DOI: 10. 19650/j. cnki. cjsi. J2413489

# 基于 TV-KF 的矿浆液位电阻抗成像方法研究\*

李曦婷,高云鹏,谢 琴,杨唐胜,王俊霖

(湖南大学电气与信息工程学院 长沙 410082)

摘 要:针对浮选过程矿浆液位难以准确检测、可视化程度低、现有电阻抗成像算法过于平滑的问题,提出了全变差正则化与卡尔曼滤波相结合的混合 TV-KF 矿浆液位电阻抗成像方法。首先,构建浮选矿浆液位测量场域模型获取场域边界电压,建立基于全变差正则化的浮选过程误差函数计算矿浆液位初始电导率值;其次,基于全变差正则化算法计算电导率值作为卡尔曼滤波 算法预测方程的先验信息,利用不同时刻的测量电压值对卡尔曼滤波算法的更新方程和预测方程进行迭代;最后,基于提出的 TV-KF 电阻抗成像算法求解矿浆液位电导率分布,获得准确的矿浆液位检测结果。仿真和实测结果表明:所提算法重建的矿浆 与泡沫分界面清晰度更高、边缘特性更好,获取的矿浆液位信息全面准确,在不同矿浆液位仿真模型中 PCC 均达到 85%以上, 相比其他重建算法 IRE 值更低、重建效果更优;现场实验平台矿浆液位实测最大误差<2.4 cm,满足浮选工业现场液位准确检 测需求;相较已有方法具有更强的泡沫层信息可视化能力及浆料适用性、对泡沫波动变化有更高的灵敏度,可持续稳定测量矿 浆液位,对当前浮选现场有良好应用价值。

## Research on electrical impedance tomography method for mineral slurry level based on TV-KF

Li Xiting, Gao Yunpeng, Xie Qin, Yang Tangsheng, Wang Junlin

(College of Electrical and Information Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

Abstract: A hybrid TV-KF slurry level impedance imaging method combining total variation regularization and Kalman filtering is proposed to address the challenges of accurate detection of slurry level, low visualization level, and overly smooth imaging results in flotation processes. Firstly, a field model for measuring the flotation slurry level is constructed to obtain the boundary voltage of the field, and a flotation process error function based on total variation regularization is established to calculate the initial conductivity value of the slurry level. Secondly, based on the total variation regularization algorithm, the conductivity value is calculated as prior information for the prediction equation of the Kalman filter algorithm. The updated equation and prediction equation of the Kalman filter algorithm are iteratively updated using the measured voltage values over time. Finally, based on the proposed TV-KF impedance imaging algorithm, the conductivity distribution of the slurry level is solved to obtain accurate slurry level detection results. The simulation and experimental results show that the proposed algorithm has higher resolution and better edge characteristics of the interface between slurry and froth, providing more comprehensive and accurate slurry level information. In various slurry level simulation models, the Pearson correlation coefficient (PCC) exceeds 85%, while the image reconstruction error (IRE) is lower compared to other algorithms, resulting in better reconstruction performance. The maximum measurement error of the slurry level on the on-site experimental platform is less than 2.4 cm, meeting the accurate detection requirements of the flotation industry's on-site liquid level. Compared with the existing methods, the proposed algorithm exhibits stronger visualization of froth layer information, better adaptability to slurry variations, higher sensitivity to froth fluctuations, and sustained, stable measurement of slurry levels, making it highly valuable for practical flotation applications. Keywords: flotation process; electrical impedance tomography; total variation regularization; Kalman filtering; liquid level detection

收稿日期:2024-11-13 Received Date: 2024-11-13

<sup>\*</sup>基金项目:国家重点研发计划(2021YFC2902700,2021YFC2902701)项目资助

## 0 引 言

浮选为矿冶生产中涉及气、液、固三相物质运动的复杂过程,是矿石选洗加工提高精矿产率的重要环节<sup>[1]</sup>。 矿浆液位作为关系浮选过程产品质量的关键参数,其检 测结果的准确性直接决定着浮选效率和精矿品味<sup>[2]</sup>。

现有矿浆液位检测方法主要包括浮力式、压差式、电 容式、激光式、超声波式[3]等,但存在机械结构老化、易受 密闭空间环境影响、测量误差较大等弊端<sup>[4]</sup>。为此, Perez-Garibay 等<sup>[5]</sup>研究了环形电极用于测量矿浆层与泡 沫层的电导率并检测矿浆液位的可行性,证明环形电极 能够适应矿浆腐蚀环境,有效避免了电极表面固体沉积 造成的误差, Moys 等<sup>[6]</sup>在环形电极测量的基础上提出根 据电导率不同特性检测矿浆和泡沫层交界面,通过最大 斜率法检测矿浆液位,证明使用电导率检测液位的可行 性,但后续研究证明最大斜率法计算液位并非真实值。 为此,Cui 等<sup>[7]</sup>在最大斜率法的基础上利用电导率比例 法求取液位,计算结果有所改善但仍精度较低,刘靖等<sup>[8]</sup> 基于 电 导 率 检 测 法 将 电 阳 抗 成 像 技 术 (electrical impedance tomography, EIT)应用于气液两相流检测,并 成功计算出不同流型的所在区域位置及分界,表明 EIT 用于反应浮选过程中的内部结构是可行的,但电阻抗成 像求解过程存在病态性和欠定性,成像结果精度需进一 步提高。

针对电阻抗成像求解过程现存问题,国内外学者对 成像算法进行了系列研究, Mueller 等<sup>[9]</sup>将非线性傅里叶 变换应用到 EIT 图像重建中,提出基于 D-bar 方程的直 接图像重建算法,适用于多种传感器结构或不连续电导 率分布的图像重建。Yang 等<sup>[10]</sup>在 Landweber 算法中加 入阈值限制,但由于测量误差成像效果随迭代次数增加 而变差,为此,Wang等<sup>[11]</sup>提出 Landweber 预迭代法,利用 离线预先迭代和在线一步成像两步重建步骤,提高收敛 速度的同时增加了稳定性。范文茹等<sup>[12]</sup>利用改进 L1/2 正则化算法降低图像重建误差,提高重建精度。 李星等<sup>[13]</sup>提出 Tikhonov 正则化和对角权重正则化相结 合的改进正则化算法,成像的稳定性和抗噪声能力均有 所提高。但收敛精度以及图像边界对比度不够。针对 Tikhonov 正则化算法偏重于解决其适定性问题而导致图 像过于平滑的缺陷,国内外研究学者将全变差正则化 (total variation, TV)方法应用于 EIT 技术, 文献 [14-15] 将 TV 正则化算法应用在图像恢复、重建和去噪等多种 图像处理,其边缘特性效果显著。韩波等<sup>[16]</sup>在 TV 正则 化的基础上提出 TV-Tikhonov 混合正则化方法,并通过理 论推导和仿真实验验证了混合算法的可行性,但仍存在 边界对比度差的缺点,且未进行实测结果验证。

