

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2310957

基于标签伯努利滤波技术的多机器人 随机组网协同导航*

陈红梅¹,王海锋¹,叶文²,张筱楠³

(1. 河南工业大学电气工程学院 郑州 450001; 2. 中国计量科学研究院 北京 100029;
3. 郑州中科集成电路与系统应用研究院北斗 PNT 技术研究中心 郑州 450001)

摘 要:针对多机器人在间歇性观测或无绝对观测环境下的分布式协同导航问题,提出了一种基于标签伯努利滤波技术的多机器人随机组网协同导航算法(GS-EPF-LMB)。该算法通过时间更新、观测更新和显示通信 3 种状态更新策略,利用随机有限集对状态和观测进行建模,并生成标签化的多伯努利粒子。为了提高算法的一致性和定位精度,基于标签多伯努利粒子耦合相对观测和绝对观测,采用粒子滤波器优化带有标签的粒子状态,并利用历史信息对状态估计进行约束。此外,利用概率数据关联实现导航系统状态估计,并通过分层高斯模型和变分贝叶斯方法实现全局最优状态估计。实验结果表明,算法的定位精度达到 0.11 m,相较于全局状态-协方差交(GS-CI)算法,定位状态协方差收敛性提高了 48.6%,精度提高了 11%。

关键词: 多机器人;协同导航;标签化伯努利滤波器;显示通信;随机组网

中图分类号: TP391.4 TH39 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 520.60

Cooperative navigation algorithm for multi-robot stochastic networking based on labelled Bernoulli filtering

Chen Hongmei¹, Wang Haifeng¹, Ye Wen², Zhang Xiaonan³

(1. School of Electrical Engineering, Henan University of Technology, Zhengzhou 450001, China;
2. National Institute of Metrology, China, Beijing 100029, China; 3. BEIDOU PNT Technology and Application,
Zhengzhou Zhongke Institute of Integrated Circuit and System Application, Zhengzhou 450001, China)

Abstract: In this paper, a stochastic networking algorithm based on global state extended kalman-based particle filter on labeled multi-Bernoulli (GS-EPF-LMB) is proposed for distributed cooperative navigation of multiple robots in intermittent observation or no absolute observation environments. The algorithm models the states and observations using random finite sets and generates labeled multi-Bernoulli particles through three state update strategies: time update, observation update, and display communication. To improve the consistency and localization accuracy of the algorithm, this paper couples relative and absolute observations based on labeled multi-Bernoulli particles, using particle filters to optimize the labeled particle states and constrain state estimation with historical information. In addition, it employs probabilistic data correlation for navigation system state estimation and uses a hierarchical Gaussian model combined with variational Bayesian methods to achieve globally optimal state estimation. The experimental results show that the proposed algorithm achieves a localization accuracy of 0.11 m. The convergence of localization state covariance is improved by 48.6% and the accuracy is increased by 11% compared with the GS-CI algorithm.

Keywords: multi-robot; cooperative navigation; labeled bernoulli filter; explicit communication; random networking

收稿日期:2023-01-05 Received Date: 2023-01-05

* 基金项目:国家自然科学基金(U1804161,61901431)、中国博士后科学基金(2020M670413,2020T130625)、河南省科技攻关(222102210269)、河南省科协海智计划、河南工业大学青年骨干教师培育计划(21420169)、河南工业大学自科创新基金支持计划(2021ZKCJ07)项目资助

0 引 言

定位是移动机器人最基本的任务之一^[1]。在多个机器人进行作业时,协同导航的形式已经被证明可以提供比单个机器人更高的精度,且鲁棒性更好^[2],例如在无人机编队^[3]、快速搜寻营救^[4]以及区域监控^[5]、国防军事^[6]任务中有广泛应用。机器人系统在执行任务时对于机器人位置和姿态信息的精确估计至关重要。对于环境良好和有持续观测的环境较容易达到高精度的定位,例如全球导航卫星系统(global navigation satellite system, GNSS)、里程计全程可用,通过积分运算可以精确估计位姿。但是在间歇性观测或无绝对观测环境下,对于多机器人系统实现位姿的精确估计仍然是一个关键问题^[7]。

随着导航技术的发展,使用机器人机载测量值和通信的共享数据协同定位(cooperative localization, CL)成为一种主流的导航方式,机器人间的相对观测逐渐被重视起来,文献[8-9]在机器人解算的绝对定位信息基础上,将自身信息传递给友邻机器人,使得在一些缺失或者没有绝对观测的复杂环境下机器人系统也能够精确定位,机器人之间的通信仍然是作为一个辅助的方式。在协同导航中,每个机器人要求配置自身传感器和外部传感器进行精确定位。自身传感器主要是用于敏感机器人的自身运动情况,比如陀螺仪加表或里程仪等主动感知的传感器;外部传感器主要是提供机器人的绝对观测和相对观测信息。此外,机器人能够通过无线模块将自身姿态信息共享给友邻机器人。该方法通过信息交换和相对观测,将某些成员获得的精确绝对定位信息传递给其他成员,提高多机器人系统的定位精度^[10-11]。目前多机器人协同导航主要分为集中式和分布式两个架构,其中具有代表性的是基于扩展卡尔曼的集中式协同导航(extended kalman-based centralized collaborative localization, CCL-EKF)和基于扩展卡尔曼的分布式协同导航(extended Kalman-based distributed collaborative localization, DCL-EKF),统称为基于扩展卡尔曼的协同导航(Extended Kalman-based collaborative Localization, CL-EKF)。

集中式协同 CCL-EKF^[12-13]方法,以紧耦合的方式实现了小规模的最佳解决方案。然而,这些方法存在一些主要缺点,例如在单点故障时容错性差、计算量大。在相同的模型下,文献[14]提出了一种部分分散式方案(partially decentralized implementation, PDI)主要用于处理对抗通信故障中信息中断的定位。然而,在整个架构中仍需要一个负责信息交换的中央处理单元(CPU)。为了提高 CCL-EKF 方法的定位性能,出现了一些分布式与集中式等价(distributed centralized-equivalent collaborative localization,

DCECL)的协同导航算法^[10,15]。Roumeliotis 等^[10]第 1 次提出了 DCECL 方法,其中将任意两个机器人的协方差互相关分解为两个半互相关,由两个机器人保持并更新两个半互相关协方差,每个机器人分别以分布式的方式实现时间更新。当时间更新频率大于观测更新频率时,DCECL 方法可以节省通信和计算。然而,它仍然需要所有机器人之间的全局通信。为了进一步缓解通信要求,Kia 等^[15]提出了一种改进的 DCECL 方法,通过引入新的中间局部变量来实现 EKF 的分散定位。虽然该方法只要求与相邻的机器人成员进行局部通信,但它增加了一个额外的约束,即多机器人系统在每一个时间步中都需要有一个带有生成树的通信图,这限制了多机器人系统协同导航的范围。

DCL-EKF 方法作为 CL-EKF 方法的一种比较流行的替代方法,可以解决 CCL-EKF 方法中存在的问题,将每个机器人作为一个局部融合中心,以分布式的方式实现 CL。然而,DCL-EKF 方法存在一个重复计算问题,它将相关的姿态估计视为互不相关,并重复使用共享的观测值,从而导致所有机器人的姿态估计不一致。协方差相交(covariance intersection, CI)是解决这个问题的标准技术,文献[16]使用该技术用于数据融合,每个车辆保持已分解组状态的估计,并且该估计与相邻车辆共享,即使面对未知程度的估计间相关性,也能产生一致的估计。基于 CI 技术的 DCL-EKF 方法^[17]被提出,DCL-EKF-CI 方法虽然能保证估计的一致性,但由于观测噪声方差的膨胀,使得估计的位姿误差协方差矩阵过大,导致估计精度较差。另一个解决重复计算问题的策略是采用估计互相关协方差方法,Zhu 等^[18]提出了一种改进的 DCL-EKF-CI 方法,估计和补偿了未知的互相关协方差。另一方面,Luft 等^[19]提出了一种递归的 DCL-EKF(RDCL-EKF)方法,将每个互相关协方差分解为两个半互相关协方差,每个机器人递归估计自己的位姿和友邻机器人的半互相关协方差,该方法具有更高的精度和更小的计算量,但是状态估计一致性较差。文献[20]提出了全局状态-协方差交(global state-covariance intersection, GS-CI)多机器人协作定位算法,该算法将观测和通信模块分别独立建模,并利用 CI 保证了算法的一致性,但是在缺失或者没有绝对观测的复杂环境下采用通信模式,利用前一时刻友邻机器人的状态进行加权求和更新状态,没有考虑历史观测信息使得估计精度较差。

