

平面十字磁梯度张量系统的两步线性校正*

李青竹¹,李志宁¹,张英堂¹,范红波¹,尹刚²

(1. 陆军工程大学车辆与电气工程系 石家庄 050003;2. 中国空气动力研究与发展中心高速所 绵阳 621000)

摘要:磁梯度张量系统的测量精度受限于磁传感器的零漂、灵敏度差异和三轴非正交性等系统误差以及各传感器轴系间的非对准误差。构建了平面十字磁梯度张量系统的误差参数线性模型,提出了两步线性校正法。利用两个非线性变量转换构建单磁传感器系统误差的线性方程组,对误差参数进行最小二乘估计,将传感器实际输出校正为各自理想正交输出;利用旋转矩阵构建各传感器理想正交轴间非对准误差的线性方程组并求出最小二乘解,将各传感器输出校正到参考平台框架正交坐标系上。两步校正过程均无数学简化。仿真与实验表明,相比忽略二阶及以上高阶小量的常规线性校正,提出的张量系统两步线性校正法更为精确,误差参数仿真估计准确率高于93%,实测校正后总场强度均方根误差小于13 nT,张量分量均方根误差小于90 nT/m。

关键词:磁梯度张量;平面十字张量系统;线性校正;最小二乘估计

中图分类号: TP212.9 TH762 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 420.10

Two-step linear calibration of planar cross magnetic gradient tensor system

Li Qingzhu¹, Li Zhining¹, Zhang Yingtang¹, Fan Hongbo¹, Yin Gang²

(1. Department of Vehicle and Electrical Engineering, The Army Engineering University of PLA, Shijiazhuang 050003, China;

2. High Speed Institute, China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang 621000, China)

Abstract: The measurement accuracy of magnetic gradient tensor system is limited by the system errors such as zero drift, sensitivity difference and the three axis non-orthogonality of the magnetic sensor, as well as the misalignment errors among the axis systems of different sensors. In this paper, an error parameter linear model of the planar cross magnetic gradient tensor system is constructed, and a two-step linear calibration method is proposed. Firstly, the linear equation set of single magnetic sensor system error is constructed by using two nonlinear variable conversions, and the error parameters are estimated by least squares method. The actual output of the sensor is calibrated to its ideal orthogonal output. Secondly, the linear equation set of the misalignment errors among the ideal orthogonal axes of the sensors is constructed by using the rotation matrices and the least square solution is obtained. The outputs of sensors are calibrated to the orthogonal coordinate system in reference platform frame. Both processes have no any mathematical simplification. Simulations and experiments show that the proposed two-step linear calibration method of the tensor system is more accurate compared with the conventional linear calibration method neglecting the second or higher order small quantities. The simulated estimation accuracy of the error parameters is better than 93%, the root mean square error of the actually tested total field intensity is less than 13 nT and the root mean square error of the tensor components is less than 90 nT/m in the experiments after calibration.

Keywords: magnetic gradient tensor; planar cross tensor system; linear calibration; least-squares estimation

0 引言

磁梯度张量测量对取向与旋转噪声更加敏感,拥有

更高的空间分辨率,且不易受环境磁干扰与地磁日变影响,因而广泛应用于民用与军事项目中^[1-2]。国内外研究机构开发了基于磁通门传感器、超导量子干涉仪等搭建的磁梯度张量系统,并进行了一系列测量实验^[3-4]。张量

系统的测量误差主要由以下几个原因造成^[5]:1)制造技术和工艺水平有限,单磁传感器总会存在如零漂、标度因子和三轴非正交性等系统误差;2)各传感器排列安装过程存在配置结构引起的位移、旋转非对准误差,其中位移误差能够通过高精度的制造工艺消除,而旋转误差却难以避免;3)张量系统一般安装在有硬、软磁干扰的车辆载体、平台结构装置上。磁传感器的系统误差与多传感器轴系间非对准误差的存在,严重影响了张量系统测量精度,因此必须对误差进行校正。

借鉴单磁传感器的校正方法,可对含多个传感器的磁梯度张量系统进行校正。磁传感器校正一般分为矢量、标量两种。矢量校正需要高精度的三轴非磁性平台和三维亥姆霍兹线圈产生磁场矢量以获得传感器系统误差,其校正成本远超磁强计本身造价^[6]。标量校正仅需测量总场强度的标量数据作为标准,校正成本低、效率高,适用于工程实际^[7],故本文主要研究张量系统的标量校正。传统标量校正仅完成了第一步系统误差校正,忽略传感器阵列间非对准误差,且精度不高。张光等人^[8]提出了磁张量系统的线性模型校正法,但是构建误差模型时忽略了二阶以上的高阶小量,校准结果有较大偏差。石岗等人^[9]提出一种利用椭球面方程系数对航向测量系统中磁传感器误差参数求解的两步标定法,但不适用于传感器阵列张量磁测系统。基于此,本文提出一种无数学简化的两步线性精确校正法对张量系统进行校正,尝试一次性消除传感器偏差、标度因子和非正交性等系统误差与传感器间非对准误差,以此高效提升张量系统测量精度,为张量磁测仪器的批量快速校正提供思路和方法。

1 磁梯度张量测量理论与系统构建

1.1 磁梯度张量要素

磁梯度张量是磁场矢量三分量在相互正交方向上的

$$\begin{cases} \mathbf{B} = \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} B_{x1} + B_{x2} + B_{x3} + B_{x4} \\ B_{y1} + B_{y2} + B_{y3} + B_{y4} \\ B_{z1} + B_{z2} + B_{z3} + B_{z4} \end{bmatrix} \\ \mathbf{G} = \frac{1}{d} \begin{bmatrix} B_{x1} - B_{x3} & B_{x2} - B_{x4} & B_{z1} - B_{z3} \\ B_{y1} - B_{y3} & B_{y2} - B_{y4} & B_{z2} - B_{z4} \\ B_{z1} - B_{z3} & B_{z2} - B_{z4} & -(B_{x1} - B_{x3}) - (B_{y2} - B_{y4}) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (3)$$

式中: B_{mn} ($m = x, y, z; n = 1, 2, 3, 4$) 表示在 m 方向上第 n 个磁传感器磁场分量读数。基线距离必须满足特定磁场环境下张量系统分辨率条件:

$$\frac{q}{d} \leq \left| \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \mathbf{I}} \right| \quad (4)$$

空间变化率^[1],共9个分量值,可表示为:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \frac{\partial B_x}{\partial x} & \frac{\partial B_x}{\partial y} & \frac{\partial B_x}{\partial z} \\ \frac{\partial B_y}{\partial x} & \frac{\partial B_y}{\partial y} & \frac{\partial B_y}{\partial z} \\ \frac{\partial B_z}{\partial x} & \frac{\partial B_z}{\partial y} & \frac{\partial B_z}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \varphi_m}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 \varphi_m}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 \varphi_m}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 \varphi_m}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 \varphi_m}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 \varphi_m}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 \varphi_m}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 \varphi_m}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2 \varphi_m}{\partial z^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{xx} & B_{xy} & B_{xz} \\ B_{yx} & B_{yy} & B_{yz} \\ B_{zx} & B_{zy} & B_{zz} \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: \mathbf{G} 为磁梯度张量矩阵, φ_m 为磁标势, $B_{x,y,z}$ 为磁场三分量, B_{ij} ($i, j = x, y, z$) 表示张量在 i 轴上 j 方向的分量。张量系统工作空间区域内地磁场和磁异常场视为无源静磁场,由麦克斯韦方程组知磁场旋度和散度为零,即 $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \nabla \times \mathbf{B} = 0, \nabla$ 为哈密顿算符,则:

$$\begin{cases} \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial B_x}{\partial y} = \frac{\partial B_y}{\partial x}, \frac{\partial B_y}{\partial z} = \frac{\partial B_z}{\partial y}, \frac{\partial B_z}{\partial x} = \frac{\partial B_x}{\partial z} \end{cases} \quad (2)$$

