DOI：10. 19650/j. cnki. cjsi. J2412746

基于非厄米声学超材料的宽带相干完美吸收*

严雨婷，杨　京，梁　彬，程建春
（南京大学物理学院近代声学教育部重点实验室人工微结构科学与技术协同创新中心　南京　210093）

摘　要：相干完美吸收只能在特定共振频率处或窄带实现完美吸收，这极大地限制了其在实际应用中发挥作用。近年来，非厄米调制和声学超材料的引入为复杂声波操控提供了全新的研究思路，并由此产生了许多在天然结构中难以实现的新颖的波与物质的相互作用。本文提出一种非厄米声学亚波长腔管耦合模型，理论推导并展示了相干完美吸收的演化过程。通过调控系统的非厄米参数实现了两个相干完美吸收的简并，简并处带宽平均因子为 12. 825，且在输出谱图上观测到与之相应的宽带完美吸收特性。本文工作为基于非厄米声学超材料实现宽带相干完美吸收提供了一种新的途径，同时也为开发用于宽带声吸收、声检测等工程应用领域的新型功能性器件奠定了理论基础。

关键词：非厄米；声超材料；相干完美吸收；宽带；简并
中图分类号：TH73　O424　　**文献标识码：**A　　**国家标准学科分类代码：**410. 25 140. 20

Broadband coherent perfect absorption based on non-Hermitian acoustic metamaterial

Yan Yuting，Yang Jing，Liang Bin，Cheng Jianchun
（*Key Laboratory of Modern Acoustics*，*MOE*，*Institute of Acoustics*，*Department of Physics*，*Collaborative Innovation Center of Advanced Microstructures*，*Nanjing University*，*Nanjing 210093*，*China*）

Abstract：Coherent perfect absorption can only be realized at specific resonant frequencies or in narrow bands，which greatly limits its usefulness in practical applications. In recent years，the introduction of non-Hermitian modulation and acoustic metamaterials has provided new research ideas for complex acoustic wave manipulation，and resulted in many novel wave-matter interactions that are difficult to realize in natural structures. In this paper，we propose a non-Hermitian acoustic subwavelength cavity-tube coupling model to theoretically derive and demonstrate the evolution of coherent perfect absorption. Coalescence of two coherent perfect absorptions with a bandwidth averaging factor of 12. 825 is realized by tuning the non-Hermitian parameters of the system，and the corresponding broadband perfect absorbing characteristics are observed on the output spectra. This work provides a new way to realize broadband coherent perfect absorption based on non-Hermitian acoustic metamaterials，and also lays a theoretical foundation for the development of new functional devices for broadband acoustic absorption，acoustic detection and other engineering applications.

Keywords：non-Hermitian；acoustic metamaterials；coherent perfect absorption；broadband；coalescence

0　引　　言

相干完美吸收（coherent perfect absorption，CPA）起源于光干涉与光损耗的相互作用[1]，这一的概念最早由 Chong 等[2]提出，被定义为激光的时间反转现象。当激光系统受到入射波激发时，会在特定的频率阈值处产生窄带的相干波辐射，此时介质的介电常数通常具有负虚部，等效于在系统中产生一定程度的增益效果，使得散射矩阵的极点被“上拉”到实轴，此时就产生了激光现象。一阶激光入射模式对应散射矩阵的本征向量，此时相应的本征值是发散的，与之相反，相干完美吸收入射模式则对应着散射矩阵零本征值的本征向量。相干完美吸收系统中介质的介电常数具有正虚部，等效于在系统中

收稿日期：2024-04-18　　Received Date：2024-04-18
*基金项目：国家自然科学基金（12174190）项目资助

产生一定程度的损耗效果,使得散射矩阵的零点被“下拉”到实轴,此时便发生了相干完美吸收,即系统入射两个相干波,而出射波强度为零。相对于单端口的完美吸收装置,双端口或多端口的相干完美吸收系统拓展了入射波的范围和形式,具有更高的可调性。通过对入射波的相对幅度,相对相位,或者极化方式的调节,就能实现对相干吸波率的控制[3],因此具有更加广泛的应用前景,诸如传感器[4]、调制器[5]等。由于是激光的时间反转过程,相干完美吸收只能发生在特定共振频率处,这极大的限制了其在各个应用领域的发展。