综合考虑,本文针对多机器人系统位姿估计中的交互信息冗余、一致性差、精度低等问题,提出了一种基于标签伯努利滤波技术的多机器人随机组网协同导航(global state extended Kalman-based particle filter on labeled muti-Bernoulli, GS-EPF-LMB),该方法同时估计机器人位姿、绝对和相对观测噪声协方差矩阵。对于每个

机器人,在构造的分层高斯模型下,其位姿和观测噪声协方差矩阵的后验概率密度函数相互耦合,因此采用变分贝叶斯(variable Bayesian, VB)方法获得近似的联合估计。针对多机器人随机组网时平台个数不确定性,将平台状态建立随机有限集合(random finite set, RFS),并构造标签化的多伯努利(labeled muti-Bernoulli, LMB)滤波器,将两种观测进行耦合,并考虑机器人的历史观测信息,同时采用CI实现概率数据关联,进而估计导航系统状态,减少交互信息的冗余并保证了估计姿态严格一致。将EKF算法的标定值作为粒子滤波(particle filter, PF)的先验值,构造LMB的随机有限集合,进而利用PF算法估计机器人的运动学参数,提高定位精度。此外,本文算法的通信模式与GS-CI方法^[20]保持一致,使得观测和通信两种模型可以独立进行状态更新,进而实现定位估计。

1 多机器人系统模型

本文考虑了一群在二维空间移动的同构/异构的多机器人和已知位置信息的地标系统,通过多机器人自身信息自适应选择导航方式,其中包括时间更新、绝对观测、相对观测和通信4个相互独立的导航机制。将机器人索引定义为 $\Omega = \{1, 2, \dots, N\}$,地标定义为 Δ ,并满足 $\Omega^* = \Omega \cup \{\Delta\}$ 。每个移动机器人都安装本体传感器(里程计或惯性导航单元)和外部传感器(相机、雷达或UWB),其中本体传感器用于敏感机器人自身运动,外部传感器主要用于对地标的绝对观测和其他机器人的相对观测,其状态更新采用EKF策略。将 t 时刻对于机器人 i 的状态信息定义为 $s_t^i = [x_t^i, y_t^i, \theta_t^i]^T$,则整个系统的机器人状态表示为 $s_t = [s_{1,t}^T, s_{2,t}^T, \dots, s_{N,t}^T]^T$ 。此外,在系统对机器人状态更新中,每个机器人 i 的位姿估计值表示为 $\hat{s}_t^i$,其协方差表示为 $\Sigma_{s^i,t}$ 。

1.1 运动传播模型

运动模型描述了里程计敏感机器人的空间位移。虽然该框架并不局限于任何特定的模型,本文中里程计敏感机器人线速度 v_t^i 和角速度 w_t^i ,设 Δt 为两个连续观测点之间的时间间隔, $[x_t, y_t]^T$ 表示机器人位置, θ_t 表示机器人的姿态,机器人 i 的非线性离散时间运动模型为:

$$s_{t+1}^i = f_i(s_t^i, v_t^i, w_t^i) = \begin{bmatrix} x_t^i + v_t^i \Delta t \cos(\theta_t^i) \\ y_t^i + v_t^i \Delta t \sin(\theta_t^i) \\ \theta_t^i + w_t^i \Delta t \end{bmatrix} \quad (1)$$

在状态更新时,若假设每个机器人的运动模型中速度不相关,则运动传播的协方差更新为:

$$\Sigma_{s^i,t+1} = \Sigma_{s^i,t} + \Sigma_{q_i} = \Sigma_{s^i,t} + \text{Diag}(\Sigma_{u_1}, \dots, \Sigma_{u_N}) \quad (2)$$

式中: $\Sigma_{s^i,t}$ 表示 t 时刻状态协方差; Σ_{q_i} 表示过程噪声协方差; Σ_{u_i} 取决于所有机器人 j 的速度输入 v_j 。

对于机器人 i ,线速度输入 v_i 受零均值高斯随机变量噪声 n_v 干扰,且协方差为 $\sigma_{n_v}^2$ 。机器人 t 时刻的姿态为 θ_t^i ,对运动模型线性化^[21],在估计状态中先不考虑 θ_t^i , $s_{t+1}^i = [x_{t+1}^i, y_{t+1}^i]^T$ 表示机器人的绝对坐标系位置。对式(1)线性化处理,机器人 i 的运动方程简化为:

$$\hat{s}_{t+1}^i \approx \begin{bmatrix} \hat{x}_t^i \\ \hat{y}_t^i \end{bmatrix} + \Delta t \begin{bmatrix} \cos \theta_t^i & -v_i \sin \theta_t^i \\ \sin \theta_t^i & v_i \cos \theta_t^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_v \\ \tilde{\theta}_t^i \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中,姿态估计的误差模型 $\tilde{\theta}_t^i = \theta_t^i - \hat{\theta}_t^i$ 是由一个零均值的高斯随机变量构成,方差 $\sigma_{\tilde{\theta}_t^i}^2 = E[(\tilde{\theta}_t^i)^2]$ 的边界值为 $\sigma_{\theta_t^i}^2$ 。其协方差矩阵 Σ_{u_i} 的增量为:

$$\Sigma_{u_i} = (\Delta t)^2 C(\theta_t^i) \begin{bmatrix} \sigma_{n_v}^2 & 0 \\ 0 & v_i^2 \sigma_{\theta_t^i}^2 \end{bmatrix} C^T(\theta_t^i) \quad (4)$$

式中: $C(\theta_t^i)$ 是包含角度参数 θ 的旋转矩阵。

当里程仪线速度的不可用时,将里程仪速度建模为一个高斯随机变量 v_i ,上界为 $v_{\max}$,其方差 σ_v^2 ,满足 $\sigma_{n_v}^2 < \sigma_v^2$ 。当速度的精确值未知时,可以通过式(5)得到协方差增量的上限。

$$\Sigma_{u_j} = (\Delta t)^2 \max(\sigma_v^2, v_{\max}^2 \sigma_{\theta_t^i}^2) I_2, \quad j \neq i \quad (5)$$

式中: I_n 是 $n \times n$ 的单位矩阵。

1.2 观测更新模型

观测信息源有绝对观测和相对观测两种,其中相对位置观测包括相对姿态 ϕ 观测和相对距离 d 观测。由此,机器人 i 观测到机器人 j (相对观测)、机器人 i 观测到地标(绝对观测),其相对位置为:

$$o_{ij} = C^T(\theta_t^i) \left(\begin{bmatrix} x_t^j \\ y_t^j \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_t^i \\ y_t^i \end{bmatrix} \right) \quad (6)$$

在大多数情况下,相对位置通过相机、雷达、UWB等外部传感器观测得到,观测量通常用相对距离 d_{ij} 和相对姿态 ϕ_{ij} 关系表示二维坐标系的相对位置。因此,相对位置为:

$$o_{ij} = d_{ij} \begin{bmatrix} \cos \phi_{ij} \\ \sin \phi_{ij} \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中: o_{ij} 表示机器人 i 和 j 之间的观测量。观测估计误差定义为 $\tilde{o}_{ij} = o_{ij} - \hat{o}_{ij}$,由此根据式(6)可近似为:

$$\tilde{o}_{ij} \approx H_{o_{ij}} \tilde{s} + C^T(\tilde{\theta}_i) J H_{ij} \tilde{s}_i \tilde{\theta}_i + n_{o_{ij}} \quad (8)$$