故 \mathbf{G} 对称且迹为0,式(1)仅5个元素相互独立,则仅需测得 $B_{xx}, B_{xy}, B_{xz}, B_{yy}, B_{yz}$ 五个分量就能求出 \mathbf{G} 。

1.2 平面十字张量系统

磁梯度张量系统有平面十字形、三角形、正方形、直角四面体、正四面体等结构^[5]。平面十字形张量系统安装方便、引起的结构误差最小,本文采取了此类型系统并按图1所示结构设计搭建,由1个平面十字无磁平台和4个三轴磁传感器组成,基线距离为 d 。因磁标势二次偏微分无法直接测量,实测中使用短距离基线矢量差分法近似估计张量分量,即 $B_{ij} \approx \Delta B_i / d_j, \Delta B_i$ 表示两传感器在 i 轴上的分量读数差, d_j 表示两磁传感器在 j 方向上的距离。则中心 O 点处的磁场矢量矩阵 \mathbf{B} 、张量矩阵 \mathbf{G} 表达式如式(3)。

式中: q 为磁传感器分辨率(单位 nT), \mathbf{B} 为磁场矢量, \mathbf{I} 为空间任意方向的单位矢量。系统差分近似过程产生由基线距离与磁矢量高阶导数共同决定的结构误差足够小^[10],在一定传感器精度条件下可忽略。

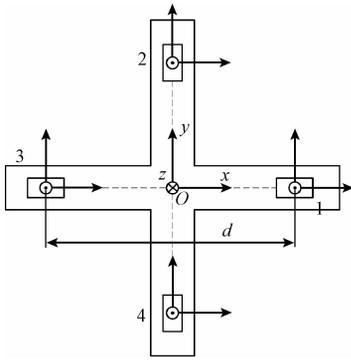


图1 平面十字形磁梯度张量系统设计

Fig. 1 Structure design of the planar cross-magnetic gradient tensor system

2 张量系统的两步线性校正

2.1 单磁传感器线性校正

单磁传感器存在如零位偏差、灵敏度标度因子、非正交性、温度系数和磁滞等系统误差。Pang H 等人^[11]使用支持向量机对磁通门传感器温差、非线性度漂移进行补偿,有效提高了测量精度,但温度误差主要由磁芯温度系数造成,一般环境温度小且工作时间短,本文暂不考虑。对于无磁极倒转的稳定磁场环境,磁滞现象仅产生剩磁并表现为零偏,而磁滞回线对测量影响较小^[12]。Pang H 等人^[13]在2016年提出具有磁力扰动参数的三轴磁强计校准与磁干扰补偿,但硬磁补偿不是影响校正结果的关键,虽在硬磁干扰下补偿性能较好,但误差参数模型反而被简化。Wu ZH. T. 等人^[14]提出约束总最小二乘法可直接得到三轴磁强计校正结果,但未能估计误差参数。据此,可构建传感器主要系统误差参数模型,通过数值优化算法求解参数以校正传感器输出。一些常规校正法^[8,15-16]虽能估计出误差参数,但求解过程忽略了参数模型高阶小量,校正结果具有较大偏差。本文通过两个非线性转换将磁传感器的非线性误差模型线性化,过程无任何数学简化,系统误差可被精确估计。

构建传感器坐标轴非正交角度如图2所示。参考平台框架正交坐标系为 $O-XYZ$, 设传感器实际坐标系 $O-X_1Y_1Z_1$ 和理想正交坐标系 $O-X_2Y_2Z_2$ 。轴 OZ_1 与 OZ_2

同轴,面 Z_1OY_1 与 Z_2OY_2 共面。设 OY_1 与 OY_2 夹角为 ψ , OX_1 与 X_2OY_2 夹角为 φ , OX_1 在 X_2OY_2 上的投影 OX_1' 与 OX_2 夹角为 θ 。非正交角 φ, θ, ψ 一旦确定,传感器理想正交坐标系 $O-X_2Y_2Z_2$ 即被唯一确定。

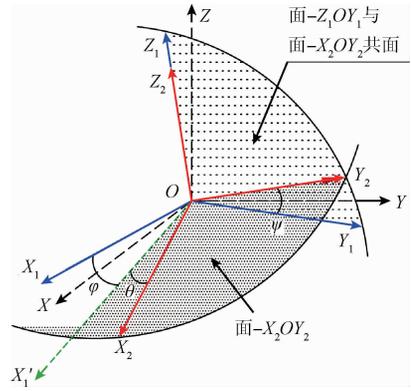


图2 磁传感器坐标轴非正交角度

Fig. 2 Magnetic sensor coordinate axis non-orthogonal angle

定义三轴输出零位偏差 $\mathbf{I} = (i_x, i_y, i_z)^T$ 与灵敏度标度因子 $c_i (i = x, y, z)$, 构建出磁传感器的9个误差参数 $\theta, \varphi, \psi, c_x, c_y, c_z, i_x, i_y, i_z$ 。若传感器实际输出为 $\mathbf{B}_1 = (B_{1x}, B_{1y}, B_{1z})^T$, 理想输出为 $\mathbf{B}_2 = (B_{2x}, B_{2y}, B_{2z})^T$, 可构建由 $O-X_1Y_1Z_1$ 向 $O-X_2Y_2Z_2$ 进行输出转换的数学模型:

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} c_x & & \\ & c_y & \\ & & c_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\varphi & \sin\theta\cos\varphi & \sin\varphi \\ & \cos\psi & \sin\psi \\ & & 1 \end{bmatrix} \times \quad (5)$$

$\mathbf{B}_2 + \mathbf{I} = \mathbf{CAB}_2 + \mathbf{I}$ 式中: \mathbf{C} 和 \mathbf{A} 分别为标度因子矩阵和非正交矩阵。设 $k_x = 1/c_x \cos\varphi \cos\theta, k_y = 1/c_y \cos\psi, k_z = 1/c_z, g = (\sin\theta\sin\psi\cos\varphi - \sin\varphi\cos\psi)/\cos\theta\cos\psi\cos\varphi, m = -\sin\theta/\cos\theta, n = -\sin\psi/\cos\psi$, 推导出理想输出 \mathbf{B}_2 :

$$\mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} B_{2x} \\ B_{2y} \\ B_{2z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_x & mk_y & gk_z \\ & k_y & nk_z \\ & & k_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{1x} - i_x \\ B_{1y} - i_y \\ B_{1z} - i_z \end{bmatrix} \quad (6)$$

将式(6)两端左乘各自转置,定义变量 $k_{m,g,n}, i_{1,2,3}$, 合同类项得式(7),引入误差替换变量 R_{1-7} , 化简并展开得式(8),写成向量乘积形式(9)。

