

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2412615

基于静电力的非接触式微悬臂梁刚度标定方法*

张世玉, 赵聆喆, 于枚可, 赵美蓉, 郑叶龙

(天津大学精密仪器与光电子工程学院 天津 300072)

摘要:微悬臂梁刚度的标定在工业和学术研究中有重要的意义。传统微悬臂梁标定方法存在粘附摩擦、接触磨损等缺点。为了有效解决传统刚度标定中接触摩擦的难题,本文提出一种基于静电力的非接触式微悬臂梁刚度标定方法。该方法将静电力作为标准载荷施加于微悬臂梁末端,基于胡克定律计算微悬臂梁刚度。对平行极板结构进行了数值模拟,结果显示微悬臂梁与参考极板的相对位置存在较小的偏差时,静电力偏差小于5%。静电力标定实验结果显示微悬臂梁刚度为0.344 N/m,相对测量不确定度为1.86%。该方法适用于微悬臂梁的刚度标定,对微纳力值研究领域具有重大意义。

关键词:微悬臂梁;刚度标定;静电力;不确定度

中图分类号: TH823 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 460.4030

Non-contact microcantilever stiffness calibration method based on electrostatic force

Zhang Shiyu, Zhao Lingzhe, Yu Meike, Zhao Meirong, Zheng Yelong

(School of Precision Instrument and Opto-Electronics Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: The calibration of the stiffness of microcantilever is of great significance in industrial and academic research. The traditional calibration method for microcantilever has drawbacks such as adhesive friction and contact wear. In order to effectively solve the problem of contact friction in traditional stiffness calibration, this paper proposes a non-contact microcantilever stiffness calibration method based on electrostatic force. This method applied static electricity as a standard load to the end of a microcantilever and calculated the stiffness of the microcantilever based on Hooke's law. Numerical simulations of a parallel plate structure showed that when there is a small deviation in the relative position between the microcantilever and the reference electrode, the electrostatic force deviation is less than 5%. The results of the electrostatic force calibration experiment showed that the stiffness of the microcantilever was 0.344 N/m, with a relative measurement uncertainty of 1.86%. This method is suitable for stiffness calibration of microcantilever and holds significant implications for the research field of micro-force measurements.

Keywords: microcantilever; stiffness calibration; electrostatic force; uncertainty

0 引言

微悬臂梁测力技术凭借其低成本、高性能以及小体积等优点已经被证明为测量微纳牛尺度力的有效方法。测量微悬臂梁顶端与样品之间发生的物理、化学和生物力相互作用,可以更加深入理解材料的特性^[1-4]。例如,将液滴与微悬臂梁结合制作成液滴-悬臂梁探针^[5-6]。通过精确地测量液滴的黏附力,表征超疏水表面的润湿

性^[7]。此外,对于卡西米尔力^[8]、界面力^[9]以及材料机械性能^[10]的测量,均需要对微悬臂梁刚度标定。

常用的微悬臂梁标定方法主要有3种,分别是几何尺寸法、动态测量法和静态测量法。几何尺寸法基于悬臂梁的材料特性以及几何尺寸计算悬臂梁刚度。Butt等^[11]报道了V形梁的刚度计算公式,随后Neumeister等^[12]进一步优化了V形梁的刚度计算公式。然而,几何尺寸法需要精确的厚度值和杨氏模量,故不适合微悬臂梁刚度的精确标定。动态测量法分为附加质量法、热噪

收稿日期:2024-03-12 Received Date: 2024-03-12

* 基金项目:国家重点研发计划(2021YFC2202700)项目资助

声法和固有频率法。附加质量法于1992年由Cleveland提出,其操作过程为通过在悬臂梁末端施加质量已知的质量块,再根据悬臂梁和质量块的共振频率计算悬臂梁刚度^[13-14]。该方法存在对微小质量块操作难度大、接触点位置不准确、需要单一材料制成等问题。热噪声法基于分子热运动理论,Hutter等^[15]建立了热噪声法测量悬臂梁刚度的模型。之后根据数学模型计算求得微悬臂梁的刚度。该方法操作复杂且易受到振动噪声影响。固有频率法由Sader等^[16-17]提出,其原理根据流体中悬臂梁阻尼振动的特性标定刚度,该方法对流体要求严格。其具体操作过程为推导微悬臂梁刚度模型,之后再计算得到微悬臂梁刚度。因为流体雷诺数难以确定,故该方法使用受到限制。

相比于动态测量方法操作过程较为复杂,静态测量法相对容易。静态测量方法通过胡克定律($k=f/x$)测量悬臂梁刚度,因此又被称之为弯曲法,可以分为精密天平法、纳米压痕法以及参考梁法。精密天平法为一种可溯源性的刚度标定方法,起源于2006年Kim等^[18]提出的纳米力校准器(nano force calibrator, NFC)系统。该标定方法的操作过程为以精密天平作为计量标准,通过纳米微动台带动微悬臂梁与精密天平测头接触,从而建立力与形变曲线得到微悬臂梁刚度。纳米压痕法是通过纳米压痕仪直接对微悬臂梁刚度进行测量^[19-20]。具体操作过程为将纳米压痕仪压头与微悬臂梁接触后,通过其内部传感器记录力和位移,进而求得刚度。参考梁法由Torii等^[21]率先提出,其操作过程是将具有“已知”刚度的参考悬臂压在工作悬臂上,并记录力-距离曲线。最后通过计算得到微悬臂梁刚度。随后,Zheng等^[22-24]提出将参考梁法与多点法结合,有效降低了刚度测量的不确定度。然而,这3种方法均为接触式测量,存在明显的缺陷,例如存在着对准、接触点滑动、黏附摩擦等问题。

近年来,静电力技术因其结构简单、响应速度快、可重复性好而受到研究人员的重视^[25-29]。例如,Gamero-Castaño等将两个直径为12 mm的平行圆盘摆放,施加80~200 V的电压差,可获得10~50 μN 的力^[30]。Cui等^[8]提出通过静电模型估计卡西米尔力值,其方法对噪声和漂移的鲁棒性更强。这些静电力技术已经成为一种极具发展潜力的力学测试技术^[31-34]。

