Vol. 45 No. 8 Aug. 2024

DOI: 10. 19650/j. cnki. cjsi. J2412798

# 基于数据集重构的主轴热误差半闭环建模方法\*

谭儒龙1,徐 凯1,李国龙2,李喆裕2,杜柳青1

(1. 重庆理工大学机械工程学院 重庆 400054; 2. 重庆大学高端装备机械传动全国重点实验室 重庆 400044)

摘 要:数据驱动方法广泛用于热误差建模,然而缺乏机理支撑的开环串行结构难以保证模型在新工况中的鲁棒性,模型预测性能无法保障。对此,本文提出了一种基于数据集重构的主轴热误差半闭环建模方法,以被预测批次及建模批次的环境温度为参考对原始建模批次排序筛选,重构建模数据集并建立半闭环热误差模型。方法应用于车床主轴热误差的预测过程,所提重构数据集的热误差模型在3组测试中预测结果的均方根误差分别为1.7 μm、1.7 μm、0.9 μm,相比常规模型精度提高29.2%、39.3%、64.0%,提升效果显著。方法为现有热误差串行开环建模模式提供闭环反馈环节,对于进一步提升热误差模型性能具有一定意义。

关键词:数据驱动;热误差;数据集重构;半闭环

中图分类号: TH161 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 510.40

# A semi-closed-loop modeling method for spindle thermal error based on reconstructing dataset

Tan Rulong<sup>1</sup>, Xu Kai<sup>1</sup>, Li Guolong<sup>2</sup>, Li Zheyu<sup>2</sup>, Du Liuqing<sup>1</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, Chongqing University of Technology, Chongqing 400054, China;

2. State Key Laboratory Of Mechanical Transmission For Advanced Equipment, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

**Abstract**: Data-driven methods are commonly used for thermal error modeling, but the open-loop serial structure without mechanistic support makes it challenging to ensure model robustness under new operating conditions, leading to unreliable prediction performance. This paper introduces a semi-closed-loop spindle thermal error modeling approach based on dataset reconstruction. The original modeling batches are sorted and screened according to the ambient temperature of both the prediction and modeling batches. The modeling dataset is then reconstructed, and a semi-closed-loop thermal error model is developed. This method was applied to predict thermal errors in a lathe spindle, achieving root mean square errors of 1.7  $\mu$ m, 1.7  $\mu$ m, and 0.9  $\mu$ m in three test sets with the reconstructed models. Compared to conventional models, accuracy improved by 29.2%, 39.3%, and 64.0%, respectively. This approach introduces a feedback loop to the existing serial open-loop thermal error modeling, offering significant potential for enhancing the performance of thermal error models.

Keywords: data driven model; thermal error; reconstructing dataset; semi-closed-loop

# 0 引 言

现代生产对零件加工质量日益提高,机床主轴热误差已成为限制机床加工精度进一步提升的关键因素[1-2]。国内外对主轴热误差开展了大量研究,建立了各种类型

的热误差模型,可大体分为两类:机理驱动模型<sup>[3-4]</sup>和数据驱动模型<sup>[5-6]</sup>。机理驱动模型需研究主轴运行过程中的摩擦产热以及与功能部件、环境的交换热情况,基于传热机理、弹性变形理论等建立主轴热误差模型<sup>[7-8]</sup>。其优势在于能够从机理角度解释主轴的热误差形成原因及变化规律,建立的热误差模型也更具通用性。但该方法需

要较高的理论基础,且需考虑环境、冷却、材料属性等诸多因素,实施难度相对较大。与之相对的,数据驱动模型无需探明主轴变形机理,基于系列热特性实验,直接建立温度与主轴热变形的回归模型。其中,多元线性回归<sup>[9-10]</sup>、支持向量机<sup>[11-12]</sup>、神经网络<sup>[13-14]</sup>等回归算法在数据驱动建模中被广泛使用。

