

# 基于价值函数的二维小波变换小波脊提取算法\*

王建华<sup>1,2,3</sup>, 杨延西<sup>1,2</sup>, 马晨<sup>1</sup>

(1. 西安理工大学自动化学院 西安 710048; 2. 陕西省复杂系统控制与智能信息处理重点实验室 西安 710048;  
3. 徐州工业职业技术学院机电工程学院 徐州 221140)

**摘要:** 条纹图存在噪声干扰时,将二维小波变换系数模的最大值作为小波脊,会产生较大误差。针对这一问题,提出了基于价值函数的二维小波变换小波脊提取算法。首先,提取二维小波变换系数模的最大值点,并将最大值 90% 的局部极值点提取出来,共同作为小波脊候选点;其次,在模上引入尺度因子的梯度,建立价值函数进而评估所有候选点的价值,利用对数 Logistic 模型进行权值调整改进,从而得到更加合理的价值估计;最后,使用动态规划思想准确找出最优的小波脊线,提取脊线处的相位即可得到包裹相位。其优势在于能准确解调信噪比较低的条纹图案,抗噪性能优于直接最大模的小波脊提取;并且只需投影一幅条纹图案即可重建物体形貌,可用于恶劣环境下的动态三维测量。计算机仿真和实验结果表明,对于含有噪声污染的条纹图,所提算法相较于最大模的小波脊提取算法,三维形貌恢复精度明显提高;而相较于全部局部极值点提取,其运算时间缩短了 46.9%。同时,应用不同母小波于所提方法,仿真结果表明二维 Cauchy 小波具有更好的方向性和更高的精度。

**关键词:** 二维小波变换;小波脊提取;价值函数;三维形貌恢复

**中图分类号:** TP391 TH741 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 140.30

## Wavelet ridge extraction algorithm using a cost function in two-dimensional wavelet transform

Wang Jianhua<sup>1,2,3</sup>, Yang Yanxi<sup>1,2</sup>, Ma Chen<sup>1</sup>

(1. College of Automation, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China; 2. Shaanxi Key Laboratory of Complex System Control and Intelligent Information Processing, Xi'an 710048, China; 3. College of Mechanical and Electrical Engineering, Xuzhou College of Industrial Technology, Xuzhou 221140, China)

**Abstract:** Using the maximum of two-dimensional wavelet transform coefficient modulus as wavelet ridge will produce large error for the fringe image with noise interference. In view of this problem, wavelet ridge extraction algorithm utilizing a cost function in two-dimensional wavelet transform is proposed. Firstly, the maximum point is extracted from two-dimensional wavelet transform coefficient modulus, and the local maximum points exceeded 90% of maximum point are also obtained, these points are selected as wavelet ridge candidates. Then, the gradient of scale factor is introduced into the modulus, the cost function is established to evaluate the value of all candidate points. The logarithmic Logistic model is used to adjust the weights to improve the estimator. Finally, the dynamic programming is applied to accurately identify the optimal wavelet ridge, and the wrapped phase can be obtained by extracting the phase at the ridge. Consequently, the fringe pattern with low signal-to-noise ratio can be demodulated accurately, and its noise immunity is better than wavelet ridge extraction from direct maximum modulus. At the same time, only one fringe pattern can be projected to reconstruct the shape of object, which can be used for dynamic 3D measurement in harsh environment. Simulation and experimental results show that, for the fringe pattern with noise, the accuracy of 3D surface recovery by the proposed algorithm is increased, compared with the maximum modulus of the wavelet ridge extraction algorithm. And the computation time is shortened by 46.9% compared with the extraction of the whole local extreme points. In addition, simulation results show that the 2D Cauchy wavelet has better directivity and higher accuracy by applying different mother wavelets to the proposed method.

**Keywords:** two-dimensional wavelet transform; wavelet ridge extraction; cost function; 3D surface recovery

## 0 引言

条纹投影轮廓术具有非接触、精度高、速度快、低成本、全场测量、易于实现和对反射率变化不敏感等特点,在逆向工程、工业检测、质量控制、虚拟现实、医学诊断、文物修复和物体识别等领域应用广泛,成为国内外研究热点<sup>[1-7]</sup>。相移轮廓术<sup>[8]</sup>计算简单、易于理解、测量精度高,但至少需要3幅以上的条纹图像,适用于静态测量。Takeda M等人<sup>[9]</sup>于1983年提出傅里叶变换轮廓术,它只需一幅条纹图案即可恢复物体三维形貌,可用于动态物体的三维形貌测量。但傅里叶变换缺乏局部分析的能力,在傅里叶变换过程中,频谱混叠、泄露等会引起误差,影响其测量精度。

小波变换具有多分辨率分析能力,具有优秀的时频分析特性,弥补了傅里叶变换存在的缺陷,测量精度优于傅里叶变换法<sup>[10]</sup>。Zhong J等人<sup>[11]</sup>提出了直接查找小波变换系数模最大值来获取小波脊,进而得到包裹相位。但是,当光学条纹图中存在噪声时,最大模不一定是真正的小波脊,可能是噪声产生的局部极值点,因此直接选取最大模会存在较大误差,导致恢复的三维形貌存在较大误差。Liu H等人<sup>[12]</sup>提出了基于代价函数的小波脊相位提取算法,在小波变换系数模值信息上引入条纹图瞬时频率的连续性特征,并且结合动态规划方法搜索小波脊线,但在低噪声下其小波脊候选点的提取不准确。王勇等人<sup>[13]</sup>提出了改进的基于代价函数的小波脊相位提取算法,不但提取小波变换系数模值的极大值点,而且提取容易被忽略的拐点,虽然建立了更加完备的小波脊候选点,但是较多的候选点导致计算速度慢。