式中: $\tilde{s}$ 为位置估计误差; $\tilde{\theta}_i$ 为姿态估计误差; $n_{o_{ij}}$ 为观测

噪声; $H_{o_{ij}} = C^T(\theta_i) H_{ij}$; $J = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ 。

根据机器人的相对观测信息计算 H 阵,当机器人 i 观测到机器人 j 即观测对象为机器人 j 时, H_{ij} 为:

$$H_{ij} = [0_{2 \times 2} \cdots \underbrace{-I_2}_{i} \cdots \underbrace{I_2}_{j} \cdots 0_{2 \times 2}]_{2 \times 2N} \quad (9)$$

当观测目标为地标 Δ 时,将下标 j 换成 Δ , $H_{i\Delta}$ 为:

$$H_{i\Delta} = [0_{2 \times 2} \cdots \underbrace{-I_2}_{2 \times 2} \cdots 0_{2 \times 2}]_{2 \times 2N} \quad (10)$$

式(7)用传感器的测距和测角关系表示的二维平面的位置作为观测量,其观测噪声 $\mathbf{n}_{o_{ij}}$ 为:

$$\mathbf{n}_{o_{ij}} = \begin{bmatrix} \cos \phi_{ij} & -d_{ij} \sin \phi_{ij} \\ \sin \phi_{ij} & d_{ij} \cos \phi_{ij} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{d}_i \\ \tilde{\phi}_i \end{bmatrix} \quad (11)$$

其观测噪声方差表示为 $\mathbf{R}_{o_{ij}}$ 。根据(8)得观测估计误差 $\tilde{\mathbf{o}}_{ij}$ 的协方差为:

$$\mathbf{\Sigma}_{o_{ij}} = \mathbf{E}[\tilde{\mathbf{o}}_{ij} \times \tilde{\mathbf{o}}_{ij}^T] = \mathbf{H}_{o_{ij}} \mathbf{\Sigma}_{s,i} \mathbf{H}_{o_{ij}}^T + \mathbf{R}_{\theta_{ij}} + \mathbf{R}_{o_{ij}} \quad (12)$$

其中, $\mathbf{R}_{\theta_{ij}} = \mathbf{G}_{ij} \sigma_{\theta_i}^2 \mathbf{G}_{ij}^T$, $\mathbf{G}_{ij} = \mathbf{C}^T(\hat{\theta}_i) \mathbf{J} \mathbf{H}_{ij} \hat{\mathbf{s}}_i$ 。

在实际工程中,机器人可以同时观察多个目标机器人,因此需要将观测量关联起来。定义一个观测拓扑结构,在同一观测更新过程中同时处理多个观测量。首先将观测拓扑 $\mathcal{O}_{i,t} = \{\Omega^*, \mathbf{E}_{\mathcal{O}_{i,t}}\}$ 定义为一个有向图,其边 $(i,j) \in \mathcal{O}_{i,t}$ 。为更直观表达,将机器人 i 所观察到的对象的索引集表示为 $\mathbf{O}_{i,t}^* = \{j \in \Omega^* | (i,j) \in \mathbf{E}_{\mathcal{O}_{i,t}}\}$,并满足 $\mathbf{O}_{i,t} = \mathbf{O}_{i,t}^* \cap \Omega$ 。综合观测结果的叠加向量为:

$$\mathbf{o}_i = [\mathbf{o}_{ij}]_{j \in \mathbf{O}_{i,t}^*} = [\mathbf{o}_{ij_1}^T, \dots, \mathbf{o}_{ij_k}^T]^T, j_1, \dots, j_k \in \mathbf{O}_{i,t}^* \quad (13)$$

通过分离状态误差和其余项,观测误差 $\tilde{\mathbf{o}}_i$ 的方差表示为 $\mathbf{\Sigma}_{o_{ij}} = \mathbf{H}_{o_i} \mathbf{\Sigma}_{s,i} \mathbf{H}_{o_i}^T + \mathbf{\Sigma}_{r_i}$,其中 $\mathbf{H}_{o_i} = [\mathbf{H}_{o_{ij}}]_{j \in \mathbf{O}_{i,t}^*}$ 。同理相对观测时,观测协方差表示为 $\mathbf{\Sigma}_{r_i} = \mathbf{G}_i \sigma_{\theta_i}^2 \mathbf{G}_i^T + \text{Diag}(\mathbf{R}_{o_{ij}})$,其中 $\mathbf{G}_i = [\mathbf{G}_{ij}]_{j \in \mathbf{O}_{i,t}^*}$ 。

机器人 i 的系统模型和观测模型可表示为:

$$\begin{cases} \mathbf{s}_{t+1}^i = \mathbf{f}_t^i(\mathbf{s}_t^i, \mathbf{n}_v) \\ \mathbf{o}_{t+1}^i = \mathbf{h}_{t+1}^i(\mathbf{s}_{t+1}^i, \mathbf{s}_{t+1}^j) + \mathbf{n}_{o_{ij}} \end{cases} \quad (14)$$

式中: $\mathbf{f}(\cdot)$ 和 $\mathbf{h}(\cdot)$ 分别是系统状态函数和观测函数。

1.3 通信模块

在本体传感器和外部传感器都失效时,机器人没有信息源,所以无法通过运动或观测来更新自身的位姿,这时需要借助通信模型来更新位姿,通信模式下消息传递情况,如图 1 所示。

图 1 中,三角表示在某时刻没有信息源的机器人 i ,通过通信半径 R 判断可以通信的成员 j 。机器人 i 可以通过机器人 j 发送估计信息来更新自身位置,其中机器人 j 发送自身的状态 $\hat{\mathbf{s}}_j^i$ 和协方差 $\mathbf{\Sigma}_{s,j}^i$ 。

但在实际工程中,机器人的状态估计 $\hat{\mathbf{s}}^i$ 和 $\hat{\mathbf{s}}^j$ 的相关性是未知的,因此融合估计是困难的。如果忽视了两者的融合估计之间的相关性,那么将导致过度收敛问题。因此,本文采用 CI 融合估计,在假设两者估计之间存在相关性的前提下,保证估计的一致性。一致估计是一种保持均值的同时保守处理协方差矩阵的估计方法。设估计 $\mathbf{z}$ 是一个均值为 $\mathbf{E}[\mathbf{z}] = \bar{\mathbf{z}}$ 和方差为 $\mathbf{\Sigma}_{\mathbf{z}}$ 的高斯随机向量。

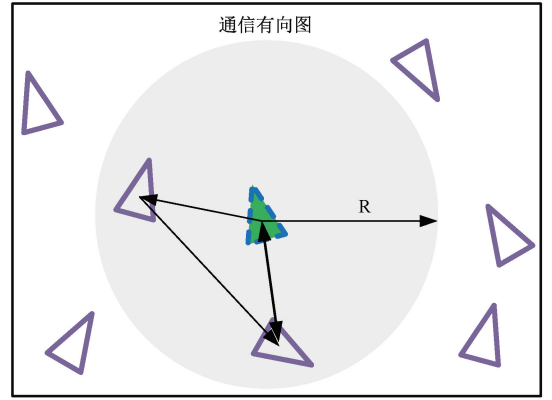


图 1 通信有向图示意

Fig. 1 The diagram of communication direction

如果 $\mathbf{E}[\mathbf{z}] = \bar{\mathbf{z}}$ 且 $\mathbf{\Sigma}_{\mathbf{z}} \geq \mathbf{\Sigma}_{\mathbf{z}}$,那么这对估计 $(\hat{\mathbf{z}}, \mathbf{\Sigma}_{\mathbf{z}})$ 被称为一致估计。