与机理驱动模型相比,数据驱动模型缺乏热变形机 理的支撑,对实验数据依赖较重,常面临因工况改变引起 的热误差模型预测精度下降及模型不适用问题,鲁棒性 是限制数据驱动热误差模型应用的重要因素[15-16]。为提 高热误差模型的鲁棒性,以适用于各种工况下主轴热误 差的预测及补偿,国内外学者从以下两方面展开研究。 一方面,采用鲁棒性较高的建模算法,如偏最小二乘回 归[17]、主成分回归[18]、拉索回归[16]等,上述算法在单批 次热特性实验误差建模中被证明可以取得较好的鲁棒 性。另一方面,基于大数据思想增加建模组的数据量,通 过尽可能覆盖各种工况下的热特性实验建立的热误差模 型也被证实具有较高的稳定性[19]。综合来看,无论从建 模算法角度,还是从数据量角度,上述研究均致力于提高 热误差模型本身的鲁棒属性,遵循"先模型后预测"的串 行开环结构,建模环节单向作用于预测环节。在此结构 中用户无法根据预测环节的反馈信息修正模型,一定程 度上限制了热误差模型预测精度的进一步提升。

对此,本文从改变现有热误差建模串行模式出发,提出基于数据集重构的半闭环建模方法,面向预测环节以被预测批次及建模批次的环境温度为参考对原始批次按照优先级排序筛选,实现建模数据集的重构,并以此为反馈环节建立半闭环热误差模型。最后以车床主轴为应用对象,对3组测试实验进行了热误差预测,并与常规方法进行了对比。

# 1 基于数据集重构的半闭环建模方法

#### 1.1 基于数据集重构的半闭环模式

在数据驱动的热误差建模流程中,需要进行热特性实验获得用于建模的数据集,根据建模数据集中的温度和热误差数据建立热误差模型,再将预测实验中的温度数据作为自变量代入模型中,获得热误差预测值,该过程如图1所示。当建模组热特性实验工况与预测组工况差异较大时,热误差模型时常面临预测精度下降甚至失真,因此,在多批次热特性实验建模中,应尽量使各批次实验覆盖更多工况,这可有效提高模型的鲁棒性。然而,建模组中并非所有批次的热特性实验在预测中均起正面作用。比如,在温度较低时进行的热特性实验建立的热误差模型,在温度较高时预测效果往往欠佳。

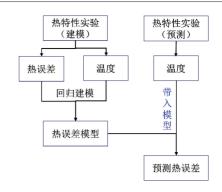


图 1 常规的热误差建模及预测流程

Fig. 1 The conventional process for thermal error modeling and prediction

对此,本文拟在现有的"先模型后预测"的串行开环结构中建立连接建模过程与预测过程的反馈环节,在一定程度上实现热误差的闭环建模。

热误差模型中的预测环节应服务于补偿过程,在实际工况下,预测组中仅各点温度信息通过温度传感器以时序形式被逐渐获取,并逐一带入模型获得热误差预测值。在预测环节中用户仅掌握当前及过去的温度数据,未来时刻的温度则不可知。此外,鉴于机床运行状态下主轴及功能部件的温度变化相对较快,本文直接选取预测组中初始状态的环境温度作为参考,记作  $T_0$ 。同时,提取建模组各批次中环境温度的均值,记作  $T_1$ 、 $T_2$ 、……、 $T_k$ 。根据  $T_0$  与  $T_k$  差值的绝对值对原始建模批次进行排序,并选择排序靠前的批次作为新的建模数据集。

上述过程可对常规流程进行改进,实现建模数据集以及热误差模型的闭环重构,如图 2 所示。

#### 1.2 基础建模算法:主成分回归

主成分回归算法具有无监督特征降维特性,在热误差研究中被认为高鲁棒性建模算法<sup>[17-18]</sup>。本文以主成分回归作为基础建模算法,通过主成分分析对原始温度数据进行降维,获得相对独立的各个主成分变量,并建立热误差与主成分变量的回归模型。主成分回归建模可分为以下步骤:

#### 1)数据标准化处理

一般主成分分析中推荐使用 Z-score 正则化处理原始变量,但本文自变量为机床各测点温度,数值处于同一数量级且并无异常值,因此可直接使用原始数据或按照式(1)对原始温度  $X_{(n\times m)} = [x_1 \ x_2 \cdots \ x_m]$ 和原始热误差 $Y_{(n\times 1)}$ 标准化处理,得到处理后变量  $X^*$ 与  $Y^*$ ,符号中下标 $(x\times m)$ 表示该变量的行列数。

$$X^* = X - \overline{X}, Y^* = Y - \overline{Y} \tag{1}$$

2) 主成分提取

基于特征值分解或奇异值分解计算变量  $X^*$  的协方

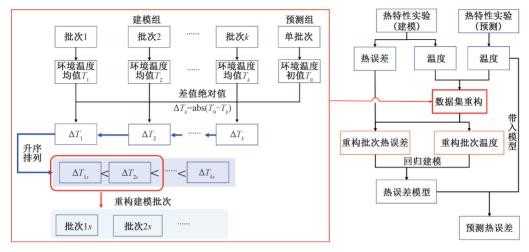


图 2 重构热误差模型的预测流程

Fig. 2 The prediction process for the reconstructed thermal error model

差矩阵的特征值  $\lambda = [\lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_m]$  与特征向量  $L_{(m \times m)} = [l_1 l_2 \cdots l_m]$ ; 计算主成分贡献率, 如式(2) 中  $\alpha_j$  表示第 j 项主成分的贡献率,  $\lambda_j$  为从大到小排序后的特征值, 其对应特征向量为  $l_i$ 。

$$\alpha_j = \frac{\lambda_j}{\sum_{j=1}^m \lambda_j} \tag{2}$$

同时,主成分向量  $\mathbf{Z}_{(n \times m)} = [\mathbf{z}_1 \ \mathbf{z}_2 \cdots \ \mathbf{z}_m]$  可由  $\mathbf{X}^*$  与对应特征向量  $\mathbf{L}$  的乘积表示为式(3) 及其展开式(4)。

$$\mathbf{Z}_{(n \times m)} = \mathbf{X}_{(n \times m)}^* \cdot \mathbf{L}_{(m \times m)}$$

$$\begin{bmatrix} z_1 & z_2 & \cdots & z_m \end{bmatrix}_{(n \times m)} =$$
(3)

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_1^* & \boldsymbol{x}_2^* & \cdots & \boldsymbol{x}_m^* \end{bmatrix}_{(n \times m)} \cdot \begin{bmatrix} \boldsymbol{l}_1 & \boldsymbol{l}_2 & \cdots & \boldsymbol{l}_m \end{bmatrix}_{(m \times m)}$$
(4)

选择累计贡献率足够高的前 p(p < m)个主成分构造新的自变量  $\mathbf{Z}_1 = [1 \ z_1 \ z_2 \cdots \ z_p]$ ,建立自变量  $\mathbf{Z}_1$  与因变量  $\mathbf{Y}^*$  的回归方程如式 (5),其中  $\boldsymbol{\beta}$  为系数,可计算如式 (6)。

$$\boldsymbol{Y}_{(n \times p)}^* = \boldsymbol{Z}_{1 (n \times p)} \cdot \boldsymbol{\beta}_{(p \times 1)} = \begin{bmatrix} 1 & \boldsymbol{z}_1 & \cdots & \boldsymbol{z}_p \end{bmatrix}_{(n \times p)} \cdot \begin{bmatrix} \boldsymbol{\beta}_0^* & \boldsymbol{\beta}_1^* & \cdots & \boldsymbol{\beta}_p^* \end{bmatrix}_{(p \times 1)}^{\mathsf{T}}$$
(5)

$$\boldsymbol{\beta} = [\mathbf{Z}_{1}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{Z}_{1}]^{-1} \cdot \mathbf{Z}_{1}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{Y}^{*}$$
(6)

结合式(1, 5, 6),可得原始变量 Y与自变量 X的回归关系及系数如式(7, 8)。

$$Y = \gamma_0 + \sum_{j=1}^m \gamma_j \cdot x_j \tag{7}$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{\gamma}_{j} = \sum_{i=1}^{p} \boldsymbol{\beta}_{i}^{*} \cdot \boldsymbol{l}_{ij} \\ \boldsymbol{\gamma}_{0} = \boldsymbol{\beta}_{0}^{*} - \sum_{j=1}^{m} \boldsymbol{\gamma}_{j} \cdot \overline{\boldsymbol{x}}_{j} + \overline{\boldsymbol{Y}} \end{cases}$$
(8)