薛永文等<sup>[17]</sup>在利用卡尔曼滤波(Kalman filtering, KF)提 升成像效果的基础上,提出修正的扩展卡尔曼滤波算法 以提升成像分辨率,但也仅停留在仿真结果验证。

据此,为提高图像重建精度,保证图像边界的对比 度和锐度,提出了 KF 和 TV 正则化相结合的混合 TV-KF 矿浆液位电阻抗成像方法,在传统接触式传感探头 测量场域边界电压的基础上,通过所提方法实现浮选 场域内电导率分布的图像化并计算矿浆液位,最后通 过仿真和实验测试验证所提方法的有效性和准确性。

### 1 矿浆液位电阻抗测量原理

EIT 技术包括正问题求解和逆问题求解两个部分。 正问题是根据实际物理场域几何结构搭建被测场域模型,利用目标物体的电导率分布和激励电流求解被测物 体表面电压的变化及灵敏度矩阵的过程;逆问题是根据 正问题计算的灵敏度矩阵以及建立的有限元模型通过图 像重建算法重建电导率分布的过程。

矿浆液位检测的 EIT 问题可通过麦克斯韦方程组求 解,其数学模型可表示为:

 $\nabla \cdot \left[ \boldsymbol{\sigma}(x,y,z) \, \nabla \boldsymbol{u}(x,y,z) \right] = 0, \quad (x,y,z) \in \boldsymbol{\Omega}$ (1)

式中:  $(x,y,z) \in \Omega, \Omega$ 代表被测场域;∇为拉普拉斯算子;  $\sigma(x,y,z)$  为关于(x,y,z) 的电导率分布;u(x,y,z) 为被 测场域内部的电压分布。

使用全电极模型,式(1)的边界条件可表示为:

$$\begin{cases} \boldsymbol{u}(x,y,z) + \boldsymbol{z}_{l}\boldsymbol{\sigma}(x,y,z) & \frac{\partial \boldsymbol{u}(x,y,z)}{\partial \boldsymbol{n}} = \boldsymbol{U}_{l} \\ \int_{\boldsymbol{e}_{l}} \boldsymbol{\sigma}(x,y,z) & \frac{\partial \boldsymbol{u}(x,y,z)}{\partial \boldsymbol{n}} \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \boldsymbol{I}_{l} \\ \boldsymbol{\sigma}(x,y,z) & \frac{\partial \boldsymbol{u}(x,y,z)}{\partial \boldsymbol{n}} = \boldsymbol{0} \end{cases}$$
(2)

式中:  $(x,y,z) \in e_l \subset \partial\Omega$ ; 电极数量  $l = 1,2,3, \dots, N_{el}$ ,  $N_{el}$  为电极总数;  $z_l$  是被测介质和电极  $e_l$  之间的接触阻抗;  $I_l, U_l$  分别代表场域内的电极电流与电极电压。

如果给定电导率分布  $\sigma(x,y,z)$ ,式(1)的求解即为 EIT 的正问题;如果给定电极电流  $I_l$  和电极电压  $U_l$  求解 电导率的分布情况  $\sigma(x,y,z)$ ,式(2)即为 EIT 的逆问题 求解。

使用有限元模型对正问题求解,则全电极模型存在 弱解,即:

$$B((\boldsymbol{u},\boldsymbol{U}),(\boldsymbol{v},\boldsymbol{V})) = \sum_{l=1}^{N_{el}} \boldsymbol{I}_l \boldsymbol{V}_l$$
(3)

式中:u为被测场域电压分布;U为电极电压;在有限元 (finite element method, FEM)模型中被测场域 $\Omega$ 被划分

为若干不相交的元素,v为有限元模型中各元素的内部 电压;V为各元素边界电压。场域电压 u 和电极电压 U可以用特定的基函数逼近,且在有限元模型中每个 元素内部电导率可以用分段线性或分段常数基函数 逼近。

## 2 矿浆液位电阻抗成像模型构建

#### 2.1 矿浆液位电阻抗成像柱对称模型

矿浆液位电阻抗成像利用均匀排列的环形电极阵列 传感器向浮选矿浆施加激励信号,根据矿浆不同电导率 采集不同电压值作为电阻抗成像的输入值,而在利用环 形电极测量时,测量电导率在角度方向上近似旋转不变, 全电极模型可简化为柱对称模型,在非对称测量目标下, 柱对称模型估算的电导率与非对称三维目标电导率的角 度平均值近似<sup>[18]</sup>,且柱对称模型比全电极模型计算速度 更快,因此本研究建立全电极模型简化后的柱对称模型 以提高计算速度,为成像的实时性提供基础。矿浆液位 电阻抗成像柱对称模型如图1所示。



图 1 矿浆液位电阻抗成像柱对称模型 Fig. 1 Electrical impedance tomography measurement model for mineral slurry liquid level

图1中, r<sub>0</sub>为电极探头半径, R为浮选池半径, z<sub>1</sub>, z<sub>2</sub> 分别为浮选池底部与顶部高度。利用环形电极测量时, 电导率信息关于z轴旋转不变,即全电极模型可以简化为 柱对称模型, x, y, z 平面的三维计算域简化为 rz 平面的二 维计算域,则式(3)可展开为:

$$B((\boldsymbol{u},\boldsymbol{U}),(\boldsymbol{v},\boldsymbol{V})) = \int_{z_1}^{z_2} \int_{r_0}^{R} 2\pi r \boldsymbol{\sigma} \left(\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial r} \frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial r} + \frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial z} \frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial z}\right) dr dz + \sum_{i=1}^{N_{el}} \frac{1}{zl} \int_{z_0,l}^{z_1,l} 2\pi r_0(\boldsymbol{u} - \boldsymbol{U}_l) (\boldsymbol{v} - \boldsymbol{V}_l) dz$$
(4)

