

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2412451

# 用于二维运动平台控制的变同步比圆弧插补方法\*

魏青轩,李雪婷,王世民,潘立强,江慧娜  
(北京石油化工学院信息工程学院 北京 102617)

**摘要:**针对二维运动平台控制过程中,未考虑两个物理轴运动过程不同步导致圆弧插补误差较大的问题,提出了一种用于二维运动平台控制的变同步比圆弧插补方法,利用插补点坐标随圆心角的变化关系,构建以插补点对应圆心角为输出的虚拟轴,并将其作为同步运动引导轴,物理轴作为同步运动跟随轴,建立虚拟轴与物理轴的同步运动关系;依据引导轴与跟随轴的位置关系,获得以圆心角为中间参量的同步比,将圆弧插补过程转化为每个插补周期同步比的计算;通过在每个插补周期调整同步比,改变物理轴合成运动方向,实现了圆弧插补。实验结果表明,所提出的方法能够控制二维运动平台以较为平滑的速度实现圆弧插补,提高了二维运动平台圆弧插补效率的同时,具有较高的圆弧插补精度。

**关键词:** 二维运动平台;圆弧插补;同步运动;同步比

中图分类号: TH39 TP301.6 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 510.80

## Variable synchronization ratio circular interpolation method for two-dimensional motion platform control

Wei Qingxuan, Li Xueting, Wang Shimin, Pan Liqiang, Jiang Huina

(College of Information Engineering, Beijing Institute of Petrochemical Technology, Beijing 102617, China)

**Abstract:** Aiming at the control process of two-dimensional motion platform, this paper proposes a variable synchronization ratio circular interpolation method, specifically targeting the issue of large circular interpolation errors caused by the asynchronous motion of two physical axes. The proposed method uses the relationship between the change of interpolation point coordinates and the angle of the center of the circle. A virtual axis is constructed with the corresponding angle of the circle center at each interpolation point serving as the output. This virtual axis acts as the guide axis of synchronous motion, while the physical axes serve as the follower axes, establishing the synchronous motion relationship between the virtual axis and the physical axes. Based on the positional relationship between the guide axis and the follower axes, the synchronization ratio is obtained using the center angle as the intermediate parameter. The circular interpolation process is then transformed into the calculation of the synchronization ratio for each interpolation cycle. By adjusting the synchronization ratio during each interpolation cycle, the synthetic direction of the physical axes is changed, enabling precise circular interpolation. Experimental results show that the proposed method can control the two-dimensional motion platform to achieve circular interpolation at a relatively smooth speed. This not only improves the efficiency of the circular interpolation but also achieves high accuracy, making it highly suitable for applications requiring precise motion control.

**Keywords:** two-dimensional motion platform; circular interpolation; synchronous motion; synchronization ratio

## 0 引言

二维运动平台是实现载体平面运动的机电一体化设

备,也是构建各类型复杂运动平台<sup>[1-2]</sup>与运动机构<sup>[3-4]</sup>的基础。运动插补作为二维运动平台控制的关键技术,直接影响着平台载体的轨迹精度及运行效率<sup>[5]</sup>。近年来,随着芯片制造、精密加工等领域中二维运动平台应用场

收稿日期:2024-01-27 Received Date: 2024-01-27

\* 基金项目:北京石油化工学院重要科研成果培育项目(BIPTACF-013)资助

景的不断增加<sup>[6-7]</sup>,对二维运动平台完成运动插补的效率及精度提出了更高要求。

在二维运动平台运动插补方法中,主要有脉冲增量圆弧插补和数据采样圆弧插补两类。对于脉冲增量圆弧插补,比较有代表性的是逐点比较法<sup>[8-10]</sup>和数字积分法(digital differential analyzer, DDA)<sup>[11-13]</sup>。其中,逐点比较法通过计算上一插补周期实际位置与目标位置偏差,确定当前插补周期的运动方向,虽然原理简单、易于实现,但在一个插补周期内,仅有一个轴运动,无法实现多轴联动,使得插补误差较大;DDA利用了数字积分原理,通过判断积分器的溢出实现脉冲输出,一定程度上克服了逐点比较法无法实现多轴联动的问题,但在插补过程中,多轴联动和一个轴单独运动的情况都存在,插补误差仍然较大,且仍然需要考虑插补路径的象限变换,增加了该方法的实现难度。上述脉冲增量圆弧插补方法,其输出均为运动轴的脉冲增量,为了提高插补精度,应选择尽可能小的脉冲增量,但由于存在速度由零开始加速到减速为零的过程,小的脉冲增量又会导致速度波动剧烈,使得此类方法难以应用于高速、高精度插补的场合。数据采样圆弧插补方法<sup>[14-17]</sup>是基于粗、精两级插补的原理<sup>[14]</sup>,通常是根椐进给速度将目标轨迹按时间分割为一系列采样周期的步长,通过计算并输出下一步长所对应的位置增量实现插补,由于其输出形式不再是脉冲增量,因此,广泛应用于带有位置反馈的闭环伺服系统。该方法虽具有比脉冲增量圆弧插补方法更高的插补精度,但是当步长不等于期望速度的整数倍时,会产生零头距离,当前周期产生的零头距离,又会影晌下一插补周期的位置精度,造成误差累积。刘娟容等<sup>[14]</sup>提出一种优化的数据采样法,通过将零头距离分配到各插补周期的方式补偿输出零头距离,但零头距离并未完全消除;区别于传统的基于时间分割的数据采样法,游达章等<sup>[15]</sup>在插补前利用缩放圆弧形成允许误差带,通过控制弓高误差,采用固定长度弦和迭代矩阵计算的方式,对圆弧进行分割,有效降低了传统数据采样法,当插补点不在圆弧上时导致的较大径向累积误差,但分割后的弦线仍然存在零头距离。脉冲增量圆弧插补方法和数据采样圆弧插补方法虽然能够用于二维运动平台圆弧插补,但均是将运动平台的两个物理轴作为独立轴进行控制,两轴的运动过程相互独立,并未考虑两轴动态响应不匹配和伺服延迟等原因导致的圆弧插补动态过程不同步,使得圆弧插补精度难以进一步提高,制约了二维运动平台在高速、高精度场合的应用。同步运动控制虽然能够很好地确保二维运动平台两个物理轴运动插补动态过程同步,但同步运动期间同步比为定值,两轴的合成运动方向为直线,难以实现圆弧插补。

针对二维运动平台控制过程中,两个物理轴运动不同步导致圆弧插补误差较大的问题,提出了一种用于二

维运动平台控制的变同步比圆弧插补方法,利用同步运动控制确保各个轴运动的位置、速度严格同步,通过不断调整同步比,改变二维运动平台两个物理轴合成运动方向,实现圆弧插补,插补过程中不需要考虑复杂的象限变换。实验结果表明,提出的方法在提高二维运动平台圆弧插补效率及精度方面均取得了令人满意的效果。

## 1 变同步比圆弧插补方法

### 1.1 圆弧插补

圆弧插补是基于当前位置不断寻找下一位置的递归过程,其本质是用多条首尾相接的直线近似弧线。

不失一般性,以第I象限顺时针圆弧插补为例,设插补运动起点为 $P_0(P_{X_0}, P_{Y_0})$ ,第 $i$ 个插补周期的终点为 $P_i(P_{X_i}, P_{Y_i})$ , $i=1,2,3,\dots,n$ , $i \in N$ , $n$ 为插补步数。将圆弧 $\widehat{P_0P_n}$ 对应的圆心 $O$ 作为坐标原点,如图1所示。