非厄米系统是量子物理中用来表征与外界存在能量交换的系统[6],相比理想的厄米系统[7]而言更接近实际的系统。在非厄米系统中存在一类特殊的奇点,对应于两个或多个本征值及相应的本征矢量同时简并,同时伴随着大量新奇的非厄米现象。近年来,奇异点(exceptional point, EP)的概念被人们从量子体系推广到非厄米声学系统中[8-11],通过对介质的增益和损耗进行调制,学者在非厄米声学系统的 EP 处观测到大量新颖的波现象,诸如单向近完美吸收[12]、不对称传输[13]等,为声波的灵活操控提供了更多新的可能性[14],是声学领域最热门的研究问题之一。声学超材料是一种具有亚波长尺寸的声学人工材料,通过对其单元结构的设计,可以实现许多新颖的物理现象,比如声隐身[15-17]、异常声反射(折射)[18-19]等,这使得声超构材料极大地丰富了对声场的操控能力。

本文设计了一种由耦合双腔连接的声学双波导模型,基于耦合模理论对其散射矩阵的零点本征值进行求解及分析,得到了两个相干完美吸收的简并的临界条件,并发现输出谱幅值与相干波的入射频率之间存在一个四次的比例关系,在输出谱图上呈现出宽带的完美吸收特性。研究结果表明,基于非厄米声学超材料的声学模型可以在两个相干完美吸收简并处实现宽带相干完美吸收。

1　非厄米声学腔管耦合模型

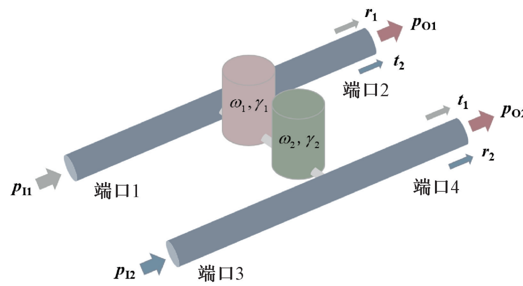
在如图 1(a)所示的声学双端口散射系统中,系统的散射特性可以采用一个二维的散射矩阵来进行表征。散射矩阵由反射系数和透射系数构成,满足如下定义:

$$\begin{pmatrix} p_{O1} \\ p_{O2} \end{pmatrix} = \boldsymbol{S}\begin{pmatrix} p_{I1} \\ p_{I2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_1 & t_2 \\ t_1 & r_2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p_{I1} \\ p_{I2} \end{pmatrix} \tag{1}$$

其中,$p_{I1,2}$ 和 $p_{O1,2}$ 分别表示入射和出射声波的声压幅值,$r_{1,2}$ 和 $t_{1,2}$ 分别表示反射系数和透射系数,下标 1 和 2 表示双端口散射系统的不同入射方向。

本文设计的由耦合双腔连接的声学双波导模型如图 1(b)所示,由两个腔体和两个波导构成,腔体与腔体

(a) 声学双端口散射系统示意图
(a) Schematic of acoustic two-port scattering system



(b) 声学腔管耦合模型示意图
(b) Schematic diagram of acoustic coupled cavity-tube model

图 1　声学散射系统和腔管耦合模型示意图

Fig. 1　Schematic diagrams of acoustic scattering system and coupled cavity-tube system

之间以及腔体与波导之间均由短管连接。考虑声波以平面波辐射的形式从端口 1/3 沿波导长轴向入射入射,一部分经由波导反射从端口 2/4 以反射波的形式出射,另一部分穿过耦合双腔,从另一个波导的端口 4/2 以透射波的形式出射。

