hexagon Manufacturing Intelligence (Qingdao) Co., Ltd. His main responsibilities include electrical control and precision compensation.



吴斌(通信作者),1997 年和 2002 年于天津大学分别获得学士和博士学位。现为天津大学仪器科学与技术专业的教授。研究方向为计算机视觉、目标检测和精密测量等。

E-mail: wubin@tju.edu.cn

**Wu Bin** (Corresponding author) received the B.Sc. and Ph.D. degrees from Tianjin University in 1997 and 2002, respectively. He is currently a professor with the Department of Instrumentation Science and Technology, Tianjin University. His main research interests include compute vision, object detection and precision measurement, etc.