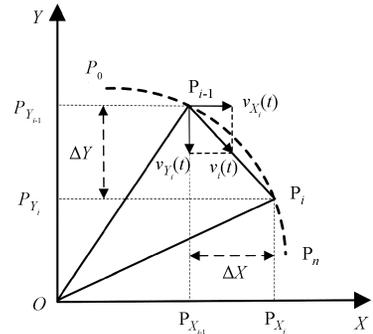


图1 圆弧插补

Fig. 1 Schematic diagram of circular interpolation

设 $v_i(t)$ 表示第 $i$ 个插补周期的插补速度,受插补过程中加减速的影响, $v_i(t)$ 并非常量。第 $i$ 个插补周期的直线段 $\overline{P_{i-1}P_i}$ 可表示为:

$$\|\overline{P_{i-1}P_i}\| = \int_{t=0}^T v_i(t) \quad (1)$$

式中: $T$ 为插补周期; $v_i^2(t) = v_{x_i}^2(t) + v_{y_i}^2(t)$ , $v_{x_i}(t)$ 、 $v_{y_i}(t)$ 表示 $v_i(t)$ 在各坐标轴的分量。

则各坐标轴的插补增量 $\Delta X_i$ 、 $\Delta Y_i$ 可表示为:

$$\begin{cases} \Delta X_i = \int_{t=0}^T v_{x_i}(t) \\ \Delta Y_i = \int_{t=0}^T v_{y_i}(t) \end{cases} \quad (2)$$

理想情况下, $v_{x_i}(t)$ 、 $v_{y_i}(t)$ 满足: $v_{x_i}(t)/v_{y_i}(t) = k_i$ , $k_i$ 为常量。但由于现有圆弧插补方法将两轴作为相互独立的单轴对待,对于一个插补周期,当控制器将速度、加速度等设定值下发至各轴对应的驱动端后,控制器通常不再参与运动控制。此时,各轴的运动控制仅通过各自的

驱动端实现,轴与轴的运动过程相互独立,在此期间,由于存在轴动态响应不匹配和伺服延迟等原因,难以保证两轴运动过程参量的严格同步,使得各轴实际运动速度比值,即  $k_i$  并非常量,导致插补误差。

### 1.2 同步运动控制

同步运动控制考虑了轴动态响应不匹配和伺服延迟等因素,能够最大程度确保多个轴在运动过程中的速度、位置同步,需要保持同步的运动轴之间为引导与跟随关系,即通常包含一个引导轴和多个跟随轴,当跟随轴与引导轴建立同步关系后,跟随轴能够始终与引导轴保持同步运动<sup>[18-20]</sup>。

设引导轴为  $A$ ,跟随轴为  $S$ ,并假设两轴在  $t_1$  时刻建立同步关系,则  $t_1$  时刻之前,由于两轴未建立同步关系,轴  $A$  和轴  $S$  将分别以各自速度独立运动; $t_1$  时刻开始,跟随轴  $S$  将在极短时间内以正比于引导轴速度的速度运动,直至同步关系终止,如图 2 所示。

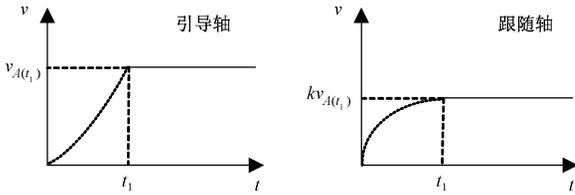


图 2 引导轴与跟随轴同步运动

Fig. 2 Schematic diagram of synchronized movement of guiding and following axis

跟随轴  $S$  的速度可表示为:

$$v_s(t) = \begin{cases} v_s(t), & t < t_1 \\ kv_A(t), & t \geq t_1 \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $v_A(t)$ 、 $v_S(t)$  分别表示轴  $A$ 、轴  $S$  速度; $k$  为同步比,当  $k$  为正时,跟随轴跟随引导轴同向运动,反之,当  $k$  为负时,跟随轴跟随引导轴反向运动。

由于同步运动过程中,引导轴与跟随轴速度能够严格保持同步。因此,可进一步得到同步运动期间两轴位置关系:

$$P_S(t) = P_S(t_1) + K(P_A(t) - P_A(t_1)), t \geq t_1 \quad (4)$$

式中:  $P_A(t_1)$ 、 $P_S(t_1)$  分别表示轴  $A$ 、轴  $S$  位置。

### 1.3 变同步比圆弧插补方法

充分考虑圆弧插补过程中两个物理轴运动不同步导致的插补误差,利用插补点坐标随圆心角的变化关系,构建了以插补点对应圆心角为输出的虚拟引导轴,将圆弧插补的两个物理轴作为跟随轴,提出了一种变同步比圆弧插补方法。

定义插补运动的物理轴分别为  $X$ 、 $Y$  轴,待插补轨迹是半径为  $R$  的圆,以圆心  $O$  为坐标原点,建立直角坐标系。设插补运动起点为  $P_0(0, R)$ ,插补方向为顺时针,

第  $i$  个插补周期的终点为  $P_i(P_{X_i}, P_{Y_i}), i = 1, 2, \dots, n, i \in N, n$  为插补步数。定义  $\alpha$  为起点  $P_0$  与插补点所对应的圆心角,则  $\alpha_i = \angle P_0OP_i$ ,当  $i = n$  时,  $P_n$  和  $P_0$  重合,  $\alpha_n = 2\pi$ ,如图 3 所示。

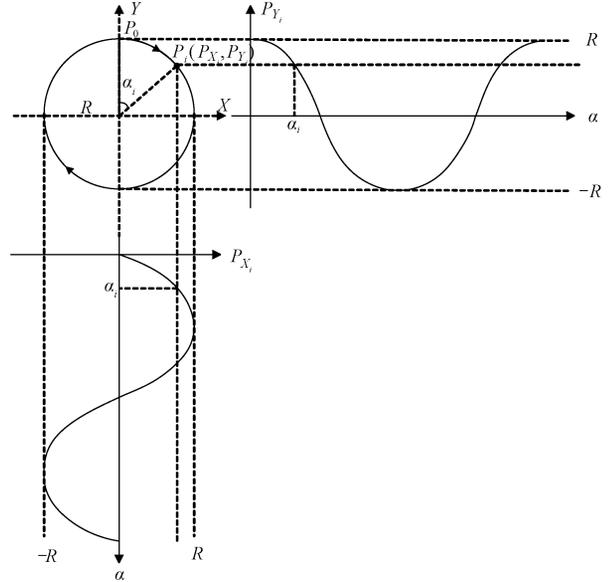


图 3 物理轴位置随  $\alpha$  变化关系

Fig. 3 Schematic diagram of the relationship between physical axes position follow  $\alpha$  variation

$X$ 、 $Y$  轴的位置随  $\alpha$  的变化关系可表示为:

$$\begin{cases} P_{X_i} = R \sin \alpha_i \\ P_{Y_i} = R \cos \alpha_i \end{cases} \quad (5)$$

为降低运动过程中由于  $X$ 、 $Y$  轴不同步导致的插补误差,利用同步运动控制确保两个物理轴在运动过程中始终保持同步。对于同步运动中引导轴与跟随轴的构建,通常有以下 2 种方式:1)以某一物理轴作为引导轴,另一物理轴作为跟随轴;2)构建以某个简单变化参数为输出的虚拟轴,将该虚拟轴作为引导轴,物理轴作为跟随轴。对于圆弧插补而言,一方面,由于两个物理轴速度随时间不断变化,当采用第 1 种方式时,不仅需要在每个插补周期计算引导轴速度,还需要同时计算在该速度下跟随轴跟随引导轴运动的同步比,增加了计算负担,延长了同步建立时间,也会在一定程度上增大插补误差;另一方面,考虑到物理  $X$ 、 $Y$  轴的位置与圆心角  $\alpha_i$  具有式(5)所示的简单数学关系,  $\alpha_i$  又随时间单调变化。因此,本文采用第 2 种方式,构建以  $\alpha_i$  为输出的虚拟轴,并将其作为引导轴,两个物理轴作为跟随轴,此时,仅需考虑同步比的计算,有利于在一定程度上降低同步建立时间延长导致的插补误差。