式(4)为浮选过程 EIT 正问题的理论模型,与三维 x、y、z 平面计算域相比,rz 平面二维计算域的简化为提升 成像速度、保证实时性提供了理论前提。

## 2.2 矿浆液位电阻抗成像正问题模型

基于电导率测量矿浆液位原理<sup>[19]</sup>,利用侵入式环形 电极测量浮选矿浆电导率,引入 EIT 测量矿浆液位。根 据浮选工况矿浆电导率分层情况建立矿浆液位电阻抗成 像正问题模型如图 2 所示。



如图 2(a) 所示, 矿浆液位电阻抗成像有限元模型将 浮选池测量域自下而上分为矿浆层、泡沫层、空气层 3 部 分,其中由于浮选过程中矿浆气含率自底部向上逐渐增 大, 在泡沫层顶部气泡富集, 根据气含率与电导率可将泡 沫层看作非线性分段函数, 由此将泡沫层细分为 N<sub>f</sub> 层, 其中 N<sub>f</sub> 的大小由传感探头环形电极间距和电极大小决 定, 中部圆柱体为传感探头, 其上有均匀排布的环形电极 阵列。如图 2(b) 所示, 根据实验测量电压及电压与电导 率关系, 设置有限元模型中不同介质的电导率大小, 由于 泡沫层气含率较高接近空气层, 故图中电导率颜色与空 气层相近。

考虑测量实时性、测量敏感场深度与广度灵敏度,矿 浆液位电阻抗成像正问题采用什伦贝尔法激励方式,该 方法原理为测量电极间距保持不变,激励电极同时逐点 向上和下移动,得到一轮测量电压,下一轮测量时激励与 测量4个电极同时向上一个电极,循环往复直到测量结 束。利用该方法测量的矿浆液位正问题边界电压测量曲 线如图3所示。为增加矿浆层与泡沫层重建图像对比 度,采用清水电导率作为浮选被测场域均匀介质电导率, 将清水电导率与矿浆层、不同泡沫层电导率的比值作为 浮选被测场域非均匀介质电导率,图3中实线为设置被 测场域均为清水时均匀介质电导率下电压测量曲线,叉 划线为被测场域分别为矿浆层、泡沫层介质电导率下电 压测量曲线,测量电压随着测量次数的增大即激励与测 量电极间距的增大逐渐减小,且不同介质电导率下电压 测量曲线有明显的电压变化梯度。







#### 2.3 矿浆液位电阻抗成像逆问题模型

现有三维电阻抗成像有数据量大、计算缓慢等缺点, 为保证矿浆液位电阻抗成像的实时性、减小计算量,根据 柱对称模型原理建立浮选矿浆二维网格剖分模型如 图 4(a)所示,二维网格剖分模型与三维全计算域模型对 比如图 4(b)所示,由于空气层电导率很小,创建的矿浆 液位电阻抗成像逆问题模型只对浮选池内矿浆层与泡沫 层进行网格剖分与成像。



图 4 矿浆液位电阻抗成像逆问题模型

Fig. 4 The inverse problem model of electrical impedance tomography for slurry liquid level

## 3 基于 TV-KF 的矿浆液位电阻抗成像算法

为实现从浮选过程边界电压数据到电导率分布的重建,提出将 TV 正则化与 KF 算法相结合的混合 TV-KF 电阻抗成像算法。

基于 TV-KF 的电阻抗成像算法将 TV 正则化求解的 电导率作为先验信息,而后通过 KF 算法更新电导率状 态估计以获取稳定解。由于浮选过程中测量到的边界电 压 V存在误差,导致测量电压 V与正问题计算的边界电 压  $U(\sigma)$  不相等,为重建真实电导率,构建浮选过程中基 于 TV 正则化的测量电压 V与计算电压  $U(\sigma)$  误差函 数<sup>[20]</sup> 为:

min 
$$UV(\boldsymbol{\sigma}) = \| \boldsymbol{U}(\boldsymbol{\sigma}) - \boldsymbol{V} \|^2 + \beta \sum_{i=1}^{N_{ed}} \sqrt{|l_i \boldsymbol{\sigma}|^2 + \gamma}$$
(5)

式中:  $V 与 U(\sigma)$  分别是浮选过程中利用什伦贝尔法获 取的测量边界电压矩阵和正问题计算的边界电压矩阵。 由于实际求解过程中雅可比矩阵 J 的广义逆矩阵条件数 大,导致  $J^{T} \cdot J$  的条件数巨大,加重了逆问题的病态性, 因此为求解 TV 正则化的电导率分布,采用一步高斯牛 顿迭代法,对误差函数 min  $UV(\sigma)$  在初始值  $\sigma_0$  处 Taylor 二阶展开,即:

$$UV(\boldsymbol{\sigma}) \approx UV(\boldsymbol{\sigma}_0) + UV'(\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma}_0) + \frac{1}{2}(\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma}_0)^{\mathrm{T}} \cdot UV''(\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma}_0)$$
(6)

令  $UV(\sigma)$  一阶导数为 0,则利用一步高斯牛顿迭代 法求解的基于 TV 正则化的电导率分布  $\sigma_{\tau\tau}$  可表示为:

 $\boldsymbol{\sigma}_{TV} = \boldsymbol{\sigma}_0 - G(\boldsymbol{\rho}^k)^{-1} \cdot [\boldsymbol{J}^T \cdot F(\boldsymbol{\rho}^k) + H(\boldsymbol{\rho}^k)] \quad (7)$  $\vec{\mathbf{x}} \doteqdot \cdot$ 

$$\begin{cases} G(\boldsymbol{\rho}^{k}) = \boldsymbol{J}^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{J} + \boldsymbol{\beta} \cdot \boldsymbol{l}^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{P}^{-1} \cdot \boldsymbol{Q} \cdot \boldsymbol{l} \\ F(\boldsymbol{\rho}^{k}) = \boldsymbol{U}(\boldsymbol{\sigma}_{0}) - \boldsymbol{V} \\ H(\boldsymbol{\rho}^{k}) = \boldsymbol{\beta} \cdot \boldsymbol{l}^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{P}^{-1} \cdot \boldsymbol{l} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{0} \end{cases}$$
(8)