基于上述步骤可建立原始温度变量与对应热误差的回归模型,与常规基于温度敏感点筛选的热误差模型不

同<sup>[9,19]</sup>,主成分热误差模型使用了全部原始温度变量,在一定程度上避免了潜在温度信息的缺失。

### 2 应用案例

#### 2.1 实验设置

以浙江某机床厂家生产的数控车床为实验研究对象,测量车床主轴运行过程中的热误差,其中温度数据由热电阻温度传感器 PT100 与多通道温度记录仪测量,测量位置描述及传感器编号如表 1 及图 3 所示。因主轴工作状态下各进给轴电机处于上电待机状态,同样存在与主轴箱体以及机床功能部件的交流换热过程,因此,实验中同时对进给轴部分位置温度进行测量。

表 1 温度传感器的编号及位置描述

Table 1 Number and location description of temperature sensors

Selisors				
编号	位置描述	编号	位置描述	
T1	主轴箱上方(近前端面)	T11	X 轴滑鞍	
T2	主轴箱腰部(近前端面)	T12	Z轴电机	
Т3	主轴箱上方(近后端面)	T13	X轴电机	
T4	主轴箱腰部(近后端面)	T14	X轴滑鞍外侧	
Т5	进油口	T15	主轴正面左下角	
Т6	出油口	T16	传感器夹具上方	
Т7	主轴箱下方(近后端面)	T17	刀架	
Т8	主轴箱后侧面	T18	内部环境温度	
Т9	床身铸件拐角	T19	外部环境温度	
T10	油箱盖			

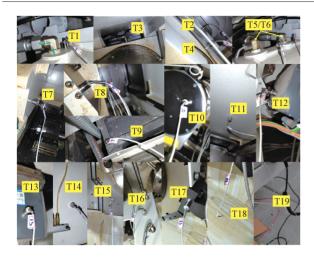


图 3 温度传感器布局

Fig. 3 Layout of the temperature sensors

主轴热误差由非接触式电涡流位移传感器测量, 5 颗电涡流传感器安装在特制夹具上, 如图 4 所示。



图 4 热误差测量

Fig. 4 Measurement of thermal error

建模组实验中主轴以转速 500~2 500 rpm 运行,不刻意设置主轴转速,为模拟实际复杂工况,部分测试并未从完全冷机状态开始,且测试过程包含主轴停止阶段,累计获得 24 批次实验数据用于热误差建模。另设置 3 组实验作为预测组检验模型性能,预测组中转速设置如表 2 所示。

表 2 预测组主轴转速设置

Table 1 Speed setting of spindle in prediction group

预测组	转速设置		
测试1	2 500 rpm 运行 2.5 min,停止 1 min,循环。		
测试2	2 000 rpm 运行 2.5 min,停止 1 min,循环。		
测试3	500 rpm 运行 1 h,停止 1 h;1 000 rpm 运行 1 h, 停止 1 h;1 500 rpm 运行 1 h,停止 1 h。		

#### 2.2 数据集重构下的热误差模型

应用所提数据集重构方法,按照预测组中环境温度 对建模数据集重构。以测试 1 为例,环境温度初值为 27.0℃,从建模组中提取 24 批次实验中环境温度均值, 求其温差绝对值并排序,排序后分布如图 5 所示。

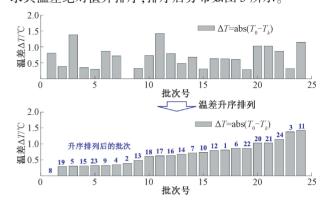


图 5 针对测试 1 的建模数据集排序

Fig. 5 Sorting of modeling dataset for test 1

选取排序后相对靠前的实验批次,舍弃其余实验批次重构建模数据集。按照图 5 中排序,以主成分回归建模算法按照批次数量 i 从小至大建立热误差模型,记作 $M_i, M_1$  对应建模数据集为 $\{P_8\}$ , $M_2$  对应建模数据集为 $\{P_8\}$ , $M_2$  对应建模数据集为 $\{P_8\}$ ,以此类推, $M_{24}$  对应使用全部批次的数据集,即原始数据集。均方根误差(root mean square error,RMSE)可表示热误差模型对建模数据的拟合程度,也可称作建模精度,24 组重构的热误差模型在测试 1 中的RMSE 指标如图 6 所示。