同时用观测更新来定义通信拓扑, $\mathfrak{S}_{i,t} = \{\Omega^*, \mathbf{E}_{\mathfrak{S}_{i,t}}\}$ 作为一个有向图,其边为 $(j,i) \in \mathbf{E}_{\mathfrak{S}_{i,t}}$,表示 t 时刻机器人 j 将自身信息发送给 i 。此外,通信信息源的索引集为 $\mathbf{C}_{i,t} = \{j \in \Omega | (j,i) \in \mathbf{E}_{\mathfrak{S}_{i,t}}\}$ 。采用 CI 可以得到了机器人 i 在接收 $j \in \mathbf{C}_{i,t}$ 信息时的更新方程,向机器人 i 发送信息的机器人的索引集,通过式(15)更新自身位姿和协方差。

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{s}}_{t+1}^i &= \mathbf{\Sigma}_{s,i,t+1}^{-1} \times \left[c_0 \mathbf{\Sigma}_{s,i,t}^{-1} \hat{\mathbf{s}}_t^i + \sum_{j \in \mathbf{C}_{i,t}} c_j \mathbf{\Sigma}_{s,j,t}^{-1} \hat{\mathbf{s}}_t^j \right] \\ \mathbf{\Sigma}_{s,i,t+1}^{-1} &= c_0 \mathbf{\Sigma}_{s,i,t}^{-1} + \sum_{j \in \mathbf{C}_{i,t}} c_j \mathbf{\Sigma}_{s,j,t}^{-1} \end{aligned} \quad (15)$$

式中:系数 $\{c_0, c_j, j \in \mathbf{C}_{i,t}\}$ 是非负且和为 1,通过最小化 $\det(\mathbf{\Sigma}_{s,i,t+1}^{-1})$ 或 $\text{tr}(\mathbf{\Sigma}_{s,i,t+1}^{-1})$ 实现系数值分配。上脚标 i 可以省略。在实际操作过程中,由于 c_0 和 c_j 的参数是经验值设定,对于多机器人协同系统来说,组合参数的逆较大,导致结果过保守;此外,更新策略只涉及上一时刻的状态信息,估计结果难以避免奇异值,使得系统缺乏泛化性能。本文采用带标签的伯努利耦合观测更新,耦合目标-观测关联历史记录,使得协方差收敛性更好,避免奇异值。

2 带标签伯努利耦合观测更新

本文针对多机器人协同导航系统的状态变量和观测信息采用带标签的多伯努利^[22-23]随机有限集建模,耦合相对观测和绝对观测,并考虑机器人的历史观测信息。每个 LMB-RFS 分量用存在概率表示目标-观测关联历史记录,将相对观测和绝对观测融合,采取粒子形式实现状态估计和机器人本体的存在概率估计更新,使得 LMB 滤波精确且以高计算效率逼近最优状态。

2.1 带标签的随机有限集

RFS 是一个随机变量有限值映射集合,其中每个元素表示机器人的状态估计。引入标记 RFS 类,以便在 RFS 框架内估计载体的状态,对于多机器人运动平台建立 RFS 如式下:

$$X_t = \{x_t^{1,l}, \dots, x_t^{n,l}\} \quad (16)$$

式中:每个元素 $x_t^{n,l}$ 在空间 $\mathbf{R} \times \mathbf{L}$ 上,其中 $\mathbf{R}$ 和 $\mathbf{L}$ 分别表示状态空间和带标签的离散空间,并 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}, l \in \mathbf{L}$; 同理,对于多机器人平台的绝对观测和相对观测有限集合为:

$$\mathbf{o}_t^* = \{o_t^1, \dots, o_t^n\} \quad (17)$$

式中: * 表示不固定组网标签;每个观测元素 $o_t^n \in \mathbf{R}$, 其中 $\mathbf{R}$ 表示一个向量域; $n \in \{1, \dots, M_l\}$ 表示观测索引值。

2.2 带标签的多伯努利随机有限集

伯努利 RFS 以一种直观的方式表示单个对象存在的不确定性。参数 r 表示机器人的存在概率, $s(x)$ 表示该机器人的状态变量,与前文一致简写为 s ; X 为空集的概率为 $1-r$ 。因此,伯努利 RFS 的概率密度为:

$$\pi(X) = \begin{cases} 1 - r^l, & X = \emptyset \\ r^l \times s^l(x), & X = \{x\} \end{cases} \quad (18)$$

式中: X 是 M 个独立多伯努利随机有限集 X^i 的并集,例如 $X = \cup_{i=1}^M X^i$, 多伯努利 RFS 由参数集 $\{r^l, s^l\}_{l=1}^M$ 定义。通过参数集 $\pi = \{r^l, s^l\}_{l \in \mathbf{L}}$ 给出了一个状态空间为 X , 标签空间为 $\mathbf{L}$ 的 LMB-RFS。 t 时刻不固定的群组内带标签的多运动平台的伯努利 RFS 为:

$$X_t^* = \{(r_t^l, s^l(x_t^1)), ((r_t^l, s^l(x_t^2))), \dots, ((r_t^l, s^l(x_t^n)))\}, l \in \mathbf{L}_t^* \quad (19)$$

式中: * 是进行组网的不固定的群组标记符号。

2.3 PF 算法

PF 算法可以很好地解决非高斯噪声和高度非线性问题^[24], 基于此,本文提出 LMB 对机器人状态进行粒子化,将 EKF 算法的标定值作为 PF 算法的先验值,进而利用 PF 算法估计机器人的状态为 LMB 提供可靠的先验值,其算法步骤如下。

1) 初始化, $t=0$ 。从初始先验分布 $p(s_0)$ 中进行 N_p 个粒子的抽样,即 $s_0^i \sim p(s_0)$ 。根据 EKF 的标定值来生成先验粒子,并利用观测方程生成观测量,如式(20)。

$$\begin{aligned} s_{pre}^{i,j} &= \hat{s}_{t+1}^i + \sqrt{\hat{\Sigma}_{t+1}^i} \times randn^j \\ \mathbf{o}_{pre}^{i,j} &= \mathbf{h}(s_{pre}^{i,j}) \quad j = 1, 2, \dots, N_p \end{aligned} \quad (20)$$

2) 加权粒子的预测、采样。利用扩展卡尔曼滤波的标定值对粒子进行更新, $s_{pre}^{i,j}$ 代入 s_t^i 并且 $\mathbf{o}_{pre}^{i,j}$ 代入 $\mathbf{o}_{t+1}^i$, 如式(21)。

$$\begin{cases} \hat{s}_{t+1}^i | t = f(s_t^i) \\ \Sigma_{s,t+1}^i | t = F_{t+1}^i \Sigma_{s,t}^i F_{t+1}^{iT} + Q_{t+1} \\ K_{t+1}^i = \Sigma_{s,t+1}^i | t H_{t+1}^{iT} (R_{t+1} + H_{t+1}^i \Sigma_{s,t+1}^i | t H_{t+1}^{iT})^{-1} \\ \hat{s}_{t+1}^i = \hat{s}_{t+1}^i | t + K_{t+1}^i (\mathbf{o}_{t+1}^i - H_{t+1}^i \times \hat{s}_{t+1}^i | t)^{-1} \\ \hat{\Sigma}_{t+1}^i = \Sigma_{s,t+1}^i | t - K_{t+1}^i H_{t+1}^i \Sigma_{s,t+1}^i | t \end{cases} \quad (21)$$

3) 粒子权值计算。利用式(22)对 N_p 个粒子进行对应权值计算,并通过式(23)对 N_p 个粒子相应的权值进行归一化,最后将 $t+1$ 时刻粒子和权值记为

$$\omega_{t+1}^{i,j} = \omega_t^{i,j} \frac{p(\mathbf{o}_{t+1}^i | s_t^i) p(s_{t+1}^i | s_t^i)}{q(s_{t+1}^i | s_{0:t}^i, \mathbf{o}_{1:t+1}^i)} \quad (22)$$

$$\tilde{\omega}_{t+1}^{i,j} = \frac{\omega_{t+1}^{i,j}}{\sum_{j=1}^{N_p} \omega_{t+1}^{i,j}} \quad (23)$$

