

# 基于 Duffing 振子检测频率未知微弱信号的新方法\*

李国正, 张波

(华南理工大学电力学院 广州 510640)

**摘要:**针对现有混沌振子难以检测频率未知微弱信号这一难点,提出利用 Duffing 振子输出值的方差峰值结合遗传算法检测淹没在强噪声背景中频率未知微弱信号的一种新方法。从分析混沌系统结构参数的阈值入手,讨论了周期策动力的频率、初始相位和噪声对系统运行状态的影响;研究系统输出值方差与系统状态的对应关系,探讨待测信号频率以及与周期策动力之间相位差对状态变量方差和状态转换时间的影响。由此,提出采用具有相位偏移的 Duffing 振子阵列覆盖全相位,并结合遗传算法,优化求解不同频率输入信号下系统输出值方差的极值,以此得到待测信号频率的方法。该方法解决了现有混沌振子类检测方法必须已知信号频率的限制。实验结果证明了本方法能准确、快速地检测待测信号频率。新方法的状态判定简便、检测精度高、更为灵活、适应性强,为微弱信号的检测提供了新的手段。

**关键词:**微弱信号; Duffing 振子; 噪声; 遗传算法

中图分类号: TH701 TN911.7 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 510.40

## Novel method for detecting weak signal with unknown frequency based on duffing oscillator

Li Guozheng, Zhang Bo

(The School of Electric Power, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China)

**Abstract:** In order to detect weak signal with unknown frequency, this paper presents a novel method for detecting the unknown frequency signal by combining the variance peak value of the Duffing oscillator and genetic algorithm (GA). Firstly, the impact of periodic driving signal with different frequencies, initial phase angle and noise on the system operating state are analyzed. Second, the corresponding relationship between the system output variance and the system running state is studied. The effect of the test signal frequency, as well as the phase difference between the periodic driving signal and the test signal on the state variables variance and the state transition time are discussed. Finally, the new method is proposed, which using a number of Duffing oscillators with different initial phases to cover all phase signal detection. Moreover, the proposed method combines with genetic algorithm to obtain the detected signal frequency by optimizing the calculation of peak value of system output variance under different input frequency signals. This method resolves the limitation of existing weak signal detection method based on the chaotic oscillator, in which the signal frequency needs to be known. Experimental results show that the method can accurately and flexibly detect the frequency of the test signal and has strong adaptability. This work provides a novel approach for the weak signal detection.

**Keywords:** weak signal; Duffing oscillator; noise; genetic algorithm

## 1 引言

测量微弱周期信号在生物医学、故障诊断、通信传输等领域有着极其广泛的需求。检测淹没在强噪声背景中

的微弱周期信号是现代信号处理的研究热点和难点<sup>[1-6]</sup>。传统信号检测方法基于线性系统,受其自身检测机理的限制,存在周期信号与噪声同步放大,滤波造成信号的损失等不足。混沌类检测方法基于非线性系统,利用混沌系统的初值敏感性和对噪声的免疫性两大特性完成信号

检测。

自20世纪90年代提出混沌振子系统可用于检测微弱信号后,很多科研人员在该方向展开了深入研究<sup>[7-10]</sup>。李月等人<sup>[11]</sup>分析了混沌系统对不同类型噪声的适应性;王永生等人<sup>[12]</sup>利用混沌相变进行微弱信号的检测,并建立了仿真模型;Rashtchi V等人<sup>[13]</sup>采用Duffing振子检测电机在不同负载条件下的偏心故障;刘海波等人<sup>[14]</sup>比较了混沌和传统检测方法的检测性能,提出了采用阵发混沌进行频差检测;丛超等人<sup>[15]</sup>提出了一种适应步长间歇混沌振子的信号检测方法,并应用于舰船辐射线谱实船数据的分析。上述基于Duffing振子检测微弱周期信号的研究成果中涉及理论分析、仿真验证和实际应用,大大推动了该理论在强噪声背景下信号检测中的应用。

混沌振子类检测微弱信号方法是一种非线性时域信号处理技术,具有很强的检测和抗干扰能力。与传统频谱、高阶统计量等信号处理方法能达到的检测信噪比门限只有 $-10\text{ dB}$ <sup>[16]</sup>相比,该类方法的检测信噪比门限可以达到了 $-90\text{ dB}$ <sup>[11]</sup>,但现阶段仍存在一些亟待解决的难题。一方面,现有研究集中在检测特定频率的信号是否出现,而在有很多情况下待测信号的频率是未知的,这影响了该类方法的适用范围;另一方面,系统所处的运行状态需要时间来稳定,且容易产生误判,这影响了该类方法的检测效率。为此,一部分研究者通过改变混沌系统的参考频率和相关参数,观测相变来检测不同频率的待测信号的方法<sup>[17-19]</sup>,另一部分的研究者通过采用混沌振子阵列,利用间歇混沌振荡现象来测试待测信号的频率<sup>[20-23]</sup>。这两种方法在一定程度上解决了未知频率信号的检测问题,但是前者需要改变系统的参数,且效率较低,后者改善了系统的检测效率,但使得系统结构变得非常复杂,成本增加,且会引入更多的噪声。

