

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2513796

基于 MBIT^{*} 的移动机器人渐进最优路径规划^{*}

陈正升¹, 田楚开¹, 刘凯旋¹, 王雪松¹, 程玉虎¹, 陈彦杰²

(1. 中国矿业大学信息与控制工程学院 徐州 221116; 2. 国防科技大学智能科学学院 长沙 410073)

摘 要:提出一种基于多批量知情树(MBIT^{*})的移动机器人路径规划算法以降低路径规划时间及路径长度。该算法包含多知情集生成及路径优化两个步骤。首先,基于广义维诺图生成移动机器人启发式无碰撞参考路径;之后,基于批量知情树(BIT^{*})及初始参考路径提出并构建多知情集搜索方法,进而移动机器人路径规划的采样区域并提高路径搜索效率。以此为基础,为避免现有批量知情树算法中采样点的不均匀分布问题,根据障碍物与知情集分布引入偏置采样算法,规划出狭窄环境下移动机器人的搜索时间与长度最优路径;为证明算法有效性,对提出的多批量知情树算法进行理论分析,结果表明该算法具有概率完备性及渐进最优性且计算复杂度及存储空间具有可测性;同时,开发提出的多批量知情树算法软件模块,并将其集成到机器人操作系统;为进一步对算法进行验证,在典型地图下将提出的多批量知情树路径规划算法与目前常用的基于采样的路径规划算法进行仿真研究与性能对比,并在典型地图下对算法开展真机实验研究。结果表明,提出基于多批量知情树的移动机器人路径规划算法在路径长度与规划时间具有显著优势,并具有可实现性。

关键词:多批量知情树;偏置高斯采样;路径规划;多知情集;机器人操作系统

中图分类号: TP242. 6 TH166

文献标识码: A

国家标准学科分类代码: 510. 80

MBIT^{*} for asymptotically optimal path planning of mobile robot

Chen Zhengsheng¹, Tian Chukai¹, Liu Kaixuan¹, Wang Xuesong¹, Cheng Yuhu¹, Chen Yanjie²

(School of Information and Control Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116, China;

2. College of Intelligence Science and Technology, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The multi-batch informed trees (MBIT^{*}) algorithm is proposed for mobile robot path planning. The algorithm integrates multiple informed subset generation and path optimization to reduce path planning time and path length. First, the generalized voronoi diagram (GVD) is utilized to generate a heuristic initial collision-free reference path. Then, a multi-informed subset exploration method is constructed to reduce the sampling range and improve the convergence efficiency based on batch informed trees (BIT^{*}) and the reference path. On this basis, to overcome the problem of uneven distribution of sampling points in existing BIT^{*} algorithm, a biased Gaussian sampling strategy based on the distribution of obstacles and the informed subset is leveraged to obtain the optimal path in narrow environment. The theoretical analyses confirm that the proposed algorithm exhibits probabilistic completeness and asymptotic optimality, while also maintaining measurable computational complexity and storage requirements. Furthermore, MBIT^{*} has been developed as a package to be integrated in the robot operating system (ROS). To further validate its effectiveness, simulation studies and performance comparisons with other prevalent sampling-based path planning algorithms were conducted in typical map scenarios. Furthermore, the real-world experiments under identical environmental conditions were carried out. Results indicate that the proposed algorithm offers obvious advantages in terms of path length and planning time, and is feasible for implementation.

Keywords: batch informed trees (BIT^{*}); biased Gaussian sampling; path planning; multi-informed subset; robot operating system

收稿日期: 2025-03-04 Received Date: 2025-03-04

* 基金项目: 国家重点研发计划(2024YFC3016303)、国家自然科学基金(62373364, 62273098)、中国矿业大学集萃研究生教育教学改革专项(2025JCJG012)项目资助

0 引言

随着人工智能和机器人技术的发展,自主移动机器人已在室内清洁、现场巡检、灾害救援等诸多领域展现出广泛的应用前景^[1-2]。与此同时,为降低运营成本并提升作业效率,众多载人移动机器人正逐步向无人化方向转型^[3-4]。作为自主或无人移动机器人领域的一项基础性研究课题,路径规划旨在从起始位置到目标位置间寻得一条无碰撞、计算高效且路径长度最短的最优轨迹,因而备受学术界关注^[5]。目前,研究者们已经提出了多种路径规划算法,主要可归纳为基于图搜索与基于随机采样两大类。

基于图的路径规划算法,如Dijkstra算法^[6]、A*算法及其衍生算法^[7-8],如果存在可行路径,它们总能在地图上找到最优解。然而,这些算法的精度取决于地图离散化的分辨率,面对高维或大规模地图时,由于计算复杂度与数据存储量的限制,往往难以获得理想结果。人工势场(artificial potential field, APF)算法通过计算势函数的最陡下降来找到最优路径^[9]。但人工势场算法容易陷入局部最小值^[10],并且其性能与所选的吸引力和排斥力函数密切相关。

基于采样的算法适合解决复杂路径规划问题,在学术研究和实际应用中得到了广泛关注。快速探索随机树(rapidly exploring random tree, RRT)^[11]和概率路线图(probabilistic roadmap, PRM)^[12]是两种基于采样的路径规划算法,然而它们已被证明并不具备渐近最优性^[13]。为提升探索效率与路径质量,研究者们提出了多种RRT改进算法。针对复杂环境下的规划耗时问题,目标树算法应运而生,该算法以一组逆向停车路径(目标树)取代RRT中的单一停车目标,显著提升了规划效率^[14];在此基础上,Huang等^[15-16]提出了一种面向目标的快速搜索双向RRT(target-oriented rapid-search bidirectional RRT, TRBi-RRT)算法,其在计算速度、路径表示与搜索能力等方面均优于传统RRT与双向RRT;郭俊锋等^[17]引入人工势场法对RRT的随机采样进行局部优化,有效平衡了原始算法的随机性和盲目性,从而提高路径质量并缩短规划时间;栾添添等^[18]提出了一种动态变采样区域RRT(dynamic variable sampling area RRT, DVSA-RRT)算法,算法根据动态变采样区域公式划分采样空间,进而选择采样区域,在此基础上利用基于安全距离的碰撞检测、概率目标偏置策略和多级步长扩展完成路径规划,大大减少了算法执行时间且生成的路径平滑满足动力学约束。为了获得最优路径,研究者们通过对RRT进行扩展,提出了RRT*算法,然而由于RRT*的采样需要在整个地图范围内进行,且需要大量采样点,因此该算法通常收敛到

最优解的速度较慢,针对该问题,一系列RRT*改进算法相继被提出^[19],刘小松等^[20]提出了一种重定义采样区域RRT*(redefining the sampling region RRT*, RTSR-RRT*),该算法在引入目标偏置策略的同时,对采样区域进行重定义并重定义采样区域进行二次采样,大大加快了算法的收敛效率;林依凡等^[21]提出了一种无碰撞检测RRT*运动规划方法,该方法剔除了RRT*扩展时的碰撞检测过程,并在代价函数中增加碰撞风险评估函数,避免执行时需要进行大量检测造成的执行时间过长的问題,提升了算法其在复杂环境中收敛速度;李文君等^[22]针对RRT*生成的路径存在冗余点、贴近障碍物且存在锯齿状转折的问题提出了安全-光滑RRT*算法(safe-smooth RRT*, SS-RRT)算法,该算法引入目标偏置采样并通过融合目标点引力思想的新节点扩展方式,以及改进的候选近邻点度量策略减少树的盲目扩展,有效提升了路径的光滑性和安全性;张腾龙等^[23]提出固定节点数的动态双向渐近最优RRT*(bidirectional RRT* fix-node dynamic, B-RRT* FND)算法,该算法采用双向贪婪搜索方法加快路径搜索速度,解决了单向RRT*算法由于随机采样的盲目性造成的搜索速度慢、在狭窄环境下难以搜索到解的问题;Informed-RRT*是一种结合了信息采样技术的新算法,通过将采样范围限制为超椭圆体显著降低了计算负担^[24]。快速行进树(fast marching tree, FMT*)是另一种高效的基于采样的路径规划算法,其性能优于RRT*^[25],然而,FMT*的性能严重依赖于采样点数量,当采样点数量不足时,可能无法获得最优解甚至无法收敛^[26]。为了减小采样区域,安全隧道FMT*(secure tunnel-fast marching tree, ST-FMT*)算法^[5]首先利用GVD获取初始路径并构建安全隧道,随后在隧道内使用FMT*搜索最优路径,使得规划效率和路径质量都有所提升。

