

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2412988

基准面倾斜对微推力测量影响实验研究*

周炜杰^{1,2,3}, 龙建飞^{1,2,3}, 王嘉彬^{1,2,3}, 丛麟骁³, 郭宁¹

(1. 国科大杭州高等研究院基础物理与数学科学学院 杭州 310024; 2. 国科大杭州高等研究院引力波太极实验室(杭州) 杭州 310024; 3. 中国科学院大学 北京 100049)

摘要:为研究基准面倾斜对微推力测量的影响,提出一种基于倒立摆结构的高精度地面倾角测量方法。通过精确控制基准面倾斜角度,探讨其对系统刚度和测量精度的影响。首先,利用高精度电磁标准力开展标定实验,获得倒立摆的重力矩约为162.80 mNm,安装基板初始倾角约为-1.78 mrad,其次采用压电偏摆台调制开展基准面倾角影响的实验研究,最后进行不确定度分析。测试数据表明:当摆杆重力矩刚度与柔性枢轴刚度相接近时,基准面倾角对摆杆偏转角放大效应明显;当重力矩为162.80 mNm, $K_0 = 191.46$ mNm/rad时,放大倍数约为5.73,与仿真结果相差0.25%;基于倒立摆存在的放大效应,基准面倾角10 μ rad下倒立摆系统刚度将产生57%的偏差,通过模型修正,微推力测量值偏差优于0.98%,系统刚度偏差优于2%;综合考虑实验环境和仪器设备的影响,本文实验测量相对不确定误差为1.40%;研究结果为提高微推力测量性能提供了支持。

关键词: 微牛顿; 电磁力校准; 基准倾角; 倒立摆; 微推力测量

中图分类号: TH823 V439.4 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 510.80

Experimental study on the influence of reference plane inclination on micro-thrust measurement

Zhou Weijie^{1,2,3}, Long Jianfei^{1,2,3}, Wang Jiabin^{1,2,3}, Cong Linxiao³, Guo Ning¹

(1. School of Fundamental Physics and Mathematical Sciences, Hangzhou Institute for Advanced Study, UCAS, Hangzhou 310024, China;
2. Gravitational Wave Universe Taiji Laboratory, Hangzhou Institute for Advanced Study, UCAS, Hangzhou 310024, China;
3. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: To study the effect of reference plane inclination on micro-thrust measurement, a high-precision ground inclination measurement method based on an inverted pendulum structure is proposed. The effect on system stiffness and measurement accuracy is explored by precisely controlling the inclination angle of the reference. Calibration experiments using a high-precision electromagnetic calibrated force revealed that the gravitational moment of the inverted pendulum was about 162.80 mNm and the initial inclination angle of the installation reference was about -1.78 mrad. Next, an experimental study on the effect of reference plane inclination is conducted by piezo deflector stage, followed by an uncertainty analysis. The experimental results indicate that the reference plane inclination has a significant amplifying of pendulum deflection angle when the pendulum gravity moment stiffness is approaching the flexible pivot stiffness. The amplification is about 5.73 when the gravitational moment is 162.80 mNm and $K_0 = 191.46$ mNm/rad, which is 0.25% different from the simulation results. Due to the amplification effect of the inverted pendulum, the stiffness of the inverted pendulum will be deviated by 57% at a reference plane inclination angle of 10 μ rad. The deviation of the micro-thrust measurements was better than 0.98% and the deviation of the system stiffness was better than 2% with the model correction. Considering the effects of the experimental environment and instrumentation, the relative uncertainty of the experimental measurements was 1.40%. The results of the study provide support for improving micro-thrust measurement performance.

Keywords: micro-newton thrust measurement; electromagnetic force calibration; reference inclination angle; inverted pendulum; micro-thrust measurement

收稿日期: 2024-06-24 Received Date: 2024-06-24

* 基金项目: 国家重点研发计划(2021YFC2202700)、国科大杭州高等研究院专项资金(2022ZZ01009)、微霍尔推力器长寿命机理与验证研究(2024HIAS-Y006)项目资助

0 引言

我国正在开展空间引力波探测、天基地球重力场测量等空间科学任务,航天器需要长期处于超稳超净状态^[1-2]。面对空间环境中太阳光压、宇宙射线等外部环境扰动,微推力器在无拖曳控制系统作用下进行动态补偿以抵消非保守力^[3-4]。为满足各类星载高精度仪器稳定性要求,“太极计划”任务对微推力器提出:推力调节范围 0~200 μN 、分辨率优于 0.1 μN 、噪声优于 0.1 $\mu\text{N}/\text{Hz}^{1/2}$ 、响应时间优于 50 ms 等指标^[5-6],这就对地面微推力测量技术提出了新挑战。

目前,微推力测量方法主要是将推力转换成测量台架的振动幅值或转动位移,其本质将推力测量转化为位移测量^[7]。而当被测推力范围低至 mN 量级以下时,仪器装置和环境对推力测量的影响使推力的精确测量变得越来越困难^[8-9]。文献[10]跟踪测量了地面在不同频率下的振动情况,发现在 30 Hz 时地面振幅最大(0.91 μm),环境低频振动导致安装基座倾斜将不可避免的产生,而相应的减振措施难以对 0.5 Hz 以下低频噪声抑制^[11-12]。由于微推力测量装置的固有频率较低^[13],低频噪声对其测量精度影响较大,因此如何减小低频噪声对微推力测量的干扰,仍然是该领域研究的难点和热点。