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{B}_2^T \mathbf{B}_2 = \|\mathbf{B}_2\|_2^2 = k_x^2 (B_{1x} + k_m B_{1y} + k_g B_{1z} - i_1)^2 + k_y^2 (B_{1y} + k_n B_{1z} - i_2)^2 + k_z^2 (B_{1z} - i_3)^2 \\ k_m = mk_y/k_x, \quad k_g = gk_z/k_x, \quad k_n = nk_z/k_y \\ i_1 = i_x + m \frac{k_y}{k_x} i_y + g \frac{k_z}{k_x} i_z = i_x + k_m i_y + k_g i_z \\ i_2 = i_y + n \frac{k_z}{k_y} i_z = i_y + k_n i_z, \quad i_3 = i_z \end{array} \right. \quad \mathbf{\Gamma}_1 \quad (7)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} R_1 B_{1x}^2 + R_2 B_{1x} + (R_1 k_m^2 + R_3) B_{1y}^2 + (R_2 k_m + R_4) B_{1y} + (R_1 k_g^2 + R_3 k_n^2 + R_5) B_{1z}^2 + \\ (R_2 k_g + R_4 k_n + R_6) B_{1z} + 2R_1 k_m B_{1x} B_{1y} + 2R_1 k_g B_{1x} B_{1z} + 2(R_1 k_m k_g + R_3 k_n) B_{1y} B_{1z} + R_7 = \|\mathbf{B}_2\|_2^2 = H \\ R_1 = k_x^2, \quad R_2 = -2i_1 k_x^2, \quad R_3 = k_y^2 \\ R_4 = -2i_2 k_y^2, \quad R_5 = k_z^2, \quad R_6 = -2i_3 k_z^2 \\ R_7 = i_1^2 k_x^2 + i_2^2 k_y^2 + i_3^2 k_z^2 \end{cases} \mathbf{\Gamma}_2 \quad (8)$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} B_{1x} \\ B_{1y} \\ B_{1z} \\ B_{1x}^2 \\ B_{1y}^2 \\ B_{1z}^2 \\ B_{1x} B_{1y} \\ B_{1x} B_{1z} \\ B_{1y} B_{1z} \\ 1 \end{bmatrix}^T \times \begin{bmatrix} R_2 \\ R_2 k_m + R_4 \\ R_2 k_g + R_4 k_n + R_6 \\ R_1 \\ R_1 k_m^2 + R_3 \\ R_1 k_g^2 + R_3 k_n^2 + R_5 \\ 2R_1 k_m \\ 2R_1 k_g \\ 2(R_1 k_m k_g + R_3 k_n) \\ R_7 \end{bmatrix} = \mathbf{M}_{1 \times 10}^T \mathbf{V}_{10 \times 1} = H \quad (9)$$

式中: $\mathbf{\Gamma}_1, \mathbf{\Gamma}_2$ 为两个非线性转换, H 为 \mathbf{B}_2 的 2-范数平方, 定义 \mathbf{V} 为替换向量, \mathbf{M}^T 为信号向量。通过旋转传感器 $N(N > 10)$ 个姿态重复测量, 可将 \mathbf{M}^T 增广为 $N \times 10$ 的信号矩阵, 得到 N 组各姿态线性方程组:

$$\mathbf{M}_{N \times 10}^T \mathbf{V}_{10 \times 1} = \mathbf{H}_{N \times 1} \Rightarrow \mathbf{V} = (\mathbf{M}\mathbf{M}^T)^{-1} \mathbf{M}\mathbf{H} \quad (10)$$

由于 $N > 10$ 且 \mathbf{M}^T 的秩大于 10, 方程组无精确解, 通过最小二乘估计器^[17] 多次拟合可对 \mathbf{V} 向量求取估计解。据式(9)有:

$$\begin{cases} k_m = \frac{V_7}{2V_4}, \quad k_g = \frac{V_8}{2V_4}, \quad k_n = \frac{V_9 - 2V_4 k_m k_g}{2(V_5 - V_4 k_m^2)} \\ R_1 = V_4, \quad R_2 = V_1, \quad R_3 = V_5 - V_4 k_m^2, \\ R_4 = V_2 - V_1 k_m \\ R_5 = V_6 - V_5 k_n^2 - V_4 (k_g^2 - k_m^2 k_n^2) \\ R_6 = V_3 - V_2 k_n - V_1 (k_g - k_m k_n), \quad R_7 = V_{10} \end{cases} \quad (11)$$

由转换 $\mathbf{\Gamma}_1, \mathbf{\Gamma}_2$, 有 $k_x = \sqrt{R_1}, k_y = \sqrt{R_3}, k_z = \sqrt{R_5}, m = k_m k_x / k_y, g = k_g k_x / k_z, n = k_n k_y / k_z, i_1 = -R_2 / 2R_1, i_2 = -R_4 / 2R_3, i_3 = -R_6 / 2R_5$, 据此解出 9 个误差参数:

$$\begin{cases} \theta = -\arctan k_m \frac{k_x}{k_y}, \quad \psi = -\arctan k_n \frac{k_y}{k_z} \\ \varphi = \arctan \left[\cos \theta \left(\tan \theta \tan \psi - k_g \frac{k_x}{k_z} \right) \right] \\ c_x = \frac{1}{k_x} \cos \varphi \cos \theta, \quad c_y = \frac{1}{k_y} \cos \psi, \quad c_z = \frac{1}{k_z} \\ i_z = i_3, \quad i_y = i_2 - k_n i_z, \quad i_x = i_1 - k_m i_y - k_g i_z \end{cases} \quad (12)$$

上述推导过程无任何数学简化, 可避免忽略偏差与非正交角高阶小量造成的误差, 理论上能够实现传感器 9 个误差参数的完全精确估计, 第一步校正完成。

2.2 多传感器非对准误差线性校正

张量系统 4 个传感器正交坐标系间存在非对准误差, 如图 3 所示。Pang H. F. 等人^[18] 以传感器之一作为参考系对非对准误差进行校正, 但此法不能沿平台正交系转换张量系统的输出。本文根据传感器理想正交系与平台框架正交系间的旋转矩阵构建线性方程组, 过程同样无数学简化。通过最小二乘法对非对准角进行估计, 校正后输出方向沿平台正交系 $O\text{-}XYZ$, 利于实际测量。Primdahl F 等人^[19] 将传感器绕固定轴旋转至多个位置以确定参考轴, 借鉴这种旋转标定法, 在参考轴上旋转张量系统, 验证各传感器校正后输出是否同轴。

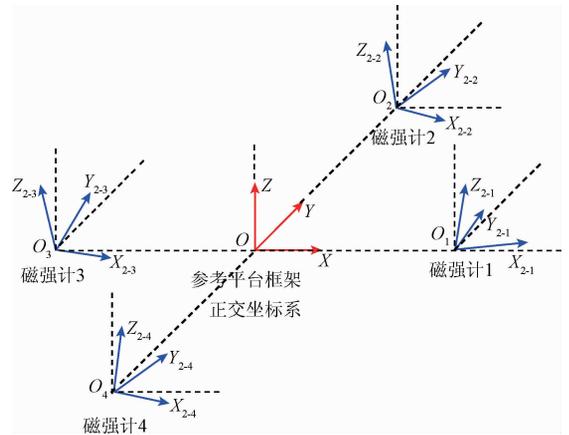


图3 传感器正交坐标系间非对准误差

Fig. 3 Misalignment errors among the orthogonal coordinate systems of the sensors