式中:J为雅可比矩阵; $J^{T} \cdot J$ 为忽略其高阶项的海瑟矩 阵;l是有限元元素与其边之间关系的稀疏矩阵; $P \setminus Q$ 为 含有l的表达式; $\beta$ 为 TV 正则化系数。

在 TV 正则化求解电导率分布 *σ*<sub>rv</sub> 的基础上,利用 KF 算法不断迭代修正和预测以提高图像重建精度,则基 于 TV-KF 的矿浆液位电阻抗成像的状态方程与测量方 程可表示为:

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma}_{k} = \boldsymbol{F}_{k-1}\boldsymbol{\sigma}_{k-1} + \boldsymbol{w}_{k-1} \\ \boldsymbol{u}_{k} = \boldsymbol{J}\boldsymbol{\sigma}_{k} + \boldsymbol{\nu}_{k} \end{cases} \tag{9}$$

式中:  $\sigma_k$ 、 $\sigma_{k-1}$ 表示 k、k - 1时刻的电导率矢量;  $F_{k-1}$ 表示 k - 1时刻的状态转移矩阵,在浮选过程 EIT 中为与剖分 单元数量相关的稀疏单位矩阵;  $w_{k-1}$ 表示 k - 1时刻的系 统噪声,服从均正态分布,均值为 0,协方差为  $Q_{k-1}$ ;  $u_k$  为 k时刻的边界电压测量值; J 为雅可比矩阵;  $v_k$  是服从正 态分布,均值为 0,协方差为  $R_k$ 的高斯白噪声。

则 TV-KF 算法的预测方程可以表示为:

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma}_{k}^{-} = \boldsymbol{F}_{k} \boldsymbol{\sigma}_{k-1}^{+} + \boldsymbol{w}_{k-1} \\ \boldsymbol{C}_{k}^{-} = \boldsymbol{F}_{k-1} \boldsymbol{C}_{k-1}^{+} \boldsymbol{F}_{k-1}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{Q}_{k-1} \end{cases}$$
(10)

式中: $\sigma_{k-1}^{*}$ 为式(7)中 TV 正则化算法根据一步高斯牛顿 迭代法求解的初始电导率 $\sigma_{TV}$ ; $C_k$ 、 $C_{k-1}$ 表示k、k-1时刻 的误差协方差估计; $Q_{k-1}$ 取 TV 正则化的先验估计逆问题 协方差。

则 TV-KF 算法的更新方程可以表示为:

$$\begin{cases}
\mathbf{K}_{k} = \mathbf{C}_{k} \mathbf{J}_{k}^{\dagger} \left[ \mathbf{J}_{k} \mathbf{C}_{k} \mathbf{J}_{k}^{\dagger} + \mathbf{R}_{k} \right]^{T} \\
\mathbf{\sigma}_{k}^{+} = \mathbf{\sigma}_{k}^{-} + \mathbf{K}_{k} (\mathbf{u}_{k} - \mathbf{J}_{k} \mathbf{\sigma}_{k}^{-}) \\
\mathbf{C}_{k}^{+} = \left[ (\mathbf{C}_{k}^{-1})^{-1} + \mathbf{J}^{\mathrm{T}} \mathbf{R}_{k}^{-1} \mathbf{J}^{\mathrm{T}} \right]^{-1} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{k} \mathbf{J}_{k}) \mathbf{C}_{k}^{-} \\
\end{cases}$$
(11)

式中:I取与剖分单元数量相关的稀疏单位矩阵; $R_k$ 在浮选过程 EIT 中可以表示为:

$$\boldsymbol{R}_{k} = h_{p}^{2\boldsymbol{Q}_{k}} \tag{12}$$

式中: $h_p$ 为通过L曲线获得的正则化超参数; $Q_k$ 为前述TV正则化先验估计协方差。

综上所述,基于 TV-KF 的矿浆液位 EIT 算法整体流 程如图 5 所示。







其具体步骤为:

1)初始化电导率分布及误差协方差估计: $\sigma_0 = 0$ ,  $C_0 = \infty$ ,利用什伦贝尔法获取测量与计算边界电压 V 与  $U(\sigma_0)$ ;

2)根据 TV 正则化参数β、稀疏矩阵I、函数项P与Q 及式(5)构建基于 TV 正则化的浮选过程误差函数 min UV(σ); 3)利用式(7)求解  $\sigma_{TV}$  作为 KF 算法的先验信息,即  $\sigma_{k-1}^{+} = \sigma_{TV}$ ;

4) 计算 TV 正则化的先验估计逆问题协方差  $Q_k$ , 将 参数代入 KF 算法,更新算法预测方程  $\sigma_k^-$ 和  $C_k^-$ ;

5)更新预测方程式(10),获取 k 时刻电导率分布  $\sigma_k^-$ 和误差协方差估计  $C_k^-$ ,根据更新方程式(11) 对卡尔曼 增益  $K_k$ 、重建电导率  $\sigma_k$ 、误差协方差估计  $C_k$  更新迭代;

6) 迭代更新电导率分布, 输出重建电导率  $\sigma_{TV-KF}$ 。

## 4 矿浆液位电阻抗成像仿真验证

为验证基于 TV-KF 的矿浆液位电阻抗成像效果,利 用 MATLAB 与 EIDORS 仿真软件搭建矿浆液位电阻抗成 像有限元模型与电极模型,设置电极环高度为 1.2 cm,电 极间距为 3.5 cm,矿浆层与分层泡沫层间电导率均匀分 布且不变,利用什伦贝尔激励测量法获取模型边界电压 并计算被测场域雅可比矩阵,最后利用基于 TV-KF 的电 阻抗成像算法对图像重建效果进行仿真实验与验证。