研究发现Duffing混沌系统输出信号在系统处于混沌状态和周期状态时,信号的方差大小不同,并与策动力的频率值之间存在关联。当策动力的频率与待测信号的频率相等时,方差最大。本文进一步的研究发现方差极值的产生不仅与策动力和待测信号的频率有关,还与二者之间的相位差和信号进入的时长相关。因此,将微弱信号频率值的估计问题转化为一个多极值求最大值的优化问题。为了提高Duffing振子检测系统的效率,简化系统结构,增强方法的适用性,从以下几个方面展开了研究。首先,分析Duffing振子检测微弱信号的基础理论,建立模型,探讨混沌阈值与策动力频率、相位和噪声的关系;其次,研究待测信号与策动力之间的相位差与系统输出值方差和运行时间之间的关系。由此,提出采用不同初始相位的Duffing振子阵列覆盖全相位,以及检测时长的确定方法;最后,提出采用遗传算法优化求解Duffing振子系统输出方差极值,得到待测信号频率的方法,并对

建立的模型和提出的方法进行了仿真验证和比较。

## 2 Duffing 振子微弱信号检测理论

### 2.1 理论模型和微弱信号检测机理

以改进型Holmes-Duffing振子为例<sup>[10]</sup>,其状态方程为:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = ax + bx^3 - ky + F_0 \cos(\omega_0 t) + s(t) \end{cases} \quad (1)$$

式中: $k$ 为阻尼比, $ax + bx^3$ 为非线性恢复力, $F_0 \cos(\omega_0 t)$ 为系统的策动力, $s(t)$ 是待测信号,由周期信号 $F_1 \cos(\omega_1 t + \theta)$ 和均值为0的白噪声信号 $n(t)$ 组成。很多研究中使用参数 $k = 0.5, a = -1, b = 1, \omega_0 = 1, \theta = 0$ 构建混沌系统。当不考虑输入的待测信号 $s(t)$ 时,模型中其他参数固定,策动力幅值 $F_0$ 逐步增加超过临界值,系统相轨迹在周期态和混沌态之间转换,如图1所示。

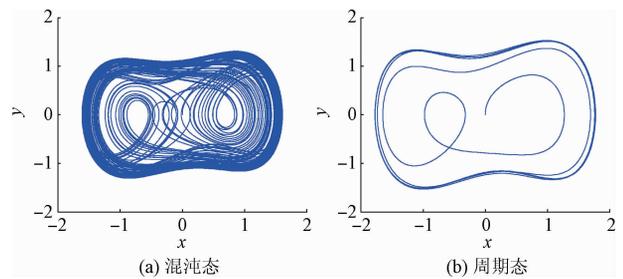


图1 相轨迹图

Fig. 1 Phase trajectory

图1(a)和(b)分别为Duffing振子处于混沌态和周期态的相空间轨迹图。根据上述参数采用定步长四阶龙格-库塔法可以得到式(1)的分岔图,如图2所示。

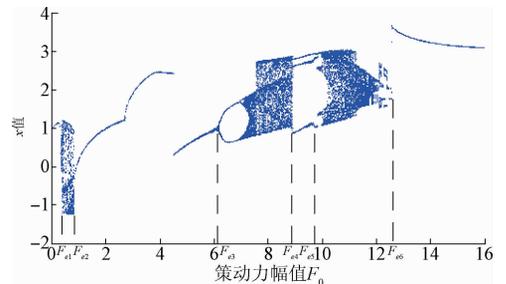


图2 Duffing 振子分岔图

Fig. 2 Bifurcation diagram of Duffing oscillator

图2中,横坐标为策动力幅值 $F_0$ ,变化区间为 $0 \sim 16$ ,纵坐标为状态变量 $x$ 的值。可以看出,系统的相空间轨迹一开始为单周期态, $F_0$ 逐渐增加超过临界值 $F_{c1}$ 时系统迅速进入混沌态,超过临界值 $F_{c2}$ 后系统进入单周期

态,大于临界值  $F_{c3}$  后,系统经过倍周期分岔再次进入混沌态,当超过临界值  $F_{c4}$  时系统进入三周期态,大于临界值  $F_{c5}$  后系统进入混沌态,最后通过倒分岔阶段超过临界值  $F_{c6}$  进入单周期态。

现有混沌振子类检测方法大多参照以下步骤进行:首先,假定式(1)中的待测信号  $F_1 \cos(\omega_1 t)$  的频率已知,设定  $\omega_0 = \omega_1$ ; 然后,将  $F_0$  取为  $F_{c2}$ , 并引入外部待测信号; 最后,检测系统的相空间轨迹是否从混沌状态进入周期态。该方法通过改变策动力的频率设定,实现不同频率待测信号的检测。由于  $F_{c2}$  位于混沌态和周期态的临界点,状态突变敏锐,混沌保持区间长,利于信号的检测,多数应用选择该值作为参数阈值设定。根据 Duffing 振子的 Melnikov 函数可知,该系统的混沌阈值点与初始相位角无关,仿真得到的不同初始相位角的波形完全一致,对阈值不产生影响。

### 2.2 不同频率策动力的 Duffing 振子状态转换阈值点

为了测量不同的待测频率  $\omega$ , 引入待测信号并设  $t = \omega\tau$ , 可将 Duffing 方程变为以时间尺度  $\tau$  为自变量的状态方程, 即:

$$\begin{cases} \dot{x} = \omega \cdot y \\ \dot{y} = \omega(ax + bx^3 - ky + F_0 \cos(\omega\tau) + F_1 \cos(\omega(1 + \Delta\omega)\tau + \theta) + n(\omega\tau)) \end{cases} \quad (2)$$

化简得到新的状态方程, 即:

$$\begin{cases} \dot{x} = \omega \cdot y \\ \dot{y} = \omega(ax + bx^3 - ky + F' \cos(\omega\tau + \phi) + n(\omega\tau)) \end{cases} \quad (3)$$