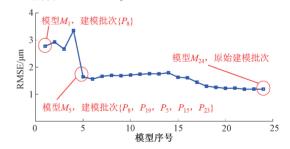


图 6 24 组热误差模型的 RMSE<sub>m</sub> 指标

Fig. 6  $RMSE_m$  index of the 24 thermal error model

重构数据集中的批次数量直接对应建模数据,决定 热误差模型性能。由图 6 可知,当选择批次相对较少时,如以 $\{P_8\}$ 、 $\{P_8,P_{19}\}$ 、 $\{P_8,P_{19},P_5\}$ 、 $\{P_8,P_{19},P_5\}$ , $\{P_8,P_{19},P_5\}$  大 $\{P_8,P_{19},P_{19}\}$  大 $\{P_8,$ 

RMSE, 当模型的 RMSE 数值显著低于前序模型的 RMSE 时, 当前模型对应的建模批次及其数量即为所需。依据此原则, 在图 6 中建模批次数量选择为 5, 即选用 $\{P_8,P_{19},P_5,P_{15},P_{23}\}$ 批次为重构建模数据建立热误差模型,记作  $M_5$ , 对测试 1 中的热误差进行预测, 并与使用全部原始批次的热误差模型  $M_{24}$  对比, 如图 7 所示, 重构后模型  $M_5$  明显优于原始热误差模型  $M_{24}$ 。

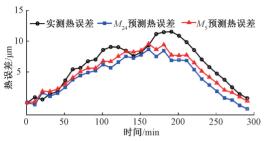


图 7 测试 1 中热误差预测结果

Fig. 7 Prediction result of thermal error in test 1

同时,以 $M_1 \sim M_{24}$ 其余模型对测试 1 的热误差进行预测。为区分建模数据,预测中的预测精度指标记作RMSE $_p$ ,24 组模型预测的 RMSE $_p$  指标如图 8 所示。由于建模批次较少造成的数据量不足,模型 $M_1 \sim M_3$  预测性能相对较差,而随着建模数据量增加,模型预测性能逐渐增加;而当建模批次进一步增加时,排序靠后的建模批次引入额外特征致使模型性能下降,并最终逼近模型 M24 预测性能。

总体上,在自 $M_5$ 之后的热误差模型中,除模型 $M_{19}$ 、 $M_{22}$ 模型外,其余重构数据集的模型预测性能均优于原始建模集建立的模型 $M_{24}$ 。而前 4 组模型可根据图 6 中的建模精度指标 RMSE 直接去除,可不予考虑。

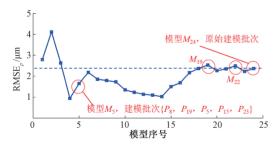


图 8 重构热误差模型的预测性能

Fig. 8 Prediction performance of reconfigured thermal error models

至此,按照所提数据集重构方法遵循图 5 中批次排序,可以较大概率获得优于原始热误差模型预测性能的重构模型。进一步地,应用以上方法对测试 2、3 进行建模数据集及热误差模型重构,并对其热误差预测,结果如图 9、10 所示。在图 9 的热误差数值增大过程以及图 10 的热误差数值减少过程中,经过数据集重构后的热误差

模型均可以取得显著优于使用全部建模批次的原始模型的预测精度。

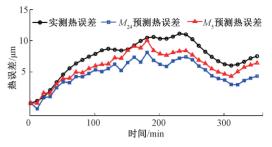


图 9 测试 2 中热误差预测结果

Fig. 9 Prediction result of thermal error in test 2

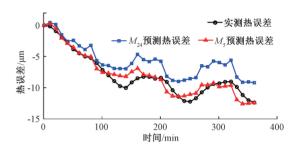


图 10 测试 3 中热误差预测结果

Fig. 10 Prediction result of thermal error in test 3

此外,建模批次数量本身直接关联建模数据质量,进而影响模型性能。为消除此因素影响,从全部批次中随机选取与重构建模数据集相同数量的建模批次重构建模数据集,累计抽取 100 次,针对测试 1~3 分别建立 100 组热误差模型,模型预测性能指标  $RMSE_p$  结果统计结果如表 3 及图 11 所示,100 组模型的  $RMSE_p$  均值分别为 2.4  $\mu$ m、2.9  $\mu$ m、2.6  $\mu$ m,而所提方法重构模型  $RMSE_p$  数值 1.7  $\mu$ m、1.7  $\mu$ m 与 0.9  $\mu$ m。在测试 1~3 中,分别累计 68 组、80 组、95 组热误差模型的  $RMSE_p$  数值高于重构模型。