令虚拟轴为  $A$ , 设轴  $A$  运动速度为  $v_A(t)$ ,  $X$ 、 $Y$  轴以正比于  $v_A(t)$  速度跟随虚拟轴  $A$  同步运动。根据式(3), 可得到第  $i$  个插补周期内,  $X$ 、 $Y$  轴的速度为:

$$\begin{cases} v_{X_i}(t) = k_{X_i} v_A(t) \\ v_{Y_i}(t) = k_{Y_i} v_A(t) \end{cases} \quad (6)$$

式中:  $k_{X_i}$ 、 $k_{Y_i}$  分别为  $X$ 、 $Y$  轴在第  $i$  个插补周期跟随虚拟轴  $A$  同步运动的同步比。

由于一个插补周期的运动路径为一小段直线, 不同插补周期直线段斜率不同, 即不同插补周期的同步比并非常量。因此, 圆弧插补过程转化为每个插补周期同步比的计算。当  $X$ 、 $Y$  轴由第  $i$  个插补周期起点运动至该插补周期终点后, 需要立即更新当前同步比为下一周期的同步比。

不失一般性, 设轴  $A$  在第  $i$  个插补周期的起点位置为  $P_{A_{i-1}}$ , 终点位置为  $P_{A_i}$ , 由式(4)可得:

$$\begin{cases} P_{X_i} = P_{X_{i-1}} + k_{X_i}(P_{A_i} - P_{A_{i-1}}) \\ P_{Y_i} = P_{Y_{i-1}} + k_{Y_i}(P_{A_i} - P_{A_{i-1}}) \end{cases} \quad (7)$$

进一步可得到第  $i$  个插补周期的同步比为:

$$\begin{cases} k_{X_i} = \frac{P_{X_i} - P_{X_{i-1}}}{P_{A_i} - P_{A_{i-1}}} \\ k_{Y_i} = \frac{P_{Y_i} - P_{Y_{i-1}}}{P_{A_i} - P_{A_{i-1}}} \end{cases} \quad (8)$$

由于虚拟轴  $A$  运动的位置值为插补点与起点的圆心角, 即  $P_{A_i} = \alpha_i$ 。因此, 上式可进一步表示为:

$$\begin{cases} k_{X_i} = \frac{P_{X_i} - P_{X_{i-1}}}{\alpha_i - \alpha_{i-1}} \\ k_{Y_i} = \frac{P_{Y_i} - P_{Y_{i-1}}}{\alpha_i - \alpha_{i-1}} \end{cases} \quad (9)$$

由于虚拟轴  $A$  做匀速运动, 对于每个插补周期, 圆心角增量相同, 记为  $\Delta\alpha$ , 则  $\Delta\alpha = \alpha_i - \alpha_{i-1} = (\alpha_n - \alpha_0)/n$ , 并将式(5)代入式(9), 可得到第  $i$  个插补周期的同步比为:

$$\begin{cases} k_{X_i} = \frac{R(\sin(\alpha_i) - \sin(\alpha_{i-1}))}{\Delta\alpha} \\ k_{Y_i} = \frac{R(\cos(\alpha_i) - \cos(\alpha_{i-1}))}{\Delta\alpha} \end{cases} \quad (10)$$

将  $\alpha_i$  和  $\alpha_{i-1}$  用  $\Delta\alpha$  表示, 化简后可得:

$$\begin{cases} k_{X_i} = \frac{R(\sin(i\Delta\alpha) - \sin((i-1)\Delta\alpha))}{\Delta\alpha} \\ k_{Y_i} = \frac{R(\cos(i\Delta\alpha) - \cos((i-1)\Delta\alpha))}{\Delta\alpha} \end{cases} \quad (11)$$

当虚拟轴位置等于  $\alpha_n$  时,  $X$ 、 $Y$  轴到达圆弧终点, 圆弧插补完成。

## 2 用于二维运动平台控制的变同步比圆弧插补方法实现

二维运动平台的两轴通常由伺服电机或直线电机驱动, 利用可编程逻辑控制器 (programmable logic controller, PLC) 或安装有运动控制板卡的计算机实现运动控制<sup>[21]</sup>。

用于二维运动平台控制的变同步比圆弧插补算法实现流程如图4所示。

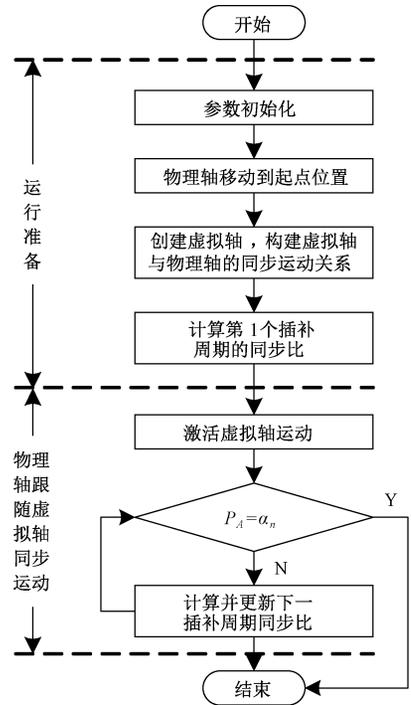


图4 用于二维运动平台控制的变同步比圆弧插补算法流程

Fig. 4 Flowchart of circular interpolation algorithm using variable synchronization ratio

用于二维运动平台控制的变同步比圆弧插补算法步骤如下:

1) 参数初始化。初始化待插补圆弧半径与圆弧起点、终点坐标; 依据插补步数  $n$  计算圆心角增量  $\Delta\alpha$ ; 建立变量  $i$  存放插补次数, 并令  $i=1$ ; 建立变量  $k_X$ 、 $k_Y$ , 分别用于存放当前插补周期  $X$ 、 $Y$  轴的同步比。

2) 物理轴移动至起点位置。将二维运动平台的物理  $X$ 、 $Y$  轴移至圆弧起点位置, 并设定两个物理轴当前位置分别为圆弧插补起点对应的坐标。

3) 构建同步运动关系。创建虚拟轴  $A$ , 初始化虚拟轴  $A$  当前位置为 0、目标位置为圆弧插补终点对应圆心角  $\alpha_n$ , 并将其作为同步运动引导轴, 将二维运动平台的

物理  $X$ 、 $Y$  轴作为同步运动跟随轴,构建虚拟轴  $A$  与物理  $X$ 、 $Y$  轴的同步运动关系。

4) 计算第 1 个插补周期同步比。利用式 (11) 计算第 1 个插补周期的同步比  $k_{x_1}$ 、 $k_{y_1}$ , 并分别赋值给变量  $k_x$ 、 $k_y$ 。

5) 激活虚拟轴  $A$  运动。使虚拟轴  $A$  以设定速度  $v_A(t)$  向目标位置  $\alpha_n$  运动。

6) 终点判断。判断虚拟轴  $A$  当前位置  $P_A$  是否到达目标位置  $\alpha_n$ 。若  $P_A \neq \alpha_n$ , 则执行下一步; 若  $P_A = \alpha_n$ , 表明  $X$ 、 $Y$  轴已运动至圆弧终点, 圆弧插补结束。

7) 当虚拟轴  $A$  当前位置  $P_A$  到达  $\alpha_i$  时, 令  $i++$ , 然后利用式 (11) 计算下一插补周期同步比  $k_{x_i}$ 、 $k_{y_i}$ , 并使用计算出的下一插补周期同步比更新变量  $k_x$ 、 $k_y$  的值, 返回执行 6)。

### 3 实验与分析

采用西门子全集成开发环境 TIA Portal V16 实现基于 PLC 的控制系统组态、编程、运动仿真及圆弧插补实验, 选用西门子 SIMATIC S7-1515 2PN CPU 作为控制器, 利用 TIA Portal 的 Trace 功能实现数据采集, 利用 MATLAB 对采集数据进行分析。

实验分别选取半径  $R$  为 20、50、100 mm 的圆, 进行顺时针圆弧插补, 起点坐标为  $(0, R)$ , 每 10 个 PLC 循环扫描周期采集一次数据。以完成插补所耗时间和插补轨迹均方误差 (mean squared error, MSE) 作为评价指标, 从插补效率及插补精度两个方面, 将本文方法与传统的逐点比较法、DDA、数据采样法以及文献 [14-15] 方法进行比较。