式中:

$$F' = \sqrt{F_0^2 + 2F_0 F_1 \cos(\Delta\omega\tau + \theta) + F_1^2} \quad (4)$$

$$\phi = \arctan \frac{F_1 \sin(\omega\Delta\omega\tau + \theta)}{F_0 + F_1 \cos(\omega\Delta\omega\tau + \theta)} \quad (5)$$

为了分析方便,默认周期策动力的初始相位角为 0, 此时待测信号初始相位角  $\theta$  为二者之间的相位差。暂不考虑待测信号中初始相位角  $\theta$  的影响,采用不同的  $\omega$  值, 仿真得到 Duffing 振子分岔图, 如图 3 所示。

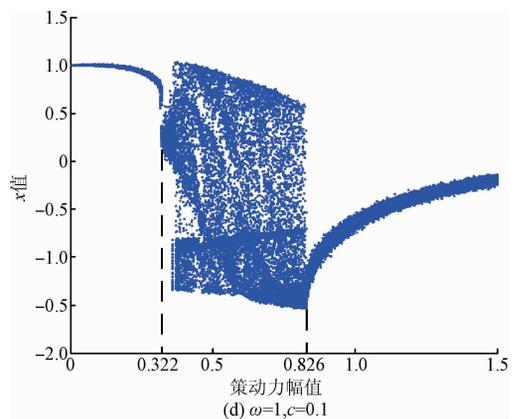
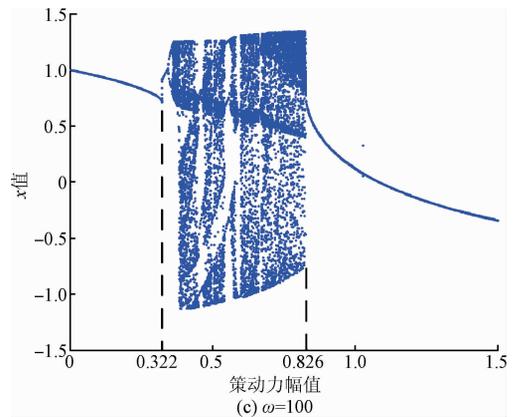
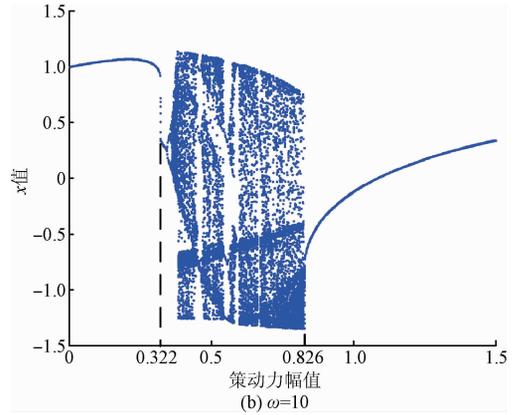
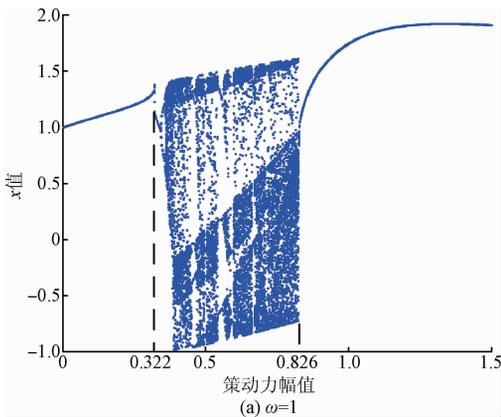


图 3 不同频率策动力的分岔图

Fig.3 Bifurcation diagram of periodic driving force with different frequencies

由图 3(a) ~ (c) 可以看出, 信号的频率值改变了分岔图中的轨迹, 但是对状态转换发生时的阈值点没有影响, 这为检测微弱信号带来了极大的便利。由此可见, 检测时只需要改变策动力的频率来适应外部不同的待测信号的频率即可, 区别在于时间基准尺度不同, 需要变换为原值的  $\omega$  倍。图 3(d) 考虑了系统中存在强度为 0.1 的噪声时, 阈值点的变化情况。可以看出, 虽然噪声使得分岔图中  $x$  值的轨迹发生了扰动, 但实际的阈值点并没有

发生变化。当幅值超过阈值点后,由于振子的运行状态发生改变, $x$  值的取值范围会迅速增加,远远超出噪声所带来的扰动变化。

因此,对未知频率的微弱信号进行检测时可以参照以下流程:首先,根据 Duffing 振子的相关参数,得到状态转换的幅度阈值,以此调节策动力的幅值,并将待测的信号接入系统;然后,调整策动力频率,使其在  $[\omega_{\min}, \omega_{\max}]$  区间内变化;最后,找出引发系统状态转换最明显的策动力,其对应的频率量  $\omega'$ ,即为待测信号的频率值。

### 3 Duffing 振子运行状态的判定

#### 3.1 状态变量方差与信号频率的关系

常见的混沌状态判定方法有 Lyapunov 指数法、庞卡莱截面法、相轨迹观察法、分维数计算法、频谱法、Kolmogorov 熵法、Melnikov 法等等。这些方法中 Lyapunov 指数、分形维数、Kolmogorov 熵的计算复杂;庞卡莱截面法需要选定合适的截面;观察法比较直观但是分辨力不够;频谱法分辨率有限,对于周期较长的解难以与混沌区分;Melnikov 法是一种解析方法,更多用于混沌阈值的求解。这些混沌状态的判定方法主要的问题有 1) 输出判定需要的时间长,且易出现误判;2) 判定方法较复杂,不能实现自动判别,工作效率低下。

研究发现,Duffing 振子输出信号处于混沌和周期状态时,输出值  $x$  的方差与策动力和待测信号的频率之间的差值形成有规律的峰值分布特点,当二者的频率一致时,得到的  $x$  的方差最大,如图 4 所示。