表 3 各个模型的 RMSE<sub>p</sub> 指标(单位: μm)

Table 3 RMSE<sub>n</sub> of the thermal error models (unit: μm)

	P		,
模型	预测 1	预测 2	预测 3
随机组1	3. 0	1. 1	3. 3
随机组2	2. 0	1. 2	0.9
随机组3	3. 5	0.9	3. 5
•••		•••••	
随机组 98	1.0	4. 3	1.3
随机组 99	2. 5	4. 3	2. 1
随机组 100	1.0	2. 0	3. 3
随机模型均值	2.4	2. 9	2. 6
全部批次模型	2.4	2. 8	2. 5
重构模型	1.7	1. 7	0.9

由图 11 可以看出,随机选取一定数量批次的建模数据建立的热误差模型可取得较高的预测精度,但出现概率相对较小;而按照本文所提方法重构建模数据集建立的热误差模型即使无法取得最佳的预测性能,但其

RMSE<sub>p</sub>数值可稳定处于随机建模组 RMSE<sub>p</sub>分布中的较低水平。综合来看,重构数据集的热误差模型相比使用全部批次数据的原始模型及随机批次模型,具有明显优势。

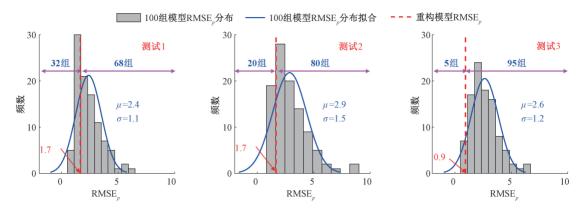


图 11 随机批次热误差模型对测试 1~3 的预测性能

Fig. 11 Prediction performance of thermal error models with random dataset for test  $1\sim3$ 

## 3 讨 论

本文通过计算各个原始建模批次中的环境温度均值与被预测批次环境温度初值的差值,按照绝对值由小到大的优先级排序并筛选,进而实现建模数据集的重构,最终构建重构热误差模型。其本质在于:以定量计算并评价的方式从原始数据中筛选出更适用于当前预测工况的建模数据。3组预测结果表明,所提方法可显著提高现有模型的预测性能。

所提方法仍存在一定的局限之处。首先,本文聚焦于环境温度,以环境温度的差异性为原则进行数据集的筛选。然而,机床或主轴的热误差是多因素综合作用的结果,仅依靠环境温度之间的相似性进行数据的筛选较为局限。如可建立更为系统性的指标,或可筛选出更为适合的建模数据。此外,按照本文排序筛选方法建立的热误差模型尽管可以取得优于原始建模批次模型的预测性能,但图 8 中结果表明,所选取的建模批次数量并非最佳。而目前尚无理论性的指导方法可用于确定最佳建模批次数量。笔者认为,如解决上述问题,本文所提方法可进一步完善,实现现有热误差模型性能的大幅度提升。

# 4 结 论

针对现有热误差串行开环建模模式存在的模型性能 提升受限问题,本文提出了一种基于重构建模数据集的 热误差半闭环建模方法,以被预测对象的环境温度初值 为匹配目标,从建模数据集中筛选出更适用于当前被预测对象的建模数据,实现数据集以及热误差模型的闭环 重构。

方法应用于车床主轴热误差的预测问题,所提重构数据集的热误差模型在 3 组测试中预测结果的 RMSE 分别为 1.7 μm、1.7 μm、0.9 μm,显著优于常规模型的预测性能。所提方法为现有热误差串行开环的建模模式提供闭环反馈环节,对于进一步提升热误差模型性能、提高预测精度具有一定意义。