近年来,低频噪声引发安装基板倾斜的影响受到广泛关注。Ziemer^[14]分析了安装基板倾斜对微推力测量精度影响,认为基座倾斜会改变重力产生的力矩大小和方向,影响扭摆的中性位置和稳定性。Gilpin 等^[15]认为安装基板倾斜会导致测量装置中平衡结构失稳,并改变测量灵敏度,降低其对小扭矩的响应能力;此外,基座倾斜还会引入额外的振动,影响稳定性和精度。Yang 等^[16]研究发现,安装基板倾斜与测量装置温漂具有高度耦合性,为了提高测量精度,需要对测量装置进行热应求解耦分析。Cong 等^[17]开展基座倾斜影响仿真分析,认为摆架安装基板倾斜会产生质心偏移并影响系统的刚度,使得待测力构成不同级别的灵敏度漂移,故需从安装基板与重力场保持恒稳的角度尽可能消除微重力的耦合。可见,控制安装基板的水平对于保证微小力的测量精度至关重要。然而,多数研究并未系统地分析基座倾斜对测量装置的影响,相关的解耦实验也少有报道。在现有的微牛级推力测量装置中,鲜有长期测量过程中安装基板倾斜的记录,通常在默认标定刚度不变的前提下,捕获单个测量装置的位移,抑或依赖于双摆对称地差分,未包含基座倾斜对推力噪声测量的影响分析。

针对“太极计划”空间引力波探测任务,国科大杭州高等研究院正在开展微霍尔电推进技术及微推力测量装

置研究^[5]。为获提高地面微推力测量精度,本文基于倒立摆微推力测量装置,开展基准面倾斜对微推力测量影响实验研究。首先建立基准面倾斜作用下倒立摆微推力测量的物理模型,其次利用高精度电磁标定力开展标定测试;最后采用压电偏摆台精准控制基准面偏转角度,获得倒立摆放大系数、系统刚度等参数,并进行误差分析。本文研究为微牛级推力测量提供技术支撑。

1 物理模型

倒立摆微推力测量装置具有可调灵敏度、高负载能力和精确测量特点。推进器的管路或导线可固定于摆杆内,减少干扰^[18-19]。测量时,柔性枢轴固定端与摆架连接,活动端与摆杆连接,摆杆底部装有推力器。推力器工作时,摆杆偏转,稳定时力矩平衡。通过位移传感器测得摆杆偏转角,结合枢轴标定刚度,可计算推力。物理模型如图 1 所示。

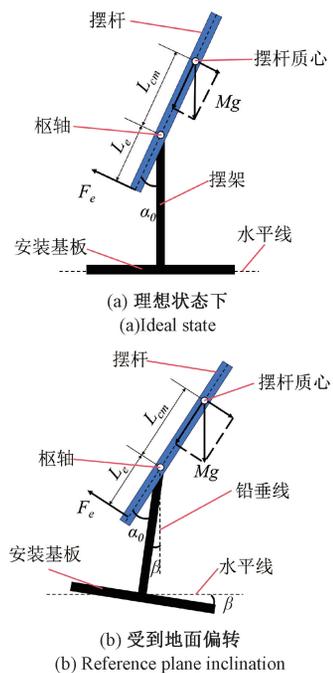


图 1 倒立摆受力平衡

Fig. 1 Chart of force balance of inverted pendulum

图 1(a)、(b)展示了摆杆在基板绝对水平和略微倾斜下的受力平衡。其中, M 为摆杆质量, L_{cm} 为摆杆质心至枢轴距离, F_e 为推力器施加的待测推力, L_e 为推力作用点至枢轴距离。当基板水平时,摆杆力矩平衡由下式描述:

$$F_e L_e + Mg L_{cm} \sin(\alpha_0) = K_0 \alpha_0 \quad (1)$$

式中: K_0 为枢轴标定刚度; α_0 为摆杆偏转角,通过位移传感器测得。

实际中,基板难保持完全水平,环境振动等会导致基板小角度倾斜,故模型考虑基板安装倾角以反映实际情况。设基板水平倾角为 β_0 ,摆杆力矩平衡关系如下:

$$F_e L_e + MgL_{cm} \sin(\alpha_0 + \beta_0) = K_0 \alpha_0 \quad (2)$$

基板倾角引入的摆杆重力分量影响力矩平衡,摆杆质量 M 增加,基板倾角的影响增强。微推力测量对基板倾斜敏感,倾角变化反映待测推力力矩的灵敏度至关重要^[17]。常规倾角传感器,如 MEMS 传感器^[20],精度限制无法检测微小倾斜,故倒立摆的基板倾角是关键考量因素。由于式(2)为超越方程,难以直接解析求解,考虑到安装基板和摆杆均为小角度倾斜,可以使用近似方法处理^[17]。

通过多次施加不同标准力 F_i 对测量装置进行标定,可测量得到摆杆的重力矩 MgL_{cm} 和初始安装角度为 β_0 ,公式如下:

$$MgL_{cm} = K_0 - \frac{F_i L_e}{\alpha_i - \alpha_0}$$

$$\beta_0 = \frac{K_0 \alpha_0}{MgL_e} - \alpha_0 \quad (3)$$

式中: F_i 为施加的已知标准力; α_i 为对应的测量偏转角; α_0 为标准力 F_0 为零时摆杆偏转角。

标定后,可计算待测推力与摆杆偏转角度的关系,其关系式为:

$$F_e = \frac{K_0 - MgL_{cm}(\alpha + \beta_0)}{L_e} \quad (4)$$

其中, α 表示待测推力作用下的摆杆偏转角度。

2 实验研究

2.1 倒立摆及电磁标定力装置

倒立摆的主要结构如图2所示,包括基座底板、压电偏摆台、摆架、柔性枢轴、摆杆、激光位移传感器以及配重。整个装置安装在 VIBRAPLANE MK26 隔振台上隔离环境振动,保证实验的稳定性。使用高精度压电偏摆台能够精确地控制基板的倾角增量 ($\Delta\beta$),从而分析不同倾角对测量的刚度和精度的具体影响,以提高地面微推力测量的精度。