在三轴上旋转传感器可将输出由理想正交系 $O\text{-}X_2 Y_2 Z_2$ 转换到 $O\text{-}XYZ$ 上。定义绕 X 轴旋转为横倾角 α , 绕 Y 轴旋转为俯仰角 β , 绕 Z 轴旋转为方位角 γ , 理想传感器三轴正交输出为 $\mathbf{B}_2 = (B_{2x}, B_{2y}, B_{2z})^T$, 校正到参考正交系上输出为 $\mathbf{B} = (B_x, B_y, B_z)^T$ 。两正交坐标间转换关系如图 4 所示。

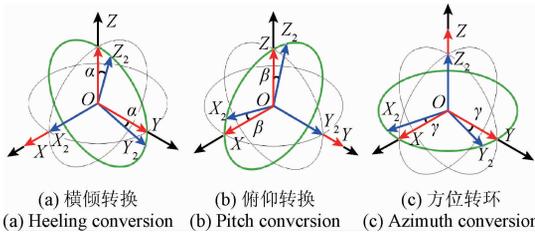


图4 传感器与平台正交坐标系间横倾、俯仰、方位转换

Fig.4 The heeling, pitch and azimuth conversions between the sensor and platform orthogonal coordinate system

当仅存在横倾、俯仰、方位角时,分别令其转换输出为 \mathbf{B}_α 、 \mathbf{B}_β 、 \mathbf{B}_γ (见式(13)),定义 \mathbf{A}_α 、 \mathbf{A}_β 、 \mathbf{A}_γ 分别为横倾、俯仰、方位旋转矩阵。则空间任意姿态的传感器理想正交输出均能通过3个旋转矩阵乘积而转换到参考系 O -XYZ 上,矩阵乘积顺序影响各轴输出转换顺序,最后左乘的旋转矩阵对应转轴上输出与此转角无关。将旋转矩阵分别位于最左乘位得到各包含3个不同旋转轴输出等式的3个方程(见式(14)),并提出每个方程最左乘旋转矩阵对应转轴的等式并写成向量乘积。

$$\left\{ \begin{aligned} \mathbf{B}_\alpha &= \begin{bmatrix} B_{2x} \\ B_{2y}\cos\alpha + B_{2z}\sin\alpha \\ B_{2z}\cos\alpha - B_{2y}\sin\alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & \cos\alpha & \sin\alpha \\ & -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{2x} \\ B_{2y} \\ B_{2z} \end{bmatrix} = \mathbf{A}_\alpha \mathbf{B}_2 \\ \mathbf{B}_\beta &= \begin{bmatrix} B_{2x}\cos\beta - B_{2z}\sin\beta \\ B_{2y} \\ B_{2x}\sin\alpha + B_{2z}\cos\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\beta & & -\sin\beta \\ & 1 & \\ \sin\beta & & \cos\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{2x} \\ B_{2y} \\ B_{2z} \end{bmatrix} = \mathbf{A}_\beta \mathbf{B}_2 \\ \mathbf{B}_\gamma &= \begin{bmatrix} B_{2x}\cos\gamma + B_{2y}\sin\gamma \\ B_{2y}\cos\gamma - B_{2x}\sin\gamma \\ B_{2z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\gamma & \sin\gamma & \\ -\sin\gamma & \cos\gamma & \\ & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{2x} \\ B_{2y} \\ B_{2z} \end{bmatrix} = \mathbf{A}_\gamma \mathbf{B}_2 \end{aligned} \right. \quad (13)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \mathbf{A}_\alpha (\mathbf{A}_\beta \mathbf{A}_\gamma) \mathbf{B}_2 = \mathbf{B} &\Rightarrow \mathbf{B}_x = B_{2x}\cos\beta_1\cos\gamma_1 + B_{2y}\cos\beta_1\sin\gamma_1 - B_{2z}\sin\beta_1 \\ \mathbf{A}_\beta (\mathbf{A}_\alpha \mathbf{A}_\gamma) \mathbf{B}_2 = \mathbf{B} &\Rightarrow \mathbf{B}_y = -B_{2x}\cos\alpha_2\sin\gamma_2 + B_{2y}\cos\alpha_2\cos\gamma_2 + B_{2z}\sin\alpha_2 \\ \mathbf{A}_\gamma (\mathbf{A}_\beta \mathbf{A}_\alpha) \mathbf{B}_2 = \mathbf{B} &\Rightarrow \mathbf{B}_z = B_{2x}\sin\beta_3 - B_{2y}\sin\alpha_3\cos\beta_3 + B_{2z}\cos\alpha_3\cos\beta_3 \end{aligned} \right. \quad (14)$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{aligned} [\cos\beta_1\cos\gamma_1 \quad \cos\beta_1\sin\gamma_1 \quad \sin\beta_1] [B_{2x} \quad B_{2y} \quad B_{2z}]^T &= \mathbf{B}_x \\ [-\cos\alpha_2\sin\gamma_2 \quad \cos\alpha_2\cos\gamma_2 \quad \sin\alpha_2] [B_{2x} \quad B_{2y} \quad B_{2z}]^T &= \mathbf{B}_y \\ [\sin\beta_3 \quad -\sin\alpha_3\cos\beta_3 \quad \cos\alpha_3\cos\beta_3] [B_{2x} \quad B_{2y} \quad B_{2z}]^T &= \mathbf{B}_z \end{aligned} \right. \quad (15)$$

因转换顺序不同,故式(15)中转换角相互独立。沿参考正交轴旋转张量系统可校正并检验非对准情况,而平面十字形系统绕 Z 轴旋转最为方便。将式(15)中 Z 轴输出改写:

$$\begin{bmatrix} B_{2x} & B_{2y} & B_{2z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin\beta_3 & -\sin\alpha_3\cos\beta_3 & \cos\alpha_3\cos\beta_3 \end{bmatrix}^T = \mathbf{B}_z = \mathbf{P}_{1 \times 3} \mathbf{T}_{z_{3 \times 1}} = \mathbf{B}_z \quad (16)$$

定义 \mathbf{T} 为旋转参数向量, \mathbf{P} 为输出向量。若存在非对准误差,则4个传感器绕平台 Z 轴旋转一周的正交三分量空间分布轨迹圆不同轴。据此设计实验使张量系统绕 Z 轴旋转一周,每 20° 采样一次,共获得18组空间姿态的 B_{2x} 、 B_{2y} 、 B_{2z} 输出数据,将 \mathbf{P} 增广为输出矩阵 $\mathbf{P}_{18 \times 3}$,式(16)增广为线性方程组:

$$\mathbf{P}_{18 \times 3} \mathbf{T}_{z_{3 \times 1}} = \mathbf{B}_{z_{18 \times 1}} \Rightarrow \mathbf{T} \mathbf{z} = (\mathbf{P}^T \mathbf{P})^{-1} \mathbf{P}^T \mathbf{B}_z = [\mathbf{T}_{z_1} \quad \mathbf{T}_{z_2} \quad \mathbf{T}_{z_3}] \quad (17)$$

$\mathbf{B}_{z_{18 \times 1}} = (\mathbf{B}_z \mathbf{B}_z \mathbf{B}_z \cdots)^T$ 为参考输出向量,通过最小二乘法可估计 $\alpha_3 = -\arctan(\mathbf{T}_{z_2}/\mathbf{T}_{z_3})$, $\beta_3 = \arcsin(\mathbf{T}_{z_1})$ 。为求出 γ_3 角,使用上述绕 Z 轴旋转采样数据,提出式(14)第3个方程中 Y 轴输出等式,写成向量乘积并增广为线