### 参考文献

- [1] 陈启迪,胡小龙,吝敏,等.超精密加工误差补偿技术研究综述[J].中国机械工程,2023,34(3):253-268.
  - CHEN Q D, HU X L, LIN M, et al. Research review of error compensation technology for Ultra-precision machining [J]. China Mechanical Engineering, 2023, 34(3): 253-268.
- [2] GAO W, IBARAKI S, DONMEZ M A, et al. Machine tool calibration: Measurement, modeling, and compensation of machine tool errors [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2023, 187: 104017.
- [3] LIZ, WANG B, SUN B, et al. Heat transfer theory research heat transfer theory research [J]. Case Studies in Thermal Engineering, 2023, 48: 103152.
- [4] WENG LT, GAO WG, ZHANG DW, et al. Thermal analytical modeling of machine tool structural components via dual-layer equivalence [J]. International Journal of

Heat and Mass Transfer, 2024, 221: 125083.

第8期

- [5] 魏新园,钱牧云,赵洋洋,等. 基于正则化的机床热 误差自适应稳健建模算法[J].仪器仪表学报,2022,43(5):77-85.
  - WEI X Y, QIAN M Y, ZHAO Y Y, et. al. Adaptive robust modeling method for machine tool thermal error based on regularization[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2022, 43(5): 77-85.
- [6] 魏新园,钱自强,吴秋源,等. 数据机理驱动的机床 主轴热精度建模方法研究[J]. 仪器仪表学报,2023, 44(12):111-119.
  - WEI X Y, QIAN Z Q, WU Q Y, et al. Research on the thermal accuracy modeling method driven by data mechanism for machine tool spindle [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2023, 44(12): 111-119.
- [7] WENG LT, GAO W G, ZHANG D W, et al. Analytical modelling of transient thermal characteristics of precision machine tools and real-time active thermal control method[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2023, 186: 104003.
- [8] 黄华, 李旭东, 赵丛林. 基于热弹性理论与温度场积分中值定理的电主轴热误差研究[J]. 仪器仪表学报, 2022, 43(8): 109-121.

  HUANG H, LI X D, ZHAO C L. Study on thermal error of motorized spindle based on thermoelastic theory and mean-value theorem of integral of temperature field[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2022, 43(8):
- [9] 徐凯, 王文辉, 李喆裕, 等. 基于主动构造温差变量的机床温度敏感点选择方法[J]. 仪器仪表学报, 2023, 44(2): 67-74.

  XU K, WANG W H, LI ZH Y, et al. Temperature-

109-121.

- sensitive point selection method of machine tool based on active construction of temperature difference variable [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2023, 44(2): 67-74.
- [10] 苗恩铭, 吕玄玄, 魏新园, 等. 基于状态空间模型的数控机床热误差建模 [J]. 中国机械工程, 2019, 30(9): 1049-1055,1064.
  MIAO EN M, LYU X X, WEI X Y, et al. Thermal error
  - modeling of CNC machine tools based on state space model [J]. China Mechanical Engineering, 2019, 30(9): 1049-1055,1064.
- [11] 谭峰,萧红,张毅,等.基于统一框架的数控机床热 误差建模方法[J].仪器仪表学报,2019,40(10):

95-103.