#### 4.1 不同泡沫层高度成像仿真实验

为验证基于 TV-KF 的矿浆液位电阻抗成像算法在不 同高度位置的泡沫层的成像效果,对泡沫层的不同位置进 行仿真实验,设置电极位置在浮选池 13~106 cm 范围内, 保持泡沫层厚度均为 50 cm 不变,分别探究泡沫层位置位 于浮选池 50~100 cm、35~85 cm、10~60 cm 处 TV-KF 算法 图像重建效果如图 6 所示。图 6 中网格为二维网格剖分 模型的逆问题成像结果,网格横坐标为浮选池宽度,纵坐 标为浮选池高度,网格中虚线代表正问题中设置的分层 泡沫层位置。不同颜色代表重建电导率分布,重建电导 率越大、颜色越浅则越接近矿浆层,重建电导率越小、颜 色越深则越接近空气层。



图 6 不同泡沫层高度的重建图像



图 6(a) 中 的 泡沫 层 位 于 电 极 传 感 器 上 边 界, 图 6(b) 中泡沫层位于电极传感器中部,图 6(c) 中泡沫 层位于电极传感器下边界。由图 6 可见,在不同泡沫位置,TV-KF 图像重建算法均能保持清晰的边缘特性,矿浆 层与泡沫层对比度明显,分层效果良好,但由于什伦贝尔 法激励方式的电压测量特性以及环形电极传感器结构限 制,越靠近电极测量边界重建图像病态性越严重误差越 大,故为保证图像重建的完整性在实际应用时,应尽量将 泡沫层高度保持在环形电极传感器中部位置,以获取更 多电压信息与较好的图像重建效果,为精确测量与计算 泡沫厚度提供基础。

#### 4.2 不同泡沫层厚度成像仿真实验

为验证基于 TV-KF 的矿浆液位电阻抗成像算法在 不同泡沫层厚度的成像效果,分别保持泡沫层位于电极 传感器中部,对泡沫厚度在 20、60、80 cm 处的 TV-KF 图 像重建效果进行仿真实验,重建图像如图 7 所示,图中重 建网格及重建电导率描述与图 6 相同。





由图 7 可见,随着泡沫厚度的增加,TV-KF 算法均能 对矿浆层与泡沫分层状态进行良好的图像重建,且电极 周围分层效果越明显,不同层之间边界清晰度较高,边缘 特性保持较好,重建电导率相对稳定,故优化后的算法能 够较好地重建泡沫层的分层状态。

#### 4.3 与现有算法效果对比

将 TV-KF 的电阻抗成像算法与传统 TV 正则化算 法、牛顿一步误差重构算法(Newton's one - step error reconstructor, NOSER)、Tikhonov 成像算法进行对比,此 重建图像如图 8 所示。由于 TV 正则化算法与 TV-KF 算 法图像重建效果随着迭代次数变化而变化,分别取 TV 正则化算法与 TV-KF 算法的第 20 次迭代效果进行对比 分析。

图 8 中重建电导率描述与图 6 相同,即电导率越大、颜色越浅则越接近矿浆层,电导率越小、颜色越深则越接近空气层。由图 8 可见,图 8(a)、(b)为泡沫层高度为 50~85 cm 范围内的 3D 与 2D 仿真图像,其中图 8(b)为





根据柱对称模型建立的只包含泡沫层与矿浆层的二维仿 真图像,图8(c)~(f)为3种传统算法与改进后的TV-KF 算法成像效果对比,可见传统TV正则化算法与NOSER算 法的矿浆液位成像只能看出较模糊的分界,对于分层效果 不清晰,Tikhonov正则化算法只对接近电极区域成像效果 明显,而改进后TV-KF算法在矿浆液位成像中泡沫层分层 图像明显,且不同层之间界面较清晰,重建图像有较好的 对比度和清晰度,图像的边缘特性较明显,相较于传统TV 正则化算法、NOSER算法、Tikhonov正则化算法而言TV-KF的成像效果有明显优化,重建图像更加接近真实值。

TV-KF 图像重建算法与传统 TV 正则化算法、 NOSER 算法、Tikhonov 正则化算法重建电导率曲线对比 如图9所示。







Fig. 9 Reconstruction of conductivity curves using different imaging algorithms 图 9(a)为仿真建立的真实电导率分布,电导率自矿 浆层到泡沫层成阶梯状递减,且每层电导率分布均匀, 图 9(b)~(e)为3种传统算法与改进后的 TV-KF 算法重 建电导率曲线对比,可见 TV 正则化算法与 NOSER 算法 重建电导率有明显下降趋势,TV 正则化阶梯状较明显, NOSER 算法重建电导率矿浆层与泡沫层间分界不显著, Tikhonov 正则化算法重建电导率趋势不显著,效果较差, 相较于传统算法,TV-KF 重建的电导率有明显的阶梯状 递减趋势,电导率重建曲线能较好地保持分层泡沫的边 缘特性,能较好反应泡沫层与矿浆层、泡沫层内部的分层 特性,以及还原原始电导率的非线性阶梯趋势,为矿浆液 位准确计算提供可靠性基础。

#### 4.4 仿真结果评价

为从数值角度分析基于 TV-KF 的矿浆液位电阻抗 成像算法性能,选取皮尔逊相关系数(Pearson correlation coefficient, PCC)和图像重构误差(image reconstruction error, IRE)两个评价指标对重建算法进行分析。

采用 PCC 对重建电导率进行对比分析,具体计算 式为:

$$PCC = \frac{\text{Cov}(\boldsymbol{\sigma}_{\text{true}}, \boldsymbol{\sigma}_{\text{build}})}{\text{Std}(\boldsymbol{\sigma}_{\text{true}}) \text{Std}(\boldsymbol{\sigma}_{\text{build}})}$$
(13)

式中: $\sigma_{true}$ 为真实电导率分布; $\sigma_{build}$ 为图像重建算法重构的电导率分布。PCC 值越接近 1 表明重建电导率越准确。

改进的 TV-KF 算法与 Tikhonov 正则化、TV 正则化、 NOSER 这 3 种经典重建算法在不同泡沫厚度和不同泡 沫层位置的 PCC 评价指标对比如表 1 所示。