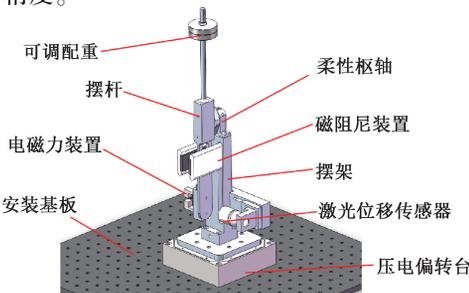


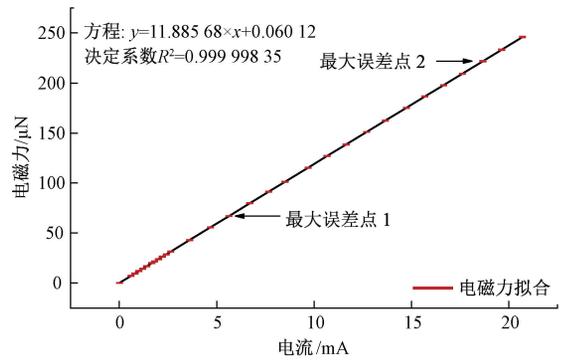
图2 倒立摆主要结构

Fig. 2 Force balance diagram of the inverted pendulum

柔性枢轴固定在摆架上,与长 400 mm 的摆杆相连,摆杆顶端配有精密砝码,设计了磁阻尼装置以快速稳定摆杆。激光位移传感器用于测量摆杆偏移,配有高精度电磁标定力装置进行实验标定。该装置标定力实测分辨率 0.1 μN ,量程为 0.097 ~ 237.32 μN ,与仿真结果误差为 1.73%,标定性能如图3所示。详细实验装置参数及性能如表1所示。



(a) 实验装置
(a) Experimental device



(b) 标定结果
(b) Calibration results

图3 电磁标定力装置

Fig. 3 Electromagnetic calibration device

表1 实验装置

Table 1 Experimental device

实验设备	型号	核心参数
柔性枢轴	Cflex H10	0.19 N·m·rad ⁻¹
隔振台	VIBRAPLANE MK26	固有频率 0.5 Hz, 隔振 93% @ 2 Hz, 99% @ 5 Hz, 99.7% @ 10 Hz
精密砝码	-	180 g
激光传感器	基恩士 CL-P030	分辨率 0.10 μm , 量程 ± 3.70 mm
压电偏摆台	芯明天 XD505.T0K	分辨率 0.003 0 μrad , 量程 0.28 mrad
温度采集装置	PT1000	分辨率 0.020 $^{\circ}\text{C}$, 量程 -200 $^{\circ}\text{C}$ ~ +850 $^{\circ}\text{C}$

2.2 标定实验

倒立摆标定实验的实验装置安装与连接如图 4 所示。

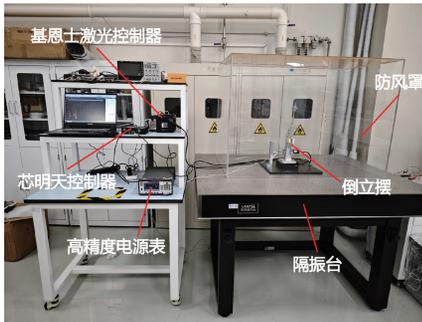


图 4 重心标定实物连接

Fig. 4 Center of gravity calibration

为确保实验精度,实验室配置防风罩降低气流干扰,实验操作通过远程控制执行,主要在夜间(23:00~02:00)进行以避免人员活动的影响。实验前 24 h 禁止人员进入实验室以稳定环境温度,且使用 PT1000 温度传感器确保环境温度维持在 20℃~20.1℃。这些措施共同提高了实验的可重复性和准确性。

重力矩标定过程中,偏转台不实施倾角控制,此时仅有初始倾角。通过远程控制软件,电磁标定力装置分别施加 0 和 10 μN,共分 3 组,实验测量结果如表 2 所示。从下表数据可以看出,倒立摆具有较好的重复性,同时可通过多次测量取平均减少误差。根据式(3)得到倒立摆的重力矩平均值为 162.95 mN·m,初始倾角平均值为 -1.78 mrad。

表 2 标定测量原始数据

Table 2 Calibration measurement data

序号	电磁力 /μN	摆杆偏转角 /mrad	重力矩 / (mN·m)	初始倾角 /mrad
第 1 组	0	10.28	162.95	-1.78
	10	10.32		
第 2 组	0	10.28	162.95	-1.78
	10	10.32		
第 3 组	0	10.28	162.95	-1.78
	10	10.32		

为进一步验证倒立摆性能,使用高精度电磁力进行全量程标定。通过程序控制电磁标定力装置施加 0~100 μN 标准力(每组间隔 10 μN),并通过激光位移传感器记录摆杆偏转角度。根据式(4)计算测试推力,测试结果如表 3 所示。