- TAN F, XIAO H, ZHANG Y, et al. Thermal error modeling method of CNC machine tool based on unified framework[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2019, 40(10): 95-103.
- [12] 郭世杰, 张学炜, 张楠, 等. 机床主轴热关键点选择与典型转速热误差预测[J]. 吉林大学学报(工学版), 2023, 53(1): 72-81.
  - GUO SH J, ZHANG X W, ZHANG N, et al. Thermal key point select and error prediction under typical speed of machine tool spindle [J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2023, 53(1): 72-81.
- [13] 李彬,张云,王立平,等.基于遗传算法优化小波神 经网络数控机床热误差建模[J].机械工程学报, 2019,55(21):215-220.
  - LI B, ZHANG Y, WANG L P, et al. Modeling for CNC machine tool thermal error based on genetic algorithm optimization wavelet neural networks [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(21); 215-220.
- [14] 郑悦, 付国强, 雷国强, 等. 变工况下基于迁移学习融合域内对齐的机床主轴热误差模型[J]. 仪器仪表学报, 2023, 44(5): 33-43.
  - ZHENG Y, FU G Q, LEI G Q, et al. Thermal error model of machine tool spindle based on in-domain alignment and transfer learning under variable working conditions [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2023, 44 (5): 33-43.
- [15] 杜宏洋,陶涛,侯瑞生,等. 机床主轴轴向热误差一阶自回归建模方法[J]. 哈尔滨工业大学学报,2021,53(7):60-67.
  - DU H Y, TAO T, HOU R SH, et al. First-order autoregressive modeling method for axial thermal error of machine tool spindle [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2021, 53(7); 60-67.
- [16] ZIMMERMANN N, BUCHI T, MAYR J, et al. Self-optimizing thermal error compensation models with adaptive inputs using group-LASSO for ARX-models[J]. Journal of Manufacturing Systems, 2022, 64: 615-625.
- [17] 魏新园,钱牧云,冯旭刚,等.基于偏最小二乘的数控机床热误差稳健建模算法[J].仪器仪表学报,2021,42(5):34-41.
  - WEI X Y, QIAN M Y, FENG X G, et al. Robust modeling method for thermal error of CNC machine tools based on partial least squares algorithm [J]. Chinese

Journal of Scientific Instrument, 2021, 42(5): 34-41.

- [18] CAO W J, LI H L, LI Q. A method of thermal error prediction modeling for CNC machine tool spindle system based on linear correlation [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2022, 118(9/10): 3079-3090.
- [19] LI ZH Y, LI G L, XU K, et al. Temperature-sensitive point selection and thermal error modeling of spindle based on synthetical temperature information [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2021, 113(3/4): 1029-1043.

#### 作者简介



谭儒龙,2010年于哈尔滨工业大学获得 学士学位,2016年于重庆大学获得博士学 位,现为重庆理工副教授,主要研究方向齿 轮几何学、精密加工与测试。

E-mail:rulong. tan@ cqut. edu. cn

Tan Rulong received his B. Sc. degree from

Harbin Institute of Technology in 2010, received his Ph. D. degree in 2016 from Chongqing University. Now he is an associate professor in Chongqing University of Technology. His main research interests include gear geometry and precision machining and testing.



徐凯(通信作者),2016年于重庆大学 获得学士学位,2022年于重庆大学获得博士 学位,现为重庆理工讲师,主要研究方向为 机床误差测量、辨识。

E-mail: 1655341185@ qq. com

Xu Kai (Corresponding author) received his B. Sc. degree from Chongqing University in 2016, and received his Ph. D. degree in 2022 from Chongqing University. Now he is a lecturer in Chongqing University of Technology. His main research interests include error measurement and identification of machine tools.



李国龙,1990年于武汉科技大学获得学士学位,1997年于重庆大学获得硕士学位,2001年于重庆大学获得博士学位,现为重庆大学教授、博士生导师,主要研究方向为精密加工与装备。

E-mail: glli@ cqu. edu. cn

Li Guolong received his B. Sc. degree in 1990 from Wuhan University of Science and Technology, received his M. Sc. degree in 1997 from Chongqing University, and received his Ph. D. degree in 2001 from Chongqing University. Now he is a professor and doctorial supervisor in Chongqing University. His main research interests include precision machining and equipment.



李喆裕,2019年于西南石油大学获得学士学位,现为重庆大博士研究生,主要研究方向为热误差建模与补偿。

E-mail: 20190702038t@ cqu. edu. cn

**Li Zheyu** received his B. Sc. degree in 2019 from Southwest Petroleum University.

Now he is a Ph. D candidate in Chongqing University. His main research interests include thermal error modeling and compensation of machine tools.



杜柳青,1996年于四川工业学院获学 士学位,2003年于重庆大学获硕士学位, 2016年于四川大学获博士学位,现为重庆 理工大学教授,硕士生导师,主要研究方向 为微弱信号检测、机床精度设计。

E-mail: lqdu@ cqut. edu. cn

**Du Liuging** received her B. Sc. degree from Sichuan Institute of Technology in 1996, received her M. Sc. degree from Chongqing University in 2003, and received her Ph. D. degree from Sichuan University in 2016. Now she is a professor and M. Sc. supervisor at Chongqing University of technology. Her main research interests include weak signal detection and machine tool's precision design.