表 1 PCC 评价指标对比 Table 1 PCC comparison

|                   |                   |         | •        |         |         |
|-------------------|-------------------|---------|----------|---------|---------|
| <i>Lfroth</i> /cm | <i>Hfroth/</i> cm | TV-KF   | Tikhonov | TV      | NOSER   |
| 20                | 60                | 0.8787  | 0.3703   | 0.7654  | 0.7317  |
| 20                | 40                | 0.8673  | 0.310 5  | 0.5692  | 0.308 9 |
| 30                | 50                | 0.941 1 | 0.3347   | 0.8596  | 0.8511  |
| 30                | 90                | 0.9219  | 0.404 2  | 0.8133  | 0.789 3 |
| 30                | 80                | 0.930 5 | 0.407 1  | 0.8129  | 0.7893  |
| 40                | 60                | 0.945 2 | 0.4027   | 0.9206  | 0.8914  |
| 50                | 85                | 0.9694  | 0.432 2  | 0.803 0 | 0.884 0 |
| 80                | 100               | 0.8552  | 0.352 6  | 0.752 6 | 0.413 3 |

表1中Lfroth代表泡沫层底部与矿浆层接触位置, Hfroth代表泡沫层顶部与空气面接触位置,相较其他 3种经典图像重建算法,TV-KF算法在不同泡沫层厚度 上的PCC指数在0.9附近波动更加接近于1,在泡沫层 位置处于电极传感器边界时仍能保持0.85以上的PCC 系数,TV 正则化和 NOSER 图像重建算法在泡沫层位于 电极传感器中部、泡沫厚度在 20~35 cm 范围内 PCC 指 标较高,重建效果较好,而 Tikhonov 算法在各类情况下重 建情况均较差。

采用 IRE 对重建电导率进行对比分析, IRE 越小则 误差越小,具体计算式<sup>[21]</sup>为:

$$IRE = \frac{\|\boldsymbol{\sigma}_{\text{build}} - \boldsymbol{\sigma}_{\text{true}}\|_{2}}{\|\boldsymbol{\sigma}_{\text{true}}\|_{2}}$$
(14)

表 2 为改进的 TV-KF 算法与 Tikhonov 正则化、TV 正则化、NOSER 这 3 种经典重建算法在不同泡沫厚度和 不同泡沫层位置的 IRE 评价指标对比,可见 TV-KF 算法 在同等条件下 IRE 指数更加接近于 0,3 种经典图像重建 算法重建效果与表 1 表现一致,表明 TV-KF 算法在浮选 过程矿浆层与泡沫层电导率重建上有较高的还原度与较 小的重建误差。

| Table 2   IRE comparison |                   |         |          |         |         |  |  |
|--------------------------|-------------------|---------|----------|---------|---------|--|--|
| <i>Lfroth</i> /cm        | <i>Hfroth</i> /cm | TV-KF   | Tikhonov | TV      | NOSER   |  |  |
| 20                       | 60                | 0.368 2 | 0.8400   | 0.608 0 | 0.5853  |  |  |
| 20                       | 40                | 0.418 8 | 0.6275   | 0.5922  | 0.6234  |  |  |
| 30                       | 50                | 0.2717  | 0.5302   | 0.3864  | 0.404 3 |  |  |
| 30                       | 90                | 0.3708  | 0.743 3  | 0.5386  | 0.5744  |  |  |
| 30                       | 80                | 0.340 5 | 0.7479   | 0.505 8 | 0.5356  |  |  |
| 40                       | 60                | 0.202 0 | 0.458 8  | 0.288 0 | 0.3179  |  |  |
| 50                       | 85                | 0.173 2 | 0.491 5  | 0.388 8 | 0.322 2 |  |  |
| 80                       | 100               | 0.221 3 | 0.438 0  | 0.438 0 | 0.361 2 |  |  |

#### 表 2 IRE 评价指标对比 Table 2 IRE comparison

## 5 矿浆液位电阻抗成像实验验证

#### 5.1 实验平台搭建

为验证基于 TV-KF 电阻抗重建算法的重建图像效 果以及矿浆液位计算方法准确性,利用小型浮选柱搭建 矿浆液位检测实验平台如图 10 所示。

如图 10,电极传感器通过固定夹具固定于浮选柱中央,浮选柱柱体由透明亚克力材料构成,柱壁外贴有标尺 方便实验过程中对于矿浆与泡沫的观测,在实验过程中, 通过浮选柱底部气阀鼓入空气产生气泡,能观察到矿浆 在起泡剂和空气作用下的分层现象,通过调节鼓入空气 量和矿浆浓度可对泡沫厚度进行有效控制,通过柱壁标 尺可实现泡沫厚度的观测和标定。

矿浆液位检测实验材料包括水、矿粉、起泡剂等,将 矿粉加入水中搅拌并倒入起泡剂形成矿浆,最后加入浮 选柱中,随着空气鼓入矿浆易出现泡沫层分层现象,待泡



图 10 浮选柱实验平台

Fig. 10 Flotation column experimental platform

沫厚度波动稳定时通过电极传感器利用什伦贝尔法获取 测量电压并进行 EIT 成像,同时通过浮选柱壁外标尺观 察实际泡沫厚度及矿浆液位。

#### 5.2 实测实验结果

通过改变气阀对空气的控制量,分别对泡沫厚度 观测值在15、20.2、30 cm 时进行成像实验,重建图像及 电导率曲线如图 11 所示。重建图像中横坐标代表浮 选场域宽度,纵坐标代表浮选场域高度,重建电导率越 大越接近矿浆层,重建电导率越小则气含率越大,越接 近空气层。

如图 11,泡沫重建图像有明显分层现象,随着泡沫 厚度的增加,重建图像的分层效果愈发明显,能根据测量









电压重建较清晰边界,但并非所有泡沫层都能完全重建, 图像仍存在伪影,越接近空气的泡沫层只能重建出电极 附近图像。

由图 11 中重建电导率曲线可见,电导率呈现明显阶梯状跳变,对于分层效果有较好地表现,有利于进一步计算矿浆液位,但泡沫厚度在 15 cm 时接近空气的泡沫层重建电导率存在较大误差,波动较大,在 20.2 和 30 cm 时重建电导率误差较小、分层更多,这是由于图像重建精度受传感器电极间距影响,间距越小成像精度越高,但采集信号数越大,对硬件系统要求越高。