表 3 全量程标定测量原始数据

Table 3 Full range calibration data

电磁标准力/μN	摆杆偏转角/mrad	测试推力/μN
0	10.28	0.00
10	10.32	9.83
20	10.36	19.97
30	10.41	29.95
40	10.45	40.09
50	10.49	50.23
60	10.53	60.29
70	10.57	70.27
80	10.61	80.33
90	10.66	90.47
100	10.70	100.77

电磁标准力与推力测试值的关系如图 5 所示,标准力曲线与计算曲线几乎重合,均方误差为 0.107。标准力为 10 μN 时,最大误差为 1.73%,两者高度一致。

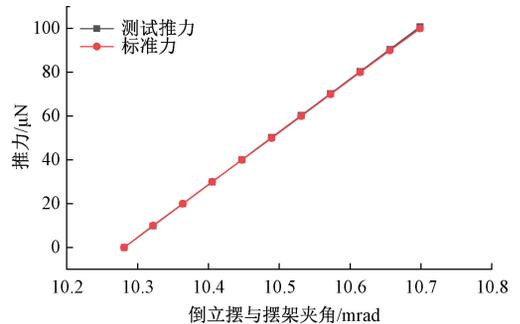


图 5 电磁标准力与测试推力之间关系

Fig. 5 Relationship between electromagnetic standard force and measured values

2.3 倾角对偏转角放大系数影响

通过理论分析可知,采用倒立摆在微推力测量过程中,安装基板倾角会对摆杆偏转角产生放大效应。考虑倒立摆无外加施加力状态,即力源装置不产生待测力,此时,摆杆力矩平衡关系如下:

$$MgL_{cm}(\alpha_0 + \beta_0) = K_0\alpha_0 \tag{5}$$

这个方程描述倒立摆的重力、偏离角度和基准倾斜角度之间的平衡关系。在小角度近似下,进一步计算可以得到地面偏转角变化和摆杆摆架夹角的关系如下所示。

$$N = \frac{\Delta\alpha}{\Delta\beta} = \frac{MgL_{cm}}{K_0 - MgL_{cm}} \tag{6}$$

式中: N 为角度放大倍数; Δα 和 Δβ 分别为摆杆夹角变化量和地面倾角的变化量。

采用 Matlab 对上式进行数值分析,取本装置柔性枢轴刚度 $K_0 = 191.46 \text{ mNm/rad}$,可以得到角度放大倍数随重力矩变化关系如图 6 所示。从图中可以看出,当倒立摆的重力矩 MgL_{cm} 小于并接近其柔性枢轴刚度 K_0 时,放大倍数 N 会迅速增大。这意味着,倒立摆的偏转角度和基准法线倾斜角度之间的关系更为显著。这对于检测微小的倾斜角度非常有利,但是如果放大倍数 N 过大,则会导致倒立摆的结构稳定性迅速降低。

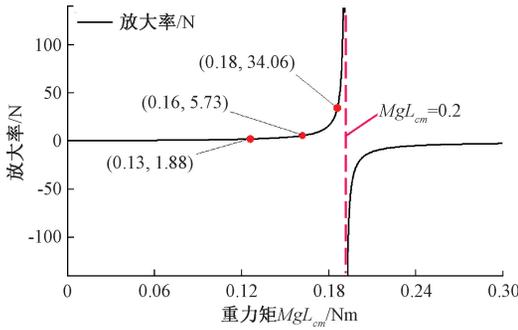


图 6 电磁标准力与测试值之间关系

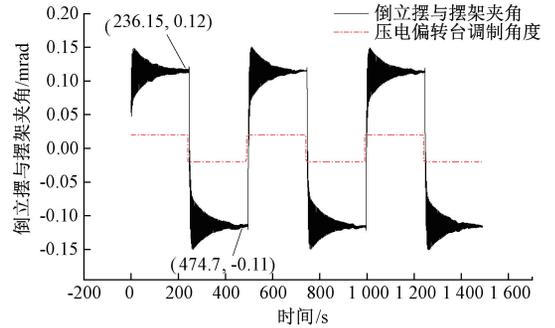
Fig. 6 Amplification of inverted pendulum under different gravitational moments

当重力矩等于 K_0 时,放大倍数为无穷大,系统处于零刚度状态,摆杆不稳定,任何地面倾角变化都会导致摆杆失稳,转角趋于无穷。当重力矩 MgL_{cm} 大于柔性枢轴刚度 K_0 时,放大倍数 N 变为负数。这表明系统稳定性增强。随着重力矩增大,系统刚度增加,倒立摆对地面倾角的响应更稳定,偏转角放大效应减弱。此时,倒立摆转变为悬摆结构,展现出较强的抗倾斜能力,使得系统更加稳健。

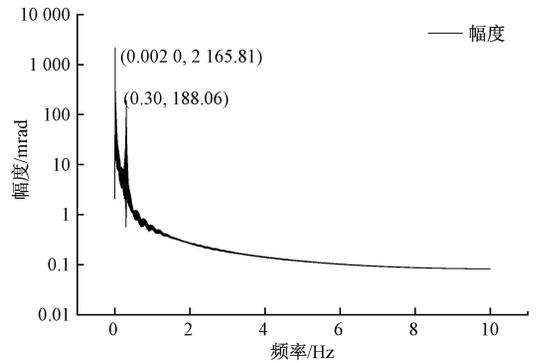
倒立摆重力矩的标定值为 $MgL_{cm} = 162.80 \text{ mNm}$,计算得放大倍数为 5.73 倍。为了验证这一关系,进行倾角增量调制实验,设置倾角激励为峰峰值 0.04 mrad ,频率 0.0020 Hz 的方波,使倒立摆进行受迫运动。如图 7(a) 所示,摆杆偏转角周期为 500 s ,跟随偏转台运动。波形为峰峰值 0.23 mrad 的方波,测试放大倍数为 5.74,与仿真误差仅为 0.25% 。并可以观察到摆杆的摆动幅度在衰减的同时存在简弦波的成分。