受静电力技术的启发,本文提出一种基于静电力的非接触式微悬臂梁刚度标定方法。该方法的操作过程为以静电力作为标准载荷施加于微悬臂梁的末端,通过激光干涉仪测量微悬臂梁末端位移,并根据胡克定律计算悬臂梁刚度。该方法能较准确测量微悬臂梁的刚度,并有效地排除接触测量存在的缺陷,避免接触点的各种问题。

1 微悬臂梁参数设计及仿真分析

对于矩形悬臂梁,其刚度可由以下计算公式求得^[22,35]:

$$k = \frac{E\omega t^3}{4l^3} \quad (1)$$

式中: E 为材料的杨氏模量; ω 为梁宽; t 为梁厚; l 为梁长度。结合式(1)设计了宽度0.5 mm,长度1~8 mm,厚度5~20 μm 的微悬臂梁。此外,利用有限元法对微悬臂梁的刚度进行仿真分析。其中悬臂梁的材质选为硅,弹性模量为170 GPa,泊松比为0.28。不同长度与厚度的微悬臂梁刚度如图1(a)所示,有限元仿真与式(1)计算结果基本吻合。

本文设计了长度为4 mm,宽度为0.5 mm,厚度为10 μm 的毫米量级矩形微悬臂梁。其仿真刚度值为0.33 N/m。制作完成后,为了使悬臂梁表面具备光反射及导电能力,在悬臂梁表面镀金。悬臂梁实物图如图1(b)所示。

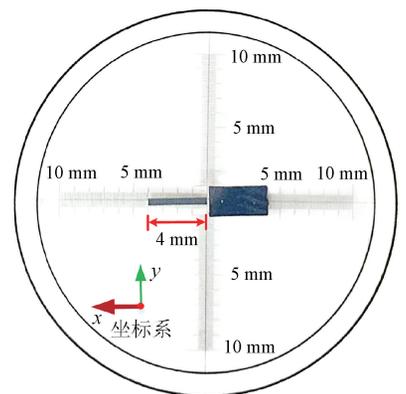
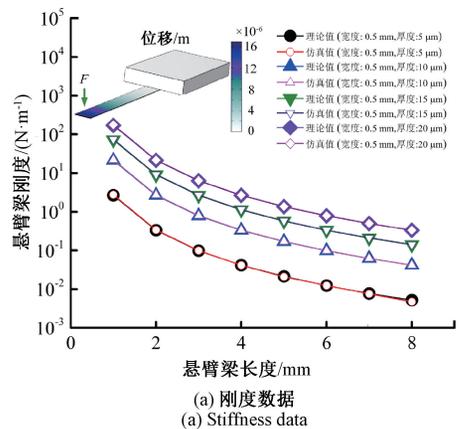


图1 微悬臂梁设计

Fig. 1 Design of microcantilever

2 静电力标定理论与方法

2.1 静电力标定理论模型

当外力 F_{cj} 施加在电压值为 U_{sy} 的平行极板上,使其位移发生变化为 dz ,假设外力作用之后两个极板的带电量均为 Q_{sy} ,则两个极板所存储的电能 E_{sy} 可以表达为如下公式:

$$E_{sy} = \int_0^{Q_{sy}} U_{sy} dq_{sy} = \int_0^{Q_{sy}} \frac{q_{sy}}{C_{sy}} dq_{sy} = \frac{1}{2C_{sy}} \int_0^{Q_{sy}} q_{sy} dq_{sy} = \frac{Q_{sy}^2}{2C_{sy}} = \frac{1}{2} C_{sy} U_{sy}^2 \quad (2)$$

其中, C_{sy} 为稳定后两极板间的电容值。此时,外力做功可以表达为:

$$W_{F_{cj}} = \int dW = \int F_{cj} dz \quad (3)$$

外力对平行极板做的功会转化为极板电容器存储的电能,外力做的功与静电器的变化相等,所以可得:

$$E_{sy} = W_{F_{cj}} \rightarrow \frac{1}{2} C_{sy} U_{sy}^2 = \int F_{cj} dz \quad (4)$$

故可以得到:

$$dW_{F_{cj}} = dE_{sy} \rightarrow F_{cj} = \frac{1}{2} U_{sy}^2 \frac{dC_{sy}}{dz} \quad (5)$$

此时外力与静电力 F_{jd} 相同,因此可以得到静电力计算公式^[1,26]:

$$F_{jd} = \frac{1}{2} U_{sy}^2 \frac{dC_{sy}}{dz} \quad (6)$$

其中, dC_{sy}/dz 为电容沿该方向的梯度。由式(6)可知,当电容梯度一定时,改变电压值大小并计算出静电力的大小,就可以实现力值的计量与溯源。通过该方法得到的静电力值仅与电压和电容梯度有关,其中电容梯度由实验直接测量,故静电力的准确性不受极板形状及极板标称尺寸误差的影响。因此,两个极板可以设计为圆柱型极板^[36],多层平行极板^[37],静电梳^[30-31]等各种各样的结构。

将微悬臂梁与电极板构成平行极板电容器。根据静电力公式(6),可以得到在微悬臂梁与电极板之间施加电压 U ,则微悬臂梁与电极板之间的静电力 F_e 可以用数学形式表示为:

$$F_e = \frac{1}{2} U^2 \frac{dC}{dz} \quad (7)$$

其中, C 为微悬臂梁与电极板稳定后的电容,其可以表示为 $\epsilon S/z$ 。其中, S 上下两极板的正对面积, ϵ 为介电常数, z 为微悬臂梁与电极板间距离。 dC/dz 为微悬臂梁与电极板间的电容梯度,其可以表示为(假定不考虑边缘效应):

$$\frac{dC}{dz} = -\frac{\epsilon S}{z^2} \quad (8)$$

可以看出,微悬臂梁与电极板间电容梯度不是一个常数,它会随着上下极板间隔距离而变化,可以用式(9)所描述的一次多项式对 C 与 z 的数学关系进行拟合(z 在某个区间段内的拟合)^[26]。

$$C = A_1 z + A_0 \quad (9)$$

其中, A_1 、 A_0 分别为拟合公式的一次项系数和常数项。电容梯度可由式(5)对 z 求导所得:

$$\frac{dC}{dz} = A_1 \quad (10)$$

当两端加载电压后,微悬臂梁会在静电力的作用下发生偏转,当微悬臂梁运动结束处于平衡状态时,其受到的静电力 F_e 与弹性力 F_L 为一对平衡力。微悬臂梁弹性力 F_L 如式(11)所示。