批量知情树(batch informed trees, BIT*)算法作为一种全局路径规划算法,兼具基于图搜索与基于随机采样的优势^[27],该算法通过多批次信息子集采样,在连续空间中进行有序探索。然而研究发现,由于BIT*采用启发式排序,在寻找初始路径时可能迭代过多冗余节点,尽管通过信息采样缩小了搜索区域,但区域范围仍较大,难以快速找到可行解;此外,现有BIT*算法采用随机采样策略,在面对狭窄通道环境时存在规划耗时较长的问题。针对该问题,Holston等^[28]提出了BIT*的改进版本Fast BIT*,对可能边进行启发式排序,能够更快找到初始解,一旦获得初始解,算法即切换至BIT*的排序方式,以充分利用环境信息;高级BIT*(advanced BIT*, ABIT*)引入了截断策略以提前启动新批次,并采用启发式膨胀策略,从而加快了初始解的获取与收敛速度^[29];Liu等^[30]受双向RRT^[16]启发,提出了基于BIT*的贪婪BIT*

(greedy batch informed trees, GBIT*),该算法在 BIT* 的基础上添加了贪婪搜索策略,从而能够更快地找到初始解;Zhang 等^[31]基于 BIT* 的思想提出了灵活知情树(flexible informed trees, FIT*)算法,该算法采用自适应批量采样策略,提高初始路径收敛速度,增强在高维及狭窄空间中的规划性能;Wang 等^[32]提出了目标偏向知情树(target-biased informed trees, TBIT*)算法,该算法通过引入目标偏向采样策略,引导随机树快速向目标方向生长,减少冗余节点生成,提高搜索效率;陈彦杰等^[33]提出了一种基于偏置采样和包围优化的 BIT* (wrapping-based biased BIT*, WB-BIT*)算法,该算法通过包围优化反向剪枝和启发式偏置采样双重策略,使路径靠近至障碍物周围,快速减少现有可行路径的长度,并结合偏置采样和知情集采样大幅提高了规划速度。

针对上述算法在狭窄环境中搜索效率低、路径代价高、成功率不足等问题,提出一种多批量 BIT* (multi-watch informed trees, MBIT*)算法,旨在有效提升狭窄环境下的路径规划性能。该算法首先利用广义 Voronoi 图(generalized voronoi diagram, GVD)对静态环境地图进行空间分割,获得连接起点与目标点的初始参考路径;随后,在起点与由初始路径生成的信标点间构建多个信息子集;最后,借助基于障碍物分布与信息子集的偏置高斯采样策略,以获得最优路径。算法的主要贡献为:

1) 路径规划时引入了基于 GVD 的空间分割方法,实现了无碰撞初始参考路径的快速获取,该路径被用于构建多知情集以限定搜索区域,有效缩小采样范围并提升了算法的收敛效率。

2) 提出基于障碍物分布特征与知情集的偏置高斯采样策略。该策略通过建立环境特征与采样概率的映射关系,引导采样点向狭窄通道区域集中,突破了传统均匀采样在狭窄环境下的搜索瓶颈,显著提升了复杂约束场景下的路径搜索效率。

3) 采用理论分析、仿真验证和实物实验等手段对算法的有效性进行验证。首先通过数学推导证明了算法的概率完备性、渐进最优性及计算复杂性;其次通过多组对比仿真验证了算法在狭窄环境下的路径质量与规划效率优势;最后开发了与 ROS 系统兼容的算法功能包,并在真实移动机器人平台上完成工程化验证,实现了算法从理论设计到实际应用的完整闭环。

1 问题描述

本章将对给出最优路径规划问题进行描述。 $X \subset R^n$ 与 $X_{obs} \subset R^n$ 表示 n 维的位形空间与障碍物空间,自由空间 $X_{free} \subset X$ 定义为 $X_{free} = X \setminus X_{obs}$, $x_{start} \in X_{free}$ 与 $x_{goal} \in X_{free}$ 为移动机器人在自由空间中的起始点与目标点。对于

$\forall \tau \in [0,1]$,当 $\sigma(\tau) \in X_{free}$ 成立时, $\sigma: [0,1] \rightarrow X_{free}$ 为路径规划问题的可行解, $\sigma(0) = x_{start}$ 与 $\sigma(1) = x_{goal}$ 分别为路径的起始点与目标点。 Σ 为所有可行解的集合, $C(\sigma)$ 为基于欧氏距离的所有可行解的代价。

因此,最优路径规划问题可由给定起始点 x_{start} 、目标点 x_{goal} 及自由空间 X_{free} 表示,找到最优路径 σ' 需满足如式(1)所示的关系,即:

$$\sigma' = \operatorname{argmin}_{\sigma \in \Sigma} \{ C(\sigma) \mid \sigma(0) = x_{start}, \sigma(1) = x_{goal}, \forall \tau \in [0,1], \sigma(\tau) \in X_{free} \} \quad (1)$$

2 多批量知情树

本章将给出所提出的 MBIT* 方法的具体介绍,并在算法 1~4 给出该方法的伪代码。

2.1 MBIT* 方法总体思路

在本节中对 MBIT* 的整体算法流程进行了详细描述。文中提到的知情集是基于椭圆子集的知情采样方法,它利用椭圆子集的形状和特性,来优化算法中采样点的选取,提高采样效率和准确性。在介绍算法的各个子模块之前,先描述 MBIT* 的整体流程。

MBIT* 首先使用 GVD 对地图进行区域分割,将地图划分为多个子区域,如图 1(a) 所示;接下来,根据起点和目标点所在的子区域,构建出启发式引导子图,该子图通过连接起点、目标点和周围子区域的边,得到初始参考路径,如图 1(b) 所示,以指导搜索进一步扩展;然后,对障碍物进行适当膨胀,利用初始解的离散点与目标点信息来构建信标点,如图 1(c) 所示,这些信标点代表了起始和目标点之间的关键位置;最后,基于得到的信标点集合,构建多知情集搜索区域来求解最优路径,如图 1(d) 所示。

在上述算法流程中,MBIT* 利用信标点构建多知情集搜索区域并采用高斯偏置采样策略来指导搜索有针对性的扩展节点,从而实现高效准确的最优路径搜索。

算法 1 所示伪代码描述了 MBIT* 的基本流程。在伪代码中使用的术语定义为:

GVDInitial(): 函数根据输入的静态地图 *Map* 生成路径图和多个 Voronoi 区域;

GVDPathFinding(): 函数采用基于图的规划算法,利用初始节点、目标节点和包含 Voronoi 区域的路径图生成初始参考路径 *InitialPath*;

ObstacleInflation(): 函数根据输入的 *Map* 和 δ 对地图中的障碍物进行适当膨胀,得到膨胀后的障碍物顶点集合 *ObstacleVertex*,其中 δ 表示障碍物膨胀半径;