为研究双波导系统中的散射矩阵,我们基于耦合模理论构建了该系统的理论模型。首先考虑当两个波导均与腔体解耦的情况,此时该系统简化为仅由两个共振腔耦合而成的简单二元非厄米系统。基于耦合模理论可以给出表征该二元系统的等效哈密顿量,表达式如下[20-21]:

$$\boldsymbol{H}_0 = \begin{pmatrix} \omega_1 - i\gamma_1 & \kappa \\ \kappa & \omega_2 - i\gamma_2 \end{pmatrix} \tag{2}$$

其中,$\omega_{1,2}$ 分别表示两个声学共振腔的共振频率,κ 为共振腔之间的耦合强度,$\gamma_{1,2}$ 为两个共振腔的本征损耗。

在二元系统的等效哈密顿量基础上,我们对恢复了腔体和波导的耦合的非厄米系统进行理论推导,来研究双波导系统的散射矩阵。该外部耦合过程可以用一个对角耦合矩阵 $\boldsymbol{K} = \mathrm{diag}(\sqrt{2\gamma_{c1}}, \sqrt{2\gamma_{c2}})$ 来表征,其中γ_{c1}, γ_{c2} 表示共振腔与波导之间的外部耦合强度[22-23]。根据耦合模理论[24],散射矩阵 S 可以表示为:

$$\boldsymbol{S} = 1 - i\boldsymbol{K}^{\dagger}\frac{1}{\omega - \left[\boldsymbol{H}_0 - \dfrac{i\boldsymbol{K}^{\dagger}\boldsymbol{K}}{2}\right]}\boldsymbol{K} \tag{3}$$

式中:ω 为入射波的频率。两个波导和共振腔的耦合恢复后的双波导系统的等效哈密顿量可表示为:

$$H_{\mathrm{eff}}=H_0-\frac{iK^{\dagger}K}{2}=\begin{pmatrix}\omega_1-i\gamma_1 & \kappa\\ \kappa & \omega_2-i\gamma_2\end{pmatrix}-\frac{i}{2}\begin{pmatrix}\sqrt{2\gamma_{c1}} & 0\\ 0 & \sqrt{2\gamma_{c2}}\end{pmatrix}^{\dagger}\begin{pmatrix}\sqrt{2\gamma_{c1}} & 0\\ 0 & \sqrt{2\gamma_{c2}}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\omega_1-i(\gamma_1+\gamma_{c1}) & \kappa\\ \kappa & \omega_2-i(\gamma_2+\gamma_{c2})\end{pmatrix}\tag{4}$$

结合式(2)和(3),系统的散射矩阵可进一步写为:

$$S=1-i\begin{pmatrix}\sqrt{2\gamma_{c1}} & 0\\ 0 & \sqrt{2\gamma_{c2}}\end{pmatrix}^{\dagger}\frac{1}{\omega-H_{\mathrm{eff}}}\begin{pmatrix}\sqrt{2\gamma_{c1}} & 0\\ 0 & \sqrt{2\gamma_{c2}}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1-i\dfrac{2\gamma_{c1}\Gamma_2}{M} & i\dfrac{\sqrt{4\gamma_{c1}\gamma_{c2}}\kappa}{M}\\ i\dfrac{\sqrt{4\gamma_{c1}\gamma_{c2}}\kappa}{M} & 1-i\dfrac{2\gamma_{c2}\Gamma_1}{M}\end{pmatrix}\tag{5}$$