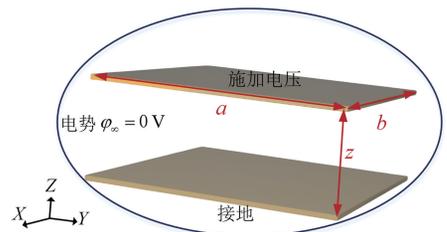
$$F_L = kx \quad (11)$$

由此,建立了微悬臂梁刚度 k 与电压 U 和尾端位移 x 之间的数学模型如下:

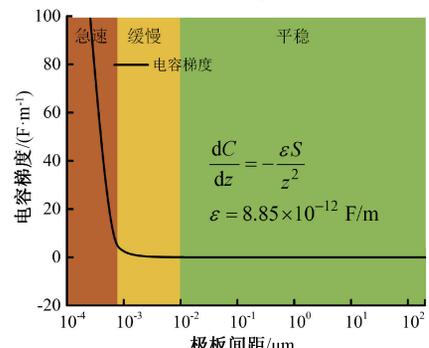
$$k = \frac{U^2 A_1}{2x} \quad (12)$$

2.2 平行极板影响因素分析

根据上述方法的需要,通过有限元仿真探究极板间距、极板正对面积以及倾斜角度等因素对平行极板带来的影响。平行极板如图2(a)所示。其中,由于微悬臂梁的宽度为 0.5 mm,所以平行极板宽度设置为 $a=0.5$ mm。此外,为了便于在微悬臂梁末端施加静电



(a) 平行极板
(a) Parallel plates



(b) 电容梯度解析计算
(b) The analytical calculation for capacitance gradient

图2 平行极板模型及解析计算

Fig. 2 Parallel plate model and analytical calculation

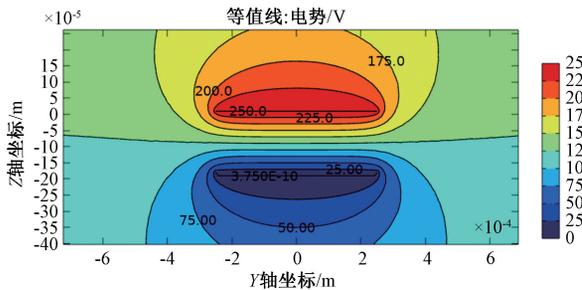
力,我们将微悬臂梁受力的长度与宽度设置相等,故平行极板长度为 $b=0.5\text{ mm}$ 。

根据式(8)计算的电容梯度的解析解如图 2(b) 所示。可以发现电容梯度随极板间距的变化分为 3 个计算:急速降低阶段、缓慢降低阶段、平稳降低阶段(10 nm 以上)。由于前两个阶段电容梯度变化率高,故极板间距应在第 3 阶段中选取。此外,平行极板会存在边缘效应,应减小极板间距以有效降低边缘效应的影响。

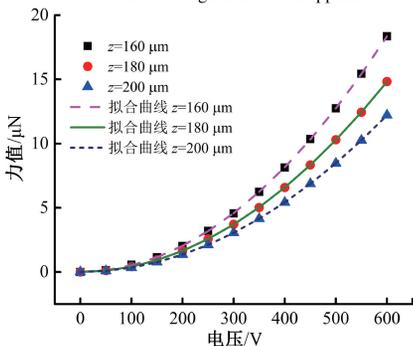
施加 250 V 电压时平行极板的 YZ 平面上静电电势分布如图 3(a) 所示。电势分布沿几何对称轴对称,主要的电势下降发生平行极板的正对区域。之后,根据模型计算静电力。3 种极板间距 ($a=b=0.5\text{ mm}$) 的平行极板在 50 V 间隔内施加高达 600 V 的电压所产生的力如图 3(b) 所示。平行极板产生的静电力与电压的二次幂成正比。力 $F\text{ (N)}$ 与电压 $V\text{ (V)}$ 的拟合公式为:

$$F = \begin{cases} 5.097 \times 10^{-11} V^2, R^2 = 1, z = 160\ \mu\text{m} \\ 4.115 \times 10^{-11} V^2, R^2 = 1, z = 180\ \mu\text{m} \\ 3.388 \times 10^{-11} V^2, R^2 = 1, z = 200\ \mu\text{m} \end{cases} \quad (13)$$

由于微观尺度的极板间距难以控制,根据实际需求和可行性,选取两极板之间的间距为 $z=180\ \mu\text{m}$ 。以下分析都是基于 $z=180\ \mu\text{m}$ 的条件下。



(a) 施加 250 V 电压时平行极板的 YZ 平面上静电电势分布
(a) The electrostatic potential distribution on the YZ plane of parallel plates when a voltage of 250 V is applied



(b) 平行极板在不同电压差下的力的拟合
(b) Fitting of forces on parallel plates under different voltage differences

图 3 平行极板仿真分析

Fig. 3 Parallel plate simulation analysis

1) 极板间距影响分析

随着间距的减小,产生的静电力增大。以 50 V 的间

隔施加 0~600 V 的电压,间距为 170~190 μm ,以 5 μm 为增量所产生的静电力如图 4 所示。结果表明,与设计的间距 180 μm 相比,当间距为 170、175、185 和 190 μm 时,最大偏差分别为 11.178%、5.346%、4.860% 和 9.478%。因此,在间距变化 Δz 不超过 5 μm 的情况下, Δz 的微小变化不会显著影响平行极板所产生的力。