GetRoadPoint(): 函数根据输入的起始节点 $x_{imstart}$ 、障碍物的顶点 *ObstacleVertex* 和初始参考路径 *InitialPath*

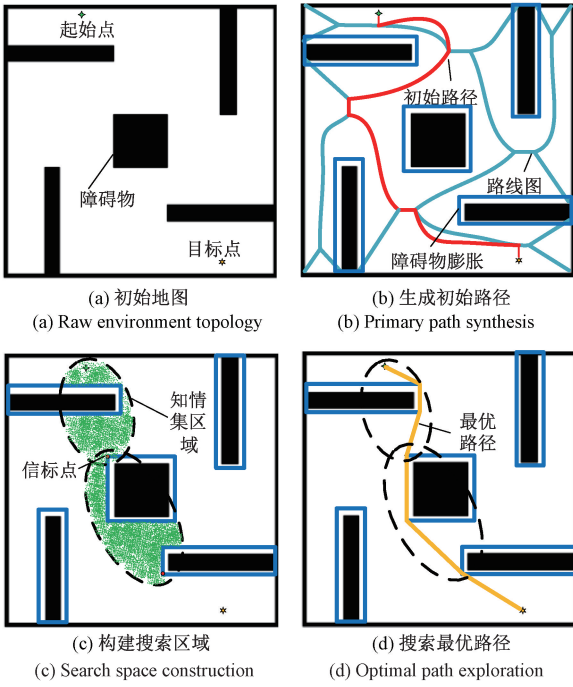


图1 MBIT* 的整体流程

Fig. 1 General process of the MBIT*

得到下一个信标点;

GBIT(): 函数根据障碍物的分布引入高斯偏置采样策略,输入为每次执行搜索的临时起点 $x_{tmpstart}$ 和临时目标点 $x_{tmpgoal}$ 。

算法 1: MBIT* (x_{start} , x_{goal} , Map) 的基本流程

```

输入:  $x_{start} \in X_{free}$ ,  $x_{goal} \in X_{free}$ , Map
输出: Path
VoronoiMap = GVDInitial ( Map );
InitialPath = GVDPATHFinding ( VoronoiMap );
ObsVertex = ObstacleInflation ( Map,  $\delta$  );
Path  $\leftarrow \emptyset$ ;  $x_{temstart} \leftarrow x_{start}$ ;  $x_{temgoal} \leftarrow \emptyset$ ;
while  $x_{temstart} \neq x_{goal}$  do
    RandPoint  $\leftarrow$  GetRoadPoint (  $x_{temstart}$ , InitialPath, ObsVertex );
     $x_{temgoal} \leftarrow$  RandPoint;
    Segment  $\leftarrow$  GBIT (  $x_{temstart}$ ,  $x_{temgoal}$  );
    Path  $\leftarrow$  Path  $\cup$  Segment;
     $x_{temstart} \leftarrow x_{temgoal}$ ;
end

```

伪代码中第 1~3 行对静态地图进行预处理获取初始参考路径,并将参考路径离散化;在第 4 行初始化路径集合 Path 和 $x_{tmpgoal}$ 为空,并将 $x_{tmpstart}$ 初始化为输入 x_{start} ;第 5~11 行展示了生成多知情集搜索区域的简易流程:首先函数 GetRoadPoint() 找到信标点并初始化 $x_{tmpgoal}$,然

后函数 GBIT() 利用临时起始点和临时目标点生成当前知情集下的最优路径 Segment,将 Segment 添加到 Path 中,随后将 $x_{tmpstart}$ 更新为 $x_{tmpgoal}$,这个过程重复进行,直到 $x_{tmpgoal}$ 为目标点 x_{goal} 时,循环结束,输出最优路径集合 Path。

在算法 1 中,第 1~3 行在静态地图上执行 Voronoi 分割和基于图的优化,以获得初始参考路径,对初始路径进行均匀离散化,并根据障碍物的尺寸扩展障碍物。在第 4 行,将路径集合 Path 和临时目标节点 $x_{tmpgoal}$ 初始化为空,并将 $x_{tmpstart}$ 初始化为起始节点 x_{start} 。第 5~11 行展示了生成多知情集的总体流程。函数 GetRoadPoint() 找到要分配给 $x_{tmpgoal}$ 的信标,然后函数 GBIT() 在当前知情集内生成从 $x_{tmpstart}$ 到 $x_{tmpgoal}$ 的最优路径段,该路径段将被加入到 Path 中,并将 $x_{tmpgoal}$ 赋值为 $x_{tmpstart}$ 。此过程重复进行,直到 $x_{tmpgoal}$ 为目标节点 x_{goal} ,循环结束。最后,路径子集 Path 被作为输出。

2.2 多知情集生成

通过 GVD 和基于图搜索的规划算法生成初始参考路径后,对参考路径进行离散化处理,得到一组距离相等的离散点,用于后续的信标点构建,如图 2 所示。

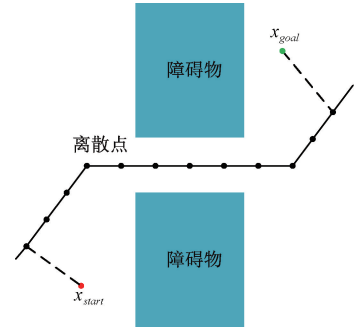


图2 参考路径离散化

Fig. 2 Discretization of the initial path

MBIT* 想要生成知情子集,首先要确定当前知情子集的起始点,而知情集的起始点是全局路径的起始点或上一个知情子集的目标点,由参考路径中的拐点确定。利用图 2 所示的离散点,可以确定参考路径中的每个拐点。确定参考路径拐点的一般过程见后文。

首先,设置适当的膨胀半径 δ 对地图中的静态障碍物进行膨胀,获得一组障碍物顶点集合;由于膨胀后的障碍物顶点处于可行区域内,所以这些顶点是移动机器人可达的;然后,从给定的起始点开始,依次遍历后续的离散点,通过连线插值方法,判断两点之间路径是否与障碍物相撞,如果没有与障碍物相撞,就表明路径可行,可以作为冗余路径点去除,否则路径不可行,将该路径点标记为拐点用于查找信标点。图 3 为确定拐点的一般过程,临时起始点 x_{start} 依次与路径点 x_i 相连直到测到与障碍

添加到 Set 中。若 d 与 $d_{\min}$ 相等,则将顶点 v 添加到 Set 中,循环继续直到评估完所有障碍物顶点。 Set 集合中可能存在多个与拐点等距离的顶点,最终会选择距离目标节点 x_{goal} 最近的顶点作为当前的信标点 $RoadPoint$ 作为函数结果输出。

与现有的 BIT* 算法相比,MBIT* 算法利用多知情集算法,在多个信标点之间进行多次局部有向搜索,从而在生成路径的同时缩小了搜索范围,并能完美地避开障碍物。同时,信标点存在限制了搜索的自由度,使得搜索过程能够快速且有效地进行。

2.3 高斯偏置采样

在 BIT* 算法中,知情采样是通过不断更新椭圆大小来改变采样区域的随机采样策略,其本质仍然是随机采样,这会导致绝大部分的随机采样点位于开阔的可行区域中,而在障碍物密集区域的自由空间中,如图 5 所示,随机采样点相对较为稀疏,尤其在狭窄环境下,随机采样点分布的不均匀性会极大地影响路径质量和搜索效率。