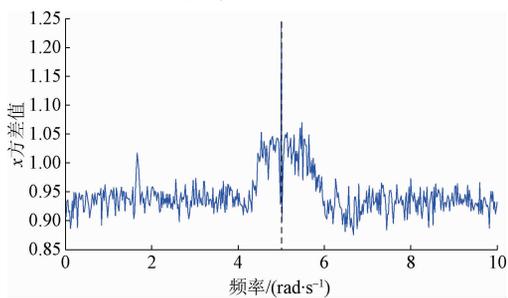


图 4 输入信号频率与  $x$  方差峰值分布关系图

Fig. 4 Relationship between the frequency of the input signal and the variance peak of  $x$

图 4 中,当余弦信号的频率在  $0 \sim 10$  rad/s 时, $x$  的方差与频率之间的对应关系是一个多极值、单最大值的分布。待测信号的频率  $\omega'$  可以通过查找该分布中的最大值来得到。所得到的频率值  $\omega' = 5$  rad/s,这与实际设定值一致。考虑到状态空间的转变需要时间,本文仿真时间以输入信号的周期  $T$  作为基本单位。图 5 列出了  $2T \sim 12T$  区间,仿真时长每增加  $2T$  得到的  $x$  方差值与频率

的关系图,如图 5 所示。

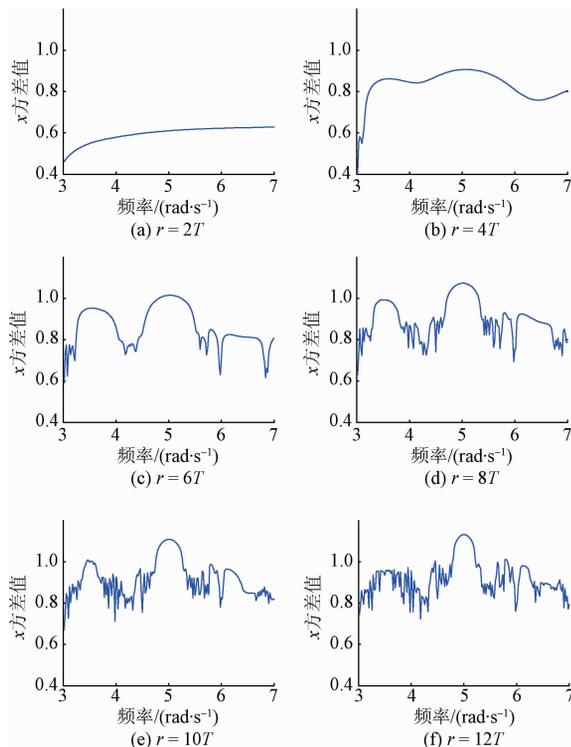


图 5 系统  $x$  值方差不同运行时间的峰值

Fig. 5 Variance peak of  $x$  with different operating time

由图 5 可以看出,当运行时间少于  $4T$  时, $x$  值的方差没有在待测信号的频率点  $\omega'$  取得最大值。随着时间的增加, $\omega'$  处的方差逐步增加,且与其他频率值处的方差相比优势越来越明显。但是值得注意的是过长的仿真时间会对检测效率产生影响,尤其在低频区间,信号的周期更长,所需时间也相应增加。对一个可能的频率段进行扫描,所需要的时间会大大增加。

#### 3.2 信号相位差对状态变量方差和运行时长的影响

上述仿真过程中暂未考虑初始相位角所带来的影响。而当输入信号的初始相位角非零,即周期策动力与输入信号间存在相位差时,结果如图 6 所示。其中,图 6(a) ~ (d) 是初始相位角分别为  $\pi/4, 3\pi/4, 5\pi/4, 7\pi/4$ , 仿真时长为  $12T$  时的方差峰值,图 6(e) ~ (h) 为仿真时长为  $30T$  时的方差峰值。可以看出初始相位角为  $\pi/4$  和  $7\pi/4$  时,方差的峰值能够反映出输入信号和待测信号的频率关系;为  $3\pi/4$  和  $5\pi/4$  时,方差的峰值没有正确的反映二者的关系,无法正确的检出。当初始相位角为零时,信号的检测时间只需要  $6T$ ,而初始相位角不为零时,检测的时间需延长到  $30T$  才能正确的检出,有时甚至无法检出。