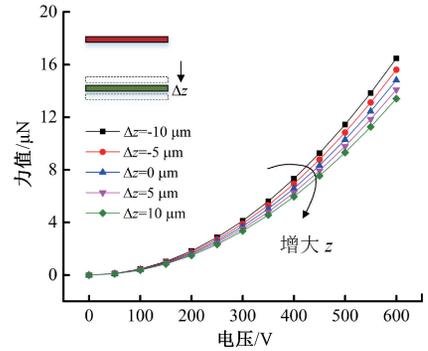


图 4 随着间距的增加,力作为电压的函数
Fig. 4 Force as a function of voltage with increasing pitch

2) 极板正对面积影响分析

两个极板的重合距离 b 的相对位置同样需要精确控制。当两个极板的重合距离 b 在 0.5 mm 的基础上偏移 -20~20 μm ,步长为 10 μm 时,得到的静电力最大偏差分别为 7.776%、3.888%、4.131% 和 8.263%。仿真数据如图 5 所示。

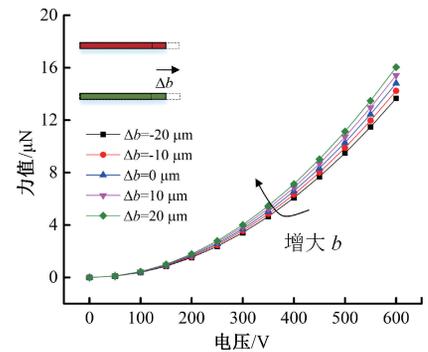


图 5 随着正对面积的增加,力作为电压的函数
Fig. 5 Force as a function of voltage with increasing area

3) 倾斜角度影响分析

平行极板的上下板应尽可能平行安装,以实现稳定、可重复的标准力输出。然而,在安装过程中,微悬臂梁与镀金参考电极板之间产生偏移角 α 。通过以 50 V 的间隔施加 0~600 V 的电压,偏角为 0~12°,以 3°为增量所产生的静电力。如图 6 所示,当偏角为 3°、6°、9°、12°时,对应的偏差分别为 0.608%、2.187%、4.861%、8.505%。在标定过程中,应尽量保证偏角小于 6°。

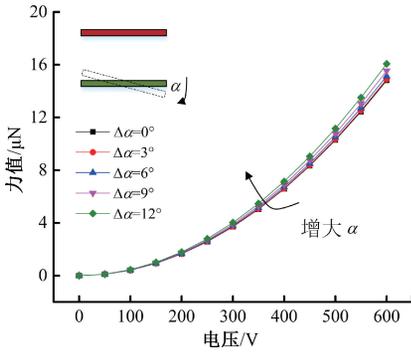


图6 随着偏角的增加,力作为电压的函数

Fig. 6 Force as a function of voltage with increasing deflection angle

2.3 实验方法

设计的实验装置包括,激光干涉仪(差动式 SIOS 激光干涉仪),镀金参考电极板,纳米微动台(P622-ZCD),电容电桥(AH2550A)以及直流稳压电源(Keithley 2410)。用于静电标定的实验装置如图7(a)所示,在实验过程中将矩形镀金参考电极板与微悬臂梁末端对准,重合深度为0.5 mm,并调节纳米微动台使得两极板之间的间距为180 μm。电容梯度 dC/dz 可以通过电容桥来记录 C 的值,激光干涉仪记录微悬臂梁末端相对于镀金参考电极板的位移的变化 Δz 。最后,通过施加电压,利用静电力 F_e 对微悬臂梁的刚度进行标定。

由于电容梯度值会直接影响静电力的准确性,微悬臂梁在受力时会发生弯曲,这是两个极板处于非平衡状态,尽管角度很小,但也会使极板产生位移 x 和偏转角度 α 。为了探究悬臂梁弯曲对产生静电力的影响,需要了解电容梯度的变化。

产生位移 x 后的极板间电容公式可以表示为:

$$C_0 = \frac{\varepsilon S}{z-x} \quad (14)$$

当偏转角度 α 非常小时,电极之间的距离近似为:

$$d(X, Y) = z - x + Y\alpha \quad (15)$$

根据式(1),可得两极板间的电容为:

$$C_1 = \iint_{-b/2 \leq X \leq b/2} dC = \iint_{-b/2 \leq X \leq b/2} \frac{\varepsilon dX dY}{z-x+Y\alpha} \quad (16)$$

由于 $Y\alpha$ 比较小,可以根据泰勒展开得到:

$$\frac{1}{z-x+Y\alpha} \approx \left(\frac{1}{z-x} \cdot \frac{1}{1 + \frac{Y\alpha}{z-x}} \right) = \frac{1}{z-x} \cdot$$

$$\left[1 - \frac{Y\alpha}{z-x} + \left(\frac{Y\alpha}{z-x} \right)^2 \right] = \frac{1}{z-x} - \frac{\alpha}{(z-x)^2} Y + \frac{\alpha^2}{(z-x)^3} Y^2 \quad (17)$$

综合式(16)和(17)可以得到悬臂梁弯曲极板间的电容:

$$C_1 = \frac{\varepsilon S}{z-x} \left[1 + \frac{a^2 \alpha^2}{12(z-x)^2} \right] \quad (18)$$

此时的电容梯度可表示为:

$$\frac{dC_1}{dz} = -\frac{\varepsilon S}{(z-x)^2} \left[1 + \frac{a^2 \alpha^2}{4(z-x)^2} \right] \quad (19)$$

由此可知,微悬臂梁弯曲后的静电力与弯曲前的静电力比值为:

$$\frac{F_{e1}}{F_e} = \frac{dC_1/dz}{dC/dz} = \frac{z^2}{(z-x)^2} \left[1 + \frac{a^2 \alpha^2}{4(z-x)^2} \right] \quad (20)$$

根据式(20)可得,计算得到在不同位移 x 和偏转角度 α 下,微悬臂梁弯曲后的静电力与弯曲前的静电力比值如图7(b)所示。因此,在位移 x 和偏转角度 α 较小时,静电力变化可近似认为不变。