4) 通过重采样,计算重采样的粒子和权值

$\{s_{0:t+1}^{i'}, \tilde{\omega}_{t+1}^{i'}\}_{i'=1}^{N_p}$, 利用式(24) 计算状态变量的优化估计 $\hat{s}_{t+1}^i$ 。

$$\hat{s}_{t+1}^i = \sum_{i'=1}^{N_p} s_{t+1}^{i'} \tilde{\omega}_{t+1}^{i'} \quad (24)$$

5) 将步骤4)重采样后的粒子 $\hat{s}_{t+1}^i = \{s_{t+1}^{i'}, \tilde{\omega}_{t+1}^{i'}\}$ 和步骤2) 解算的方差矩阵 $\hat{\Sigma}_{t+1}^i = (\Sigma_{1:t}^i, \hat{\Sigma}_{t+1}^i)$, 作为 LMB 预测步骤的初始值。

EKF 标定值作为 PF 的先验值,得到优化的状态估计和协方差估计;优化后的状态降低了位置估计的不确定性,同时,优化后的方差为 LMB 关联概率提供可靠参数依据,增强了相对和绝对观测的耦合程度。

2.4 LMB 预测和关联权重更新

首先,通过相机检测范围设定概率阈值 PG 概率,筛选出新加入的组网群机器人信息。

$$P_{non} > P_G \quad (25)$$

式中: P_{non} 表示当前机器人的观测与已组网机器人无关联的概率。当式(25)成立时,表明该粒子状态对应的量测不是由已组网的运动平台产生,是通过新加入(也称为新生成)的组网成员产生。

随后结合机器人的观测,通过似然函数将 LMB-RFS 运动平台状态进行粒子化处理,生成多运动平台的粒子状态、粒子权重以及运动平台组网概率等相关参数,具体为:

$$\begin{cases} \omega_p^l = \frac{1}{N_p} \\ x^l = K(o) \quad l \in \mathbf{L}_k^* \\ r^l = \frac{\mu_B}{M} P_{non}^l \end{cases} \quad (26)$$

式中: N_p 表示粒子个数; x^l 表示粒子状态; $K(\cdot)$ 表示似然函数; ω_p^l 表示粒子的权重; r^l 表示运动平台的组网概率; μ_B 表示新增的组网平台概率均值; M 表示观测个数。

新生成的对象标签空间和现有对象的标签空间是互补关系, 满足 $B \cap L = \emptyset$ 。非固定的群组分为已组网运动平台多伯努利 RFS (以 S 作为标记) 和新增的组网平台多伯努利 RFS (以 B 作为标记), 即:

$$X_{t+1}^* = X_t^{S*} \cup X_{t+1}^{B*} \quad (27)$$

式中: 上标 S 表示上一时刻 $t-1$ 在组网群, 下一时刻 t 也在组网群中的机器人; X_t^{S*} 表示不固定群组中已组网机器人多伯努利 RFS 集, $\{(r_{S,t}^l, s_{S,t}^l(x_t))\}_{l \in L_t^{S*}}$ 为对应伯努利数组; 上标 B 表示 t 时刻未在组网群, 下一时刻 $t+1$ 在组网群中的新成员, 即新添机器人组员; X_t^{B*} 表示新增组网机器人的多伯努利 RFS 集, 其伯努利数组为 $\{(r_{B,t}^l, s_{B,t}^l(x_t))\}_{l \in L_t^{B*}}$ 。已存在的成员保留了历史关键信息, 则其对应的标签集合域遵循如下规定:

$$\begin{cases} L_{t+1}^* = L_t^{S*} \cup L_{t+1}^{B*} \\ L_t^{S*} \cap L_{t+1}^{B*} = \emptyset \end{cases} \quad (28)$$

根据式 (18), LMB-RFS 的概率密度函数 (PDF) 为:

$$f(X^*) = \Delta(X^*) \prod_{l' \in L^*} (1 - r^{l'}) \prod_{x \in X^*} 1_{L^*}(l) r^l s^l(x^n) \quad (29)$$

$$\mathcal{L}(X^*) \triangleq \{l^{(1)}, l^{(2)}, \dots, l^{(n)}\} \quad (30)$$

$$\Delta(X^*) = \delta_{|X^*|}(|\mathcal{L}(X^*)|) \quad (31)$$

式中: l' 表示未参与组网标记的标签; $1_{L^*}(l)$ 为包含函数, 当 $l \in L^*$ 时为 1, 否则为 0; $\mathcal{L}(X^*)$ 表示 LMB-RFS 的机器人标签集合; δ 表示克罗内克函数, 由于标记的 RFS 基数分布与未标记 RFS 的基数分布相同, 因此 $\delta_{|X^*|}$ 角标 $|X^*| = (|\mathcal{L}(X^*)|)$ 表示同一标签, 当 X^* 中的标签相互独立时 $\Delta(X^*) = 1$, 否则为 0。

新组网平台进行粒子滤波的时间更新:

$$f(X_{t+1}^* | o_t^*) = f(X_t^* | o_t^*, W_t^*) \quad (32)$$

式中: W_t^* 表示 t 时刻组网机器人的噪声集合, 其包括测距噪声和方位噪声, 随后通过参数集 $\pi = \{r^l, s^l\}_{l \in L}$ 对存在概率、权重和关联权重更新。

$$\hat{r}_{t+1}^l = r_{t+1}^l \times P_S \quad (33)$$

$$\hat{\omega}_p^l = \omega_p^l \times \frac{1}{\sqrt{2\pi v_d v_\theta}} e^{-\frac{1}{2} \times \frac{\|o_{y_j(1)} - d_{ij}^l\|^2}{v_d^2}} \times e^{-\frac{1}{2} \times \frac{\|o_{y_j(2)} - \theta_{ij}^l\|^2}{v_\theta^2}} \quad (34)$$

$$\beta_{o_{ij}}^{(l,m)} = r_{t+1}^l \times \eta^{(l,m)} = r_{t+1}^l \times P_D \times \sum_{j=1}^{N_p} \hat{\omega}_p^l / \omega_{cul} \quad (35)$$

式中: $P_s(\cdot)$ 表示每个机器人在当前时刻的生存概率; $o_{ij}(1)$ 和 $o_{ij}(2)$ 分别表示机器人观测中的距离和方位信

息; d_{ij}^l 和 θ_{ij}^l 分别表示进行时间更新后标签为 l 的机器人粒子状态与友邻的相对距离和相对方位; v_d^2 和 v_θ^2 分别为测距噪声和方位的方差; P_D 表示检测概率, ω_{cul} 表示存在错误观测概率; N_p 表示粒子个数。

2.5 基于置信度传播的概率数据关联观测更新

采用基于因子图的置信传播算法计算边缘关联概率, 在关联权重更新后引入冗余变量, 其因子图模型如图 2 所示。

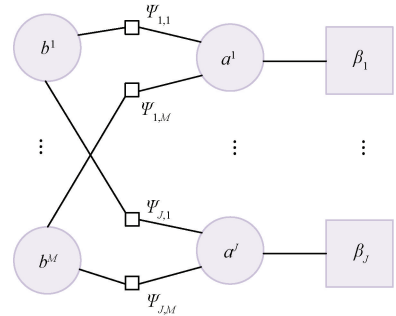


图2 引入冗余关联向量的因子图模型

Fig. 2 Factor graph model with the introduction of redundant association vectors

为了关联概率快速边缘化引入关联向量 a_{t+1} 和对应的相关变量 b_{t+1} , 其中包含元素 $b_{t+1}^m, m \in \{0, 1, \dots, M_k\}$ 。当 $b_{t+1}^l = l \in L_{t+1}^*$ 时, 表示存在与移动机器人相关的观测 m ; 当 $b_{t+1}^l = 0$ 时, 表示不存在与移动机器人相关的观测 m 。联合关联概率质量函数为:

$$p(a_{t+1}, b_{t+1}) \propto \Psi(a_{t+1}, b_{t+1}) \prod_{l \in L_{t+1}^*} \hat{\beta}_{t+1}^{(l, a_{t+1}^l)} \quad (36)$$

$$\Psi(a_{t+1}, b_{t+1}) = \prod_{l \in L_{t+1}^*} \prod_{m=1}^{M_k} \Psi_{l,m}(a_{t+1}^l, b_{t+1}^m) \quad (37)$$