由图 6 可见,相位差的存在对系统的运行状态产生重要影响,需要对采用方差峰值确定待测微弱信号频率

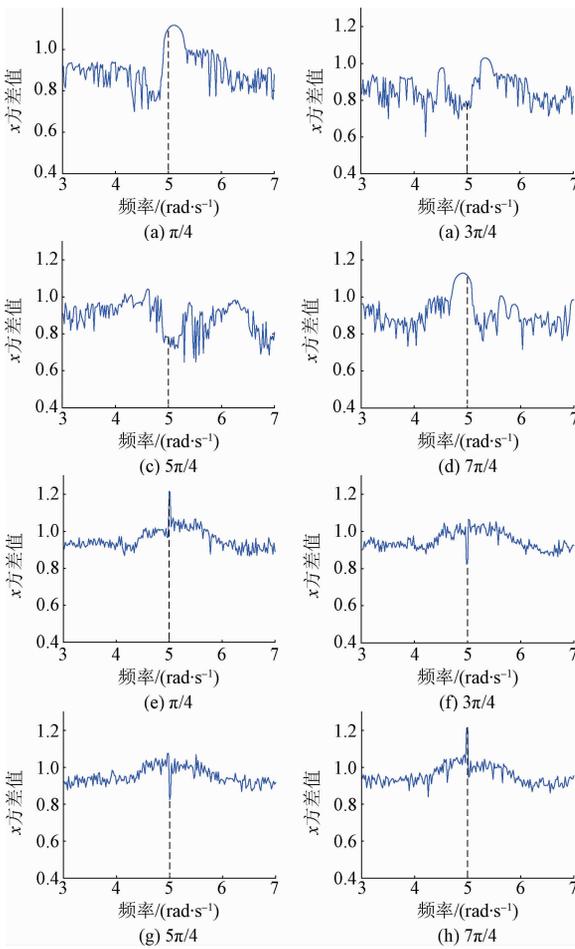


图 6 不同初始相位角的  $x$  方差峰值

Fig. 6 Variance peak of  $x$  with different phase angles

值的方法进行调整,它决定了系统检测所需的时长。仿真结果表明,当初始相位角在  $(-\pi/2, \pi/2)$  时会使得方差峰值在短期内发生前置或后移。但随着仿真时长的增加,峰值依然能够正确反映输入信号频率与待测信号频率之间的接近程度。相位差越小,所需的检测时间越少。当初始向量角在  $(\pi/2, 3\pi/2)$  时,由于两个信号波形相互抵消,方差的峰值也无法体现出频率的接近程度。为了进一步研究相位差与运行时间的关系,改变相位差并计算正确检测所需的时长,如图 7 所示。

图 7 中待测信号的频率为  $\omega' = 50 \text{ rad/s}$ , 相位差在  $(-1, 1)$  变化。得到了方差极值法正确检出信号频率所需的运行时间  $T$  与两个信号之间相位差的关系曲线。考虑到相位差对运行时间  $T$  的影响,将  $2\pi$  区间划分为 8 份,每个区间宽度  $\pi/4$ 。然后,将特定的输入信号引入 8 个存在  $\pi/4$  相位差的 Duffing 振子系统,此时一定存在某一个 Duffing 振子的周期策动力与输入信号之间的相位差处于区间  $[-\pi/8, \pi/8]$ 。参照图 7 中的曲线,检测 10 个周期后 Duffing 振子阵列的  $x$  值,如果对检测效率有更

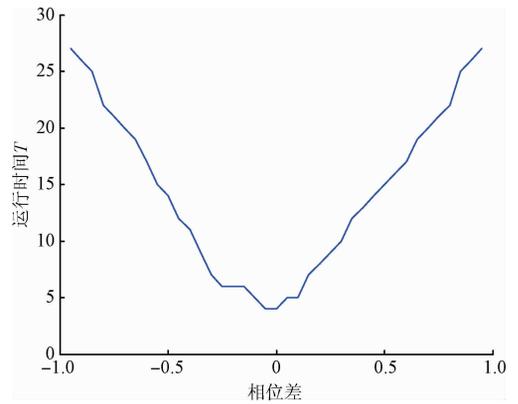


图 7 相位差与运行时间关系图

Fig. 7 Relationship between the phase angle of the input signal and the operating time

高的要求,可以通过增加 Duffing 振子数量,减少相位差区间,缩短过渡时间来实现。当采用有相位差的 Duffing 振子阵列时,完全覆盖了整个相位区间。这使得任意初始相位的输入信号都能落在其中一个振子的有效检测区间内,此时求解待测信号的频率问题转变成了一个求解非线性系统最优值的问题。

## 4 遗传算法求解微弱信号的频率

### 4.1 遗传算法结合状态变量方差求解待测信号频率

上文中的研究表明,求解 Duffing 振子  $x$  值方差的峰值是一个非线性多极值、求最大值的优化问题。若采用扫描待测信号完整频率区间,再求极值的方法,效率较低。遗传算法是借鉴生物的自然选择和自然遗传机制的随机搜索算法,有利于解决复杂的非线性优化问题<sup>[24]</sup>。考虑将遗传算法应用到该问题的求解,通过进化过程中的选择、交叉、变异操作,最终实现非线性寻优<sup>[25]</sup>。遗传算法求解时首先要对种群进行初始化。对应于本文的问题,在待测信号对应的频率区间内采用实数编码方式获取一定数目的个体作为初始种群。然后,找到个体的适应度函数,这是进行自然选择的唯一标准,常由目标函数转换得到。函数值越小的个体,适应度越大,个体越优,因此,对应于本文的优化问题,优化的目标  $f(\omega)$ : 在允许的频率区间范围内,改变 Duffing 振子系统自身策动力的频率值  $\omega$ ,使得振子系统的输出量  $x$  在特定周期长度内的方差  $Var_{x,\omega}$  最大,即:

$$f(\omega) = \max Var_{x,\omega} \quad (6)$$

该目标函数的约束条件是策动力频率值不能超出频率估计范围:

$$\omega_{\min} \leq \omega \leq \omega_{\max} \quad (7)$$

进行遗传算法优化计算时,为了将目标函数值大的

个体取得的适应度更高,本文中适应度函数定义为:

$$F(\omega) = 1/\text{Var}_{x,\omega} \quad (8)$$

随后,采用竞标赛法,基于适应度比例进行选择,个体  $i$  被选中的概率为:

$$P_i = F_i / \sum_{j=1}^N F_j \quad (9)$$

式中:  $F_i$  为个体  $i$  的适应度值,  $N$  为种群个体数目。种群中适应度最高的  $K$  个个体,作为精英,直接遗传给下一代。然后进行交叉操作,由于采用实数编码,与之对应采用实数交叉法,第  $m$  个个体  $x_m$  和第  $n$  个个体  $x_n$  在第  $l$  位交叉的方法如下:

$$\begin{cases} x_{ml} = bx_m + (1-b)x_n \\ x_{nl} = bx_n + (1-b)x_m \end{cases} \quad (10)$$