其中, 完成插补所耗时间定义为:

$$\Delta T \triangleq t_{p0} - t_{pn} \quad (12)$$

式中:  $t_{p0}$  为插补运动起始时间;  $t_{pn}$  为圆弧插补结束时间;  $\Delta T$  为完成插补所耗时长。

插补轨迹 MSE 定义为:

$$MSE \triangleq \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N \sqrt{\delta_m^2} =$$

$$\frac{1}{N} \sum_{m=1}^N \sqrt{(x_m - x'_m)^2 + (y_m - y'_m)^2} \quad (13)$$

式中:  $N$  为采样点个数;  $m$  表示采样点序号;  $x'_m, y'_m$  表示插补轨迹采样点  $d'_m$  坐标;  $x_m, y_m$  表示  $d'_m$  所对应的理论点  $d_m$  坐标, 点  $d'_m$  和  $d_m$  具有相等的圆心角;  $\delta_m \triangleq \|\overline{d_m d'_m}\|$ , 如图 5 所示。

#### 3.1 仿真实验

为了确保实验条件的一致性, 不同方法均以 1 mm 作为插补步长。其中, DDA 的寄存器位数分别选用 5 位

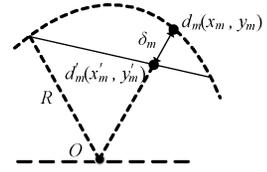


图 5  $\delta_m$  示意图

Fig. 5 Schematic diagram of  $\delta_m$

( $R=20$  mm)、6 位 ( $R=50$  mm)、7 位 ( $R=100$  mm), 累加器位数与寄存器位数一致; 数据采样法与文献 [14] 方法中, 插补周期均为 100 ms ( $v=10$  mm/s) 和 200 ms ( $v=5$  mm/s); 文献 [15] 方法中, 弓高误差分别为 0.006 3 mm ( $R=20$  mm)、0.002 5 mm ( $R=50$  mm)、0.001 3 mm ( $R=100$  mm); 本文方法中, 插补步数分别为 128 ( $R=20$  mm)、315 ( $R=50$  mm) 和 630 ( $R=100$  mm)。表 1 给出了速度  $v=10$  mm/s 时, 不同方法完成不同半径圆弧插补所耗时间。

表 1 不同方法不同半径圆弧下  $\Delta T$  结果

Table 1  $\Delta T$  results for different algorithms and different radius of circular (s)

方法名称	$R=20$ mm	$R=50$ mm	$R=100$ mm
逐点比较法	33.285	84.165	168.958
DDA	33.618	80.592	160.168
数据采样法	29.054	72.410	144.815
文献 [14] 方法	29.073	72.463	144.951
文献 [15] 方法	44.014	109.903	219.932
本文方法	<b>12.431</b>	<b>31.060</b>	<b>62.110</b>

由表 1 可知, 对于逐点比较法, 由于在一个插补周期内, 仅有一个轴运动, 导致耗时较长; DDA 虽然通过分别判断  $X$ 、 $Y$  轴积分器溢出实现脉冲输出, 存在两轴联动的情况, 但当圆弧半径较小时, 由于两轴联动次数较少, 因此, 耗时与逐点比较法相差不大, 随着圆弧半径增大, 两轴联动次数增多, 耗时会略短于逐点比较法; 数据采样法与文献 [14] 方法均是通过计算并输出下一步长所对应的位置增量实现插补, 各轴的运动情况更加均匀, 耗时明显优于逐点比较法和 DDA, 但仍然存在速度由零加速至减速为零的频繁启停过程 (如图 6(c)、(d) 所示); 文献 [15] 方法通过弓高误差控制和迭代矩阵计算的方式实现粗插补, 粗插补产生的每段微小直线段, 都需要利用 DDA 直线插补方法进行精插补, 导致循环累加次数显著增加, 耗时较长; 而本文方法引导轴为匀速运动, 两个物理轴跟随引导轴同步运动过程中, 不存在速度由零加速至减速为零的频繁启停过程, 完成圆弧插补所耗时间为几种方法中最短, 插补效率较高。

图6进一步给出了速度  $v=10\text{ mm/s}$  时,不同方法完成半径  $R=20\text{ mm}$  圆弧插补时的速度曲线,可以明显观察到,所对比的其他方法中,各轴均存在明显的频繁启停过