针对信噪比较低的条纹图,本文提出一种基于价值函数的二维小波变换小波脊提取算法。首先将二维小波变换系数模的最大值点和最大值90%的局部极值点提取出来,共同作为小波脊候选点,在保证精度的同时,降低了计算量,提高了测量速度。其次根据噪声产生的较大模值可以使用系数模“脊线”的连续性进行去除这一原理,在小波变换系数模上引入尺度因子的梯度,建立价值函数,引入对数 Logistic 模型进行权值调整改进,对价值函数中两项指标的重要程度进行平衡,从而得到更加合理的价值估计。最后,找到该行条纹最后一个像素点的最小价值的候选点,并反向寻找该候选点最小价值的求解路径,即为该行条纹的最优小波脊线,提取脊线处的相位即可得到一行条纹的包裹相位(或称相位主值)。其优势在于能准确解调信噪比较低的条纹图案,抗噪性能优于直接最大模的小波脊提取;并且只需投影1幅条纹图案即可重建物体形貌,可用于恶劣环境下的动态三维测量。

## 1 二维小波变换最大模小波脊提取

由于二维小波变换同时具有缩放能力和方向选择性,测量精度优于一维小波变换。其原理是把小波不断平移、缩放和旋转,与原始信号进行比较,计算得到小波变换系数矩阵。系数代表小波与信号的相似程度,系数值越高,表示小波与信号越相似。通过寻找小波系数的最大模,来恢复包裹相位<sup>[14]</sup>。

参考条纹经过被测物体调制后,得到变形条纹的灰度值函数为:

$$g(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \times \cos(2\pi f_0 x + z(x, y)) \quad (1)$$

式中:  $a(x, y)$  为背景光强值,  $b(x, y)$  为调制强度,  $f_0$  为载波频率,  $z(x, y)$  为被测物体高度调制相位。

在二维小波变换轮廓术中,采用二维 Morlet 复小波,表示为:

$$\psi_{\text{Morlet}}(x, y) = \exp\left(-\frac{1}{2}\sqrt{x^2 + y^2}\right) \times \exp(ik(x\cos\theta + y\sin\theta)) \quad (2)$$

式中:  $\theta$  为小波相对于  $x$  旋转角度,  $k$  为小波中心频率。

变形条纹与二维 Morlet 复小波的二维小波变换表达式为<sup>[15]</sup>:

$$W(a, b, s, \theta) = \frac{1}{s^2} \iint g(x, y) \psi\left(\frac{x-a}{s}, \frac{y-b}{s}, \mathbf{r}_\theta\right) dx dy \quad (3)$$

式中:  $W(a, b, s, \theta)$  为小波变换系数,  $(a, b)$  为平移因子,  $s$  为伸缩因子,  $\theta$  为旋转角度,  $\mathbf{r}_\theta$  为旋转矩阵。

如果尺度因子  $s$  有 64 种不同的取值, 旋转角度因子  $\theta$  有 4 种不同的取值, 那么将整幅变形条纹二维小波变换后得到一个四维系数矩阵 ( $512 \times 512 \times 64 \times 4$ )。取出每个二维矩阵  $512 \times 512$  第 1 个位置点的数值, 组成  $64 \times 4$  系数矩阵, 即为第 1 行、第 1 列像素点在不同缩放尺度和旋转角度下的二维小波变换系数矩阵<sup>[16-17]</sup>, 如图 1 所示。

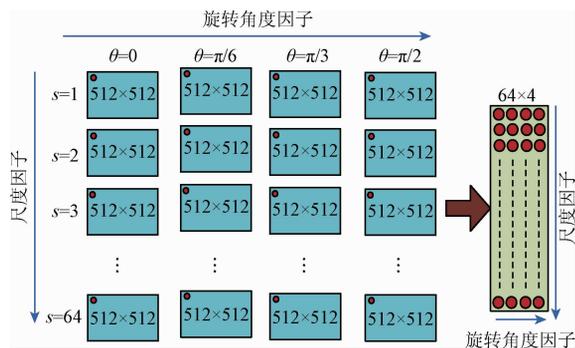


图1 二维小波变换的四维系数矩阵

Fig. 1 4D coefficient matrix of 2D wavelet transform

根据式(4)和(5)求出该像素点的所有模和相位,找出模最大值并进一步得到对应的相位值,即为该像素点的包裹相位。按照上述方法依次求解其他像素点的包裹相位,进而得到整幅条纹的包裹相位<sup>[18-19]</sup>。

$$modulus = \sqrt{[\text{Re}(\mathbf{W}(b,s))]^2 + [\text{Im}(\mathbf{W}(b,s))]^2} \quad (4)$$

$$phase\_map = \arctan\left\{\frac{\text{Im}(\mathbf{W}(b,s))}{\text{Re}(\mathbf{W}(b,s))}\right\} \quad (5)$$

## 2 基于价值函数的二维小波变换小波脊提取

二维小波变换最大模小波脊提取方法的特点是算法简单、速度快。但是,当条纹图像中存在噪声时,会出现小波变换系数模不是最大值点,如果仍然采用模最大值搜索“小波脊”,将找到错误的“脊”,进而导致恢复的三维形貌存在较大误差。由于小波变换的小波脊一般是连续的,而由噪声产生的比较大的模可以选用小波变换系数模“脊线”的连续性进行去除。根据以上特性,提出了基于价值函数的二维变换小波脊提取算法。