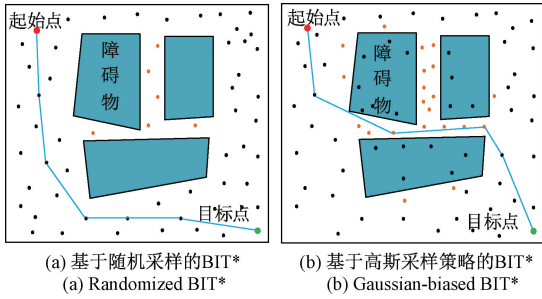


图 5 两种采样策略效果对比

Fig. 5 Comparison of the two sampling algorithms

算法 3 详细描述了高斯偏置采样策略^[34]总体框架的伪代码。该策略由函数 $GaussianSample()$ 表示,其输入为采样数 m 和当前最短路径长度 c_{best} ,输出为采样点集合 X_{sample} 。

算法 3: 高斯偏置采样策略— $GaussianSample(m, c_{best})$ 伪代码

输入: m, c_{best}

输出: X_{sample}

$X_{sample} \leftarrow \emptyset$;

for $i=0$ to $m-1$ do

if $\text{rand}() < R_{bias}$ then

$X_{sample} \leftarrow \text{Rand}(\text{random}(N), r_{ball})$;

continue;

end

if $c_{best} < \infty$ then

$x_{rand} \leftarrow \text{SampleEllipsoid}(c_{best})$;

$x_{found} \leftarrow \text{SampleNear}(x_{rand}, \sigma)$;

else

$x_{rand} \leftarrow \text{Rand}()$;

$x_{found} \leftarrow \text{SampleNear}(x_{rand}, \sigma)$;

end

$X_{sample} \leftarrow x_{found}$;

end

算法 3 首先将采样点集合 X_{sample} 初始化为空集,然后在第 2~15 行中循环生成 m 个采样点以填充集合。在第 3~6 行通过给定偏置比例 R_{bias} 以确定后续采样是否偏向于关键点。当满足 $\text{rand}() < R_{bias}$ 时,函数 $\text{Rand}(\text{random}(N), r_{ball})$ 根据输入参数从关键点集合 N 中确定采样中心,并在以 r_{ball} 为半径的圆内进行随机采样,当采样到有效点时将其加入采样点集合,其中函数 $\text{random}(N)$ 表示在关键点集合中的随机采样。第 7~13 行中,如果不采用偏置策略时当前最短路径长度 c_{best} 小于无穷,则使用函数 $\text{SampleEllipsoid}()$ 在椭圆子空间中进行随机采样以获得采样点 x_{rand} ,随后利用函数 $\text{SampleNear}()$ 对邻域进行采样,并利用获得的随机采样探索局部信息;否则,将利用函数 $\text{Rand}()$ 在整个自由空间中随机采样获得采样点 x_{rand} ,并随后使用函数 $\text{SampleNear}()$ 进行采样,其具体实现将在算法 4 中介绍。最后,将获得的有效采样 x_{found} 加入到 X_{sample} 中。

算法 4: 邻域采样函数 $\text{SampleNear}(x_{rand}, \sigma)$ 伪代码

输入: x_{rand}, σ

输出: x_{found}

$x_{found} \leftarrow \emptyset$;

if $\text{IsValid}(x_{rand})$ then

$x_{found} \leftarrow x_{rand}$;

else

for $i=0$ to m do

$x_{temp} \leftarrow \text{Gaussian}(x_{rand}, \sigma)$;

if $\text{IsValid}(x_{temp})$ then

$x_{found} \leftarrow x_{temp}$;

$N \leftarrow x_{found}$;

break;

end

end

$x_{found} = \text{Rand}(\text{random}(N), r_{ball})$;

end

算法 4 描述了邻域采样函数 $\text{SampleNear}()$ 的伪代码。该函数以采样点 x_{rand} 及其标准差 σ 作为输入,并输出一个有效的采样点 x_{found} 。算法首先将 x_{found} 初始化为空集,然后在第 2~3 行中,利用函数 $\text{IsValid}()$ 判断给定的采样点 x_{rand} 是否有效,即判断其是否位于自由空间中。如果有效,则将 x_{rand} 赋值给 x_{found} 并返回。否则,在第 5~

12 行中,算法通过高斯函数在 x_{rand} 周围进行 m 次高斯采样,从而获得一个新的采样点 x_{temp} 。如果 x_{temp} 有效,则将其赋值给 x_{found} ,并将该点添加到关键点集合 N 中,从而结束循环。如果在循环过程中未找到任何有效的采样点,则利用函数 $Rand(random(N), r_{ball})$ 对关键点进行采样,并将获得的有效采样值赋值给 x_{found} 。

MBIT* 将知情随机采样改进为的高斯偏置采样策略的优势在于:

1) 能够根据偏置参数选择随机采样或高斯采样,并结合邻域采样方法,从而获得更有效的采样点,有助于进一步探索和局部搜索时提升路径质量。

2) 能够使整体采样生成的采样点分布更加均匀,提高算法的搜索效率和路径生成质量。

3) 增加了关键点附近的局部搜索,使更多采样点分散于狭窄的自由空间中,从而提升了找到更优路径的可能性。

3 MBIT* 理论分析

3.1 概率完备性

定理 1: 若使用 MBIT* 算法求解路径规划问题,当采样数量和计算成本足够大时,找到可行路径的概率趋近于 1。找到可行路径的概率可以描述如式 (3) 所示。

$$\lim_{q \rightarrow \infty} P(\sigma_q: [0, 1] \rightarrow X_{free}, \sigma_q(0) = x_{start}, \sigma_q(1) = x_{goal}) = 1 \quad (3)$$

式中: q 是采样数量; σ_q 是完全位于自由空间 X_{free} 中的一条无碰撞路径。

证明: 通过 GVD^[35] 构建的道路图可以确保初始参考路径 $\sigma_{q, Initial}$ 完全位于自由空间 X_{free} 中,这意味着在起始节点与目标节点之间找到一条无碰撞路径的概率如式 (4) 所示。

$$\lim_{q \rightarrow \infty} P(\sigma_{q, Initial}: [0, 1] \rightarrow X_{free}) = 1 \quad (4)$$

以初始参考路径作为启发信息, MBIT* 从每个临时起始节点构建搜索树,并在知情集内以增量式的方式迭代扩展和更新搜索树,从而在有限时间内到达临时目标节点。在障碍物膨胀的基础上,可以确保通过初始路径离散点和障碍物信息找到的信标点位于自由空间中,并且拐点与障碍物之间的状态无碰撞,这样在每个临时起始节点与临时目标节点之间找到至少一条无碰撞路径的概率如式 (5) 和 (6) 所示。

$$\lim_{q \rightarrow \infty} P(\sigma_{q, tmp}: [0, 1] \rightarrow \Sigma \sigma_{Initial}^{RoadPoint}, \sigma_{q, tmp}(0) = x_{tmpstart}, \sigma_{q, tmp}(1) = x_{tmpgoal}) = 1 \quad (5)$$

$$\lim_{q \rightarrow \infty} P(\sigma_q: [0, 1] \rightarrow X_{free}) = \prod_{i=1}^n \lim_{q \rightarrow \infty} P(\sigma_{q, tmp}^i: [0, 1] \rightarrow \Sigma \sigma_{Initial}^{RoadPoint}) = 1 \quad (6)$$

式中: $\Sigma \sigma_{Initial}^{RoadPoint}$ 表示初始参考路径 $\sigma_{q, Initial}$ 与路标点

$RandPoint$ 生成的局部参考路径集合。

综上所述, MBIT* 可以在有限时间内以接近 1 的概率找到可行解,具有概率完备性,且得到的最终路径始终是安全的。

3.2 渐近最优性

定理 2: 在给定的状态空间中,如果采用所提出的 MBIT* 路径规划算法能够得到一条可行路径,那么随着采样次数 q 趋向于无穷,每一次迭代都会使路径逐渐接近全局最优解。这表明所提出的 MBIT* 算法是一种渐进最优的路径规划算法,并且获得接近最优解的次优路径的概率为 1,如式 (7) 所示。

$$P(\lim_{q \rightarrow \infty} c(\sigma_q) \rightarrow c(\sigma')) = 1 \quad (7)$$