程,速度波动较大;而本文方法两个物理轴跟随引导轴同步运动,始终处于联动状态,仅存在由于同步比在不同插补周期更新所导致的小幅速度调整,速度变化更加平滑。

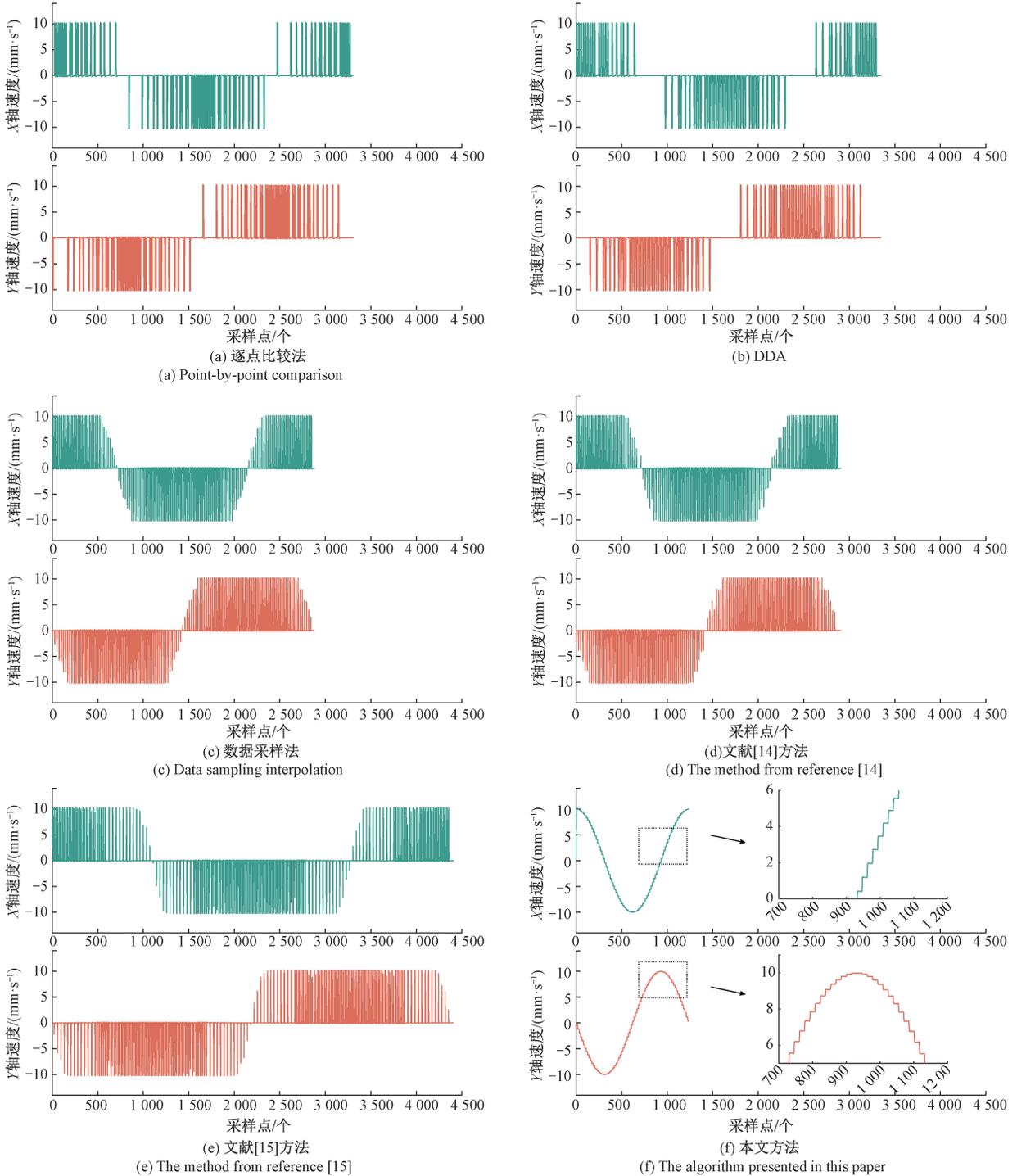


图6 不同方法速度变化曲线

Fig. 6 Velocity profile curves for different algorithms

表2给出了不同方法在不同半径与速度下的MSE结果。从表2可以看出,一方面,本文方法利用了同步运动控制最大程度确保物理轴在圆弧插补过程中的速度、

位置同步,轴与轴的运动过程不再相互独立,提高了轴运动过程的同步性能,有效降低了插补误差,使得在相同的插补速度下,MSE较小,插补精度较高;另一方面,插补速

表 2 不同半径及不同速度下的 MSE 结果

Table 2 MSE results for different radius and different speeds

半径/mm	速度/(mm·s <sup>-1</sup> )	逐点比较法	DDA	数据采样法	文献[14]方法	文献[15]方法	本文方法
R=20 mm	v=10	0.365	0.634	0.163	0.127	0.093	<b>0.058</b>
	v=5	0.355	0.635	0.163	0.126	0.095	<b>0.026</b>
R=50 mm	v=10	0.363	0.668	0.170	0.125	0.091	<b>0.047</b>
	v=5	0.351	0.667	0.173	0.123	0.093	<b>0.022</b>
R=100 mm	v=10	0.365	0.717	0.168	0.123	0.097	<b>0.044</b>
	v=5	0.353	0.717	0.170	0.122	0.099	<b>0.022</b>

度对不同方法的插补精度均有一定影响,相比较而言,本文方法的插补精度受插补速度影响较大,分析其可能原因,主要是由于同步建立存在过渡过程导致,具体而言,由于两个物理轴始终连续运动,当同步比改变时,需经过一定的加速或减速过程才能达到新的同步状态,因此,当插补速度降低或增加时,将使得同步建立过渡过程时间缩短或延长,从而导致插补误差,但在同等条件下(相同圆弧半径与插补速度),本文方法仍具有较小的 MSE,插补精度较高。

为了进一步分析误差情况,图 7 给出了速度  $v=10\text{ mm/s}$  时,不同方法在不同半径下的  $\delta$  变化曲线,可以观察到,对于逐点比较法和 DDA,由于 4 个象限的插补流程基本一致,仅仅是符号规则有所不同,因此,  $\delta$  呈周期性变化;传统的数据采样法由于存在零头距离,造成误差累积,因此,  $\delta$  呈递增变化;文献[14]方法通过将当前插补周期的零头距离分配到后续各插补周期的方式补偿输出零头距离,一方面,避免了零头距离导致的误差累积,但零头距离并未完全消除<sup>[14]</sup>,另一方面,由于当前插补周期的零头距离作为了下一插补周期步长的一部分,使

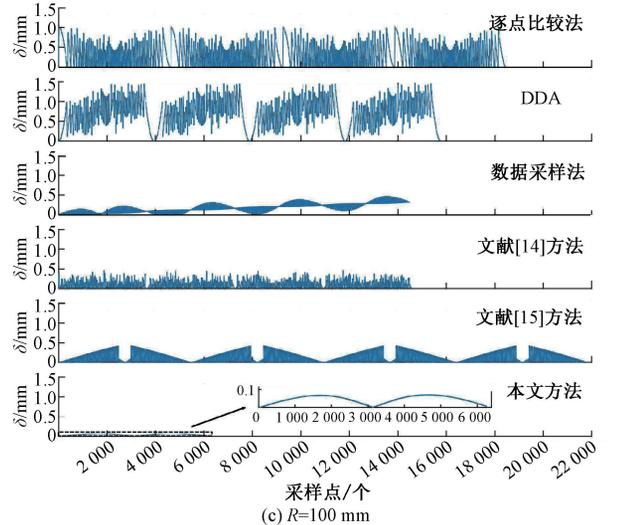
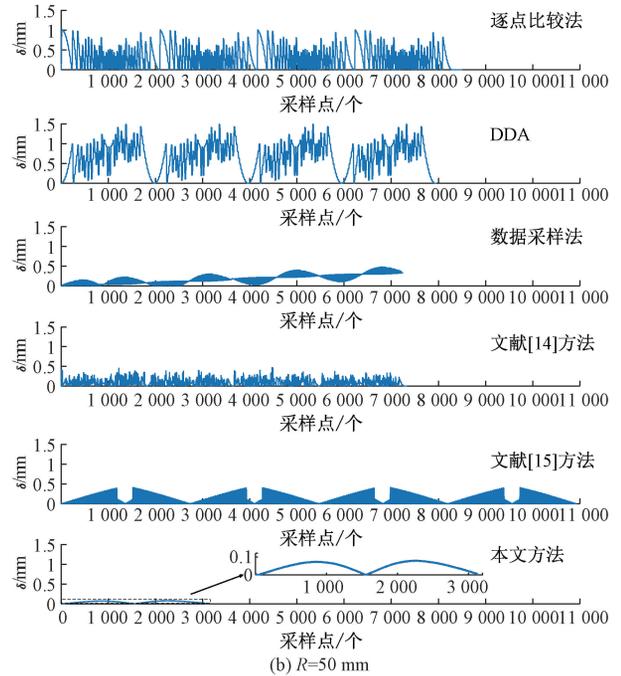
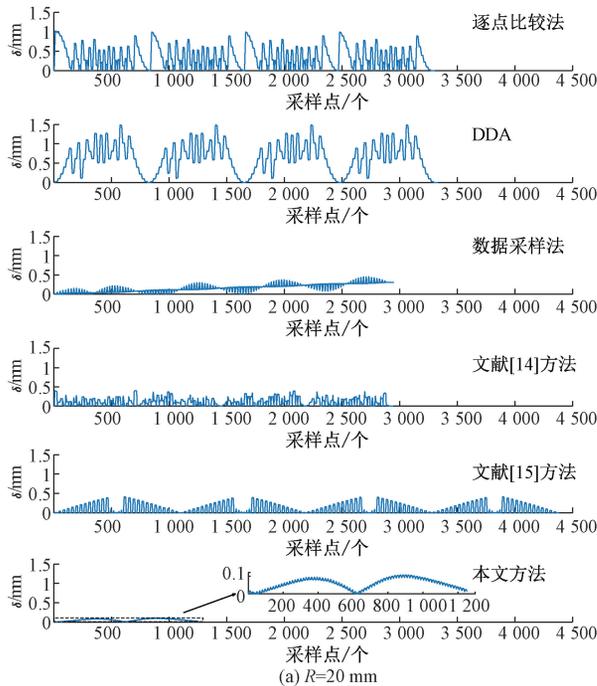


图 7 不同方法不同半径下  $\delta$  变化曲线

Fig. 7 Variation curves of  $\delta$  at different radius with different algorithms

得部分插补点并不能很好的落在圆弧上,造成一定误差;

文献[15]方法通过弓高误差控制分割圆弧,有效降低了径向累积误差,但由于分割后的弦线仍然存在零头距离,在采用 DDA 直线插补方法对分割后的弦线进行精插补时,仍然存在零头距离导致的误差;本文方法中,由于同步建立存在过渡过程,使得实际插补轨迹处于待插补圆弧的外部(第 I、IV 象限)与内部(第 III、II 象限),因此,  $\delta$  曲线也呈周期性变化,并在点(  $\pm R, 0$ ) 处达到最大值。从图 7 中也可进一步看出,所对比的其他方法,  $\delta$  最大值并未随圆弧半径改变发生明显变化,而本文方法获得的  $\delta$  最大值随着圆弧半径增大逐渐减小,究其原因,主要是由于圆弧半径的增大,将使得相邻直线段的斜率变化减小,即相邻插补周期的同步比变化减小,当同步比改变时,可以更快的达到新的同步状态,缩短了同步建立过渡过程时间,从而使得  $\delta$  相应减小。