### 2.1 价值函数

价值函数定义为:

$$Cost[\phi(b), b] = -C_0 \int_b |S[\phi(b), b]|^2 db + C_1 \int \left| \frac{\partial \phi(b)}{\partial b} \right|^2 db \quad (6)$$

式中:  $\phi(b)$  为尺度因子,  $b$  为平移因子,  $S[\phi(b), b]$  为小波变换系数  $(\phi(b), b)$  位置的模,  $\frac{\partial \phi(b)}{\partial b}$  代表了尺度因子的梯度,  $C_0$  和  $C_1$  为小波变换系数模的权值和尺度因子梯度的权值。

根据前面分析,系数模越大且路径越光滑,则越能代表实际“脊线”。由式(6)可以看出,  $S[\phi(b), b]$  越大,表示包含的信号能量越大,价值函数值越小;  $\frac{\partial \phi(b)}{\partial b}$  越小,反映系数模路径上的尺度因子梯度越小,价值函数值也越小。因此,价值函数值最小的路径即为真正小波变换系数模的“脊线”。

当  $C_0$  和  $C_1$  取值为 1, 离散价值函数表示为

$$Cost[\phi(b), b] = \sum_{b=2}^W \{-|S[\phi(b), b]|^2 + |\phi(b) - \phi(b-1)|^2\} \quad (7)$$

式中:  $W$  为条纹的宽度。

假设价值函数最小的路径经过点  $(p, j)$ , 其中尺度因子  $p = \phi(j)$ ,  $j$  为平移因子, 则后面一点  $(q, j+1)$  的价值函数值为:

$$Cost(q, j+1) = \min\{Cost(p, j) - |S[q, j+1]|^2 + |q - p|^2\} \quad (8)$$

### 2.2 候选点选取方法

当条纹图案受噪声影响比较大、信噪比较低时,实际小波脊点可能并非二维小波变换模最大值点,而是局部极值点。图 2 所示为旋转角度为 0、第 256 行条纹二维小波变换的模。

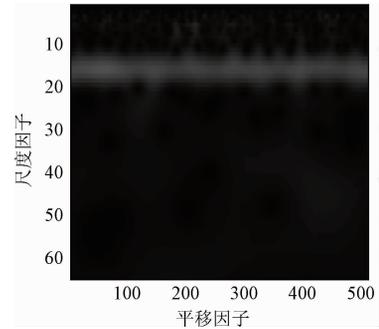


图 2 第 256 行条纹的二维小波变换的模  
Fig. 2 Modulus of 2D WT of 256th row fringe

图 2 中平移因子为 256 时,较大模分布在尺度因子取值范围为 10~20,提取最大值和局部极值点,如表 1 所示。

表 1 最大值和局部极值点

Table 1 The maximum and local maximum points		
尺度因子	模	最大值或局部极值
13	0.16	否
14	0.11	否
15	0.13	局部极值
16	0.12	否
17	0.14	最大值
18	0.12	否
19	0.08	否

在没有噪声干扰时,第 256 行条纹的二维小波变换的模最大值在尺度因子为 15 的位置;而在较大噪声干扰的条纹图中,最大值偏至尺度因子 17 位置,尺度因子 15 位置为局部极值点,这是噪声引起的。但分析发现,实际小波脊点的模仍然很大,为噪声极值点的 93%。因此选取最大值 90% 的局部极值点,包含了实际小波脊点。

为进一步讨论局部极值点的筛选阈值,研究人员分别对筛选阈值为 90%、70%、50%、30%、10% 以及选取全部极值点时的测量精度和运行时间进行仿真对比,结果如表 2 所示,测量精度采用均方根误差 (root mean square error, RMSE) 衡量。

对比结果显示,筛选阈值 90% 相较于选取全部极值点,运算时间缩短到了 46.9%,而其 RMSE 接近,因此筛选阈值 90% 是合理的。

表2 不同筛值的处理时间和 RMSE 对比

Table 2 Processing time and RMSE comparison under different thresholds

阈值	处理时间/s	RMSE
90%	589.167	0.073 8
70%	678.752	0.071 0
50%	817.429	0.072 7
30%	949.718	0.074 9
10%	1 078.082	0.073 7
0%	1 108.587	0.072 4

2.3 所提算法流程

算法流程如下:

1) 条纹图二维小波变换, 得到四维系数矩阵。

2)  $\theta = 0$  时, 取出尺度因子  $s = 1 \sim 64$  时每个矩阵的第 1 行系数, 组成  $64 \times 512$  系数矩阵。采用相同方法, 取出其他 3 个旋转角度中每个矩阵的第 1 行系数, 组成第 1 行像素系数矩阵, 如图 3 所示。

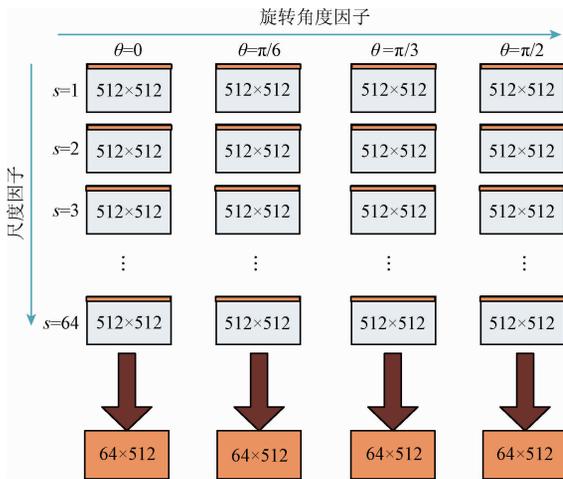


图3 基于价值函数的二维小波变换  
四维系数矩阵

Fig. 3 4D coefficient matrix of 2D wavelet transform based on cost function

3) 根据式(4)和(5), 求解  $\theta = 0$  的第 1 行像素的  $64 \times 512$  系数矩阵的模和相位, 如图 4 所示。依次找出平移因子为  $b = 1 \sim 512$  时模的最大值和最大值 90% 的局部极值点, 共同组成候选脊点, 如图 5 和 6 所示。