性方程组:

$$\mathbf{P}_{18 \times 3} \begin{bmatrix} -\cos\beta_3\sin\gamma_3 \\ \cos\alpha_3\cos\gamma_3 - \sin\alpha_3\sin\beta_3\sin\gamma_3 \\ \sin\alpha_3\cos\gamma_3 + \cos\alpha_3\sin\beta_3\sin\gamma_3 \end{bmatrix} = \mathbf{P}_{18 \times 3} \mathbf{T}_{y_{3 \times 1}} = \mathbf{B}_{y_{18 \times 1}} \Rightarrow \mathbf{T}_y = (\mathbf{P}^T \mathbf{P})^{-1} \mathbf{P}^T \mathbf{B}_y = [\mathbf{T}_{y_1} \quad \mathbf{T}_{y_2} \quad \mathbf{T}_{y_3}] \quad (18)$$

求得方位角 $\gamma_3 = -\arcsin(\mathbf{T}_{y_1}/\cos\beta_3)$ 。旋转角输出转换顺序固定,校正顺序亦同时固定,由式(14)知校正顺序为先 γ_3 ,再 β_3 ,最后 α_3 。分别对4个传感器进行上述过程,完成第2步线性校正。该过程仅需使张量系统绕平台框架 Z 轴旋转一周,便能实现非对准误差的精确校正,校正后各传感器将沿参考平台框架正交系 O -XYZ 进行输出。

3 仿真分析

通过 MATLAB 仿真验证提出的两步线性校正法。设地磁总场强度为 50 000 nT,磁倾角 60° ,磁偏角 -5° 。依据上述理论,依次绕三正交轴旋转,每次旋 20° , Z 轴

每旋转一周后 Y 轴旋转一次, Y 轴每旋转一周后 X 轴旋转一次,则空间总共采样 5 832 次,得到总场强度全空间方向姿态上的输出作为标准平台参考输出。利用预设的系统、非对准误差仿真出传感器各姿态点的实际三分量输出。为模拟真实磁测环境,过程中加入了均值为 0 nT、方差为 1 nT 的高斯随机噪声。

1) 对各传感器进行线性校正并输出校正结果。若环境为匀强磁场,且传感器系统误差为 0,则总场强度标量不变。校正效果可通过全空间姿态总场强度输出波动来验证,使用均方根误差 (root mean square error, RMSE)^[20] 来量化,如式(19)。

$$E_{RMS} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^N (B_{2i} - B)^2\right) / N} \quad (19)$$

式中: N 表示姿态数, B_{2i} 表示第 i 个姿态的总场强度输出, B 为参考输出,系统误差为 0 时 E_{RMS} 理论值为 0, E_{RMS} 越小,校正效果越好。为对比提出的线性校正法性能,建立忽略系统误差二阶及以上高阶小量的简化线性校正模型^[8],相比本文校正模型,两者均使用最小二乘法估计输出,校正效果对比如图 5 所示,图 5 中右上角为前 500 个姿态校正效果对比局部放大。输出 E_{RMS} 如表 1 所示。结果显示各传感器经本文方法校正后全空间姿态总场强度输出 E_{RMS} 均小于 1 nT,且这种失真主要源于高斯测量噪声,证明其误差参数精确校正的理论正确性。对比忽略高阶小量的校正方法,提出的线性校正法更精确可靠。

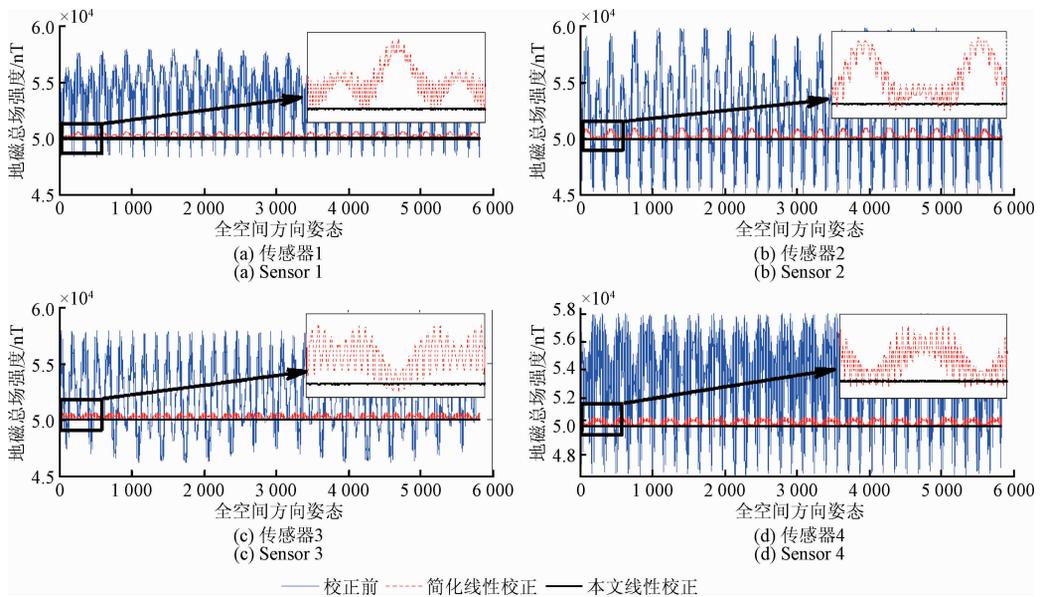


图 5 仿真校正前后全空间姿态总场强度输出对比

Fig. 5 Comparison of the total field intensity output in whole space posture before and after calibration in the simulation

表 1 仿真两种方法校正前后总场强度

E_{RMS} 对比

Table 1 Comparison of total field intensity E_{RMS} before and after calibration in simulation for two methods (nT)

方法	传感器 1	传感器 2	传感器 3	传感器 4
校正前	4 617.15	4 541.65	4 046.65	4 406.48
简化线性校正	316.97	500.02	399.02	358.31
本文线性校正	0.540 3	0.557 9	0.565 1	0.545 5

2) 对各传感器间非对准误差进行校正。均匀磁场中,若非对准误差被完全校正,则任意姿态磁梯度张量分量恒为 0。按上述理论对各传感器全空间姿态的三分量输出进

行校正,计算校正前后张量系统中心 O 点的张量分量值。仅分析 5 个独立分量,校正前、仅进行第 1 步校正、进行两步校正的张量分量如图 6 所示,各分量 E_{RMS} 如表 2 所示。

表 2 仿真校正前后张量分量

E_{RMS} 对比

Table 2 Comparison of tensor components E_{RMS} before and after calibration in simulation

方法	B_{xx}	B_{yy}	B_{zz}	B_{xy}	B_{yz}
校正前	9 153.36	5 571.39	5 438.29	12 764.74	12 482.59
仅一步校正	3 094.69	1 797.94	3 863.10	1 674.99	2 486.03
两步校正	1.538 7	1.663 2	1.495 8	1.453 3	1.623 2

(nT · m⁻¹)