证明: 首先,要确定最优路径会依次经过若干个路标点。算法对初始参考路径进行优化得到若干拐点。这些拐点结合目标节点的启发信息,通过对障碍物顶点的筛选来确定信标点,并且目标点足够贪婪(与目标点之间的距离最小),因此信标点被纳入到最优路径点集合中,如式 (8) 所示。

$$\{RoadPoint \in \sigma'\} \quad (8)$$

其次,要确保在每一个知情集内都具有渐近最优性。可以知道, BIT* 算法具有渐进最优性,该算法基于启发式函数估计的代价选择最最有希望的方向进行扩展,从而能够快速找到初始解。对于当前的最优路径,算法会更新知情集的大小,并以增量方式扩展批量搜索树的边和节点,使得采样点更加密集,并逐步逼近最优解。由于 MBIT* 在每个知情集内的搜索相对独立,则每一次搜索在其知情范围内都应具有渐进最优性,因此所获得的整体路径也应接近全局最优解,如式 (9) 所示。

$$\lim_{q \rightarrow \infty} c_{best} = \sum_{i=1}^n \lim_{q \rightarrow \infty} c_{best}^i = \sum_{i=1}^n \sigma_i^* = \sigma^* \quad (9)$$

3.3 计算复杂性

定义 1: 令 SC_n^{MBIT*} 表示在 MBIT* 进行 n 次迭代后,每个变量或集合所占用的存储空间度量;设 TC_n^{MBIT*} 表示当算法执行第 n 次迭代时, MBIT* 所需的运行时间。

定理 3: 考虑 3.2 节中的路径规划问题, MBIT* 在执行第 n 次迭代时,求解所需的时间为 $O(\log(n))$ 。同时, MBIT* 用于存储信息的空间复杂度为 $O(\log(n))$ 。

证明: 首先分别计算各子过程的时间复杂度。 MBIT* 构建 GVD 路径图并为 n 个样本找到初始参考路径的时间复杂度不超过 $O(n)$; 对拐点进行优化的时间复杂度不超过 $O(\log(n))$; 查找信标点的时间复杂度不超过 $O(n)$; 考虑到知情集数量是有限的,构建多个知情集并进行搜索的时间复杂度也不超过 $O(\log(n))$ 。因此, MBIT* 的时间复杂度如式 (10) 所示。

$$TC_n^{MBIT*} = O(n \log(n)) \quad (10)$$

4 仿真与实验分析

4.1 仿真分析

为了验证所提出的 MBIT^{*} 的有效性与其优越性,本节将对所提出算法与其他常用的路径规划算法(如 BIT^{*}、FMT^{*}、Informed RRT^{*})以及文献[33]中提到的 WB-BIT^{*} 进行对比仿真研究。所有仿真均在 Windows 11 操作系统下采用 Python 3.7 编程实现,计算机配置为 AMD Ryzen 7-5800H 处理器、16 GB 内存。

在仿真设置方面,各算法在同一地图中执行相同的任务,并采用相同的过程(例如碰撞检测、数据统计等)以确保对比的公平性和有效性。各算法的障碍物膨胀率 δ 均为 0.05,标准差 $StdDev$ 为 0.05, WB-BIT^{*}、BIT^{*}、FMT^{*}、RRT^{*} 和 Informed RRT^{*} 的步长均设置为 10,目标

点偏移设置为 0.3,搜索半径 r 为 10。选取搜索时间和路径长度两个指标来评估算法性能。每种算法在每张地图上均进行 10 次仿真,最终统计数据以平均值的形式给出。

实验采用了 4 种具有代表性的地图方案:Map1 表示规则地图场景,Map2 表示对称地图场景,Map3 表示具有多段狭窄通道的地图场景,Map4 表示狭长通道场景。地图大小均为 3 m×3 m。与 BIT^{*}、FMT^{*}、Informed RRT^{*} 相比, WB-BIT^{*} 的采样数设置为 8 000, MBIT^{*} 算法的采样数设置为 6 000,而其他算法的采样数设置为 10 000。在仿真过程中,移动机器人不再是用状态空间中的自由状态而是用车身半径为 0.1 m 的简易圆形来表示。

图 6 显示了在给定采样数条件下,4 种算法在不同场景中生成的全局路径,按列从左到右依次为 MBIT^{*}、WB-BIT^{*}、BIT^{*}、FMT^{*}、Informed RRT^{*}。

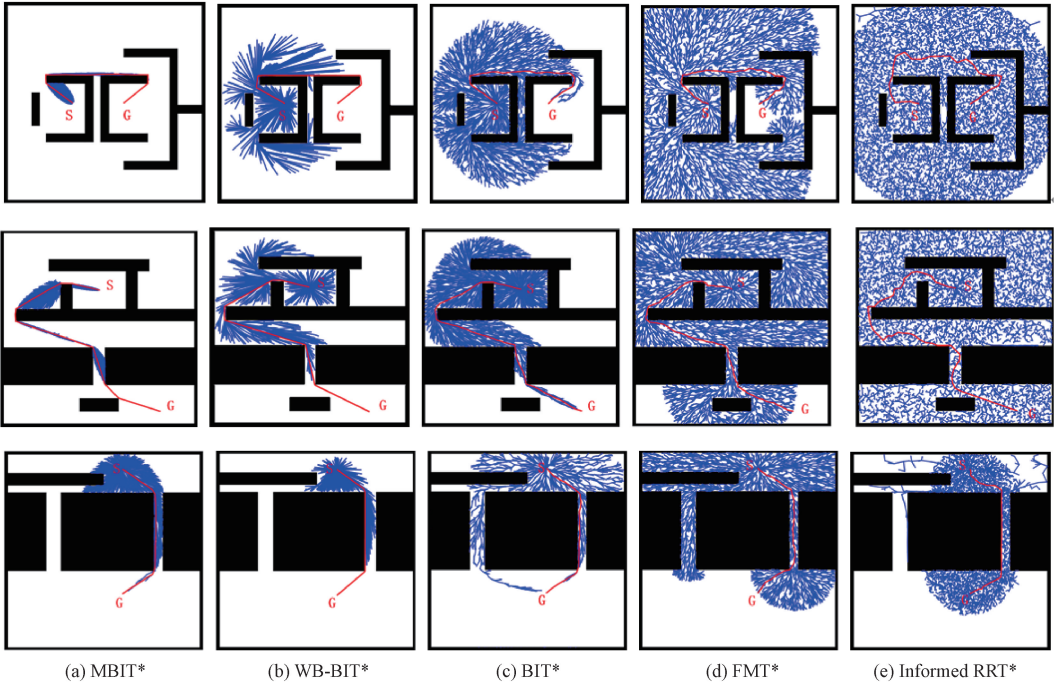


图 6 不同场景下,MBIT^{*} 与其他常用路径规划算法的比较

Fig. 6 Comparisons of the MBIT^{*} and other popular path planning algorithms in different scenarios

由图 6 可以看出,MBIT^{*} 所生成的采样点更侧重于探索全局路径周围的知情集,而其他算法在获得全局路径前几乎搜索了整个自由空间,这表明所提出算法有望在较短的搜索时间内获得更短的全局路径。表 1 列出了 4 种场景下进行 10 次仿真后的两个性能指标平均值,并计算了相应的收敛率(定义为平均路径长度与最优路径长度之比)。