4) 由于噪声的影响, 所有候选点都有可能是最终的“脊”。因此, 根据式(8)计算所有候选点的价值; 第 1 列的价值都为 0, 第 2 列价值的计算过程如图 7 所示。

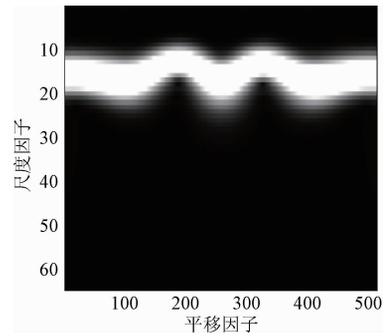


图4  $64 \times 512$  系数矩阵的模

Fig. 4 Modulus of  $64 \times 512$  coefficient matrix

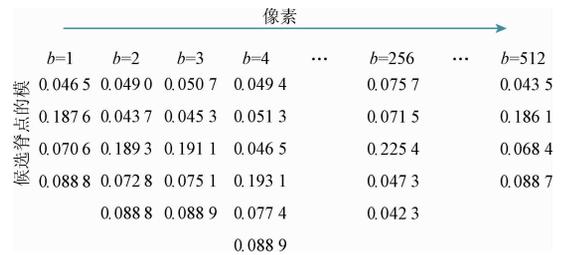


图5 候选脊点的模

Fig. 5 Modulus of candidate ridge points



图6 候选脊点的尺度因子

Fig. 6 Scales of candidate ridge points

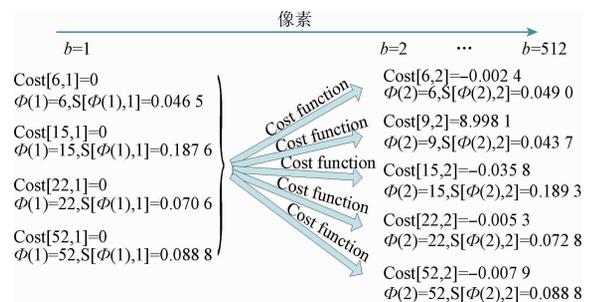


图7 候选脊点的价值计算

Fig. 7 Cost calculation of candidate ridge points

5) 找到  $b = 512$  时所有候选点的最小价值, 并记录该候选点(即尺度  $\phi(b)$  和模  $S[\phi(b), b]$ ); 然后找出其求解路径, 从而确定第 511 像素点的小波脊位置, 然后按照上述方法反向寻找到所有最优路径, 即可找到第 512

至第 1 列位置, 即为  $\theta = 0$  时第 1 行像素的最优小波脊线, 如图 8 所示。

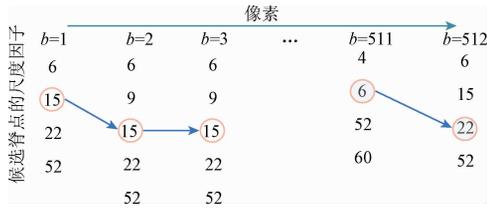


图 8 最优小波脊线  
Fig. 8 Optimal wavelet ridgeline

6) 对于角度  $\theta = \pi/6, \theta = \pi/3, \theta = \pi/2$  时, 重复步骤 3) ~ 5), 求出各自的第 1 行像素的最优路径, 并在 4 个路径中选择价值最小作为最终的小波脊, 从而得到第 1 行像素最准确的包裹相位。

7) 其余各行像素的包裹相位求解与第 1 行相同, 即重复步骤 2) ~ 6)。因此, 最终得到整幅条纹的包裹相位。

### 2.4 权值调整方法

由式(6)描述的价值函数可知, 二维小波变换系数的模  $S[\phi(b), b]$  越大, 并且  $\frac{\partial \phi(b)}{\partial b}$  越小(即路径光滑), 则越能代表实际“小波脊线”。但从图 5 和 6 看出, 在计算价值函数时, 路径的梯度  $\frac{\partial \phi(b)}{\partial b}$  (即  $\phi'(b)$ ) 往往远大于模  $S[\phi(b), b]$ , 因此默认权值  $C_0 = 1$  和  $C_1 = 1$  会使价值函数值过大地偏向于尺度因子的梯度。

为此, 引入对数 Logistic 模型对上述两个权值进行标准化处理, 其表达式为:

$$f(S[\phi(b), b]) = \frac{1}{1 + e^{-S[\phi(b), b]}} \quad (9)$$

$$f(\phi'(b)) = \frac{1}{1 + e^{-\phi'(b)}} \quad (10)$$

对数 Logistic 模型是一个递增函数, 原数据  $S[\phi(b), b]$  和  $\phi'(b)$  越大, 标准化的值就越大。因此, 可以得到尺度因子梯度多于小波变换系数模的成分, 从而获得两个权值的关系为:

$$C_1 = |f(\phi'(b)) - f(S[\phi(b), b])| C_0 \quad (11)$$

二维小波变换系数模  $S[\phi(b), b]$  的范围在 0 ~ 1, 最大值为 1; 尺度因子的梯度  $\phi'(b)$  为正整数, 范围在 1 ~ 63, 最大值为 63。将最大值分别代入式(10)和(11), 分别得到最大标准化值为  $f_{\max}(S[\phi(b), b]) \approx 1$ ,  $f_{\max}(\phi'(b)) \approx 0.73$ 。代入式(11)后得到  $C_0 = 1, C_1 = 0.27 \approx 0.3$ , 式(8)改写为:

$$Cost(q, j + 1) = \min\{Cost(p, j) - |S[q, j + 1]|^2 + 0.3 \times |q - p|^2\} \quad (12)$$