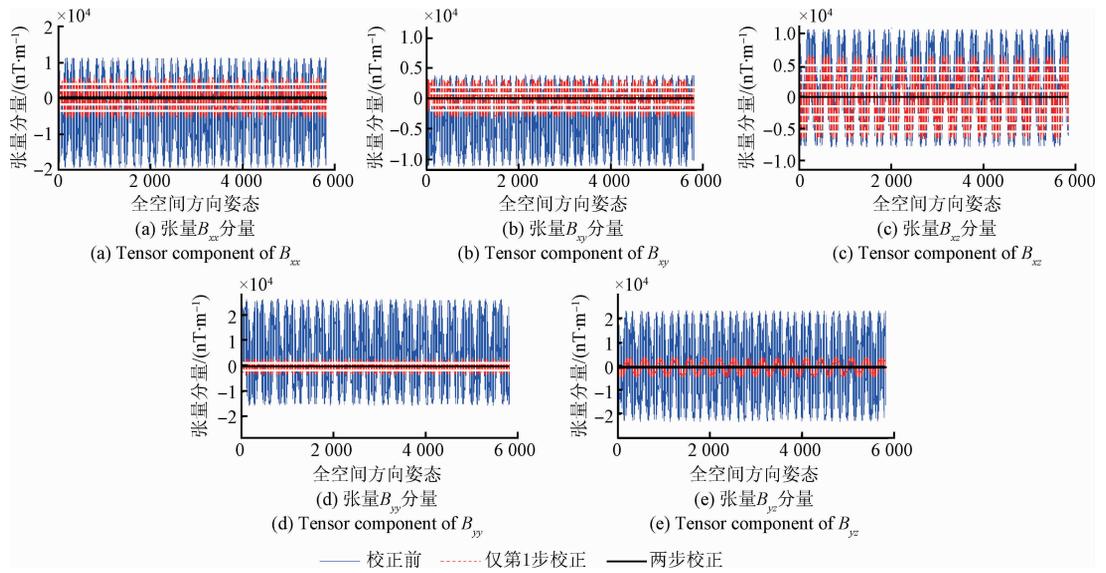


图6 仿真校正前后全空间姿态张量分量对比

Fig.6 Comparison of the tensor components in whole space posture before and after calibration in the simulation

仿真结果表明,若仅进行第1步校正,由于非对准误差存在,系统张量输出仍具有较大失真。经两步校正后,有效消除第1步校正后传感器阵列间的非对准误差,提高了张量磁测系统的测量精度。

各传感器12个误差参数预设与仿真估计值如表3

表3 仿真过程传感器系统误差参数预设值、估计值

Table 3 The preset and estimated system error parameters of the sensor system in simulation

参数	预设误差参数				仿真估计误差参数				最低 准确率/%
	传感器1	传感器2	传感器3	传感器4	传感器1	传感器2	传感器3	传感器4	
$\theta/(\circ)$	-1.9	1.8	2.3	1.5	-1.902	1.799	2.298	1.501	99.89
$\varphi/(\circ)$	1.6	1.1	1.5	-2.3	1.599	1.100	1.501	-2.298	99.91
$\psi/(\circ)$	2.3	3.2	-1.8	-2.9	2.298	3.203	-1.799	-2.899	99.91
c_x	0.988	0.991	1.101	0.915	0.988	0.991	1.101	0.915	100.00
c_y	1.105	1.152	0.926	1.084	1.105	1.152	0.926	1.084	100.00
c_z	1.054	0.897	1.084	1.118	1.054	0.897	1.084	1.118	100.00
i_x/nT	234	-312	230	251	234.0	-312.0	230.0	251.0	100.00
i_y/nT	114	154	-142	-221	114.0	154.0	-142.0	-221.0	100.00
i_z/nT	-218	98	195	-308	-218.0	98.0	195.0	-308.0	100.00
$\alpha/(\circ)$	2.5	-2.0	1.3	-2.1	2.498	-2.000	1.209	-2.034	93.00
$\beta/(\circ)$	-2.2	1.7	2.1	1.4	-2.200	1.702	2.154	1.495	93.21
$\gamma/(\circ)$	1.7	3.3	-2.5	2.7	1.702	3.300	-2.453	2.647	98.0

4 实验验证

本文搭建了由4个Bartington公司生产的三轴磁通

所示,除偏差外其余参数均保留3位小数,其中非正交角、零位偏差、标度因子估计准确率均高于99%,非对准角估计准确率高于93%,故提出的两步线性校正法对张量系统误差参数有较高的估计精度,可用于系统误差校正以补偿失准的测量输出。

门传感器、铝合金十字架、三轴无磁转台构成的平面十字张量系统进行实测校正实验,如图7所示。传感器操作温度范围为 $-40\sim 70\text{ }^{\circ}\text{C}$,基线距离为40 cm,无磁转台转角精度为 0.1° ,用于改变张量系统空间方向姿态。

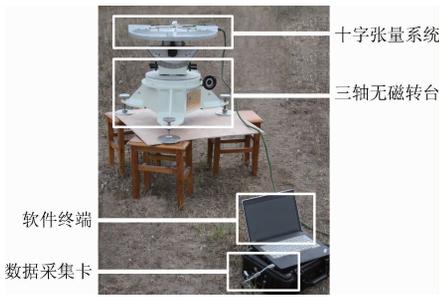


图7 平面十字磁梯度张量系统校正实验
Fig.7 Calibration experiment of the planar cross magnetic gradient tensor system

实验在石家庄的一处较开阔且环境地磁场稳定、磁干扰较小的地段进行。使用分辨率为0.1 nT的标量质子磁力仪确定稳定的匀强磁场环境,测得张量系统旋转

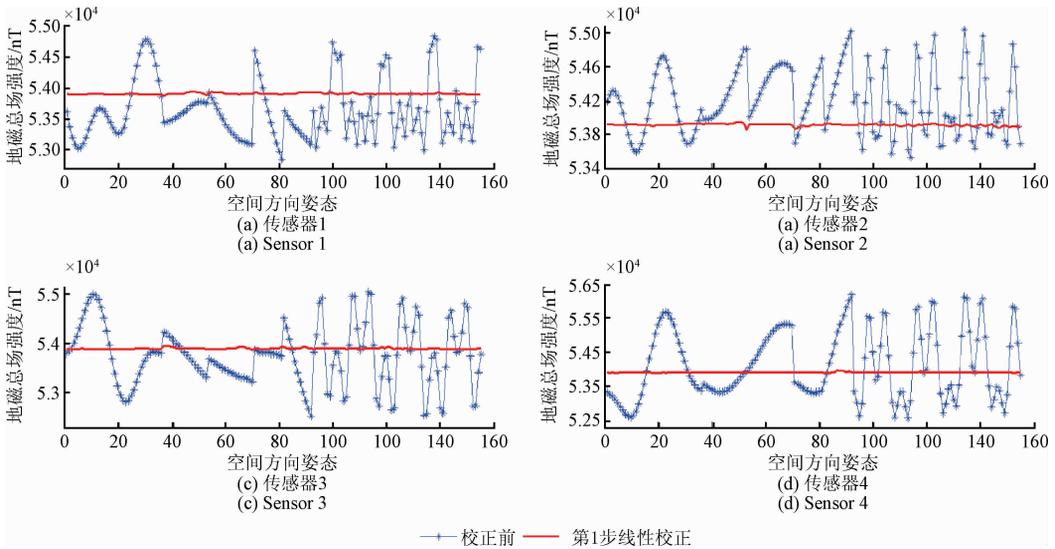


图8 实验传感器校正前后总场强度输出对比
Fig.8 Comparison of sensor total field intensity outputs before and after calibration in the experiment

表4 实验传感器校正前后总场强度 E_{RMS} 对比
Table 4 Comparison of total field intensity E_{RMS} before and after calibration in the experiment