结果显示,MBIT^{*} 在搜索时间和路径长度方面均优

于其他 4 种规划方法,尤其在小采样数的情况下更为突出。以 Map1 为例, BIT^{*} 在采样数为 10 000 时,耗时 40.44 s 达到 1.04 的路径收敛率,而 MBIT^{*} 在采样数为 6 000 时,仅用 33.28 s 就达到了 1.01 的路径收敛率,且 BIT^{*}、FMT^{*}、Informed RRT^{*} 都存在冗余搜索的问题,需要通过更多样本数量才能更新到较优路径, WB-BIT^{*} 虽然通过偏置采样使得算法能够用更少的样本点趋近于理论最优路径,但是相比 MBIT^{*} 所需的样本数量仍然更多。

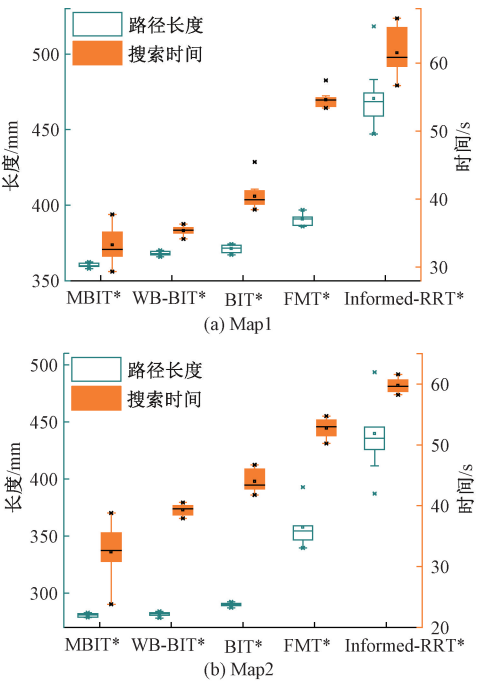
表 1 路径规划算法的性能对比

Table 1 Solution criteria of planning algorithms in simulations

图	算法	样本数量	平均搜索时间/s	平均路径长度/m	收敛效率
Map1 $c^* = 357$	MBIT [*]	6 000	33. 28	360. 18	1. 01
	WB-BIT [*]	8 000	35. 44	368. 36	1. 02
	BIT [*]	10 000	40. 44	371. 19	1. 04
	FMT [*]	10 000	54. 59	390. 70	1. 09
	Informed-RRT [*]	10 000	61. 52	470. 53	1. 32
Map2 $c^* = 267$	MBIT [*]	6 000	37. 12	279. 06	1. 05
	WB-BIT [*]	8 000	39. 26	281. 71	1. 08
	BIT [*]	10 000	44. 00	290. 08	1. 10
	FMT [*]	10 000	52. 73	357. 80	1. 35
	Informed-RRT [*]	10 000	59. 77	439. 97	1. 66
Map3 $c^* = 443$	MBIT [*]	6 000	38. 45	449. 67	1. 02
	WB-BIT [*]	8 000	41. 02	449. 90	1. 02
	BIT [*]	10 000	45. 33	453. 65	1. 03
	FMT [*]	10 000	58. 67	482. 23	1. 09
	Informed-RRT [*]	10 000	54. 16	537. 29	1. 21
Map4 $c^* = 240$	MBIT [*]	4 000	2. 45	242. 36	1. 01
	WB-BIT [*]	8 000	8. 94	242. 49	1. 02
	BIT [*]	10 000	11. 81	243. 46	1. 02
	FMT [*]	10 000	32. 43	248	1. 03
	Informed-RRT [*]	10 000	37. 54	254. 98	1. 06

此外,MBIT^{*}在所有指标上都表现出相对于其他 4 种路径规划算法的显著优势。由此可以得出结论,MBIT^{*}能够获得更优的可行解。的情况下更为突出。以 Map1 为例,BIT^{*}在采样数为 10 000 时,耗时 40. 44 s 达到 1. 04 的路径收敛率,而 MBIT^{*}在采样数为 6 000 时,仅用 33. 28 s 就达到了 1. 01 的路径收敛率,且 BIT^{*}、FMT^{*}、Informed RRT^{*}都存在冗余搜索的问题,需要通过更多样本数量才能更新到较优路径,WB-BIT^{*}虽然通过偏置采样使得算法能够用更少的样本点趋近于理论最优路径,但是相比 MBIT^{*}所需的样本数量仍然更多。此外,MBIT^{*}在所有指标上都表现出相对于其他 4 种路径规划算法的显著优势。由此可以得出结论,MBIT^{*}能够获得更优的可行解。

如图 7 所示,使用双 Y 轴线图展示了在 10 次仿真中两个性能指标的最大值、最小值和平均值,结果表明,所提出的 MBIT^{*}在 4 张地图中具有最短的路径长度、最短的最小值和平均搜索时间。这表明 MBIT^{*}在小样本情况下具有更好的搜索效率和收敛性,并且更接近最优解。



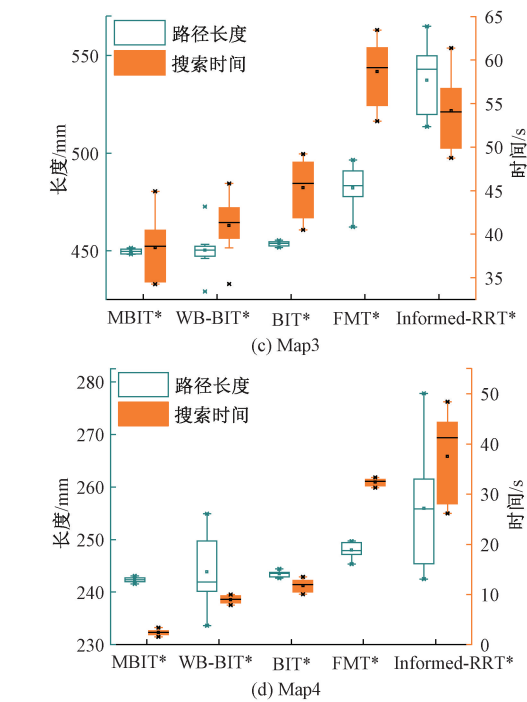


图 7 在不同场景下,执行时间和解决成本的性能对比
Fig. 7 Performance comparisons in terms of execution time and solution cost in different scenarios

4.2 实物实验

为了验证 MBIT* 算法在实际环境中的可行性,本节将 MBIT* 算法部署到移动机器人上,并在不同场景中进行实际的路径规划任务。如图 8 所示,实验平台采用了 turbobot2 移动机器人,主要包括 Kinect2 深度相机、Ydlidar-G4 激光雷达、Kobuki 移动底盘和工业计算机 (Next Unit of Computing, NUC)。移动底盘的最大线速度和最大角速度分别为 0.7 m/s 和 2.0 rad/s。工业计算机上安装了 Ubuntu 18.04 操作系统和 Melodic 版本的

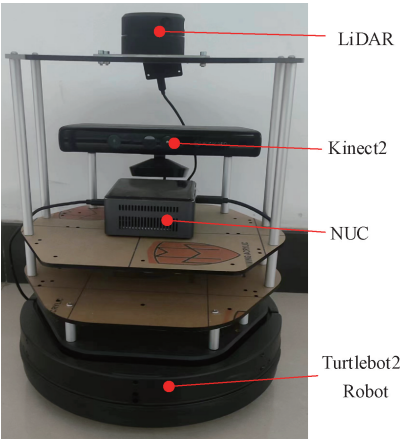


图 8 turbobot2 移动机器人
Fig. 8 Turtlebot2 mobile robot

ROS(机器人操作系统)作为软件平台。为了构建地图和启动雷达,安装了 Gmapping_Slam 和 Rplidar_Laser 的基本功能包。此外,本研究开发了 MBIT_Planner(MBIT* 算法功能包)和 Voronoi_Graph(GVD 算法功能包)用于实现所提出的算法。