式中:  $b$  为  $[0,1]$  区间的随机数。进一步,完成变异操作,维持种群的多样性防止陷入局部最优,第  $m$  个个体  $x_m$  和第  $n$  个个体  $x_n$  变异的方法如下:

$$x_k = \begin{cases} x_m + (x_m - x_{\max})f(g), & \gamma \geq 0.5 \\ x_m + (x_{\min} - x_m)f(g), & \gamma < 0.5 \end{cases} \quad (11)$$

式中:  $x_{\max}$  和  $x_{\min}$  分别为可取值的上下界,  $f(g) = \gamma(1 - g/G_{\max})^2$ ,  $\gamma$  为  $[0,1]$  区间随机数,  $g$  为当前迭代次数,  $G_{\max}$  为最大进化次数。最后,进化到设定代数,得到最终结果。

本文提出的遗传算法求解信号频率的流程如下:1) 初始化遗传算法和 Duffing 振子系统的参数;2) 根据待检测的频率区间,设定约束条件,并产生初始种群  $P$ ;3) 对种群中的个体进行交叉、变异操作,产生新种群  $Q$ ;4) 参照种群中个体对应的参数值,配置 Duffing 振子,并构建相应的相位偏移阵列;5) 将待测信号接入 Duffing 振子相位偏移阵列,得到上述振子系统输出值  $x$  的方差,并求倒数,作为适应度值,对所有个体的适应度进行优胜级别排序,以此选择出新的种群;6) 计算当前代数,若未达到设定值则返回步骤3)继续进化,若达到设定代数则终止进化,返回最优个体,其对应的频率值即为所得。

其中,初始化部分遗传算法的初始种群规模为  $N$ ,进化代数为  $T$ ,交叉概率为  $p_j$ ,变异概率为  $p_b$ ,精英个数设置  $K$ 。而交叉概率和变异概率可以根据频率区间大小和当前进化代数进行动态调整,以实现更好的全局寻优能力。待测信号输入 Duffing 振子阵列中后的运行时间长度则设定为  $t = \phi(\pi/e)$ 。其中,  $e$  为阵列中相位偏移振子个数,  $\phi(\cdot)$  是相位差和运行时间的关系。

#### 4.2 实验验证

参照上述步骤和参数,进行实验验证。设定一个待测信号,其中余弦信号的频率  $\omega' = 135.6 \text{ rad/s}$ ,幅值  $F_1 = 0.04$ ,叠加方差为 0.1 的白噪声信号。此时待测信号信噪比  $SNR = 10\lg(P_{\cos}/P_{n(t)}) = -21 \text{ dB}$ 。检测频率区间为  $[10, 200]$ ,进行信号频率的测量。种群规模为

$N = 10$ ,进化代数为  $T = 20$ ,交叉概率为  $p_j = 0.75$ ,变异概率为  $p_b = 0.05$ ,精英个数设置  $K = 2$ 。阵列中振子的个数  $e = 8$ ,由此得到单次运行时长为  $t = 10T$ 。求解过程中种群内的个体适应度最优值和种群的平均适应度值如图 8 所示。

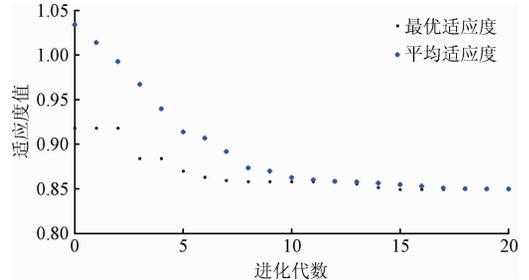


图8 种群适应度进化图

Fig. 8 Evolution of population fitness

由图 8 可见,达到进化代数后,种群最优个体的适应度为 0.849 258,平均适应度为 0.849 914,二者非常接近。其中,最优个体的频率值为  $\omega' = 135.587 1 \text{ rad/s}$ ,与设定的待测信号频率误差为 0.009 51%。而实际进化到第 10 代后最优个体的适应度值已经变化不大,得到的最优个体频率值为  $\omega' = 135.204 4 \text{ rad/s}$ ,误差为 0.29%。为了更客观地对新算法进行评估,研究时选择了不同的结构参数搭配,多次计算,统计相关结果。与传统基于间歇混沌振荡机理的检测方法比较,其结果如表 1 所示。

表 1 仿真结果比较

Table 1 Comparison of simulation results

参数类型	Duffing 振子数	运行时间	相对误差/%
遗传算法参数 2	8	$10 \times 20 \times 10T$	<0.02
遗传算法参数 2	16	$10 \times 10 \times 5T$	<0.5
遗传算法参数 3	$16 \times 10$	$10 \times 5T$	<0.5

注:  $T$  是输入信号的周期,而运行时间计算式为 运行时间 = 种群数  $N \times$  进化代数  $\times$  单次时长

新方法采用参数 1 配置时,所需的 Duffing 振子个数少,但种群数量大,进化代数多,单次时间长。取得高精度检测结果的同时,所需的运行时间长。采用参数 2 配置时,振子个数增加使得相位角的偏差变小,同时进化代数也相应减少。这缩短了检测所需时间,但精度受到了一定影响。采用参数 3 配置时,利用了遗传算法并行计算的特点。将 Duffing 振子阵列分为 10 组 16 个子阵列,每个阵列分别处理一个个体。此时,系统结构变得复杂,但减少了进化代数和单次检测运行所需的时间。精度与配置 2 保持一致的情况下,运行时间大大降低;基于间歇振荡现象进行信号检测的方法,需要先预估频率区间,然后采用频率公比为 1.03 递增的方式进行查找<sup>[15]</sup>。此方法若预估区间较大,则需要重复进行的次数多,且在频率