综合以上分析,所提的基于 TV-KF 的图像重建算法 对浮选过程泡沫厚度成像能够有较清晰的边界,泡沫分 层状态能明显重建,但仍存在伪影、泡沫重建不完全的缺 点且重建效果易受测量电极影响,该算法为后续研究提 供基础,还有进一步的优化与改进空间。 在 EIT 图像重建的基础上,进一步对矿浆液位观测 值在浮选场域15、30、45、55、65 和 80 cm 时的矿浆液位重 建结果进行对比实验,基于 TV-KF 电阻抗成像的矿浆液 位测量结果与标尺测量液位进行对比如表 3 所示。

表 3 矿浆液位成像误差

| Table 3 | Imaging error | r of slurry liqu | id level (cm) |
|---------|---------------|------------------|---------------|
| 实验编号    | 观测值           | 重建值              | 绝对误差          |
| 1       | 14.8          | 17.1             | 2.3           |
| 2       | 15.0          | 16.9             | 1.9           |
| 3       | 14.9          | 17.3             | 2.4           |
| 4       | 29.6          | 31.4             | 1.8           |
| 5       | 29.9          | 31.5             | 1.6           |
| 6       | 30.0          | 31.5             | 1.5           |
| 7       | 45.0          | 43.2             | 1.8           |
| 8       | 45.2          | 43.6             | 1.6           |
| 9       | 44.8          | 44.0             | 0.8           |
| 10      | 55.5          | 53.8             | 1.7           |
| 11      | 54.6          | 53.1             | 1.5           |
| 12      | 55.8          | 54.9             | 0.9           |
| 13      | 65.6          | 65.0             | 0.6           |
| 14      | 65.0          | 64.2             | 0.8           |
| 15      | 65.3          | 64.9             | 0.4           |
| 16      | 79.2          | 77.2             | 2.0           |
| 17      | 80. 5         | 78.7             | 1.8           |
| 18      | 80. 9         | 79.0             | 1.9           |

由表 3 可知,基于 TV-KF 电阻抗成像算法的液位测 量误差在±2.4 cm,由于什伦贝尔法的激励特性,矿浆液 位在电极测量场域边缘时测量误差较大,在测量场域中 部时测量误差较小,满足浮选工业现场的检测需求。

进一步将所提方法与已有矿浆液位检测方法比较分 析,现有浮选工业现场应用的浮子式检测仪读数直观、无 测量盲区,但存在机械结构易老化、浮子易附着矿浆结 垢,使测量值偏大灵敏度降低等问题;压差性检测仪穿透 性强,但测量精度受矿浆、泡沫密度影响大,稳定性较差; 电容式检测仪结构简单、稳定可靠,但由于不同矿浆介电 常数不同,测量准确度较低;超声波式检测仪方向性好、 穿透性强,但由于超声波的散射作用测量准确性较差;而 最大斜率法和线性化插值法均利用电导率检测法为基 础,利用的环形电极有较高耐腐蚀性,但由于算法不成 熟,检测精度受测量电极间距影响较大。由此可知,相较 已有矿浆液位检测方法,所提的检测方法能将泡沫层厚 度、宽度等信息可视化,对于泡沫波动变化有较高的灵敏 度,可持续稳定测量矿浆液位,满足浮选工业现场测量精 度需求的同时有良好的矿浆适用性,对浮选现场有更好 的应用价值,为浮选过程矿浆液位检测研究提供了准确 的电阻抗成像基础。

## 6 结 论

针对浮选过程中矿浆液位电阻抗成像问题,提出了 基于 TV-KF 的矿浆液位电阻抗成像算法,采用柱对称模 型和二维网格剖分模型进行仿真实验,结果表明:TV-KF 算法既保留了 KF 算法抑制过程噪声、重建实时性的优 点,又保留了 TV 算法图像边缘高对比度和锐度,对于不 同高度厚度泡沫层能够清晰重建矿浆液位泡沫分界面且 具有较高的边缘特性,伪影较少;通过皮尔逊相关系数 PCC 和图像重构误差系数 IRE 两个图像评价指标对所提 算法的重建图像质量进行分析,与现有方法相比,本研究 提出算法的 PCC 系数更大、IRE 系数更小,重建电导率更 加接近真实值,具有更高的成像精度。

为验证所提算法在工程实际问题上的有效性,搭建 小型浮选柱矿浆液位检测实验平台进行实测,结果表明: 所提算法对于不同泡沫厚度进行成像,重建图像均有明 显分层现象,具有较为清晰的边界;在 EIT 图像重建基础 进行浮选液位检测,所提算法对于不同液位重建值误差 均在±2.4 cm 以内,满足浮选工业现场检测需求,进一步 验证所提算法在实际应用的有效性,为矿浆液位的测量 提供了新思想与解决方案。

#### 参考文献

 [1] 高文宇, 冯中爱, 仇庆敏, 等. 浮选泡沫环境下液位 检测装置的设计与应用[J]. 选煤技术, 2021(3): 86-90.

> GAO W Y, FENG ZH AI, QIU Q M, et al. Design and application of the liquid level meter for use in the presence of accumulated layer of secondary flotation foam[J]. Coal Preparation Technology, 2021(3):86-90.

- HE M F, SUN B. On-line froth depth estimation for sulphur flotation process with multiple working conditions[J]. IEEE Access, 2019, 7: 124774-124784.
- [3] 洪志刚,杜维玲,周玲. 超声波外测液位检测方法研究[J].电子测量与仪器学报,2007,21(4):46-49. HONG ZH G, DU W L, ZHOU L. Study on ultrasonic liquid level measurement on the ektexine of seal vessel[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2007,21(4):46-49.
- [4] 王英,张克.常见浮选液位测量装置的分析及对 比[J].工矿自动化,2013,39(1):55-58.
   WANG Y, ZHANG K. Analysis and comparison of common liquid level detecting equipments in flotation

process[J]. Journal of Mine Automation, 2013, 39(1): 55-58.