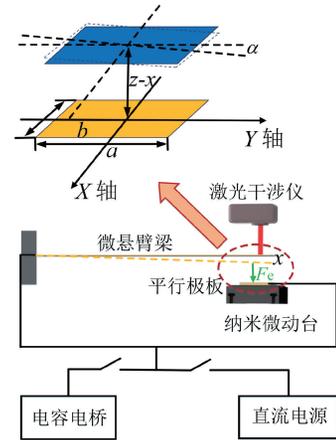
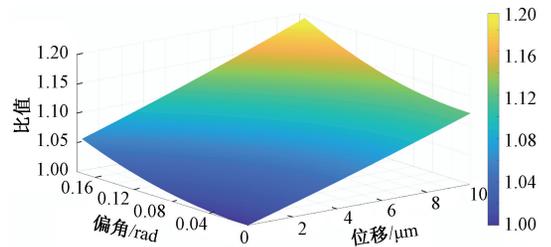
(a) 实验装置
(a) Experimental setup(b) 弯曲影响分析
(b) Analysis of bending effects

图7 基于静电力的实验方法

Fig. 7 Experimental method based on electrostatic force

3 实验结果与讨论

3.1 测量电容梯度与刚度

具体实验过程分为以下3个过程:1)通过控制纳米级微动实台,驱动微悬臂梁在竖直方向上以周期性等间

距进行 10 μm 的步进运动 (150~210 μm 之间), 并使用电容电桥测量微悬臂梁与参考电极板之间的电容变化, 并通过多项式拟合得到 180 μm 处的电容梯度; 2) 调节两极板间的距离为 180 μm , 并利用直流电源加载周期性等间距 50 V 的电压, 在微悬臂梁与参考电极板之间产生作用, 同时借助激光干涉仪实时测量微悬臂梁自由端的位移变化; 3) 对所获得的实验数据进行处理和拟合, 以获取待测微悬臂梁的刚度测量值。

如图 8 (a) 所示为单次极板移动距离 z 与电容值之间的关系。利用一次函数近似拟合极板移动距离和电容值。拟合优度为 0.999 1, 说明拟合方法是有效的。如图 8 (b) 所示为 10 次电容梯度的测量值, 其平均值为 0.078 5 pF/mm 。

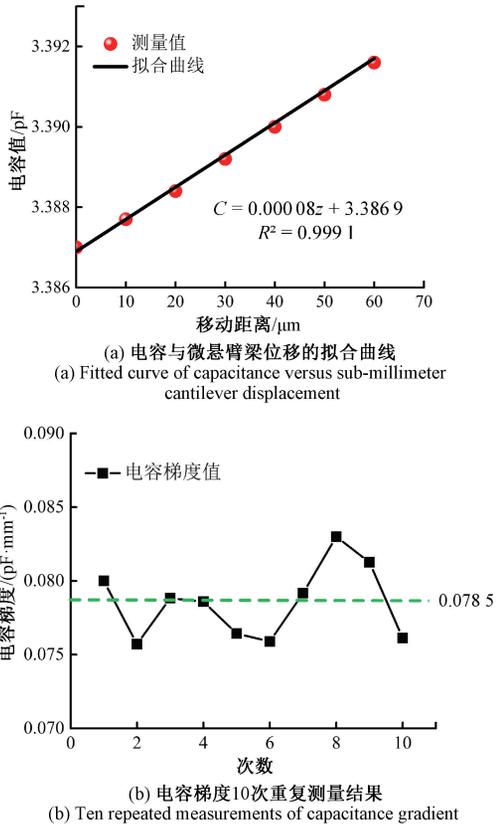


图 8 电容梯度测量

Fig. 8 Capacitance gradient measurement

如图 9 所示, 数值计算与实验结果一致性较好, 最大偏差为 4.66%。然后, 利用静电力对悬臂梁刚度进行标定。

如图 10 (a) 所示, 刚度可以通过静电力与微悬臂梁末端位移拟合曲线的斜率确定。如图 10 (b) 所示为 10 次刚度的测量值, 其平均值为 0.344 N/m , 与有限元仿真得到的结果基本相同。

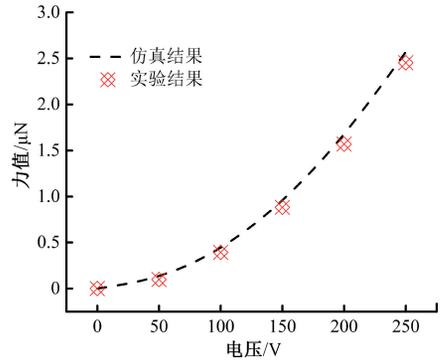


图 9 力的数值与实验结果的比较

Fig. 9 Comparison of force values with experimental results

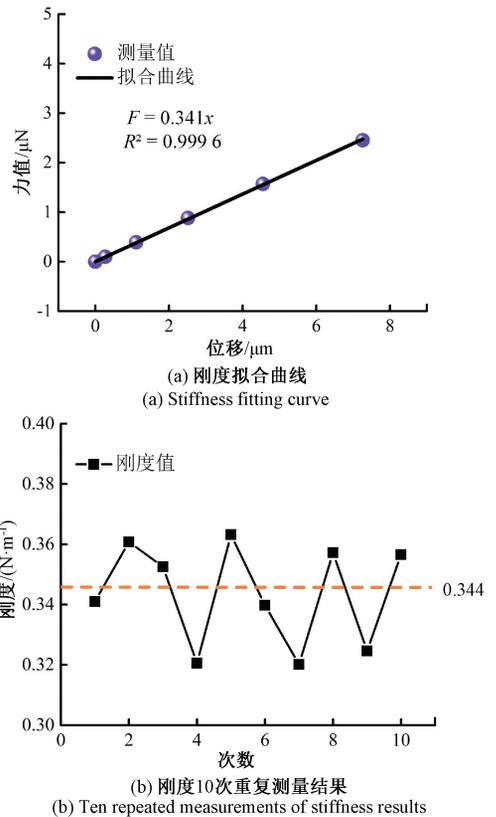


图 10 刚度测量

Fig. 10 Stiffness measurement

3.2 刚度测量不确定度的评定

本文提出的微悬臂梁刚度标定的方法中, 许多因素都会对测量结果产生影响并导致最终的测量误差, 刚度的测量模型如式 (12) 所示, 包括测量重复性、激光干涉仪测量误差、电源提供电压误差、电容梯度测量误差。这 4 个组成部分可以看作是相互独立的, 下面将分别进行分析。