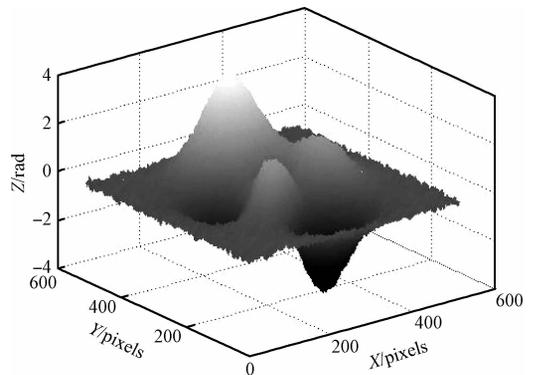
利用对数 Logistic 模型进行权值调整改进, 对价值函数中两项指标的重要程度进行平衡, 得到更加合理的价值估计<sup>[20]</sup>。

## 3 计算机模拟

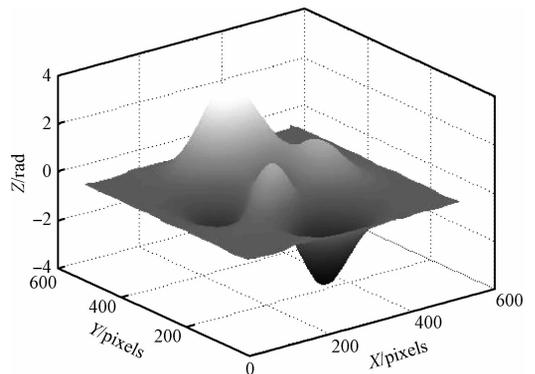
采用计算机模拟验证所提方法的有效性, 模拟被测物体为  $0.5 \times \text{Peaks}$  (其中 Peaks 为 MATLAB 提供的一个函数), 对不同噪声类型进行仿真。

### 3.1 椒盐噪声

当条纹图引入标准方差 0.1 的椒盐噪声时, 采用 Morlet 小波, 分别用二维小波变换最大模的小波脊提取算法和基于价值函数的小波脊提取算法获得相位主值, 相位展开采用 Iton 逐行逐列相位展开方法<sup>[21]</sup>, 形貌恢复如图 9 所示。



(a) 最大模小波脊提取的形貌恢复  
(a) Surface recovery of the maximum modulus ridge extraction



(b) 所提方法小波脊提取的形貌恢复  
(b) Surface recovery of the proposed ridge extraction

图 9  $\sigma = 0.1$  的椒盐噪声, 三维形貌恢复  
Fig. 9 3D surface recovery of salt & pepper noise of 0.1 standard deviation

从仿真结果可以看出, 二维小波的直接最大模提取的形貌恢复误差较明显。因为条纹图像中存在噪声干扰时, 会出现小波变换系数模不是最大值点, 是局部极大值点。如果仍然采用模最大值搜索小波脊, 将找到错误的小波脊, 从而导致恢复的三维形貌存在较大误差。而基

于价值函数的二维小波变换小波脊提取,能有效抑制噪声对小波脊提取的干扰,三维形貌重建精度明显提高。

为进一步验证所提方法的有效性,依次加入标准方差梯度0.1递增的椒盐噪声,采用RMSE衡量测量结果,如图10所示。可以看出,在椒盐噪声标准方差 $\sigma \leq 0.2$ 时,直接最大模的小波脊提取和基于价值函数的小波脊提取算法的均方根误差接近;但标准方差增大时,基于价值函数的小波脊提取算法的均方根误差明显小于直接最大模的小波脊提取方法,从而进一步证明了所提方法的有效性。

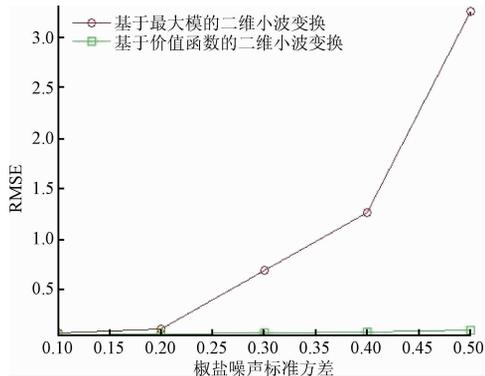


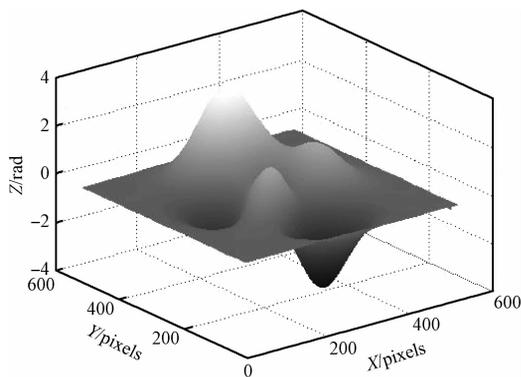
图10 不同椒盐噪声等级时的RMSE

Fig. 10 RMSE of different salt & pepper noise level

### 3.2 高斯白噪声

当条纹图含有标准方差0.5的高斯白噪声时,二维小波变换最大模的小波脊提取和基于评价函数的小波脊提取的形貌恢复如图11所示。通过对比看出,所提算法的形貌恢复结果明显优于直接最大模的小波脊提取算法。