实际实验中设计了 2 种地图方案,如图 9 所示,Map1 是一个对称障碍物场景,Map2 是一个迷宫场景。两张地图的大小为 4 m×6 m,场景完全封闭,以确保后续的建图和路径规划不受外部环境的影响。



图 9 实物实验中的地图
Fig. 9 Maps for real world experiment

实验首先运行 Gmapping_Slam 和 Rplidar_Laser 的功能包,并使用键盘远程控制机器人移动和扫描场景以构建地图。在获得栅格地图后,运行用户定义的功能包 Voronoi_Graph 对栅格地图进行分割,获得初始参考路径,从而提高后续 MBIT* 算法过程的效率。图 10 展示了通过 GVD 算法分割的栅格地图。

为了验证所提出算法的优越性,实验在图 10 所示的两个场景中分别进行 MBIT* 和 BIT* 的实物实验,生成的路径如图 11 所示。

在迷宫场景的 Map1 中,BIT* 在两个拐角处生成了较大的转弯半径,导致路径过长,而 MBIT* 生成的路径紧贴障碍物的扩展边缘,显著缩短了路径长度。在具有对称狭窄走廊的 Map2 场景中,BIT* 生成的路径位于场景的右侧,导致转弯角度较大;相比之下,MBIT* 生成的路径位于场景的左侧,紧贴障碍物的扩展边缘,转弯半径更平滑,路径长度相对较短。

表 2 呈现了两种算法的性能对比,包括了运行时间和路径长度。



图 10 GVD 算法分割后的栅格地图

Fig. 10 Grid map after GVD segmentation

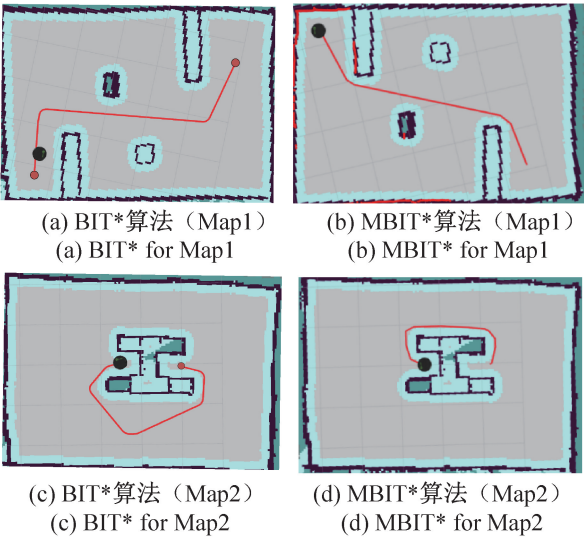


图 11 实物实验所生成路径

Fig. 11 Generated path in real-world experiment

两个场景中分别进行了 10 次重复实验,结果表明,BIT* 需要 2.38 s 来规划路径,规划的路径长度为 7.45 m,而 MBIT* 只需 1.04 s 来规划路径,规划的路径长度为 6.14 m。由此可以推断,在实际的迷宫场景中,与 BIT* 相比,MBIT* 将规划时间缩短了 56.3%,路径长度缩短了 17.6%。在 Map2 中,BIT* 需要 2.74 s 来规划

表 2 路径规划算法实物实验性能对比
Table 2 Solution criteria of planning algorithms
in real experiments

地图	算法	运行时间/s	路径长度/m
Map1	MBIT*	1.04	6.14
	BIT*	2.38	7.45
Map2	MBIT*	1.52	4.23
	BIT*	2.74	5.65

路径,路径长度为 5.65 m,而 MBIT* 需要 1.52 s 来规划路径,路径长度为 4.23 m。与 BIT* 相比,MBIT* 将规划时间缩短了 44.5%,路径长度缩短了 25.1%,结果与迷宫场景中的结果大致相同。

从实物实验中可以看出,MBIT* 相比于 BIT* 显著减少了规划时间和路径长度,同时也提高了路径质量。因此,可以得出结论,MBIT* 在路径质量、规划时间和路径长度方面表现出优越的性能,并且具有较强的可行性。

5 结 论

本研究针对移动机器人应用中的路径规划问题,提出了一种具备渐进最优特性的基于采样的路径规划算法 MBIT*。该算法的设计与实现为解决复杂环境下的路径规划难题提供了新的有效途径。

算法首先利用 GVD 和基于图的搜索方法生成初始参考路径,并结合障碍物碰撞检测,基于初始路径、起始节点和目标节点构建所有知情集,从而在搜索过程中有效引导路径生成;此外,针对狭窄通道等复杂环境,提出了一种偏置高斯采样策略,以提高在高约束区域内的采样效率,减少不必要的搜索开销;在理论层面,对 MBIT* 算法的概率完备性、渐进最优性和计算复杂度进行了深入分析,证明了其在保证路径质量的同时能够高效收敛至最优解;实验部分通过仿真测试和真实机器人平台实验,验证了所提出算法的有效性、计算效率及其在不同场景下的适用性。

在后续工作中,MBIT* 算法将进一步扩展至高维空间及更加复杂的应用场景,如机械臂路径规划、全地形无人车导航以及多机器人协同作业等;此外,该算法还可与局部路径规划方法结合,以提升机器人在未知动态环境中的实时路径调整能力,增强对突发环境变化的适应性。

参考文献

[1] WANG J K, LI T G, LI B P, et al. GMR-RRT*: Sampling-based path planning using gaussian mixture regression [J]. IEEE Transactions on Intelligent Vehicles, 2022, 7(3): 690-700.