	(nT)			
方法	传感器1	传感器2	传感器3	传感器4
校正前	546.270 8	475.895 7	632.348 9	1 040.543 2
第1步线性校正	10.102 9	12.775 3	12.824 2	9.553 0

使用前36组数据分别进行两次第2步校正估计出非对准误差,校正前后中心O点全部空间姿态的张量分

姿态空间 $1\text{ m} \times 1\text{ m} \times 1\text{ m}$ 范围内地磁总场强度均值为 $53\ 907.7\text{ nT}$ 。为提高实验效率,设计两个测量阶段:1) 标准测量。使张量系统绕平台Z轴旋转一周,每 10° 采样一次,共采集36组磁测数据,取其中奇数18组与偶数18组作为数据源进行两次非对准误差校正;2) 随机测量。采集张量系统任意空间姿态121组数据。试验总共测得155组数据。

使用全部数据进行第1步校正,匀强磁场中张量系统变换姿态时理想磁传感器总场强度输出恒定,故以地磁总场强度均值作为各传感器理想总场输出,以此校正并估计各传感器系统误差。校正前后传感器总场强度输出如图8所示,输出 E_{RMS} 如表4所示。由于环境并非完全均匀磁场且存在磁干扰等其他误差源,校正不可能完全实现零偏差。结果显示各传感器经第一步校正后总场输出偏差均在 10 nT 左右,实现了系统误差较精确校正。

量输出 E_{RMS} 列于表5中。以第一次校正结果为例,校正前后张量分量如图9所示,校正前后各传感器奇数18组姿态的三轴分量空间分布如图10所示。结果显示虽第1步校正后传感器各自输出被校正到近似理想状态,但张量系统非对准误差可能不减反增。经两步校正后系统张量分量零漂均小于 90 nT/m ,这种微量波动由外界磁干扰与传感器磁滞、非线性度和磁芯温度系数等因素造成。两次校正结果稳定且绕Z轴旋转后各传感器三轴分量空间分布轨迹近似与参考平台输出同轴,非对准误差得到有效校正。

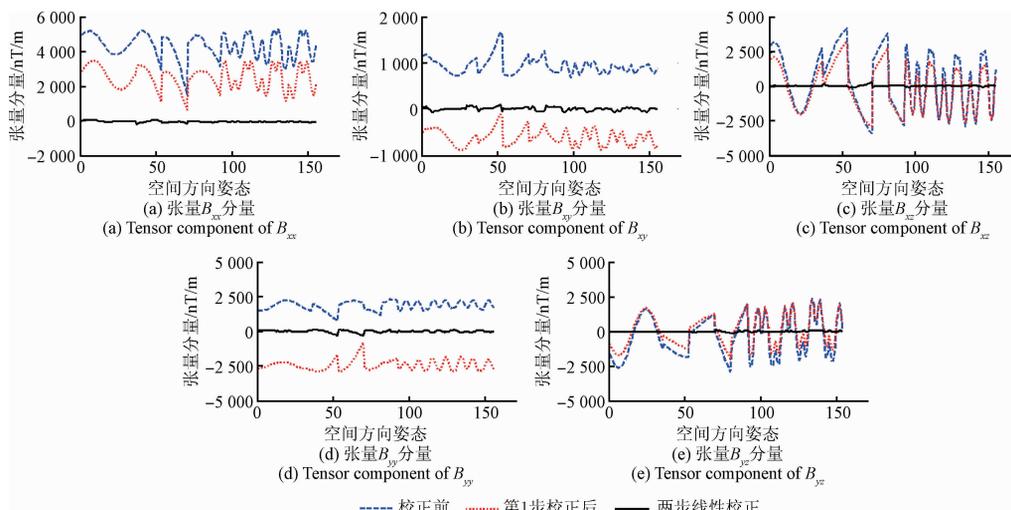


图9 实验校正前后空间姿态张量分量对比

Fig. 9 Comparison of tensor components in space posture before and after calibration in the experiment

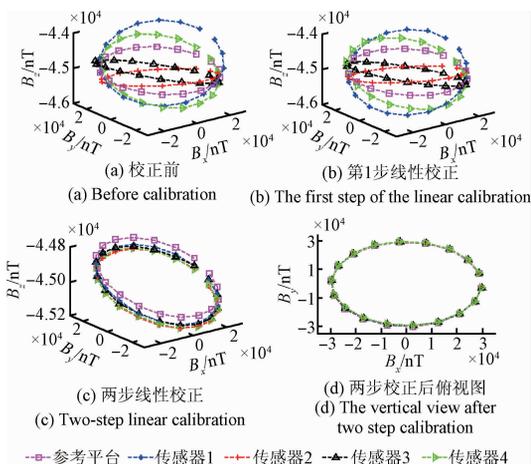


图10 实验校正前后传感器绕平台轴一周的三轴分量空间分布

Fig. 10 Tri-axial component spatial distribution of the sensors rotating around the platform

Z-axis before and after calibration in the experiment

表5 实验校正前后系统各姿态张量分量 E_{RMS} 对比

Table 5 Comparison of tensor components E_{RMS} of the various system postures before and after calibration in the experiment

(nT · m⁻¹)

方法	B_{xx}	B_{xy}	B_{xz}	B_{yy}	B_{yz}
校正前	4 356.20	948.70	2 165.56	1 854.83	1 475.70
第1步校正	2 573.88	634.37	1 711.66	2 467.94	1 150.51
两步校正1	43.244 6	36.063 8	58.425 4	83.234 7	36.453 9
两步校正2	44.004 3	35.749 7	58.258 0	82.785 8	36.238 8

为验证参数估计结果的鲁棒性,更换测量地点再次重复上述实验过程。两次实验经校正后估计的全部误差参数如表6中所示,除零位偏差外其余误差均记录到小数点后3位。两次实验结果差异相比测量分辨率来说已经很小,证明估计值准确可靠。

表6 两次实验校正后张量系统估计误差参数

Table 6 Estimated error parameters of the tensor system after calibration in two experiments

参数	传感器1		传感器2		传感器3		传感器4	
	实验1	实验2	实验1	实验2	实验1	实验2	实验1	实验2
$\theta/(\circ)$	-0.252	-0.254	0.705	0.705	-0.126	-0.127	0.814	0.815
$\varphi/(\circ)$	-3.478	-3.480	3.077	3.077	-3.146	-3.144	3.174	3.173
$\psi/(\circ)$	0.865	0.864	0.900	0.899	-1.719	-1.717	2.515	2.511
c_x	0.999	0.989	1.008	1.008	0.995	0.996	1.006	1.004
c_y	1.003	1.002	1.002	1.004	1.003	1.002	1.004	1.006
c_z	0.992	0.992	0.999	1.000	0.998	0.996	0.998	1.000
i_x/nT	351.9	371.6	363.4	318.4	-87.4	-103.9	-301.0	-319.1
i_y/nT	-170.9	-142.8	412.6	391.6	79.1	88.6	-298.8	-303.8
i_z/nT	-123.7	-99.6	-139.4	-112.0	-102.9	-111.7	-29.7	-21.2
$\alpha/(\circ)$	0.682	0.682	-0.899	-0.900	-0.487	-0.489	0.693	0.695
$\beta/(\circ)$	-0.882	-0.880	0.241	0.240	0.785	0.782	-0.160	-0.162
$\gamma/(\circ)$	-2.177	-2.175	1.644	1.647	-1.381	-1.379	1.902	1.901