同样,为进一步验证所提方法的有效性,在条纹图上依次加入标准方差梯度0.1递增的高斯白噪声,采用RMSE衡量形貌恢复精度。如图12所示,可以看出,在高斯白噪声标准方差 $\sigma < 0.6$ 时,直接最大模小波脊提取方法是有效的,结果略好于所提算法;但 $\sigma > 0.6$ 时,基于价值函数的小波脊提取算法的均方根误差明显小于直接最大模的小波脊提取方法。



(b) 所提方法小波脊提取的形貌恢复  
(b) Surface recovery of the proposed ridge extraction

图11  $\sigma = 0.5$ 的高斯白噪声,三维形貌恢复

Fig. 11 3D surface recovery of Gaussian white noise  $\sigma = 0.5$  standard deviation

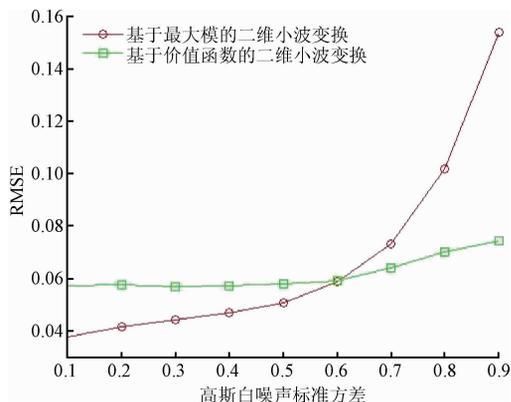


图12 不同高斯白噪声等级时的RMSE

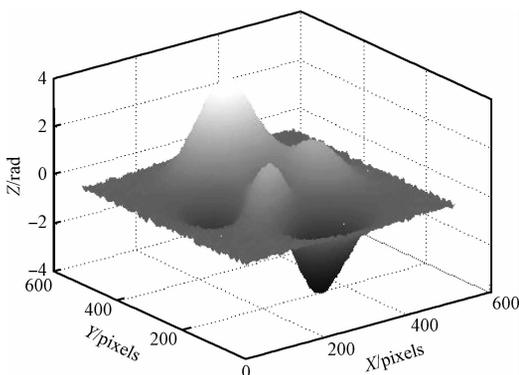
Fig. 12 RMSE of different Gaussian white noise level

### 3.3 不同母小波的性能比较

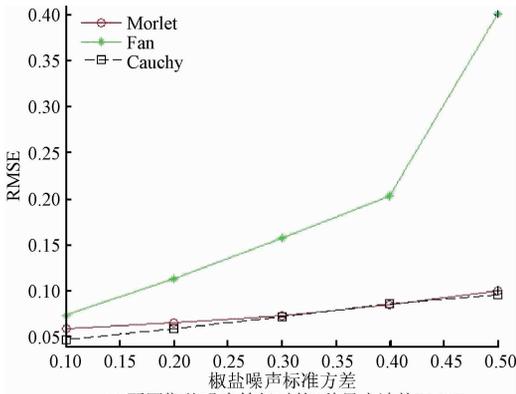
通过3.1节和3.2节的仿真结果看出,采用二维Morlet母小波时,基于价值函数的二维小波变换小波脊提取具有良好的抗噪性和鲁棒性。但二维母小波很多,其他常见的二维母小波,譬如二维Cauchy小波,以及由二维Morlet小波叠加而成的二维Fan小波<sup>[22]</sup>,结合基于价值函数的小波脊提取算法,将几种常见的二维母小波应用于本文所提出的小波脊提取算法,以RMSE作为评价标准,对比其性能。

分别对参考条纹和调制变形条纹依次加入标准方差梯度0.1递增的椒盐噪声和高斯白噪声,采用所提方法,应用3种不同小波时得到的RMSE结果如图13所示。

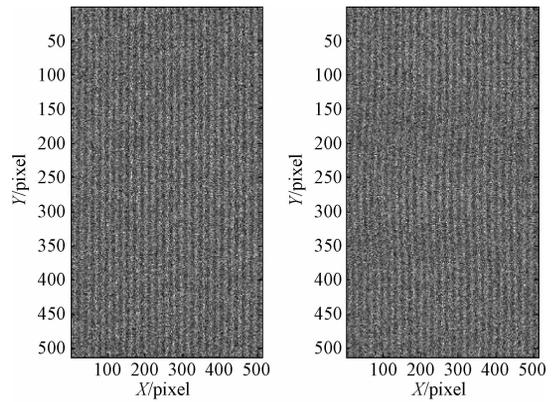
可以看出,二维Morlet和Cauchy小波的均方根误差小于二维Fan小波。而Morlet小波和Cauchy小波都是方向性小波,都可以检测方向信号分量,但Cauchy小波比Morlet小波的方向性要好,测量误差更小、精度更高。



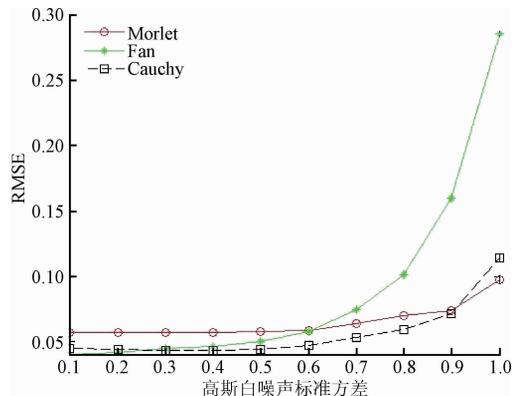
(a) 最大模小波脊提取的形貌恢复  
(a) Surface recovery of the maximum modulus ridge extraction