### 3.2 二维运动平台圆弧插补实验

本文设计并建立了一套二维运动平台。该平台主要由控制器、伺服驱动器、同步带直线模组、伺服电机等组成,如图 8 所示。其中,控制器选用西门子 SIMATIC S7-1515 2PN,通过 Profinet 总线与西门子 V90 伺服驱动器连接,3 个直线模组为 H 型结构,由 2 台西门子 1FL6 系列伺服电机驱动,直线模组的有效行程均为 400 mm,精度为  $\pm 0.02$  mm。

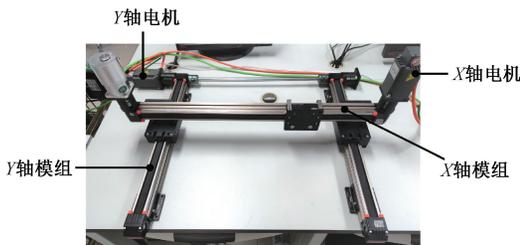
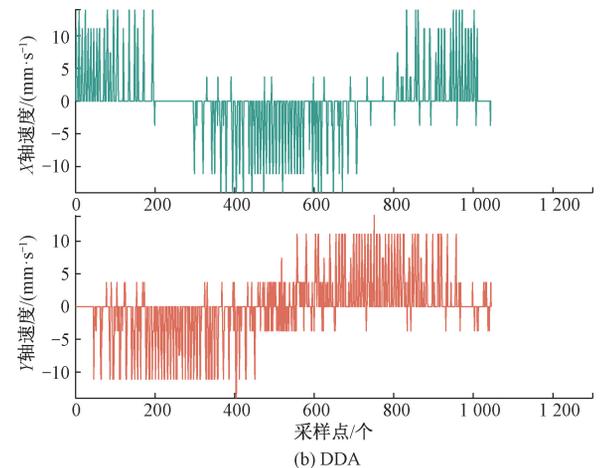
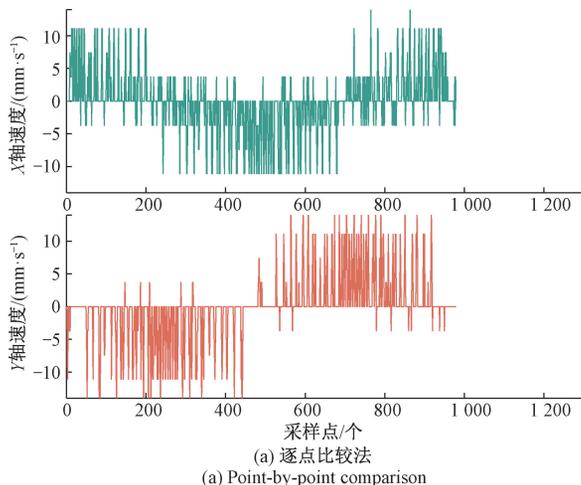


图 8 二维运动平台

Fig. 8 Two-dimensional motion platform

不同方法参数设定与仿真实验一致。为减小偶然误



差影响,每组实验重复 4 次,  $\Delta T$  和  $\overline{MSE}$  分别为 4 次实验所耗时间平均值和插补轨迹均方误差平均值。

表 3 给出了速度  $v = 10$  mm/s 时,不同方法在不同半径下完成圆弧插补的  $\Delta T$  结果,与  $\Delta T$  较短的数据采样法相比,本文方法  $\Delta T$  分别缩短了约 58.0% ( $R = 20$  mm)、57.9% ( $R = 50$  mm) 和 57.9% ( $R = 100$  mm)。

表 3 不同方法不同半径下的  $\Delta T$  结果

Table 3  $\Delta T$  results for different algorithms at different radius (s)

方法名称	$R=20$ mm	$R=50$ mm	$R=100$ mm
逐点比较法	33.955	85.975	172.712
DDA	34.892	82.671	164.174
数据采样法	29.608	73.994	147.905
文献[14]方法	30.068	75.589	152.096
文献[15]方法	55.010	136.884	280.777
本文方法	<b>12.434</b>	<b>31.161</b>	<b>62.213</b>

图 9 给出了在速度  $v = 10$  mm/s 时,不同方法完成半径  $R$  为 20 mm 圆弧插补时的速度曲线,可以明显观察到,所对比的其他方法的速度波动情况与仿真实验基本一致,均存在明显的频繁启停过程,速度波动较大,在实验过程中,也能够明显察觉由于频繁启停导致的实验平台振动;而本文方法的速度变化相对平滑,实验平台无明显振动,运行平稳。

表 4 给出了不同方法在不同半径与速度下的 MSE 及  $\overline{MSE}$  结果。从表 4 可以看出,对于同一半径圆弧,随着插补速度降低,不同方法的 MSE 均有所减小,即圆弧插补精度与插补速度呈反比关系;进一步分析也可发现,由于同步建立存在过渡过程,使得本文方法插补精度受插补速度影响较大,在相同半径圆弧下,当插补速度由