对实验数据进行傅里叶变换得到如图 7(b) 所示,发现频率峰值在 0.0020 和 0.30 Hz 处。其中 0.0020 Hz 是偏转台施加的激励周期; 0.30 Hz 处噪声的影响,可能与海洋环境引发的低频干扰有关^[21]。

在数据处理的时候使用取每一段的算术平均,低频噪声影响较小可以忽略。由于所使用的隔振台对低于 0.5 Hz 的低频振动无法有效隔离,后续工作将计划开发针对低频振动的隔振设备,以进一步改善系统的抗干扰性能。同时,在实际应用中比值 N 通常需要控制在合理



(a) 500 s 周期实验结果
(a) 500 s cycle experimental results



(b) 测量结果频谱
(b) Measurement result spectrum diagram

图 7 倒立摆放大系数测量

Fig. 7 Measurement of the amplification

的范围内,这样既能放大微小的倾斜角度,又能保持其结构的稳定性。因此,需要根据具体的应用需求、结构参数和环境噪声,来选择合适的重力刚度和弹性形变刚度,以平衡放大检测和结构稳定性之间的关系。

2.4 倾角对系统刚度影响

现有倒立摆模型中,通常将待测推力与摆杆偏转角之间的比值称为系统刚度^[8]。在未考虑地面倾角情况下,其表达式为:

$$K_s = \frac{F_e L_e}{\Delta \alpha} = K_0 - \frac{MgL_{cm} \sin \alpha}{\Delta \alpha} \quad (7)$$

为了研究倾角对系统刚度影响,将标定力装置推力设定为固定值 ($10 \mu\text{N}$),并采用高精度压电偏摆台进行 μrad 量级的倾角调控。由于现有检测方法难以准确捕获该变量,通常该倾角因素被忽略。测量不同倾角条件下摆杆的偏转角,按照考虑倾角推力 (F_1) 和不考虑倾角推力 (F_2) 分别计算出测试推力,最后与标定力进行对比分析。测试结果如表 4 所示。

对比发现,在地面倾角未改变的时候,2 个公式均可较为准确地计算出相应的电磁力值。然而,随着偏摆台调制角度增大(即模拟地面基准的偏离),由于倒立摆存在的放大效应,在地面偏转 $2 \mu\text{rad}$ 时夹角偏转 $11.48 \mu\text{rad}$,产生 12.67% 的误差。如图 8 所示,随着调制

表 4 不同地面倾角下待测推力值

Table 4 Thrust values measured at different reference plane inclinations

偏转台角度/ μrad	$F_1/\mu\text{N}$	$F_2/\mu\text{N}$
0	10.03	9.63
2	9.95	12.67
4	10.03	15.50
6	9.95	18.18
8	10.10	21.09
10	9.94	23.69
12	10.02	26.52
14	9.94	29.19
16	9.86	31.87
18	9.98	34.75

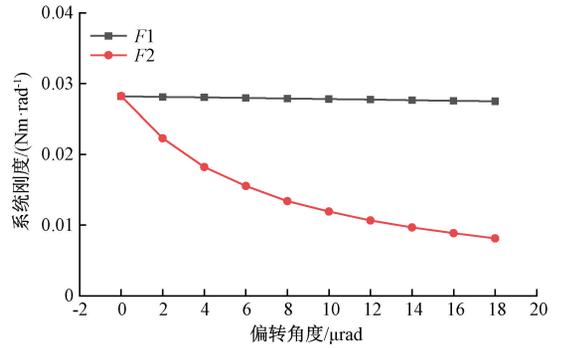


图 9 模型刚度差异对比

Fig. 9 Comparison of model stiffness

柔性枢轴刚度相差较大时,放大效应较小(N 约为 1),此时,地面倾斜导致的误差很小可以忽略。

3 误差分析

3.1 加工与安装误差

高精度地面倾角测量基于倒立摆结构,其关键在于高标准的加工、安装和调试精度。因此,设计阶段需充分考虑零件尺寸匹配性和公差合理选取。零件加工精度应符合 GB/T 1084-m 标准,且优于 $1.0 \mu\text{m}$,确保摆杆对称性,从而使其对测量结果的影响可忽略。枢轴夹具采用紧箍结构,避免测量过程中因枢轴旋转而产生误差。实验前需对倒立摆长期静置,释放扭转变形。

激光位移传感器的水平位置由 FSD23-15-RS485 传感器测量,误差应控制在 0.0010 mm 以内;垂直方向与枢轴中心的误差应小于 1 mm 。电磁标定装置中,PCB 板与磁极的相对位置偏差应小于 0.10 mm 。安装调试后,通过测量激光位移传感器与摆杆的距离计算摆杆与摆架的夹角,假设垂直方向测量有偏差,满足以下公式:

$$\Delta\alpha = \frac{\arctan(D - (\Delta L + L))}{H + \Delta H} - \alpha \quad (8)$$

式中: L 为激光式位移传感器水平方向与摆架的距离; H 为垂直方向上距离; D 为传感器实测数据, ΔL 为水平偏差, ΔH 为竖直偏差; α 为不考虑误差值; $\Delta\alpha$ 为 0.0596 mrad ,误差为 0.58% 可以忽略。