较高的区间内,绝对误差值较大。另外,需要人为观察时域信号进行判定,且难度较大、判定时间长。不利于自动检测的完成,精度范围只能达到3%。与之相比,新提出的方法基本不受到扫描频率区间大小的影响,精度高,判定简便且可参照不同的检测要求调整参数配置方案来实现目标,更加灵活。

## 5 结 论

研究了 Duffing 振子检测未知频率微弱信号的机理,根据理论分析和实验数据,提出了一种结合相位偏移 Duffing 振子阵列和遗传算法求解未知信号频率的新方法,所得结论如下:

1) Duffing 振子运动状态发生改变时,结构参数的阈值不受周期策动力频率、初始相位角和噪声的影响;

2) 当待测信号和周期策动力之间相位差在区间  $(-\pi/2, \pi/2)$  内时,二者频率相等时  $x$  值的方差最大,并得到了相位差与运行时间之间的关系;

3) 提出将遗传算法与相位偏移的 Duffing 振子阵列相结合,方差峰值作为适应度函数,优化求解未知微弱信号频率量的方法,给出了相应的流程,并通过仿真验证了其可行性。

新方法有多种结构配置方案,更加灵活,在提高检测效率和精度的同时,可以按照工程应用的需要进行调整,从而提高了适用性,能在更多的场合应用。另外,其与传统信号类处理方法的检测机理不同,相互之间并不冲突。因此,可以通过与谱估计、阵列信号处理等方法结合,取长补短产生新型检测方法。这为检测微弱信号提供了新的思路。

## 参考文献

[1] JALILVAND A, KARGAR H K, FOTOHABADI H. High impedance fault detection using Duffing oscillator and FIR filter[J]. International Review of Electrical Engineering, 2010, 5(3): 1255-1265.

[2] 樊养余, 李利品, 党瑞荣. 基于随机共振的任意大频率微弱信号检测方法研究[J]. 仪器仪表学报, 2013, 34(3): 566-572.

FAN Y Y, LI L P, DANG R R. Study on high frequency weak signal detection method based on stochastic resonance[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2013, 34(3): 566-572.

[3] 胡颖, 丁天怀, 王鹏. 多路微小平面线圈信号检测系统的设计与实现[J]. 仪器仪表学报, 2012, 34(2): 326-331.

HU Y, DING T H, WANG P. Design and implementation of multi-channel signal detection system for small planar coils[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2012, 34(2): 326-331.

[4] 郭静波, 谭博, 蔡雄. 基于反相双峰指数模型的微弱瞬态极低频信号的估计与检测[J]. 仪器仪表学报, 2015, 36(8): 1682-1691.

GUO J B, TAN B, CAI X. Estimation and detection of the weak transient ELF signal based on the phase inverting double-peak exponential model[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2015, 36(8): 1682-1691.

[5] 孙文军, 芮国胜, 张嵩, 等. 基于自激振荡系统的混沌稳健检测模型[J]. 仪器仪表学报, 2015, 36(12): 2657-2665.

SUN W J, RUI G SH, ZHANG S, et al. Research on steadiness chaotic detection model based on the self-excited oscillatory system[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2015, 36(12): 2657-2665.

[6] VAHEDI H, GHAREHPETIAN G B, KARRARI M. Application of Duffing oscillators for passive islanding detection of inverter-based distributed generation units[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2012, 27(4): 1973-1983.

[7] WANG G, CHEN D, LIN J, et al. The application of chaotic oscillators to weak signal detection[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 1999, 46(2): 440-444.

[8] 路鹏, 钟时, 谭力. 微弱正弦信号的互相关—混沌系统合成检测技术[J]. 仪器仪表学报, 2004, 25(增刊1): 21-22.

LU P, ZHONG SH, TAN L. Detection technique of weak sine signal via cross-correlation and chaotic system[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2004, 25(Suppl.1): 21-22.

[9] 王一清, 宋爱国, 黄惟一, 等. 一种用于混沌信号去噪的循环相关算法[J]. 仪器仪表学报, 2005, 26(4): 403-406.

WANG Y M, SONG AI G, HUANG W Y, et al. A round correlation algorithm used to separate chaotic signal from noise background[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2005, 26(4): 403-406.

[10] 王清亮, 基于符号序列信息熵混沌特性的微弱信号检测[J]. 仪器仪表学报, 2009, 30(12): 2491-2496.