- [2] CHEN Y J, ZHANG ZH X, WU ZH, et al. SET: Sampling-enhanced exploration tree for mobile robot in restricted environments[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2023, 19(10): 10467-10477.
- [3] MANAV A C, LAZOGLU I. A novel cascade path planning algorithm for autonomous truck-trailer parking[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2021, 23(7): 6821-6835.
- [4] SHI Y, HUANG Y W, CHEN Y. Trajectory planning of autonomous trucks for collision avoidance with rollover prevention[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2021, 23(7): 8930-8939.
- [5] WU ZH, CHEN Y J, LIANG J L, et al. ST-FMT*: A fast optimal global motion planning for mobile robot[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2021, 69(4): 3854-3864.
- [6] BING H, LAI L. Improvement and application of Dijkstra algorithms[J]. Academic Journal of Computing & Information Science, 2022, 5(5): 97-102.
- [7] ZHONG X Y, TIAN J, HU H SH, et al. Hybrid path planning based on safe A* algorithm and adaptive window approach for mobile robot in large-scale dynamic environment[J]. Journal of Intelligent & Robotic Systems, 2020, 99(1): 65-77.
- [8] LIU H X, ZHANG Y H. ASL-DWA: An improved A-star algorithm for indoor cleaning robots[J]. IEEE Access, 2022, 10: 99498-99515.
- [9] HAO G Q, LYU Q, HUANG ZH ZH, et al. UAV path planning based on improved artificial potential field method[J]. Aerospace, 2023, 10(6): 562.
- [10] 邓冬冬, 许建民, 孟寒, 等. 基于蚁群算法与人工势场法融合的移动机器人路径规划[J]. 仪器仪表学报, 2025, 46(2): 1-16.
- DENG D D, XU J M, MENG H, et al. Mobile robot path planning based on fusion of ant colony algorithm and artificial potential field method[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2025, 46(2): 1-16.
- [11] LAVALLE S M. Planning algorithms[M]. Cambridge University Press, 2006.
- [12] KAVRAKI L E, SVESTKA P, LATOMBE J C, et al. Probabilistic roadmaps for path planning in high-dimensional configuration spaces[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1996, 12(4): 566-580.
- [13] KUMAR S, SIKANDER A. A modified probabilistic roadmap algorithm for efficient mobile robot path planning[J]. Engineering Optimization, 2023, 55(719): 1616-1634.
- [14] KIM M, AHN J, PARK J. TargetTree-RRT*: Continuous-curvature path planning algorithm for autonomous parking in complex environments[J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2022, 21(1): 606-617.
- [15] HUANG Y, ZHANG F F. Variable curvature path planning for robot-assisted flexible needle insertion based on improved Bi-RRT algorithm[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2024, 73: 1-14.
- [16] CHEN Y Y, FU Y X, ZHANG B, et al. Path planning of the fruit tree pruning manipulator based on improved RRT-connect algorithm[J]. International Journal of Agricultural and Biological Engineering, 2022, 15(2): 177-188.
- [17] 郭俊锋, 袁俊平, 朱红霞. 基于改进RRT算法的双臂服务机器人运动规划研究[J]. 仪器仪表学报, 2024, 45(12): 210-220.
- GUO J F, YUAN J P, ZHU H X. Research on motion planning of dual-arm service robot based on improved RRT algorithm[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2024, 45(12): 210-220.
- [18] 栾添添, 王皓, 孙明晓, 等. 基于动态变采样区域RRT的无人车路径规划[J]. 控制与决策, 2023, 38(6): 1721-1729.
- LUAN T T, WANG H, SUN M X, et al. Unmanned vehicle path planning based on dynamic variable sampling region RRT[J]. Control and Decision, 2023, 38(6): 1721-1729.
- [19] QI J, YANG H, SUN H X. MOD-RRT*: A sampling-based algorithm for robot path planning in dynamic environment[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2021, 68(8): 7244-7251.
- [20] 刘小松, 康磊, 单泽彪, 等. 基于RTSR-RRT*算法的机械臂路径规划[J]. 仪器仪表学报, 2025, 46(3): 65-73.
- LIU X S, KANG L, SHAN Z B, et al. Robotic arm path planning based on RTSR-RRT* algorithm[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2025, 46(3): 65-73.
- [21] 林依凡, 陈彦杰, 何炳蔚, 等. 无碰撞检测RRT*的移动机器人运动规划方法[J]. 仪器仪表学报, 2020, 41(10): 257-267.
- LIN Y F, CHEN Y J, HE B W, et al. Collision detection-free RRT* based motion planning method for mobile robots[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41(10): 257-267.
- [22] 李文君, 李忠伟, 罗偲. 基于RRT*算法的移动机器人安全光滑路径生成[J]. 电子测量技术, 2024, 47(2): 51-60.
- LI W J, LI Z W, LUO C. Safe and smooth path generation for mobile robots based on RRT* algorithm[J]. Electronic Measurement Technology, 2024, 47(2):

- 51-60.
- [23] 张腾龙, 李擎. 基于 B-RRT* FND 算法的移动机器人路径规划[J]. 控制与决策, 2023, 38(11): 3121-3127.
- ZHANG T L, LI Q. Mobile robot path planning based on B-RRT* FND algorithm[J]. Control and Decision, 2023, 38(11): 3121-3127.
- [24] GAMMELL J D, BARFOOT T D, SRINIVASA S S. Batch informed trees (BIT*): Informed asymptotically optimal anytime search[J]. International Journal of Robotics Research, 2020, 39(5): 543-567.
- [25] JANSON L, SCHMERLING E, CLARK A, et al. Fast marching tree: A fast marching sampling-based method for optimal motion planning in many dimensions[J]. International Journal of Robotics Research, 2015, 34(7): 883-921.
- [26] XU J, SONG K CH, ZHANG D F, et al. Informed anytime fast marching tree for asymptotically optimal motion planning[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2020, 68(6): 5068-5077.
- [27] STRUB M P, GAMMELL J D. Adaptively informed trees (AIT*) and effort informed trees (EIT*): Asymmetric bidirectional sampling-based path planning[J]. International Journal of Robotics Research, 2022, 41(4): 390-417.
- [28] HOLSTON A C, KIM D H, KIM J H. Fast-BIT*: Modified heuristic for sampling-based optimal planning with a faster first solution and convergence in implicit random geometric graphs[C]. 2017 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics, 2017: 1892-1899.
- [29] STRUB M P, GAMMELL J D. Advanced BIT* (ABIT*): Sampling-based planning with advanced graph-search techniques[C]. 2020 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2020: 130-136.
- [30] LIU CH, LIU Y, SONG L B, et al. Greedy BIT* (GBIT*): Greedy search policy for sampling-based optimal planning with a faster initial solution and convergence[C]. 2021 International Conference on Computer, Control and Robotics, 2021: 30-36.
- [31] ZHANG L D, BING ZH SH, CHEN K J, et al. Flexible informed trees (FIT*): Adaptive batch-size approach in informed sampling-based path planning[C]. 2024 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2024: 3146-3152.
- [32] WANG X P, MA X L, LI X L, et al. Target-biased informed trees: Sampling-based method for optimal motion planning in complex environments[J]. Journal of Computational Design and Engineering, 2022, 9(2): 755-771.
- [33] 陈彦杰, 梁景林, 张智星, 等. 基于偏置采样和包围优化的移动机器人路径规划方法[J]. 厦门大学学报(自然科学版), 2022, 61(6): 908-915.
- CHEN Y J, LIANG J L, ZHANG ZH X, et al. Mobile robot path planning method based on biased sampling and wrapping optimization[J]. Journal of Xiamen University (Natural Science), 2022, 61(6): 908-915.
- [34] VONO M, DOBIGEON N, CHAINAIS P. High-dimensional Gaussian sampling: A review and a unifying approach based on a stochastic proximal point algorithm[J]. SIAM Review, 2022, 64(1): 3-56.
- [35] HUANG SH K, WANG W J, SUN CH H. A new multirobot path planning with priority order based on the generalized Voronoi diagram[J]. IEEE Access, 2022, 10: 56564-56577.

作者简介



陈正升, 2007 年于哈尔滨工业大学获得学士学位, 2009 年于哈尔滨工业大学获得硕士学位, 2016 年于哈尔滨工业大学获得博士学位, 现为中国矿业大学信息与控制工程学院副教授, 主要研究方向为机器人运动规划与控制。

E-mail: chenzhengsheng@cumt.edu.cn.

Chen Zhengsheng received his B.Sc. degree from Harbin Institute of Technology in 2007, received his M.Sc. degree from Harbin Institute of Technology in 2009, and received his Ph.D. degree from Harbin Institute of Technology in 2016. He is currently an associate professor at School of Information and control Engineering in China Mining University of Technology. His main research interests include path planning and control of robotics.



王雪松(通信作者), 1997 年于安徽理工大学获得学士学位, 1999 年于中国矿业大学获得硕士学位, 2002 年于中国矿业大学获得博士学位, 现为中国矿业大学信息与控制工程学院教授, 主要研究方向为机器学习、模式识别。

E-mail: wangxuesongcumt@163.com

Wang Xuesong (Corresponding author) received her B.Sc. degree from Anhui University of Science and Technology in 1997, received her M.Sc. degree from China Mining University of Technology in 1999, and received her Ph.D. degree from China Mining University of Technology in 2002. She is currently a professor at School of Information and control Engineering in China Mining University of Technology. Her main research interests include machine learning, pattern recognition.