1) 刚度测量重复性引起的相对不确定度 u_1/k

由 10 次测量数据计算的平均值为 0.344 N/m , 利用

贝塞尔法计算单次测量的标准差,即:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (k_i - \bar{k})^2}{10 - 1}} = 0.017 \text{ N/m} \quad (21)$$

平均值的标准差为:

$$\sigma_{\bar{k}} = \frac{\sigma}{\sqrt{10}} = 5.38 \times 10^{-3} \text{ N/m} \quad (22)$$

刚度测量重复性引起的标准不确定度 u_1 的计算属于 A 类评定,则 $u_1 = 0.00538 \text{ N/m}$ 。由此引入的相对不确定度 u_1/k 为 1.56%。

2) 激光干涉仪引起的相对不确定度 u_2/x

根据差动式 SIOS 激光干涉仪厂家直接给的说明书,其相对不确定度可由距离测量不确定度 $u_1(1 \times 10^{-6})$ 、偏转不确定度 $u_w(0.04\%)$ 以及平直度不确定度 $u_g(0.1\%)$ 进行估算。其相对不确定度为

$$\frac{u_2}{x} = \sqrt{u_1 + u_w + u_g} = 0.11\% \quad (23)$$

故由此引入的相对不确定度 u_2/x 为 0.11%。

3) 电压源引起的相对不确定度 u_3/U

根据 Keithley 2410 厂家给出说明书,对电压源引起的相对不确定度进行评估。其相对不确定度评定结果如表 1 所示。

表 1 电压源的相对不确定度评定

Table 1 Evaluation of relative uncertainty of voltage sources

电压/V	100	200	300	400	500	600
不确定度来源	不确定度/mV					
重复性和精度	12	24	36	48	60	72
分辨率	0.1	1	1	1	1	1
温度	可忽略					
合成不确定度 u_3	12.000 416 66	24.020 824 3	36.013 886 21	48.010 415 54	60.008 33	72.006 94
相对不确定度(u_3/U)/%	0.012 000 417	0.012 010 412	0.012 004 629	0.012 002 604	0.012 001 667	0.012 001 157

用于标定的最大电压约为 250 V,介于 200~300 V 之间。相对不确定度取两者之间最大值为 0.012 010 412%。取两位有效数字,故电压源相对不确定度 u_3/U 为 0.012%。

4) 电容梯度引起的相对不确定度 u_4/A_1

A_1 的不确定度由 3 部分组成,分别是重复性引起的、纳米微动台引起的、电容电桥引起的。其中,重复性引起的不确定度为 $u_{A_{11}}$ 。

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (A_{1i} - \bar{A}_1)^2}{9}} = 2.5 \times 10^{-12} \text{ F/m} \quad (24)$$

平均值的标准差为:

$$\sigma_{\bar{A}_1} = \frac{\sigma_1}{\sqrt{10}} = 7.9 \times 10^{-13} \text{ F/m} \quad (25)$$

电容梯度测量重复性引起的标准不确定度属 A 类评定,则 $u_{A_{11}} = 7.9 \times 10^{-13} \text{ F/m}$ 。因此,其相对不确定度 $u_{A_{11}}/A_1$ 为 1.00%。

根据 PI 公司提供的 P622. ZCD 说明书可以对位移引入的不确定度进行评估,其位移分辨率为 1 nm,线性度为 0.02 (按其最大位移 60 μm),故其相对不确定度为:

$$\frac{u_z}{z} = \frac{\sqrt{1^2 + (60 \times 10^3 \times 0.02)^2}}{60 \times 10^3} = 0.02\% \quad (26)$$

根据 AH2550A 厂家提供的参数,其相对不确定度可由 u_a 灵敏度(0.8 aF,按最大测量值 3.391 6 Pf 估算)、 u_b 分辨率(0.15×10^{-6})、 u_c 准确度(5×10^{-6})、 u_d 稳定度($< 1 \times 10^{-6}/\text{year}$,按 1 年估算)、 u_e 温度系数($0.03 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$,按 10°C 估算)。相对不确定度 $u_{A_{13}}/A_1$ 可以表示为:

$$\frac{u_c}{C} = \sqrt{\left(\frac{0.8 \times 10^{-18}}{3.3916 \times 10^{-9}}\right)^2 + (0.15 \times 10^{-6})^2 + (5 \times 10^{-6})^2 + (1 \times 10^{-6})^2 + (0.3 \times 10^{-6})^2} = 0.00051\% \quad (27)$$

因此, A_1 的相对不确定度可以表示为:

$$\frac{u_4}{A_1} = \sqrt{\left(\frac{u_{A_{11}}}{A_1}\right)^2 + \left(\frac{u_z}{z}\right)^2 + \left(\frac{u_c}{C}\right)^2} = 1.00\% \quad (28)$$

刚度的相对合成不确定度可以表示为:

$$\frac{u}{k} = \sqrt{\left(\frac{u_1}{k}\right)^2 + \left(\frac{u_2}{x}\right)^2 + \left(\frac{u_3}{U}\right)^2 + \left(\frac{u_4}{A_1}\right)^2} = 1.86\% \quad (29)$$

因此,刚度的相对合成不确定度为 1.86%。系统不确定度分量与合成如表 2 所示。

如表 3 所示为不同微悬臂梁刚度测量方法现存问题对比。与现有的微悬臂梁刚度标定方法相比,基于静电力的方法为非接触标定技术,能有效降低接触摩擦的影响。

表2 刚度测量的相对合成标准不确定度

Table 2 Relative synthetic standard uncertainties for stiffness measurements

不确定度来源	对合成不确定度贡献/%	不确定度类型
刚度测量重复性 u_1/k	1.56	A
激光干涉仪 u_2/x	0.11	B
电压源 u_3/U	0.012	B
电容梯度测量 u_4/A_1	1.00	B
测量重复性 $u_{A_{11}}/A_1$	1.00	A
纳米微动台 u_z/z	0.02	B
电容电桥 u_C/C	0.000 51	B
温度 u_T/k	可忽略	B
相对合成不确定度	1.86	