- [5] PEREZ-GARIBAY R, VANEGAS-BUSTOS V H, URIBE-SALAS A, et al. Advances in froth level detection: The use of a toroid electrode in the electrical conductivity technique[J]. Canadian Metallurgical Quarterly, 2005, 44(3): 393-396.
- [6] MOYS M H, FINCH J A. Developments in the control of floatation courses [J]. International Journal of Mineral Processing, 1988, 23 (3/4): 265-268.
- [7] CUI Z Q, QU H T, XU Y, et al. A parametric method for pulp-froth interface detection by using ERT linear sensor[C]. 2023 IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference, 2023, 1-5.
- [8] 刘靖,王雪瑶,刘石. 多相流测量用动态电容层析成 像图像重建算法[J]. 仪器仪表学报,2015,36(10): 2355-2362.
  LIU J, WANG X Y, LIU SH. Dynamic image reconstruction method for electrical capacitance tomography in multiphase flow measurement [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2015, 36(10): 2355-2362.
- [9] MUELLER J L, SILTANEN S, ISAACSON D. A direct reconstruction algorithm for electrical impedance tomography[J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2002, 21(6): 555-559.
- YANG W Q, SPINK D M, YORK T A, et al. An imagereconstruction algorithm based on Landweber's iteration method for electrical-capacitance tomography[J]. Measurement Science and Technology, 1999, 10(11): 1065-1069.
- [11] WANG H X, WANG CH, YIN W L. A pre-iteration method for the inverse problem in electrical impedance tomography [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2004, 53(4): 1093-1096.
- [12] 范文茹, 么雪飞. 基于改进 L1/2 正则化的电阻抗层析 成像[J]. 电子测量技术, 2022, 45(7):56-61.
  FAN W R, YAO X F. Electrical impedance tomography based on improved L1/2 regularization [J]. Electronic Measurement Technology, 2022, 45(7):56-61.
- [13] 李星,杨帆,余晓,等.基于内源式电阻抗成像的接地网缺陷诊断逆问题研究[J].电工技术学报,2019, 34(5):902-909.

LI X, YANG F, YU X, et al. Research on the inverse problem of grounding grid fault diagnosis based on innersource EIT [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2019,34(5): 902-909.

[14] CHEN Q, MONTESINOS P, SUN Q S, et al. Adaptive total variation denoising based on difference curva-

ture[J]. Image and Vision Computing, 2010, 28(3): 298-306.

- [15] LANDI G, PICCOLOMINI E L. An efficient method for nonnegatively constrained total variation-based denoising of medical images corrupted by Poisson noise [J]. Computerized Medical Imaging and Graphics, 2012, 36(1): 38-46.
- [16] 韩波,窦以鑫,丁亮. 电阻率成像的混合正则化反演 算法[J]. 地球物理学报, 2012, 55(3): 970-980.
  HAN B, DOU Y X, DING L. Electrical resistivity tomography by using a hybrid regularization[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2012, 55(3): 970-980.
- [17] 薛永文,严佩敏,马坤坤. 修正的扩展卡曼滤波器在 EIT 中的应用[J]. 电子测量技术,2010,33(1):43-46.
  XUE Y W, YAN P M, MA K K. Modified extended Kalman filter in application of EIT [J]. Electronic Measurement Technology, 2010,33(1):43-46.
- [18] NISSINEN A, SBARBARO D, HEIKKINEN L M, et al. Reduced forward models in electrical impedance tomography with probe geometry[J]. Inverse Problems in Science and Engineering, 2014, 22(7/8): 1259-1284.
- [19] MALDONADO M, DESBIENS A, DEL VILLAR R. An update on the estimation of the froth depth using conductivity measurements [J]. Minerals Engineering, 2008, 21(12/14): 856-860.
- [20] 闫孝姮, 吕秋皓, 林晓雪, 等. 基于 Tikhonov 和 TV 混 合正则化的接地网电阻抗成像算法研究[J]. 仪器仪 表学报, 2021, 42(11): 160-171.

YAN X H, LYU Q H, LIN X X, et al. Research on grounding grid electrical impedance tomography algorithm based on Tikhonov and TV hybrid regularization [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021, 42(11): 160-171.

[21] WANG Y, SUN SH J, TIAN Y, et al. Image reconstruction based on fuzzy adaptive Kalman filter in electrical capacitance tomography[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2021, 70: 4506010.

## 作者简介



李曦婷,2021年于湘潭大学获得学士学位,2024年于湖南大学获得硕士学位,主要研究方向为智能检测技术。

E-mail:ynyxlxt@163.com

Li Xiting received her B. Sc. degree from Xiangtan University in 2021, received her M. Sc. degree from Hunan University in 2024. Her main research interest is intelligent detection technology.



高云鹏(通信作者),2001 年于湖南大 学获得学士学位,2004 年于湖南大学获得硕 士学位,2009 年于湖南大学获得博士学位, 现为湖南大学教授、博士生导师,主要研究 方向为智能信息处理、智能检测技术。 E-mail:gaoyp@hnu.edu.cn

**Gao Yunpeng** (Corresponding author) received his B. Sc. degree from Hunan University in 2001, received his M. Sc. degree from Hunan University in 2004, received his Ph. D. degree from Hunan University in 2009. Now he is a professor and doctoral supervisor at Hunan University. His main research interests include Intelligent information processing and intelligent detection technology.



谢琴,2022 年于湖南大学获得学士学 位,现为湖南大学硕士研究生,主要研究方 向为智能检测技术。

E-mail:xieqin0723@163.com

**Xie Qin** received her B. Sc. degree from Hunan University in 2022. Now she is a

pursing M. Sc. in Hunan University. Her main research interests is intelligent detection technology.



杨唐胜,1990年于河海大学获得学士学位,2002年于武汉理工大学获得硕士学位, 2005年于武汉理工大学获得博士学位,现为 湖南大学副教授,主要研究方向为智能检 测、微生物传感与检测。

E-mail:tsyang@hnu.edu.cn

Yang Tangsheng received his B. Sc. degree from Hohai University in 1990, received his M. Sc. degree from Wuhan University of Technology in 2002, received his Ph. D. degree from Wuhan University of Technology in 2005. Now he is an associate professor at Hunan University. His main research interests include intelligent detection, microbial sensing and detection.



**王俊霖**,2022 年于湖南大学获得学士学 位,现为湖南大学博士研究生,主要研究方 向为智能检测技术。

E-mail:1076901048@ qq. com

Wang Junlin received his B. Sc. degree from Hunan University in 2022. Now he is a

pursing Ph. D. in Hunan University. His main research interest is intelligent detection technology.