当 $a_{t+1}^l = m, b_{t+1}^l \neq l$ 或者 $a_{t+1}^l \neq m, b_{t+1}^l = l$, 参数 $\Psi(a_{t+1}^l, b_{t+1}^m) = 0$, 否则为 1, 表示运动平台与观测集合完成匹配。引入冗余变量后的 LMB 协同导航系统的消息传递为:

$$\zeta_{t+1}^{l \rightarrow m} = \frac{\hat{\beta}_{t+1}^{(l,m)}}{\hat{\beta}_{t+1}^{(l,-1)} + \hat{\beta}_{t+1}^{(l,0)} + \sum_{\substack{m'=1 \\ m' \neq m}}^{M_k} \hat{\beta}_{t+1}^{(l,m')} V_{t+1}^{m' \rightarrow l}} \quad (38)$$

$$V_{t+1}^{m \rightarrow l} = \frac{1}{1 + \sum_{l' \in L_{t+1}^*} \zeta_{t+1}^{l' \rightarrow m}} \quad (39)$$

$$\hat{\beta}_{t+1}^{(l,-1)} = 1 - \hat{r}_{t+1}^l \quad (40)$$

$$\hat{\beta}_{t+1}^{(l,0)} = \hat{r}_{t+1}^l \times (1 - P_D) \quad (41)$$

$$\begin{aligned} P_{ass}^l &= P(a_{t+1}^l = m) = \\ &\begin{cases} \hat{\beta}_{t+1}^{(l,m)} / D_{t+1}^l, & m \in \{-1, 0\} \\ \hat{\beta}_{t+1}^{(l,m)} V_{t+1}^{m \rightarrow l} / D_{t+1}^l, & m \in \{1, \dots, M_k\} \end{cases} \end{aligned} \quad (42)$$

$$D_{t+1}^l = \hat{\beta}_{t+1}^{(l,-1)} + \hat{\beta}_{t+1}^{(l,0)} + \sum_{m'=1}^{M_k} \hat{\beta}_{t+1}^{(l,m')} V_{t+1}^{m'-l} \quad (43)$$

$$P_{non}^l = P(b_{t+1}^m = 0) = \frac{1}{1 + \sum_{l' \in L_{t+1}^*} \zeta_{t+1}^{l'-m}} \quad (44)$$

式中: P_{ass}^l 表示机器人平台间的关联概率, P_{non}^l 表示当前粒子状态对应的观测与运动平台无关联的概率, 式(44)为下一步迭代筛选冗余历史信息。

2.6 观测更新

基于消息传递的关联权重更新后,对相关的观测更新,即对组网机器人的组网概率和空间概率密度函数更新。

$$\hat{\omega}_{a_{t+1}}^{(l,j)} = \sum_{\substack{l \in L_{t+1}^* \cap \mathcal{L}(X_t^*) \\ m=0}}^{M_k} \hat{\beta}_t^{(l,m)} \times \hat{\omega}_{a_t}^{(l,j)}, m \in \{0, 1, \dots, M_k\} \quad (45)$$

$$\hat{\omega}_p^{(l)} = \frac{\hat{\omega}_{a_{t+1}}^{(l,j)}}{\sum_j \hat{\omega}_{a_{t+1}}^{(l,j)}} \quad (46)$$

$$\hat{l}_{t+1}^l = \sum \hat{\beta}_{t+1}^{(l,m)}, m \in \{0, 1, \dots, M_k\} \quad (47)$$

式中: $\hat{\omega}_{a_{t+1}}^{(l,j)}$ 表示观测与运动平台相关权重; $\hat{\omega}_p^{(l)}$ 表示更新后的粒子权重, $j = 1, \dots, N_p$ 表示粒子; $\hat{l}_{t+1}^l$ 表示存在概率或组网概率。

2.7 剪枝、重采样和状态估计

设定剪枝概率并筛选出具有高组网概率的粒子。

$$\hat{l}_{t+1}^l > P_{prune} \quad (48)$$

由于粒子滤波存在退化现象,故对更新后的粒子状态进行重采样,最后对所有运动平台进行状态更新。

$$x_{t+1}^l = \sum_{j=1}^{N_p} \hat{x}_{l+1(j)}^l \hat{\omega}_{p(j)}^{(l)} \quad (49)$$

式中: $\hat{x}_{l+1}^l$ 表示经过状态预测、粒子筛选、剪枝、重采样等操作的粒子状态,运动平台的状态空间分布 $\hat{s}^l(x_{t+1}^l) = x_{t+1}^l$, 为确保符号一致,统一使用 $\hat{s}_{t+1}^l$ 来表示多机器人的状态。

3 算法融合

3.1 分布式算法整体设计

本文算法总流程如图3所示,耦合了绝对观测和相对观测,保留时间更新、观测更新、通信更新3个独立的更新机制,增强系统的泛化性能;机器人获得观测信息后通过协同数据类型自适应选择更新方式,算法将同时更新机器人状态和协方差。

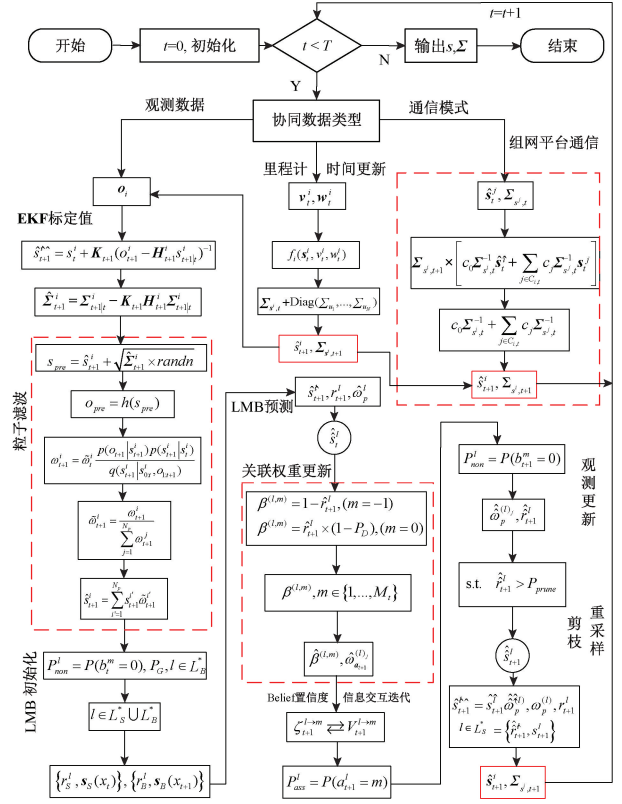


图3 融合算法流程

Fig. 3 Flow chart of fusion algorithm

3.2 算法评价指标

本文对算法的评价指标采用协同导航常用的两个指标,分别为定位误差和状态协方差估计误差。

定位误差,即状态均方根估计误差,表示估计位置相对 Vicon 相机给出的真值间差值,定义为:

$$\sqrt{\sum_{i=1}^N \|\hat{s}_t^i - s_t^i\|^2 / N} \quad (50)$$

式中: $\hat{s}$ 和 s 分别表示算法估计值和真实值。 N 是机器人平台的个数。状态协方差矩阵的迹反映机器人对其估计位置的不确定性,即协方差矩阵的收敛性,定义为:

$$\sqrt{\sum_{i=1}^N \text{tr}([\Sigma_s]_i) / N} \quad (51)$$

4 实验验证

利用多伦多大学航空航天研究所(UTIAS) Leung 等^[25] 提供的一个开源的多机器人协同定位和映射数据集来测试本文所提出的 GS-EPF-LMB 算法的性能。数据集是一个由9个独立数据组成的二维室内数据集,每个数据集包含多个机器人的里程计和单目相机的观测数据,以及由 Vicon 相机提供的位置地面真值数据。