3.2 温度差异的影响

测量过程中,环境温度的变化会影响枢轴的扭转弹性系数,从而引起测量误差。枢轴弹性系数的影响可表示为:

$$K(t) = K_0 [1 + \alpha_k (t - t_0)] \quad (9)$$

式中: K_0 为温度 t_0 时的扭转弹性系数; α_k 为热弹性系数。

根据文献[22]研究温度对钢热弹性效应的测试结果, α_k 约为 $10^{-4}/^\circ\text{C}$ 量级。因此,当测量环境升高 1°C 时,

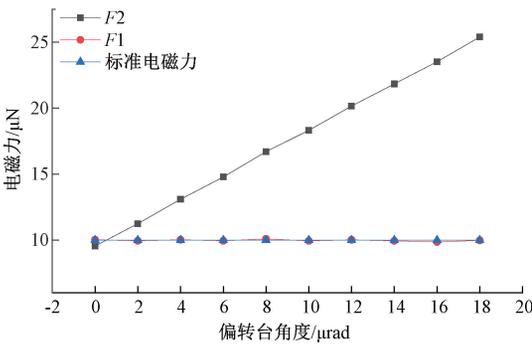


图 8 考虑倾角推力(F_1)、不考虑倾角推力(F_2)比较

Fig. 8 Comparison of calculation methods considering(F_1) and without(F_2) inclination thrust

角度的增大,误差值逐渐扩大,至偏转 $10 \mu\text{rad}$ 时达到 136.90% 的偏差。相较之下,采用本文考虑倾角的计算方法所得到的电磁力值与标准力偏差在 0.98% 以内,表现出了较高的准确性。

不考虑地面偏转对倒立摆重力分量的影响,从而会导致整个摆的扭转刚度 K_s 产生变化。通过取表 1 中偏转台无偏转的数据和表 3 中在受到 $10 \mu\text{N}$,偏转 $10 \mu\text{rad}$ 的数据代入式(7)进行计算,可以得到 K_s 为 0.012 Nm/rad ,存在 57% 的偏差,如图 9 所示。

从图 9 可以看出,随着偏转角度增加,考虑倾角下模型刚度变化在 2% 之内,而不考虑倾角的模型刚度则显著下降。

综上所述可知,当摆杆重力矩刚度与柔性枢轴刚度接近时,基准面倾角对摆杆偏转角放大效应明显,此时,微推力测量需要重点考虑基准面倾斜;而当重力矩与

推力测量误差约为 0.010%, 即热效应误差可以忽略。

3.3 柔性枢轴非线性影响

根据前面分析可知, 枢轴的扭转角度与推力呈线性相关, 两者之间满足:

$$\Delta\theta = \frac{FL}{K_s} \quad (10)$$

实际上, 力矩与扭转角度之间的关系还存在关于扭转角度的高次项^[23]:

$$F \times L = K_s \theta + \varepsilon\theta^2 + \gamma\theta^3 + o(\theta^4) \quad (11)$$

在面对枢轴的非线性效应影响, 对表 2 中的数据点进行线性拟合发现线性度大于 0.999 99, 即扭转角度的高次项可以忽略, 从而减小枢轴非线性影响。

3.4 角位移测量误差

倒立摆摆杆和摆架夹角测量是推力测量前提。本方案夹角测量中, 采用高精度激光位移传感器最小分辨率 0.1 μm, 测距点到柔性枢轴中心长度为 154 mm, 测量角度最小分辨率为 0.65×10^{-6} rad, 结合倒立摆整体刚度测量值 ($K_s = 0.028 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{rad}$) 识别最小微推力满足如下公式:

$$F_{\min} L = k\theta_{\min} + b \quad (12)$$

力臂长度 L 为 118 mm 时, 最小识别微推力约为 0.16 μN。倾角测试过程中, 施加于倒立摆上的电磁力为 10 μN, 此时, 角位移产生的误差占总量程的比例约为 1.6%。

3.5 电磁力标定误差

电磁力标定中仪器误差来源主要包括: 天平、电源和三维移动平台位移, 其标准不确定的计算公式如下:

$$u_m = \frac{\Delta M}{C}, u_l = \frac{\Delta I}{C}, u_x = \frac{\Delta X}{C} \quad (13)$$

C 为包含因子, 取决于仪器误差的分布规律, 仪器说明书无特殊说明, 取矩形分布, $C = \sqrt{3}$, ΔM 、 ΔI 、 ΔX 分别为天平、源表、三维移动平台的误差限。这 3 个量互不相关, 根据误差传递函数, 将上述误差进行相加, 最终得到电磁标定力装置不确定误差。本实验采用的高精度电磁力装置相对不确定误差为 1.174%^[5]。

3.6 相对不确定度

本文认为标准力测量过程存在 2 个主要误差来源: 1) 由实验环境引起的测量误差; 2) 由实验仪器引起的测量误差。为了减少环境带来的测量误差, 实验过程中采取了以下措施: 增加防风罩, 使用隔振台隔离高频地面振动, 并包覆隔热膜以防止温度剧烈波动。此外, 通过远程实验的方法进一步避免了环境因素的干扰。

对于 A 类评定的不确定度, 使用多次重复测量的方法来降低其影响, 在本实验中, 这部分不确定度可以忽略。B 类评定的不确定度分量则根据测量原理确定, 包

括以下几项: 激光位移传感器引入的不确定度分量 U_x , 偏转台控制平台引入的不确定度分量 U_p 。标准不确定度的计算公式如下:

$$U_B = \frac{\Delta A}{C} \quad (14)$$

ΔA 为仪器允许的最大误差 (误差限), C 为包含因子, 其取值取决于仪器误差的分布规律, 在仪器说明书无特殊说明的情况下, 误差按矩形分布处理, 则 $C = \sqrt{3}$ 。