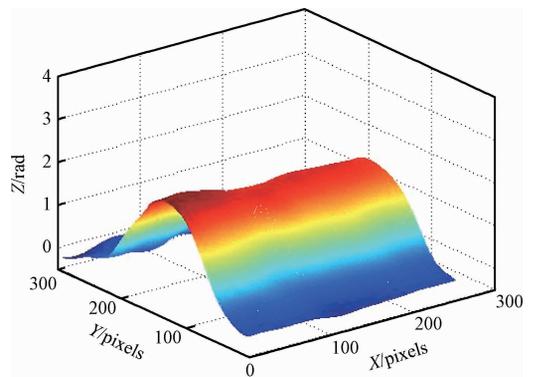
(a) 不同椒盐噪声等级时的3种母小波的RMSE  
(a) RMSE of three mother wavelets of different salt & pepper noise level



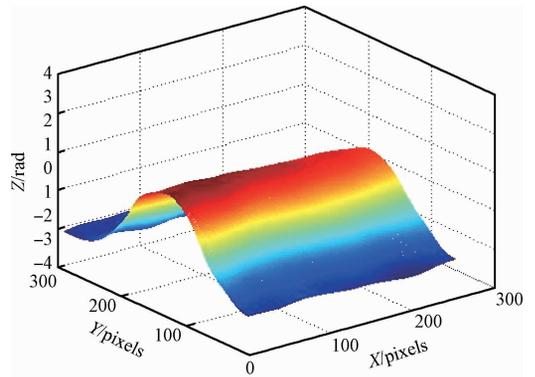
(a) 参考条纹和变形条纹  
(a) The reference and deformed fringe pattern



(b) 不同高斯白噪声等级时的3种母小波的RMSE  
(b) RMSE of three mother wavelets of different gaussian white noise level



(b) 最大模小波脊提取方法的三维形貌恢复  
(b) 3D surface recovery by the maximum modulus wavelet ridge extraction method



(c) 所提方法的三维形貌恢复  
(c) 3D surface recovery by the proposed method

图 14 含有  $density = 60$  随机噪声的三维形貌恢复  
Fig. 14 3D surface recovery with random noise of  $density = 60$

图 13 所提方法采用 3 种母小波的 RMSE

Fig. 13 RMSE of three mother wavelets with the proposed method

## 4 实 验

测量系统由数字投影仪 (Sony VPL-EX146)、CCD 相机 (MV-UB1000) 和个人计算机 (Intel Core i5-4258U CPU, 4G RAM) 组成。

条纹图存在噪声污染时有:

$$g^*(x, y) = g(x, y) + NOISE \quad (13)$$

式中:  $g^*(x, y)$  为受到噪声污染的条纹图,  $g(x, y)$  为原条纹图,  $NOISE$  为随机噪声, 其表达式如式 (14) 所示。

$$NOISE = density \times randn(size(g(x, y))) \quad (14)$$

式中:  $density$  为随机噪声的强度。

随机噪声强度  $density = 60$  时, 分别采用二维小波变换最大模和所提算法获得包裹相位, 然后用 Iton 逐行逐列相位展开, 结果如图 14 所示。通过对比可以看出, 最大模提取算法的形貌存在褶皱, 而所提方法的形貌恢复更为平滑、精度更高。

## 5 结 论

本文提出了一种基于价值函数的二维小波变换小波脊提取算法。相比最大系数模的小波脊提取算法, 考虑到噪声可能导致小波脊不是最大值点, 而是局部极大值点, 因此提取二维小波变换系数模的极大值点和最大值

90%的局部极值点,共同作为小波脊候选点,在保证精度的同时,降低了运算量。由于小波脊一般是连续的,而由噪声产生的模极值点可用小波脊的连续性进行去除;因为尺度因子梯度能反映小波脊线的连续性,从而引入尺度因子梯度以建立评价函数,并引入对数 Logistic 模型进行权值调整改进,对价值函数中两项指标的重要程度进行平衡,从而得到更加合理的价值估计。最后,寻找最小价值的求解路径,确定最优小波脊线。仿真和实验结果表明,对于受到噪声干扰的条纹图,采用本文算法得到的三维形貌恢复精度明显提高,而运算时间缩短了46.9%。由于二维小波较多,为选择合适的母小波,将常见的二维 Morlet, Fan 和 Cauchy 小波应用于本文所提出的小波脊提取算法,以 RMSE 作为评价标准,对比各种小波的性能。仿真结果表明,二维 Cauchy 小波的方向性更好、测量误差更小、精度更高。