表3 不同微悬臂梁刚度测量方法现存问题对比

Table 3 Comparison of existing problems in different rigidity measurement methods for microcantilever

标定方法	存在的问题
几何尺寸法 ^[11-12]	不适合刚度精确标定
附加质量法 ^[13-14]	接触点位置不准确,需单一材料,操作难度大
热噪声法 ^[15, 38]	操作复杂,振动噪声影响,只用于低刚度悬臂梁
固有频率法 ^[16-17]	对流体要求严格,只适用于矩形悬臂梁,操作复杂
精密天平法 ^[18, 39]	摩擦黏附,接触点滑动
纳米压痕法 ^[19-20]	接触位置难以确定,接触摩擦影响
参考梁法 ^[21-24, 40]	接触摩擦影响,只能标定与已知梁近似的刚度

4 结 论

本文提出一种基于静电力的非接触式刚度标定方法对微悬臂梁进行标定。仿真结果表明,即使微悬臂梁与参考极板的相对位置存在较小的偏差,静电力的变化也可以保持在5%以内。静电力标定实验表明设计的微悬臂梁的刚度为0.344 N/m,与有限元仿真结果基本相同。对刚度测量结果进行不确定度评定,其相对标准不确定度为1.86%。本文提出的静电力法可以有效降低接触摩擦的影响,在高精度微纳力值测量领域有重要的意义和广泛的发展前景。当然,该方法也存在局限性。例如,现阶段不适用于尺寸较小的原子力显微镜悬臂梁。不过,本文的标定方法可以扩展到尺寸较大的悬臂梁以及各种摆推力架(悬挂摆、倒立摆和扭摆)中使用。如果需要更大的静电力,可以设计相应的静电梳,静电环等装置。

参考文献

[1] CHUNG K H, SHAW G A, PRATT J R. Accurate

noncontact calibration of colloidal probe sensitivities in atomic force microscopy [J]. Review of Scientific Instruments, 2009, 80 (6): 065107, 1-13.

- [2] BAI J, NIU P, GU E, et al. A single micro-LED manipulation system based on micro-gripper [J]. Nanotechnology and Precision Engineering, 2024, 7 (2): 023005.
- [3] HINDUJA C, LAROCHE A, SHUMALY S, et al. Scanning drop friction force microscopy [J]. Langmuir, 2022, 38 (48): 14635-14643.
- [4] HOKKANEN M J, BACKHOLM M, VUCKOVAC M, et al. Force-based wetting characterization of stochastic superhydrophobic coatings at nanonewton sensitivity [J]. Advanced Materials, 2021, 33 (42): 2105130, 1-7.
- [5] DANIEL D, GOH S S, TRUONG T N B, et al. Origin of underwater oil-repellence in polyelectrolyte brush surfaces [J]. Advanced Materials Interfaces, 2021, 8 (2): 2001203.
- [6] ZHANG J, ZENG H. Intermolecular and surface interactions in engineering processes [J]. Engineering, 2021, 7 (1): 63-83.
- [7] VIEIRA A, ZHOU Q. Multimodal sensing transparent droplet probe for characterization of superhydrophobic surfaces [J]. IEEE Sensors Journal, 2023, 23 (15): 17462-17469.
- [8] CUI S, SOH Y C. Electrostatic calibration method for large-amplitude dynamic Casimir force measurements [J]. Physical Review A, 2012, 86 (4): 042504.
- [9] DANIEL D, VUCKOVAC M, BACKHOLM M, et al. Probing surface wetting across multiple force, length and time scales [J]. Communications Physics, 2023, 6 (1): 152.
- [10] YANG Y, ZHAO M, LI D, et al. A disturbance suppression micro-Newton force sensor based on shadow method [J]. ISA Transactions, 2023, 134: 442-450.
- [11] BUTT H J, SIEDLE P, SEIFERT K, et al. Scan speed limit in atomic force microscopy [J]. Journal of Microscopy, 1993, 169 (1): 75-84.
- [12] NEUMEISTER J M, DUCKER W A. Lateral, normal, and longitudinal spring constants of atomic force microscopy cantilevers [J]. Review of Scientific Instruments, 1994, 65 (8): 2527-2531.
- [13] CLEVELAND J P, MANNE S, BOCEK D, et al. A nondestructive method for determining the spring constant of cantilevers for scanning force microscopy [J]. Review of Scientific Instruments, 1993, 64 (2): 403-405.
- [14] GREEN C P, LIOE H, CLEVELAND J P, et al. Normal and torsional spring constants of atomic force microscope