由于这位移传感器和偏转台之间互不相关, 根据误差传递函数, 激光位移传感器和偏转台控制平台装置产生的误差可以通过平方和的方式进行合成, 得到标定力测量过程中仪器产生的不确定度公式如下:

$$U_B = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial p}\right)^2 \times U_p^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \times U_x^2} \quad (16)$$

激光位移传感器的测量精度为 0.10 μm, 偏转台控制平台的控制精度为 0.003 0 urad, 代入上式, 计算得相对不确定误差为 1.40%。

4 结 论

本文基于倒立摆微推力测量装置研究了基准面倾斜对微推力测量的影响, 结合仿真分析与实验验证得到如下结论:

1) 倒立摆标定实验显示: 在负载 180 g 条件下, 倒立摆的重力矩约为 162.80 mNm, 安装基座初始倾角约为 -1.78 mrad。利用高精度电磁标准力作为待测推力对倒立摆测试性能进行标定, 0~100 μN 宽范围内标准力和测试推力曲线几乎完全重合, 均方误差 (MSE) 为 0.11, 其中标准力为 10 μN 时, 误差最大为 1.73%, 验证了该倒立摆具有较好的测试准确性;

2) 安装基座倾角对倒立摆摆杆偏转角具有放大作用, 且放大系数与重力矩、柔性枢轴刚度参数密切相关。当重力矩小于并接近其柔性枢轴刚度 K_0 时, 放大倍数 N 会迅速增大; 当重力矩等于 K_0 时, 放大倍数为无穷大 (系统刚度为零), 摆杆呈现为失稳状态; 当重力矩大于柔性枢轴刚度 K_0 时, 放大倍数 N 变为负数, 偏转角度的放大效应减弱。放大倍数验证实验表明, 测试数据与理论仿真相差约为 0.25%;

3) 基准面倾角对微推力测量影响实验表明: 当忽略地面基准面倾角时, 在基准面倾角为 2 μrad 时微推力测量值将产生 12.67% 误差。随着偏振台调制角度增大 (即模拟地面基准面倾斜), 基于倒立摆存在的放大效应, 推力测量误差值逐渐扩大。此时, 微推力测量需要重点考虑基准面倾斜因素。

4) 倒立摆微推力测量主要误差来源于: 环境温度、激光位移传感器、柔性枢轴刚度等。通过建立详细的误差

分析模型,综合考虑了实验环境和仪器设备的影响。研究结果表明,实验测量相对不确定误差为 1.40%。

参考文献

- [1] 张立华,黎明,高永新,等. 空间引力波探测航天器系统及平台技术[J]. 中山大学学报(自然科学版), 2021,60(Z1):129-137.
ZHANG L H, LI M, GAO Y X, et al. The spacecraft system and platform technologies for gravitational wave detection in space[J]. Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Sunyatseni, 2021,60(Z1):129-137.
- [2] 刘红卫. 天基重力测量的解析理论及其编队实现方法[D]. 长沙:国防科学技术大学,2015.
LIU H W. The analytical theory of space-based gravity measurements and its realization method by satellite formation[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2015.
- [3] HU ZH Q, WANG P CH, DENG J F, et al. The drag-free control design and in-orbit experimental results of “Taiji-1”[J]. International Journal of Modern Physics A, 2021, 36(11/12):2140019.
- [4] 金奇益,谢永,贾建军. 基于FPGA的主动隔振载荷检测系统的设计与实现[J]. 电子测量技术, 2024, 47(4):165-171.
JING Q Y, XIE Y, JIA J J. Design and implementation of detection system for active vibration isolation loads based on FPGA[J]. Electronic Measurement Technology, 2024, 47(4):165-171.
- [5] 王嘉彬,龙建飞,徐禄祥,等. 闭环控制下单丝扭摆微牛级推力测量系统[J]. 电子测量与仪器学报, 2023, 37(9):93-101.
WANG J B, LONG J F, XU L X, et al. Single wire torsion pendulum micro-newton thrust measurement system in close loop control[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2023,37(9):93-101.
- [6] 成焯,龙建飞,罗威,等. 微牛级电磁力标定装置仿真与测试研究[J]. 推进技术, 2024,45(5):213-221.
CHENG Y, LONG J F, LUO W, et al. Simulation and testing research on micro Newton level electromagnetic force calibration device[J]. Journal of Propulsion Technology, 2024,45(5):213-221.
- [7] POLK J E, PANCOTTI A, HAAG T, et al. Recommended practice for thrust measurement in electric propulsion testing[J]. Journal of Propulsion and Power, 2017, 33(3):539-555.
- [8] XU H, GAO Y, MAO Q B, et al. A compound pendulum for thrust measurement of micro-Newton thruster[J]. Review of Scientific Instruments, 2022, 93(6):064501.
- [9] 杨超,贺建武,康琦,等. 亚微牛级推力测量系统设计与实验研究[J]. 中国光学, 2019,12(3):526-534.
YANG CH, HE J W, WU Q, et al. Design and experimental study of sub-micro-scale thrust measurement systems[J]. Chinese Optics, 2019,12(3):526-534.
- [10] 梁昌文,马笑笑,朱凌晓,等. 用于原子干涉重力仪的隔振平台模型辨识及验证[J]. 仪器仪表学报, 2023, 44(9):189-196.
LIANG CH W, MA X X, ZHU L X, et al. Model identification and evaluation of vibration isolation platform for atomic interference gravimeter[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2023,44(9):189-196.
- [11] 孙秀婷,孙英超,钱佳伟,等. 低频大幅隔振器设计及实验[J]. 动力学与控制学报, 2024,22(2):59-67.
SUN X T, SUN Y CH, QIAN J W, et al. Design and experiment of a vibration isolator for low frequency and large amplitude excitation[J]. Journal of Dynamics and Control, 2024,22(2):59-67.
- [12] 何波. 含准零刚度隔振器振动传递特性及参数优化研究[D]. 兰州:兰州交通大学,2023.
HE B. Research on vibration transmission characteristics and parameter optimization of vibration isolators with quasi-zero stiffness [D]. Lanzhou: Lanzhou Jiaotong University, 2023.
- [13] 朱春源,赵美蓉,张宏,等. 基于平行四边形机构的推力器推力测量研究[J]. 仪器仪表学报, 2022,43(4):98-107.
ZHU CH Y, ZHAO M R, ZHANG H, et al. Study on thruster thrust measurement based on parallelogram mechanism[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2022,43(4):98-107.
- [14] ZIEMER J K. Performance measurements using a sub-micronewton resolution thrust stand[J]. In Proceedings of the 27th International Electric Propulsion Conference, 2001, 10:15-19.
- [15] GILPIN M R, MCGEHEE W A, ARNOLD N I, et al. Dual-axis thrust stand for the direct characterization of electrospray performance[J]. Review of Scientific Instruments, 2022, 93(6):065102.
- [16] YANG CH, HE J W, KANG Q, et al. Design and experimental study of sub-micro-scale thrust measurement systems[J]. Chinese Optics, 2019, 12(3):526-534.