5 结 论

本文提出的两步线性校正法,基于搭建的平面十字磁梯度张量系统对单磁传感器零漂、非正交角与标度因子和传感器阵列间非对准误差等参数进行数学建模,在常规线性校正基础上推导出无数学简化的线性校正模型,对张量系统各误差参数进行最小二乘估计,得到较为精确的误差校正参数以校准磁传感器三轴输出。校正过程中,4个传感器输出被同步记录,且仅需使张量系统绕平台Z轴旋转1周便可精确校正非对准误差。仿真和实测表明,所提两步线性校正法仿真估计的张量系统12个误差参数最低准确率高于93%,实测中的传感器系统误差与非对准误差经两步校正后得到了较准确估计,且参数估计值具有良好的鲁棒性。在实际环境磁场非匀强场且存在温度、硬软磁材料干扰等情况下,校正结果依然保持较高的准确性,张量系统输出均方根误差小而稳定,可用于高效提高磁梯度张量系统测量精度以及系统的批量校正,具有一定的科研与商业价值。

参考文献

- [1] SCHMIDT P W, CLARK D A. The magnetic gradient tensor: Its properties and uses in source characterization [J]. *Leading Edge*, 2006, 25(1): 75-78.
- [2] YIN G, ZHANG Y T, FAN H B, et al. Detection, localization and classification of multiple dipole-like magnetic sources using magnetic gradient tensor data[J]. *Journal of Applied Geophysics*, 2016, 128(2016): 131-139.
- [3] LEE K M, LI M. Magnetic tensor sensor for gradient-based localization of ferrous object in geomagnetic field[J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2016, 52(8): 1-10.
- [4] SHEN M D, CHENG D F, AN ZH F, et al. Geometry structure optimization of hexagonal pyramidal full tensor magnetic gradient probe [J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2016, 52(9): 1-7.
- [5] 庞鸿锋. 捷联式地磁矢量测量系统误差分析及校正补偿技术[D]. 长沙:国防科学技术大学, 2015.
PANG H F. Error analysis and calibration/compensation method of strap-down geomagnetic vector measurement system[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2015.
- [6] 王言章, 陈昆, 随阳轶, 等. 一阶数控球形反馈磁张量梯度仪动态特性研究 [J]. *仪器仪表学报*, 2016, 37(12): 2710-2716.
WANG Y ZH, CHEN K, SUI Y Y, et al. Research on dynamic characteristics of spherical feedback magnetic tensor gradiometer with first-order digital controller[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2016, 37(12): 2710-2716.
- [7] MERAYO J M G, BRAUER P, PRIMDAHL F, et al. Scalar calibration of vector magnetometers [J]. *Measurement Science and Technology*, 2000, 11(2): 120-132.
- [8] 张光, 张英堂, 尹刚, 等. 基于线性误差模型的磁张量系统校正[J]. *吉林大学学报:工学版*, 2015, 45(3): 1012-1016.
ZHANG G, ZHANG Y T, YIN G, et al. Calibration method of magnetic tensor system based on linear error model [J]. *Journal of Jilin University: Engineering and Technology Edition*, 2015, 45(3): 1012-1016.
- [9] 石岗, 李希胜, 李雪峰, 等. 航向测量系统中三轴磁传感器标定的等效两步法[J]. *仪器仪表学报*, 2017, 38(2): 402-407.
SHI G, LI X SH, LI X F, et al. Equivalent two-step algorithm for the calibration of three-axis magnetic sensor in heading measurement system[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2017, 38(2): 402-407.
- [10] SUI Y, MIAO H, WANG Y, et al. Correction of a towed airborne fluxgate magnetic tensor gradiometer[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2016, 13(12): 1837-1841.
- [11] PANG H, CHEN D, PAN M, et al. Nonlinear temperature compensation of fluxgate magnetometers with a least-squares support vector machine[J]. *Measurement Science & Technology*, 2012, 23(2): 1-6.
- [12] 吴德会, 李雪松, 黄一民, 等. 利用局部磁滞回线特性的无损检测新方法[J]. *仪器仪表学报*, 2015, 36(10): 2207-2214.
WU D, LI X, HUANG Y M, et al. New nondestructive test method with empirical research using local hysteretic loop characteristics [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2015, 36(10): 2207-2214.
- [13] PANG H, CHEN J, LI J, et al. Integrated calibration and magnetic disturbance compensation of three-axis magnetometers[J]. *Measurement*, 2016(93): 409-413.
- [14] WU ZH T, HU X P, WU M P, et al. Constrained total least-squares calibration of three-axis magnetometer for vehicular applications [J]. *Measurement Science & Technology*, 2013, 24(9): 1-11.
- [15] 庞学亮, 林春生. 基于遗传算法三轴磁传感器校正系数求解[J]. *探测与控制学报*, 2017, 39(1): 42-51.
PANG X L, LIN CH SH. Calibration coefficients solving of three-axis magnetic sensor based on genetic algorithm[J]. *Journal of Detection & Control*, 2017, 39(1): 42-51.

- [16] AMMANN N, DERKSEN A, HECK C. A novel magnetometer-accelerometer calibration based on a least squares approach [C]. International Conference on Unmanned Aircraft Systems, 2015;577-585.
- [17] KAILATH T. Linear least-squares estimation [M]. Hoboken: John Wiley & Sons Ltd, 2014.
- [18] PANG H F, LUO SH T, ZHANG Q, et al. Calibration of a fluxgate magnetometer array and its application in magnetic object localization[J]. Measurement Science & Technology, 2013, 24(7):1-8.
- [19] PRIMDAHL F, BRAUER P, MERAYO J M G, et al. Determining the direction of a geometrical/optical reference axis in the coordinate system of a triaxial magnetometer sensor [J]. Measurement Science and Technology, 2002, 13(12): 2094-2098.
- [20] CHAI T, DRAXLER R R. Root mean square error (RMSE) or mean absolute error (MAE)? - Arguments against avoiding RMSE in the literature[J]. Geoscientific Model Development, 2014, 7(1): 1247-1250.

作者简介



李青竹, 2016 年于西南交通大学获得学士学位, 现为陆军工程大学硕士研究生, 主要研究方向为磁异常探测、磁梯度张量测量。

E-mail: laznlqz666@163.com

Li Qingzhu received his B. Sc. degree from Southwest Jiaotong University in 2016. Now he is a master student in The Army Engineering University of PLA. His main research interest includes magnetic anomaly detection and magnetic gradient tensor measurement.



李志宁 (通讯作者), 1999 年于军械工程学院获硕士学位, 2007 年于清华大学获博士学位, 现为陆军工程大学副教授, 主要研究方向为弱磁测试技术与信号处理。

Email: lizn03@hotmail.com

Li Zhining (Corresponding author) received his M. Sc. degree from Ordnance Engineering College in 1999 and his Ph. D. degree from Tsinghua University in 2007. Now he is an associate professor in The Army Engineering University of PLA. His main research interest is weak magnetic test technology and signal processing.



张英堂, 2005 年于清华大学获博士学位, 现为陆军工程大学教授、博士生导师, 主要研究方向为弱磁测试技术与信号处理。

Email: z. yt01@163.com

Zhang Yingtang received his Ph. D. degree from Tsinghua University in 2005. Now he is a professor and doctoral supervisor in The Army Engineering University of PLA. His main research interest is weak magnetic test technology and signal processing.