WANG Q L. Weak signal identification based on chaotic

- nature of symbol-sequence entropy[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2009, 30(12): 2491-2496.
- [11] 李月, 祁放, 张铭, 等. 微弱正弦信号的一种新的混沌检测系统[J]. 仪器仪表学报, 2004, 25(增刊1): 19-20.  
LI Y, QI F, ZHANG M, et al. The detection of weak sine signals using special chaotic system[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2004, 25(Suppl. 1): 19-20.
- [12] 王永生, 姜文志, 赵建军, 等. 一种 Duffing 弱信号检测新方法及其仿真研究[J]. 物理学报, 2008, 57(4): 2053-2059.  
WANG Y SH, JIANG W ZH, ZHAO J J, et al. A new method of weak signal detection using Duffing oscillator and its simulation research[J]. Acta Physica Sinica, 2008, 57(4): 2053-2059.
- [13] RASHTCHI V, NOURAZAR M. A multiprocessor Nios II implementation of Duffing oscillator array for weak signal detection[J]. Journal of Circuits Systems and Computers, 2014, 23(4): 3-21.
- [14] 刘海波, 吴德伟, 金伟, 等. Duffing 振子微弱信号检测方法研究[J]. 物理学报, 2013, 62(5): 50501-050501.  
LIU H B, WU D W, JIN W, et al. Study on weak signal detection method with Duffing oscillators[J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(5): 050501.
- [15] 丛超, 李秀坤, 宋扬. 一种基于新型间歇混沌振子的舰船线谱检测方法[J]. 物理学报, 2014, 63(6): 168-179.  
CONG CH, LI X K, SONG Y. A method of detecting line spectrum of ship-radiated noise using a new intermittent chaotic oscillator[J]. Acta Physica Sinica, 2014, 63(6): 168-179.
- [16] 聂春燕, 石要武. 基于互相关检测和混沌理论的弱信号检测方法研究[J]. 仪器仪表学报, 2001, 22(1): 32-35.  
NIE CH Y, SHI Y W. The reaserch of weak signal detection based on cross-orrelation and chaos theory[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2001, 22(1): 32-35.
- [17] 杨东升, 李乐, 杨珺, 等. 基于双耦合混沌振子的未知频率弱信号检测[J]. 东北大学学报:自然科学版, 2012, 33(9): 1226-1230.  
YANG D SH, LI L, YANG J, et al. Detection of the weak signal with unknown frequency based on the coupled chaos oscillator[J]. Journal of Northeastern University: Natural Science, 2012, 33(9): 1226-1230.
- [18] 赖志慧, 冷永刚, 孙建桥, 等. 基于 Duffing 振子的变尺度微弱特征信号检测方法研究[J]. 物理学报, 2012, 61(5): 60-68.  
LAI ZH H, LENG Y G, SUN J Q, et al. Weak characteristic signal detection based on scale transformation of Duffing oscillator[J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(5): 60-68.
- [19] 刘海波, 吴德伟, 戴传金, 等. 基于 Duffing 振子的弱正弦信号检测方法研究[J]. 电子学报, 2013, 41(1): 8-12.  
LIU H B, WU D W, DAI CH J, et al. A new weak sinusoidal signal detection method based on Duffing oscillators[J]. Acta Electronica Sinica, 2013, 41(1): 8-12.
- [20] ZHAO Z, WANG F L, JIA M X, et al. Intermittent-chaos- and-cepstrum-analysis-based early fault detection on shuttle valve of hydraulic tube tester[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2009, 56(7): 2764-2770.
- [21] WANG G Y, HE S L. A quantitative study on detection and estimation of weak signals by using chaotic Duffing oscillators[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I-Regular Papers, 2003, 50(7): 945-953.
- [22] 陈志光, 李亚安, 陈晓. 基于 Hilbert 变换及间歇混沌的水声微弱信号检测方法研究[J]. 物理学报, 2015, 64(20): 69-76.  
CHEN ZH G, LI Y AN, CHEN X. Underwater acoustic weak signal detection based on Hilbert transform and intermittent chaos[J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(20): 69-76.
- [23] 牛德智, 陈长兴, 班斐, 等. Duffing 振子微弱信号检测盲区消除及检测统计量构造[J]. 物理学报, 2015, 64(6): 060503.  
NIU D ZH, CHEN CH X, BAN F, et al. Blind angle elimination method in weak signal detection with Duffing oscillator and construction of detection statistics[J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(6): 060503.
- [24] 陈果. 基于遗传算法的支持向量机时间序列预测模型优化[J]. 仪器仪表学报, 2006, 27(9): 1080-1084.  
CHEN G. Optimizing of support vector machine time series forecasting model parameters based on genetic algorithms[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2006, 27(9): 1080-1084.

[25] 官伯林,贾建援,朱应敏. 基于自适应遗传算法的三轴光电跟踪策略 [J]. 仪器仪表学报, 2012, 33(8): 1758-1764.

GUAN B L, JIA J Y, ZHU Y M. Tracking strategy of three-axis photoelectric tracking system based on adaptive genetic algorithm [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2012, 33(8): 1758-1764.

## 作者简介



**李国正**, 2005 年于北京交通大学测控技术与仪器专业获得学士学位, 2014 年于北京交通大学安全技术及工程获得博士学位, 现为华南理工大学博士后, 主要研究方向为非线性系统分析和微弱信号检测。

E-mail: epgzli@scut.edu.cn

**Li Guozheng** received his B. Sc. degree in the major of Measuring and control technology and instrumentation from Beijing Jiaotong University in 2005, and his Ph. D. degree in the major of safety technology and engineering from Beijing Jiaotong University in 2014. Currently, he is a post doctor in the School of

Electric Power, South China University of Technology, Guangzhou, China. His research interests include nonlinear system analysis and weak signal detection.



**张波** (通讯作者), 1982 年于浙江大学电气工程获得学士学位, 1988 年于西南交通大学电力电子获得硕士学位, 1994 年于南京航空航天大学电力电子获得博士学位, 现为华南理工大学电力学院教授, 主要研究方向为电力电子系统中的非线性分析与控制。

E-mail: epbzhang@scut.edu.cn

**Zhang Bo** (Corresponding author) received his B. Sc. degree in electrical engineering from Zhejiang University in 1982, and the M. Sc. degree in power electronics from Southwest Jiaotong University in 1988, and the Ph. D. degree in power electronics from Nanjing University of Aeronautics and Astronautics in 1994. He is currently a professor at the School of Electric Power, South China University of Technology, Guangzhou, China. His research interests include nonlinear analysis and control of power electronic system.