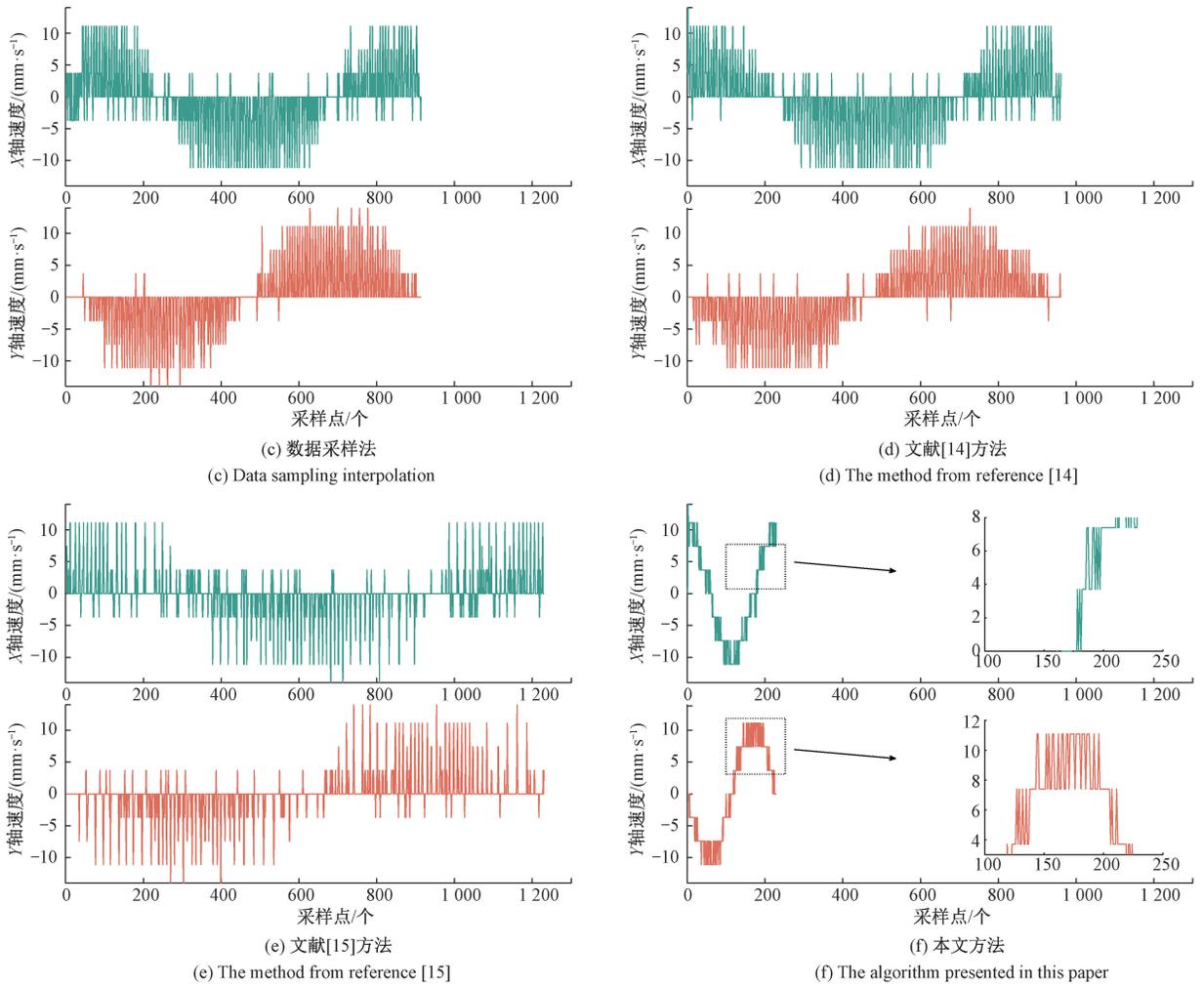


图 9 不同方法的速度变化曲线

Fig. 9 Velocity change curves for different algorithms

表 4 不同半径及不同速度下的 MSE 和  $\overline{\text{MSE}}$  结果

Table 4 MSE and  $\overline{\text{MSE}}$  results for different radius and speeds

实验序号	方法名称	R=20 mm		R=50 mm		R=100 mm	
		v = 10 mm/s	v = 5 mm/s	v = 10 mm/s	v = 5 mm/s	v = 10 mm/s	v = 5 mm/s
1	逐点比较法	0.361	0.357	0.360	0.354	0.360	0.356
	DDA	0.651	0.649	0.676	0.674	0.723	0.722
	数据采样法	0.176	0.173	0.175	0.175	0.170	0.172
	文献[14]方法	0.163	0.156	0.162	0.157	0.163	0.160
	文献[15]方法	<b>0.157</b>	0.145	0.151	0.143	0.151	0.144
	本文方法	0.167	<b>0.074</b>	<b>0.128</b>	<b>0.064</b>	<b>0.113</b>	<b>0.062</b>
2	逐点比较法	0.361	0.357	0.361	0.354	0.360	0.357
	DDA	0.651	0.649	0.676	0.674	0.722	0.721
	数据采样法	0.176	0.173	0.175	0.174	0.169	0.171
	文献[14]方法	0.164	0.158	0.162	0.158	0.158	0.160

表4(续)  
Table 4 (Continued)

实验序号	方法名称	R = 20 mm		R = 50 mm		R = 100 mm	
		v = 10 mm/s	v = 5 mm/s	v = 10 mm/s	v = 5 mm/s	v = 10 mm/s	v = 5 mm/s
2	文献[15]方法	0.156	0.148	0.150	0.147	0.149	0.144
	本文方法	<b>0.150</b>	<b>0.067</b>	<b>0.127</b>	<b>0.064</b>	<b>0.115</b>	<b>0.059</b>
3	逐点比较法	0.360	0.358	0.357	0.355	0.360	0.357
	DDA	0.651	0.650	0.675	0.674	0.722	0.721
	数据采样法	0.175	0.173	0.175	0.176	0.169	0.171
	文献[14]方法	0.162	0.156	0.161	0.156	0.159	0.159
	文献[15]方法	0.163	0.148	0.148	0.145	0.149	0.144
	本文方法	<b>0.163</b>	<b>0.074</b>	<b>0.124</b>	<b>0.063</b>	<b>0.118</b>	<b>0.057</b>
	逐点比较法	0.360	0.357	0.359	0.355	0.359	0.357
4	DDA	0.653	0.649	0.676	0.674	0.722	0.722
	数据采样法	0.175	0.174	0.175	0.175	0.169	0.171
	文献[14]方法	0.160	0.156	0.162	0.154	0.163	0.160
	文献[15]方法	0.161	0.150	0.150	0.144	0.149	0.144
	本文方法	<b>0.141</b>	<b>0.068</b>	<b>0.131</b>	<b>0.064</b>	<b>0.118</b>	<b>0.059</b>
	逐点比较法	0.360	0.357	0.359	0.355	0.360	0.357
	DDA	0.651	0.649	0.676	0.674	0.722	0.722
$\overline{\text{MSE}}$	数据采样法	0.176	0.173	0.175	0.175	0.169	0.171
	文献[14]方法	0.162	0.157	0.162	0.156	0.161	0.160
	文献[15]方法	0.159	0.148	0.150	0.145	0.150	0.144
	本文方法	<b>0.155</b>	<b>0.071</b>	<b>0.128</b>	<b>0.064</b>	<b>0.116</b>	<b>0.059</b>

10 mm/s 降低至 5 mm/s 时,本文方法  $\overline{\text{MSE}}$  分别提高了约 54.2% ( $R=20$  mm)、50% ( $R=50$  mm) 和 49.1% ( $R=100$  mm),但在同等条件下(相同圆弧半径与插补速度),与现有主流圆弧插补方法相比,本文方法的  $\overline{\text{MSE}}$  和  $\text{MSE}$  仍较小,插补精度较高,与  $\overline{\text{MSE}}$  较小的文献[15]方法相比,在  $v=10$  mm/s 条件下, $\overline{\text{MSE}}$  分别减小了约 2.5% ( $R=20$  mm)、14.7% ( $R=50$  mm) 和 22.7% ( $R=100$  mm)。

## 4 结 论

本文针对二维运动平台控制过程中,两个物理轴运动不同步导致圆弧插补误差较大的问题,提出了一种用于二维运动平台控制的变同步比圆弧插补方法。

1) 利用插补点坐标随圆心角的变化关系,构建了以插补点对应圆心角为输出的虚拟引导轴,将二维运动平台的两个物理轴作为跟随轴,建立了虚拟轴与物理轴的同步运动关系;依据同步运动期间引导轴与跟随轴的位置关系,获得以圆心角为中间参量的同步比;通过在每个

插补周期调整同步比,从而改变物理轴合成运动方向,能够用于二维运动平台实现圆弧插补,且不需要考虑复杂的象限变换。

2) 克服了轴间歇运动导致的较大速度波动,两个物理轴跟随引导轴同步运动,始终处于联动状态,速度变化更加平滑,仅存在同步比改变导致的小幅速度调整,完成圆弧插补所耗时间较短,插补效率较高。

3) 利用同步运动控制最大程度确保物理轴在圆弧插补过程中的速度、位置同步,实验结果表明,由于同步建立存在过渡过程,使得本文方法对插补速度较为敏感,但在同等条件下,本文方法仍然具有较高的圆弧插补精度。

## 参考文献

- [1] 晁育平,王日俊,贾凯旋. 基于 LQKF 的机载光电平台的模型预测控制[J]. 电子测量技术, 2023, 46(12):84-91.  
CHAO Y P, WANG R J, JIA K X. Model predictive control of airborne opto-electronic platform based on LQKF[J]. Electronic Measurement Technology, 2023, 46(12):84-91.