每个机器人都配备有一个里程计和一个单目相机,

其中里程计用于观测每个机器人的线速度和角速度,输出频率为 67 Hz,单目相机获取机器人与地标或友邻机器人之间的距离 (range) 和方位观测值 (bearing)。所有移动机器人的地标参考位置和参考姿态由一个包含 10 个 100 Hz 的 Vicon 相机系统提供,其位置精度约为 1 mm。实验环境和设备情况,如图 4 所示。



图 4 实验场景和设备

Fig. 4 Experimental scenarios and equipment

实验采用 3 台机器人数据集,将改进的融合算法与同为分布式协同导航机制 GS-CI 算法^[20]进行对比;同时与基于集中式的扩展卡尔曼算法 (Centralized extended kalman filter, Cen-EKF) 对比,验证分布式较集中式算法在间歇测量环境下分布式架构的明显优势。

实验针对两个物理数据集分别解算了 60、120、180、240 s 这 4 个不同时段的数据,为了避免算法性能的偶然性,对每个周期都进行 5 次解算求其平均。图 5~7 所示分别为 3 种算法在数据集上 120 s 时段内的评估结果,实时描述了各个机器人的位姿估计和协方差估计情况。

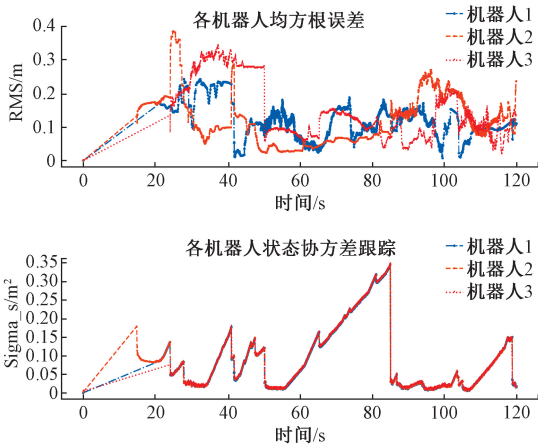


图 5 Cen-EKF 算法解算过程中各机器人评估结果

Fig. 5 Evaluation results of each robot during the solving process of the Cen-EKF algorithm

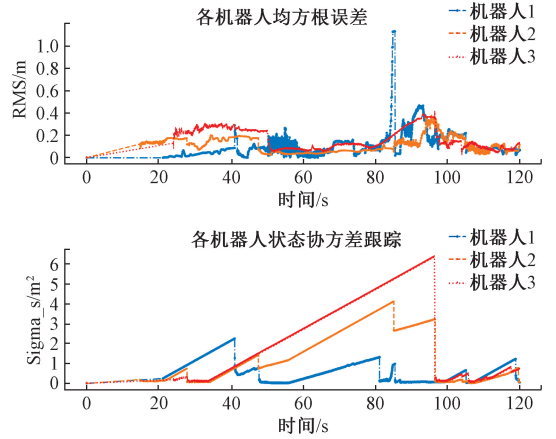


图 6 GS-CI 算法解算过程中各机器人评估结果

Fig. 6 Evaluation results of each robot during the solving process of the GS-CI algorithm

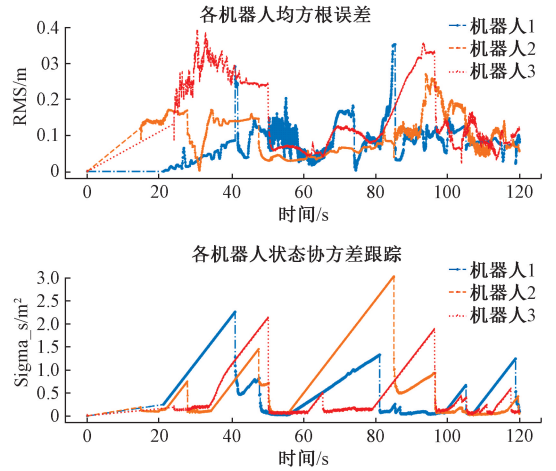


图 7 GS-EPF-LMB 算法解算过程中各机器人评估结果

Fig. 7 Evaluation results of each robot during the solving process of the GS-EPF-LMB algorithm

不同解算周期下定位精度如表 1 所示,本文设计的 GS-EPF-LMB 算法定位偏差保持在 0.11 m 内,较 GS-CI 分布式算法定位精度提高 10.5%;较集中式 Cen-EKF 算法精度提高 11.0%,由于本文测试环境存在间歇测量情况,集中式算法存在单点故障问题,导致算法整体容错性差、精度低。算法对比效果如图 8 所示。

协方差估计是衡量机器人位置估计不确定性的重要指标,经对比实验结果分析,GS-EPF-LMB 算法与 GS-CI 算法的协方差估计进行了比较,如图 9 所示。从图 9 可以看出本文算法相较于 GS-CI 算法在收敛性方面表现更为优越,提高 48.6%。

不同解算周期下算法解算时间的对比结果如表 2 所示。在 240 s 的解算周期下,相较于 GS-CI 算法,本文算

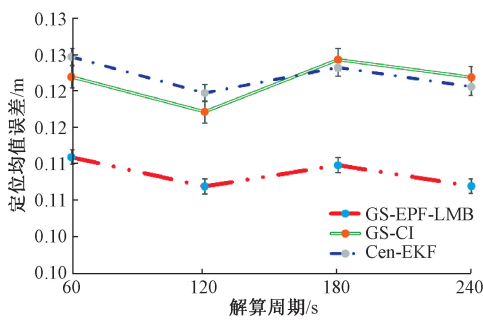


图 8 算法精度对比

Fig. 8 Comparison of algorithm accuracy

表 1 算法在不同时段下的定位精度

Table 1 Positioning accuracy of the algorithm at different time periods

Time/s	GS-EPF-LMB/m	GS-CI/m	Cen-EKF/m
60	0.110 9	0.121 9	0.124 7
120	0.106 9	0.117 1	0.119 7
180	0.109 8	0.124 3	0.123 2
240	0.107 0	0.121 9	0.120 6
均值	0.108 6	0.121 3	0.122 0

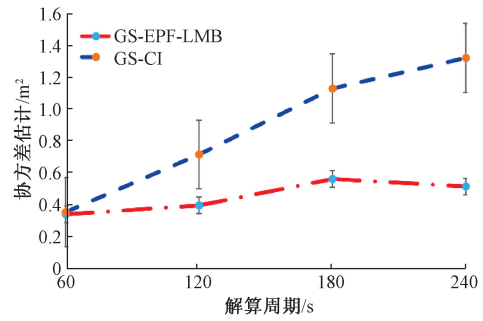


图 9 协方差估计

Fig. 9 Covariance estimation

表 2 算法在不同时段下解算速度

Table 2 Algorithm solving speed at different time periods

Time/s	GS-EPF-LMB/s	GS-CI/s	Cen-EKF/s
60	4.289 0	2.728 4	5.087 4
120	6.742 4	5.774 6	5.211 0
180	10.157 2	8.996 0	8.073 2
240	23.553 9	21.660 8	18.522 0

法保证状态协方差收敛性提高 48.6%和精度提高 11%的同时,仅增加 8.04%的时间开销。因此,本文算法在保持高性能的同时,能够更好地满足实际应用中的时间要求。

5 结 论

针对间歇观测或无绝对观测情况,本文提出了 GS-EPF-LMB 算法,建立时间更新、观测更新和显示通信互相独立的 3 个更新模块,通过 LMB 随机组网建立模型,对相对观测和绝对观测建立耦合关系,置信度传播算法估计最优的状态,解决信息冗余的同时,提高算法的一致性。此外,将 EKF 算法的标定值作为 PF 算法的先验值,进而利用 PF 算法和标签化多伯努利滤波技术对机器人状态和协方差进行二次估计,以提高算法精度。实验结果表明,相较于 GS-CI 算法,本文提出的算法在精度和一致性方面有显著提升,提高了多机器人协同导航系统的整体性能,为多机器人协同导航领域的研究和应用提供了有价值的参考。本文采用了多伦多大学航空航天研究所数据集进行验证,数据集提供了协同导航的传感器数据,需要结合协同感知技术,在实时性优化和环境兼容等拓展方面进一步探索和改进,以提升算法的实用性和适用性。

参考文献

[1] 杨傲雷,金宏宙,陈灵,等. 融合深度学习与粒子滤波的移动机器人重定位方法[J]. 仪器仪表学报, 2021, 42(7): 226-233.