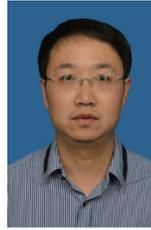
### 参考文献

- [ 1 ] 汤明,达飞鹏,盖绍彦. 基于光栅投影的多摄像机标定方法[J]. 仪器仪表学报, 2016, 37(9): 2149-2155.  
TANG M, DA F P, GAI SH Y. Multi-cameras calibration approach based on fringe projection[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2016, 37(9): 2149-2155.
- [ 2 ] CHEN F, BROWN G M, SONG M M. Overview of three-dimensional shape measurement using optical methods [J]. Optical Engineering, 2000, 39(1): 10-22.
- [ 3 ] 刘常杰,杨学友,叶声华. 采用 LCD 投影实现三维曲面测量技术研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2005, 19(2): 41-44.  
LIU CH J, YANG X Y, YE SH H. A new visual technology of 3-D measurement using LCD projection[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrument, 2005, 19(2): 41-44.
- [ 4 ] 赵庆祥,曾丹,张之江. 编码结构光技术在人脸建模中的应用[J]. 电子测量技术, 2010, 33(1): 114-118.  
ZHAO Q X, ZENG D, ZHANG ZH J. Coded structured light for face modeling [J]. Electronic Measurement Technology, 2010, 33(1): 114-118.
- [ 5 ] 占栋,于龙,肖建,等. 多摄像机结构光大视场测量中全局标定方法研究[J]. 仪器仪表学报, 2015, 36(4): 904-910.  
ZHAN D, YU L, XIAO J, et al. Study on multi-cameras and structured-light vision system calibration approach study in large field view measurement[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2015, 36(4): 904-910.
- [ 6 ] 刘今越,刘佳斌,郭志红,等. 一种基于面结构光的刀具三维测量系统[J]. 电子测量与仪器学报, 2016, 30(12): 1884-1891.  
LIU J Y, LIU J B, GUO ZH H, et al. A three dimensional tool measurement system based on surface structured light [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2016, 30(12): 1884-1891.
- [ 7 ] ZHONG K, LI ZH W, SHI Y SH, et al. Fast phase measurement profilometry for arbitrary shape objects without phase unwrapping[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2013, 51(11): 1213-1222.
- [ 8 ] FU Y J, LUO Q. Fringe projection profilometry based on a novel phase shift method[J]. Optics Express, 2011, 19(22): 21739-21747.
- [ 9 ] TAKEDA M, MUTOH K. Fourier transform profilometry for the automatic measurement of 3-D object shapes[J]. Applied Optics, 1983, 22(24): 3977-3982.
- [ 10 ] ZHONG M, CHEN F, XIAO CH, et al. 3-D surface profilometry based on modulation measurement by applying wavelet transform method[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2017, 88(1): 243-254.
- [ 11 ] ZHONG J, WENG J. Phase retrieval of optical fringe patterns from the ridge of a wavelet transform[J]. Optics Letters, 2005, 30(19): 2560-2562.
- [ 12 ] LIU H, CARTWRIGHT A, BASARAN C. Moiré interferogram phase extraction: A ridge detection algorithm for continuous wavelet transform[J]. Applied Optics, 2004, 43(4): 850-857.
- [ 13 ] 王勇,饶勤菲,闫河,等. 改进的基于代价函数的小波脊相位提取算法[J]. 光电子·激光, 2016, 27(7): 761-766.  
WANG Y, RAO Q F, YAN H, et al. Improved wavelet ridge phase extraction algorithm based on cost function[J]. Journal of Optoelectronics · Laser, 2016, 27(7): 761-766.
- [ 14 ] WANG ZH Y, MA J, VO M. Recent progress in two-dimensional continuous wavelet transform technique for fringe pattern analysis[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2012, 50(8): 1052-1058.
- [ 15 ] 黄昊,达飞鹏. 小波变换轮廓术中快速相位展开方法研究[J]. 仪器仪表学报, 2012, 33(2): 397-404.  
HUANG H, DA F P. Novel phase unwrapping method for wavelet profilometry[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2012, 33(2): 397-404.
- [ 16 ] GDEISAT M A, BURTON D R, LABOR M J. Spatial carrier fringe pattern demodulation by use of a two-dimensional continuous wavelet transform[J]. Applied Optics,

2006, 45(34): 8722-8732.

- [17] ZHANG Z B, ZHONG J G. Applicability analysis of wavelet-transform profilometry [J]. Optics Express, 2013, 21(16): 18777-18796.
- [18] CHEN W J, LI S K, CAI Y X, et al. Analysis on fringe pattern demodulation by use of 2-D CWT [J]. Optik, 2011, 122(19): 1039-1746.
- [19] NIU H, QUAN C, TAY C. Phase retrieval of speckle fringe pattern with carriers using 2D wavelet transform[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2009, 47(12): 1334-1339.
- [20] LI CH H, HUANG D X, DAI H SH. Applications of adaptive elastic net procedure for logistic regression model[J]. Chinese Journal of Engineering Mathematics, 2015, 32(5): 759-771.
- [21] ITON K. Analysis of the phase unwrapping algorithm [J]. Applied Optics, 1982, 21(14): 2470-2471.
- [22] 许罗鹏, 陈文静, 赵玥, 等. 选择小波函数的方法研究[J]. 四川大学学报: 自然科学版, 2010, 47(4): 785-790.
- XU L P, CHEN W J, ZHAO Y, et al. Study on selecting wavelet function [J]. Journal of Sichuan University: Natural Science Edition, 2010, 47(4): 785-790.

## 作者简介



**Wang Jianhua** received his B. Sc. degree from China University of Geosciences in 2004, received his M. Sc. degree from China University of Mining and Technology in 2011. Now he is a lecturer in Xuzhou College of Industrial Technology and also a Ph. D. candidate in Xi'an University of Technology. His main research interests include optical 3D measurement and intelligent robot.



**杨延西**, 2003 年于西安理工大学获得博士学位, 现为西安理工大学教授、博士生导师, 主要研究方向为复杂系统控制、机器视觉和智能机器人。

E-mail: yangyanxi@xaut.edu.cn

**Yang Yanxi** received his Ph. D. degree from Xi'an University of Technology in 2003. Now he is a professor and doctoral supervisor in Xi'an University of Technology. His main research interests include complex system control, machine vision and intelligent robot.

**王建华**, 2004 年于中国地质大学获得学士学位, 2011 年于中国矿业大学获得硕士学位, 现为徐州工业职业技术学院讲师、西安理工大学博士研究生, 主要研究方向为光学三维测量和智能机器人。

E-mail: wjh051130@163.com