- [ 2 ] 张琨,霍建霖,赵志启,等. 一种四自由度运动平台及其姿态控制方法[J]. 电子测量技术,2022,45(19):150-154.  
ZHANG K, HUO J L, ZHAO ZH Q, et al. A 4-DOF motion platform and its attitude control method [ J ]. Electronic Measurement Technology, 2022,45(19):150-154.
- [ 3 ] 张成成,何斌,吕阳,等. 小卫星空间跟踪遥感相机二维摆镜组件优化设计[J]. 仪器仪表学报,2022,43(7):54-62.  
ZHANG CH CH, HE B, LYU Y, et al. Optimization design of two-dimensional scanning mirror component of small satellite space tracking remote sensing camera[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2022,43(7):54-62.
- [ 4 ] 高跃,房立金,姜雪洁,等. 一种基于 D-H 参数的 7 自由度机械臂机构精度综合方法研究[J]. 仪器仪表学报,2022,43(4):137-145.  
GAO Y, FANG L J, JIANG X J, et al. Research on the precision synthesis method of a 7 DOF manipulator based on D-H parameters[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2022,43(4):137-145.
- [ 5 ] KUMAR S A, CHAND R, CHAND R P, et al. Linear manipulator: Motion control of an n-link robotic arm mounted on a mobile slider[J]. Heliyon, 2023, 9(1):12867-12882.
- [ 6 ] 张威,周海波,黄珍里,等. 电磁驱动二维精密平面运动平台设计与控制[J]. 中南大学学报(自然科学版),2020,51(5):1221-1227.  
ZHANG W, ZHOU H B, HUANG ZH L, et al. Design and control for electromagnetically driven two-dimensional precise plane motion platform [ J ]. Journal of Central South University: Science and Technology, 2020, 51(5):1221-1227.
- [ 7 ] DIAZ-PEREZ L, TORRALBA M, AIBAJEZ A J. 2D positioning control system for the planar motion of a nanopositioning platform [ J ]. Applied Sciences, 2019, 9:4860.
- [ 8 ] 吕万德,罗晓曙,张盛明. 基于一种改进逐点比较插补法的激光打标机控制加工算法[J]. 制造技术与机床,2020,692(2):195-198.  
LYU W D, LUO X SH, ZHANG SH M. Control machining algorithms of laser marking machine based on an improved point-by-point comparison method[J]. Manufacturing Technology & Machine Tool, 2020, 692(2):195-198.
- [ 9 ] 韩赛飞,施佺,刘炎华,等. 一种改进型逐点比较圆弧插补算法的 FPGA 实现[J]. 现代电子技术,2017,40(19):153-155,159.  
HAN S F, SHI Q, LIU Y H, et al. Implementation of an improved circular interpolation algorithm with point-by-point comparison based on FPGA [ J ]. Modern Electronics Technique, 2017,40(19):153-155,159.
- [ 10 ] 毕俊喜,薛志安,王飞,等. 一种新的逐点比较法圆弧插补算法的研究[J]. 机床与液压,2016,44(17):102-104.  
BI J X, XUE ZH AN, WANG F, et al. Study on a new method of point by point comparison of the circular interpolation algorithm [ J ]. Machine Tool & Hydraulics, 2016,44(17):102-104.
- [ 11 ] 刘进闯,张融,洪宇,等. 参数化插补算法与数字积分插补算法的比较研究 [ J ]. 机床与液压,2019,47(19):62-66.  
LIU J CH, ZHANG R, HONG Y, et al. Comparative study of parametric interpolation algorithm and digital integral interpolation algorithm [ J ]. Machine Tool & Hydraulics, 2019,47(19):62-66.
- [ 12 ] 蒋晓瑜,蔡慧林,叶荫民. 数字积分直线插补方法的研究[J]. 自动化技术与应用,2020,39(3):1-4,41.  
JIANG X Y, CAI H L, YE Y M. Research on the method of line interpolation of digital integration [ J ]. Techniques of Automation and Applications, 2020, 39(3):1-4,41.
- [ 13 ] 李蚩行,雷志勇. 基于 FPGA 的改进型 DDA 圆弧插补算法研究 [ J ]. 国外电子测量技术,2018,37(12):21-25.  
LI CH X, LEI ZH Y. Research on improved DDA circular interpolation algorithm based on FPGA [ J ]. Foreign Electronic Measurement Technology, 2018, 37(12):21-25.
- [ 14 ] 刘娟容,陈章位,李妮妮,等. 一种优化的数据采样法在开环数控系统中的应用 [ J ]. 机械科学与技术,2011,30(8):1239-1242.  
LIU J R, CHEN ZH W, LI N N, et al. Application of an optimized sampled-data interpolation algorithm in open-loop CNC [ J ]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2011,30(8):1239-1242.
- [ 15 ] 游达章,谈太振,张业鹏,等. DDA 圆弧插补算法改进研究 [ J ]. 现代电子技术,2021,44(3):87-90.  
YOU D ZH, TAN T ZH, ZHANG Y P, et al. Research on improvement of DDA circular interpolation algorithm [ J ]. Modern Electronics Technique, 2021,44(3):87-90.
- [ 16 ] 李双成,莫玉梅,陈兴媚. 数据采样法圆弧插补运算研究 [ J ]. 机电技术,2017,112(3):14-17,25.  
LI SH CH, MO Y M, CHEN X M. Research on arc imputation operation by data sampling method [ J ].

Mechanical & Electrical Technology, 2017, 112(3):14-17,25.

- [17] YANG L G, ZHANG G ZH. Research and development of sampled-data interpolation algorithm software in CNC system based on the visual C++[J]. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2018:1170-1182.
- [18] 戈海龙,金硕,李文龙,等. FANUC 多轴同步控制技术及在大型伺服压力机中的应用[J]. 制造技术与机床, 2021(8):203-207.  
GE H L, JIN SH, LI W L, et al. FANUC multi-axis synchronous control and application in large servo press[J]. Manufacturing Technology & Machine Tool, 2021(8):203-207.
- [19] 张静,仲济磊,陈珍萍,等. 面向柔性加工的拐角运动策略研究与应用[J]. 浙江工业大学学报, 2023, 51(3):312-318.  
ZHANG J, ZHONG J L, CHEN ZH P, et al. Research and application of corner motion optimization for flexible machining[J]. Journal of Zhejiang University of Technology, 2023, 51(3):312-318.
- [20] 王新达,孙祥溪,吴翔,等. 改进的 S 曲线时间最优点到点多轴同步算法[J]. 电子测量技术, 2023, 46(21):93-99.  
WANG X D, SUN X X, WU X, et al. Time-optimal point-to-point multi-axis synchronization algorithm based on improved S-curve[J]. Electronic Measurement Technology, 2023, 46(21):93-99.
- [21] SHI X M, FEI W J, DENG S P. The research of circular interpolation motion control based on rectangular coordinate robot[J]. Key Engineering Materials, 2016, 693:1792-1798.

## 作者简介

魏青轩, 2018 年于北京化工大学获得博士学位, 现为北京石油化工学院副教授, 主要研究方向为复杂过程运动控制、智能制造系统。

E-mail: weiqx@bipt.edu.cn

**Wei Qingxuan** received his Ph. D. degree

from Beijing University of Chemical Technology in 2018. He is currently an associate professor at Beijing Institute of Petrochemical Technology. His main research interests include complex process motion control and intelligent manufacturing systems.



李雪婷, 2021 年于安徽工业大学工商学院获得学士学位, 现为北京石油化工学院信息工程学院硕士研究生, 主要研究方向为复杂工业过程运动控制。

E-mail: lxt2241230422@163.com

**Li Xueting** received her B. Sc. degree from Anhui University of Technology Business School in 2021. She is currently a master student in the Information Engineering College at Beijing Institute of Petrochemical Technology. Her main research interests include motion control of complex industrial processes.



王世民, 2022 年于齐鲁工业大学获得学士学位, 现为北京石油化工学院信息工程学院硕士研究生, 主要研究方向为复杂工业过程运动控制。

E-mail: 863570780@qq.com

**Wang Shimin** received his B. Sc. degree from Qilu University of Technology in 2022. He is currently a master student in the Information Engineering College at Beijing Institute of Petrochemical Technology. His main research interests include motion control of complex industrial processes.



潘立强(通信作者), 2010 年于哈尔滨工业大学获得博士学位, 现为北京石油化工学院副教授。主要研究方向为信息物理系统与机器学习。

E-mail: plq@bipt.edu.cn

**Pan Liqiang** (Corresponding author) received his Ph. D. degree from Harbin Institute of Technology in 2010. He is currently an associate professor at Beijing Institute of Petrochemical Technology. His main research interests include cyber-physical systems and machine learning.