YANG AO L, JIN H ZH, CHEN L, et al. Mobile robot relocalization method fusing deep learning and particle filtering[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021, 42(7): 226-233.

[2] HUNTSBERGER T L, TREBI-OLLENNU A, AGHAZARIAN H, et al. Distributed control of multi-robot systems engaged in tightly coupled tasks[J]. Robotics and Automation, 2004, 17(1): 79-92.

[3] 郭鹏军,张睿,高关根,等. 基于相对速度和位置辅助的无人机编队协同导航[J]. 上海交通大学学报, 2022, 56(11): 1438-1446.

GUO P J, ZHANG R, GAO G G, et al. Cooperative navigation of UAV formation based on relative velocity and position assistance[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2022, 56(11): 1438-1446.

[4] FENG Y, ZHU Z G, XIAO J Z. Heterogeneous multi-robot localization in unknown 3D space[C]. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2006: 4533-4538.

[5] TEWS A D, SUKHATME G S, MATARIC M J. A multi-robot approach to stealthy navigation in the presence of an observer[C]. IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2004: 2379-2385.

[6] YLINIEMI, LOGAN, AGOGINO, et al. Multirobot

- coordination for space exploration [J]. *AI Magazine*, 2014, 35(4): 61-74.
- [7] ZHU P, REN W. Fully distributed joint localization and target tracking with mobile robot networks [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2020, 29(4): 1519-1532.
- [8] 陈红梅, 王海峰, 姜伟, 等. 基于置信传播的多运动平台随机组网协同导航[J]. *仪器仪表学报*, 2022, 43(12): 209-219.
- CHEN H M, WANG H F, JIANG W, et al. Cooperative navigation based on belief propagation for multi-motion platform in network components[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2022, 43(12): 209-219.
- [9] LI Q, BEN Y, NAQVI S M, et al. Robust student's t-based cooperative navigation for autonomous underwater vehicles[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2018, 67(8): 1762-1777.
- [10] ROUMELIOTIS S I, BEKEY G A. Collective localization: A distributed kalman filter approach to localization of groups of mobile robots [C]. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2000: 2958-2965.
- [11] YAN ZH P, WANG L, WANG T D, et al. Polar cooperative navigation algorithm for multi-unmanned underwater vehicles considering communication delays [J]. *Sensors*, 2018, 18(4): 1044-1066.
- [12] MU H, BAILEY T, THOMPSON P, et al. Decentralised solutions to the cooperative multi-platform navigation problem [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2011, 47(2): 1433-1449.
- [13] KIA S S, ROUNDS S, MARTINEZ S. Cooperative localization for mobile agents: A recursive decentralized algorithm based on Kalman-filter decoupling[J]. *IEEE Control Systems Magazine*, 2016, 36(2): 86-101.
- [14] KIA S S, ROUNDS S, MARTÍNEZ S. Cooperative localization under message dropouts via a partially decentralized EKF scheme [C]. *2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. IEEE, 2015: 5977-5982.
- [15] KIA S S, ROUNDS S F, MARTINEZ S. A centralized-equivalent decentralized implementation of extended Kalman filters for cooperative localization [C]. *2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, 2014: 3761-3766.
- [16] LI H, NASHASHIBI F. Cooperative multi-vehicle localization using split covariance intersection filter[J]. *IEEE Intelligent Transportation Systems Magazine*, 2013, 5(2): 33-44.
- [17] CARRILLO-ARCE L C, NERURKAR E D, GORDILLO J L, et al. Decentralized multi-robot cooperative localization using covariance intersection [C]. *2013 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, 2013: 1412-1417.
- [18] ZHU J N, KIA S S. Cooperative localization under limited connectivity[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2019, 35(6): 1523-1530.
- [19] LUFT L, SCHUBERT T, ROUMELIOTIS S I, et al. Recursive decentralized localization for multi-robot systems with asynchronous pairwise communication[J]. *International Journal of Robotics Research*, 2018, 37(10): 1152-1167.
- [20] CHANG T K, CHEN S, MEHTA A. Multirobot cooperative localization algorithm with explicit communication and its topology analysis [C]. *The 18th International Symposium ISRR*. Springer, 2020: 643-659.
- [21] BAILEY T, NIETO J, GUIVANT J, et al. Consistency of the EKF-SLAM algorithm [C]. *2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE, 2006: 3562-3568.
- [22] REUTER S, VO B T, VO B N, et al. The labeled multi-Bernoulli filter [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 62(12): 3246-3260.
- [23] KROPFREITER T, MEYER F, HLAWATSCH F. A fast labeled multi-Bernoulli filter using belief propagation[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2019, 56(3): 2478-2488.
- [24] ULLAH I, SHEN Y, SU X, et al. A localization based on unscented Kalman filter and particle filter localization algorithms[J]. *IEEE Access*, 2020, 8: 2233-2246.
- [25] LEUNG K Y K, HALPERN Y, BARFOOT T D, et al. The UTIAS multi-robot cooperative localization and mapping dataset [J]. *International Journal of Robotics Research*, 2011, 30(8): 969-974.

作者简介



陈红梅, 1999 年于武汉水利电力大学获得学士学位, 2007 年于东南大学获得硕士学位, 2015 年于东南大学获得博士学位, 现为河南工业大学副教授, 主要研究方向为惯性导航、卫星导航、视觉导航的组合导航、协同导航智能算法与系统。

E-mail: chenhongmei_seu@163.com

Chen Hongmei received her B.Sc. degree from Wuhan

University of Hydraulic and Electric Engineering in 1999, M. Sc. degree and Ph. D. degree both from Southeast University in 2007 and 2015, respectively. She is currently an associate professor at Henan University of Technology. Her main research interests include inertial navigation, satellite navigation visual navigation, intelligent algorithms and systems for collaborative navigation and integrated navigation.



王海锋, 2021 年于宁夏理工学院和浙江工业大学联合培养获得学士学位, 现为河南工业大学硕士研究生, 主要研究方向为多机器人协同导航定位。

E-mail: whf15036740775@163.com

Wang Haifeng received the B. Sc. degree from Joint training at Ningxia Institute of Technology and Zhejiang University of Technology in 2021. He is currently a M. Sc. candidate at Henan University of Technology. His main research interests include multi robot collaborative navigation and positioning.



叶文(通信作者), 2011 年于洛阳理工学院获学士学位, 2014 年于华北电力大学(北京校部)获硕士学位, 2018 年于北京航空航天大学获博士学位, 现为中国计量科学研究院副研究员, 主要研究方向为惯性导航, 量子角速度计量, 分布式惯性测量, 惯性测试与计量技术。

E-mail: wenye@buaa.edu.cn

Ye Wen (Corresponding author) received his B. Sc. degree from Luoyang Institute of Science and Technology in 2011, and M. Sc. degree from North China Electric Power University in 2014, and Ph. D. degree from Beihang University in 2018. He is currently an associate researcher at National Institute of Metrology, China. His main research interests include inertial navigation, distributed inertial measurement, inertial test, and metrology.



张筱南, 2003 年于东南大学获学士学位, 2012 年于北京邮电大学获硕士学位, 现任郑州中科集成电路与系统应用研究院北斗 PNT 技术研究中心副主任, 主要研究方向为卫星导航系统授时应用技术。

E-mail:

Zhang Xiaonan, received the B. Sc. degree from Southeast University in 2003, and M. Sc. degree from Beijing University of Posts and Telecommunications in 2012. She is currently a vice director of R&D for BEIDOU PNT Technology and Application, Zhengzhou Zhongke Institute of Integrated Circuit and System Application, Zhengzhou, China. Her main research interests include timing application technology of satellite navigation system.