- [17] CONG L X, WANG J B, LONG J F, et al. Microgravity decoupling in torsion pendulum for enhanced micro-newton thrust measurement[J]. *Applied Science*, 2024, 14(1):0091.
- [18] 黄潇博, 索晓晨, 杨帆, 等. 宽范围微牛顿量级场致发射电推力器设计[J]. *深空探测学报(中英文)*, 2024, 11(2):141-150.
HUANG X B, SUO X CH, YANG F, et al. Research on micro newtonian electrospray thruster with wide thrust range[J]. *Journal of Deep Space Exploration*, 2024, 11(2):141-150.
- [19] MACKEY J, HAAG T, KAMHAWI H, et al. Uncertainty in inverted pendulum thrust measurements[C]. *AIAA/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2018:1258-1273.
- [20] RAO K, LIU H F, WEI X L, et al. A high-resolution area-change-based capacitive MEMS tilt sensor[J]. *Sensors and Actuators A Physical*, 2020, 313:112191.
- [21] 许可, 刘瑞瑞, 孔繁旭, 等. 天津地区台基背景噪声特征分析[J]. *内陆地震*, 2015, 29(2):170-175.
XU K, LIU R R, KONG F X, et al. Analysis of background noise characteristics in Tianjin[J]. *Inland Earthquake*, 2015, 29(2):170-175.
- [22] 刘彤, 刘敏珊. 金属材料弹性常数与温度关系的理论解析[J]. *机械工程材料*, 2014, 38(3):85-89, 95.
LIU T, LIU M SH. Theoretical analysis of the relationship between elastic constants of metals and temperatures[J]. *Materials for Mechanical Engineering*, 2014, 38(3):85-89, 95.
- [23] 莫雄. 微牛顿级推力测量技术研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2019.
MO X. Research on micro-newton thrust measurement technology [D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2019.

作者简介



周炜杰, 2023 年于合肥工业大学获得学士学位, 现为国科大杭州高等研究院在读硕士生, 主要研究方向为地面低频振动测量。

E-mail: zhouweijie23@mails.ucas.ac.cn

Zhou Weijie received his B. Sc. degree in 2023 from Hefei University of Technology and is currently a master's student at Hangzhou Institute for Advanced Study, UCAS. His main research direction is ground low-frequency vibration measurement.



龙建飞(通信作者), 2007 年于华北电力大学获得学士学位, 2010 年于中国空间技术研究院获得硕士学位, 2017 年于中国空间技术研究院获得博士学位, 现为国科大杭州高等研究院高级工程师, 主要研究方向为空间电推进技术。

E-mail: longjianfei@ucas.ac.cn

Long Jianfei (Corresponding author) received his B. Sc. degree in 2007 from North China Electric Power University, received his M. Sc. degree in 2010 from China Academy of Space Technology, received his Ph. D. degree in 2017 from China Academy of Space Technology. Now he is a senior engineer in Hangzhou Institute for Advanced Study, UCAS. His main research interests include electric propulsion.



丛麟骁, 2011 年于武汉理工大学获得学士学位, 2014 年于中国科学院大学获得硕士学位, 2018 年于中国科学院大学获得博士学位, 现为中国科学院大学副研究员, 主要研究方向为精密测量与信号处理。

E-mail: clx@ucas.ac.cn

Cong Linxiao obtained his B. Sc. degree from Wuhan University of Technology in 2011, his M. Sc. degree from the University of Chinese Academy of Sciences in 2014, and his Ph. D. degree from the University of Chinese Academy of Sciences in 2018. He is currently an associate researcher at the University of Chinese Academy of Sciences, focusing on precision measurement and signal processing.