- cantilevers[J]. *Review of Scientific Instruments*, 2004, 75 (6): 1988-1996.
- [15] HUTTER J L, BECHHOEFER J. Calibration of atomic-force microscope tips [J]. *Review of Scientific Instruments*, 1993, 64 (7): 1868-1873.
- [16] SADER J E, CHON J W M, MULVANEY P. Calibration of rectangular atomic force microscope cantilevers [J]. *Review of Scientific Instruments*, 1999, 70 (10): 3967-3969.
- [17] SADER J E. Frequency response of cantilever beams immersed in viscous fluids with applications to the atomic force microscope[J]. *Journal of Applied Physics*, 1998, 84 (1): 64-76.
- [18] KIM M S, CHOI J H, PARK Y K, et al. Atomic force microscope cantilever calibration device for quantified force metrology at micro-or nano-scale regime; The nano force calibrator (NFC)[J]. *Metrologia*, 2006, 43 (5): 389-395.
- [19] HOLBERY J D, EDEN V L, SARIKAYA M, et al. Experimental determination of scanning probe microscope cantilever spring constants utilizing a nanoindentation apparatus[J]. *Review of Scientific Instruments*, 2000, 71 (10): 3769-3776.
- [20] SANZOZ F, GANG T. A force-matching method for quantitative hardness measurements by atomic force microscopy with diamond-tipped sapphire cantilevers[J]. *Ultramicroscopy*, 2010, 111 (1): 11-19.
- [21] TORII A, SASAKI M, HANE K, et al. A method for determining the spring constant of cantilevers for atomic force microscopy[J]. *Science Tech*, 1996, 7 (2): 179.
- [22] ZHENG Y L, SONG L, HU G, et al. The multi-position calibration of the stiffness for atomic-force microscope cantilevers based on vibration[J]. *Measurement Science and Technology*, 2015, 26 (5): 055001,1-7.
- [23] ZHENG Y L, SONG L, HU G, et al. Improving environmental noise suppression for micronewton force sensing based on electrostatic by injecting air damping[J]. *Review of Scientific Instruments*, 2014, 85 (5): 055002,1-7.
- [24] ZHENG Y L, ZHANG H L, ZHAO M R, et al. A multiposition method of viscous measurement for small-volume samples with high viscous[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2020, 69 (7): 4995-5001.
- [25] SLATTERY A D, BLANCH A J, QUINTON J S, et al. Calibration of atomic force microscope cantilevers using standard and inverted static methods assisted by FIB-milled spatial markers [J]. *Nanotechnology*, 2013, 24 (1): 015710,1-13.
- [26] 齐永岳, 刘明, 林玉池, 等. 可溯源至质量的静电力复现与测量技术[J]. *仪器仪表学报*, 2011, 32 (5): 1063-1068.
- QI Y Y, LIU M, LIN Y CH, et al. Traceability to mass for electrostatic replication and measurement [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2011, 32 (5): 1063-1068.
- [27] 韩亚倩, 赵美蓉, 刘明, 等. 基于静电力的可溯源微悬臂梁刚度标定方法[J]. *仪器仪表学报*, 2017, 38 (6): 1466-1473.
- HAN Y Q, ZHAO M R, LIU M, et al. Traceable micro-cantilever beam stiffness calibration method based on electrostatic force [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2017, 38 (6): 1466-1473.
- [28] CHEN X, ZHAO L, XU J, et al. A self-supervised contrastive denoising autoencoder-based noise suppression method for micro thrust measurement signals processing[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2024, 73: 1-17.
- [29] LIU ZH K, CHEN X Y, XU J W, et al. High-accurate robust total variation denoising algorithm with adjustable exponential upper bound function for micro-thrust measurement[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2023, 72: 6504718,1-18.
- [30] MU J CH, CONG L X, HU Q W, et al. Micro-Newton thrust stand calibration using electrostatic lantern rings[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2023, 72: 7501506,1-6.
- [31] CHEAH K H, LOW K S, QUANG-VINH T, et al. Development of an electrostatic calibration system for a torsional micronewton thrust stand [J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2015, 64 (12): 3467-3475.
- [32] CAI L, BAI Y ZH, LI H Y, et al. Calibration and validation of a space electrostatic accelerometer onboard Tianzhou-1 cargo spacecraft using GNSS and attitude data[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2023, 138: 108320,1-9.
- [33] HACKL T, POIK M, SCHITTER G, et al. Single-harmonic response open-loop Kelvin-Probe force microscopy [J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2024, 73: 1-7.
- [34] XU H, GAO Y, MAO Q B, et al. A compound pendulum for thrust measurement of micro-Newton thruster[J]. *Review of Scientific Instruments*, 2022, 93 (6): 064501.
- [35] ZHANG L, LIAO W, FAN J, et al. A semi-analytical

simulation method for bi-directional functionally graded cantilever beams under arbitrary static loads[J]. *Smart Materials and Structures*, 2024, 33 (5): 055051.

- [36] ARUMUGAM K, SHAW G. Perspective on small mass and force measurements[J]. *Measurement Science and Technology*, 2023, 34 (8): 081002,1-11.
- [37] CHEN S J, PAN S S. A force measurement system based on an electrostatic sensing and actuating technique for calibrating force in a micronewton range with a resolution of nanonewton scale [J]. *Measurement Science and Technology*, 2011, 22 (4): 045104,1-8.
- [38] BUTT H J, JASCHKE M. Calculation of thermal noise in atomic force microscopy [J]. *Nanotechnology*, 1995, 6 (1): 1.
- [39] 吴森, 陈庆超, 张超, 等. 基于弯曲法的 AFM 微悬臂梁弹性常数标定技术[J]. *仪器仪表学报*, 2012, 33 (11): 2446-2453.
WU S, CHEN Q CH, ZHANG CH, et al. Calibration technique of elastic constants of AFM micro-cantilever beam based on bending method[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2012, 33 (11): 2446-2453.
- [40] 朱春源, 赵美蓉, 张宏, 等. 基于平行四边形机构的推力器推力测量研究[J]. *仪器仪表学报*, 2022, 43 (4): 98-107.
ZHU CH Y, ZHAO M R, ZHANG H, et al. Research on thrust measurement of thrusters based on parallelogram mechanism[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2022, 43 (4): 98-107.

作者简介



张世玉, 2018 年于合肥工业大学获得学士学位, 2021 年于天津大学获得硕士学位, 现为天津大学博士研究生, 主要研究方向为微力测量和摩擦学。

E-mail: zhangshiyu2018@tju.edu.cn

Zhang shiyu received the B. Sc. degree from Hefei University of Technology in 2018. He received the M. Sc. degree from Tianjin University in 2021. He is currently working toward the Ph. D. degree in the Tianjin University. His current research focuses on microforce measurement and tribology.



郑叶龙(通信作者), 分别于 2012 年和 2015 年在天津大学获得硕士学位和博士学位, 现为天津大学精密测试技术与仪器国家重点实验室副教授, 主要研究方向为微力测量和摩擦学。

E-mail: zhengyelongby@tju.edu.cn

Zheng Yelong (Corresponding author) received the M. Sc. and Ph. D. degrees from Tianjin University (TJU) in 2012 and 2015, respectively. He is currently an assistant professor with the State Key Laboratory of Precision Measuring Technology and Instruments, Tianjin University. His current research interests include microforce measurement and tribology.