其中,$\Gamma_{1,2}=\omega-\omega_{1,2}+i(\gamma_{1,2}+\gamma_{c1,c2})$,$M=\Gamma_1\Gamma_2-\kappa^2$。当该系统仅从一端入射声波时,反射系数和透射系数可以写成如下形式:

$$r_1=1-i\frac{2\gamma_{c1}\Gamma_2}{M}\tag{6}$$

$$r_2=1-i\frac{2\gamma_{c2}\Gamma_1}{M}\tag{7}$$

$$t_1=t_2=t=i\frac{\sqrt{4\gamma_{c1}\gamma_{c2}}\kappa}{M}\tag{8}$$

2 相干完美吸收的实现条件

相干完美吸收现象源于波的损耗和干涉效应的相互作用,是一种激光的时间反演现象。当系统中产生一定程度的损耗时,散射矩阵的零点将被“下拉”到实数频率轴,此时当系统入射特定频率的相干波时,呈现出零强度的出射波,即发生了相干完美吸收。为了分析相干完美吸收的形成过程,我们首先在上节构建的理论模型中,对系统散射矩阵的零点本征值进行求解。

相干完美吸收对应于散射矩阵的零点,即输出声压 $p_{O1}=p_{O2}=0$。为了方便后续的讨论,我们考虑两个共振腔相互匹配的情形($\omega_1=\omega_2=\omega_0$)。散射矩阵的本征值由特征方程 $\det(S-\sigma I)=0$ 给出,其中 I 为单位矩阵,该特征方程表达式如下:

$$|S-\sigma I|=\begin{vmatrix}1-i\dfrac{2\gamma_{c1}\Gamma_2}{M}-\sigma & i\dfrac{\sqrt{4\gamma_{c1}\gamma_{c2}}\kappa}{M}\\ i\dfrac{\sqrt{4\gamma_{c1}\gamma_{c2}}\kappa}{M} & 1-i\dfrac{2\gamma_{c2}\Gamma_1}{M}-\sigma\end{vmatrix}=0\tag{9}$$

由式(6)给出的散射矩阵的两个本征值 $\sigma_{1,2}$ 表达式如下:

$$\sigma_{1,2}=\frac{(\delta+i\gamma_1)(\delta+i\gamma_2)+\gamma_{c1}\gamma_{c2}-\kappa^2}{M}\pm\frac{1}{M}\sqrt{-(\gamma_{c1}(\delta+i(\gamma_2+\gamma_{c2}))-\gamma_{c2}(\delta+i(\gamma_1+\gamma_{c1})))^2-4\gamma_{c1}\gamma_{c2}\kappa^2}\tag{10}$$

其中,$\delta=\omega-\omega_0$。当散射矩阵的本征值变为零时,我们可以得到散射矩阵的零点表达式如下:

$$\omega_{z1,2}=\omega_0+i\frac{\gamma_{c1}+\gamma_{c2}-\gamma_1-\gamma_2}{2}\pm\frac{1}{2}\sqrt{4\kappa^2-(\gamma_{c1}-\gamma_1-\gamma_{c2}+\gamma_2)^2}\tag{11}$$

当满足如下所示的参数条件时:

$$\mathrm{Im}\left(\frac{\gamma_{c1}+\gamma_{c2}-\gamma_1-\gamma_2}{2}\right)=0\tag{12}$$

即 $\gamma_{c1}+\gamma_{c2}-\gamma_1-\gamma_2=0$ 且 $4\kappa^2>(\gamma_{c1}-\gamma_1-\gamma_{c2}+\gamma_2)^2$ 散射矩阵的两个零点的虚部同时变为零值,表明此时系统同时存在两个相干完美吸收。

为了进一步探究散射矩阵的零点演变成为相干完美吸收的过程,我们在满足 $\gamma_{c1}+\gamma_{c2}-\gamma_1-\gamma_2=0$ 的参数条件下,改变腔间耦合强度 κ,对散射矩阵零点的变化进行分析。散射矩阵零点的实部和虚部随腔间耦合强度 κ 的变化分别如图2(a)和(b)所示,其中 $\kappa_{th}=(\gamma_{c1}-\gamma_1-\gamma_{c2}+\gamma_2)/2$,实线和虚线分别表示散射矩阵的两个零点本征值。在 $-\kappa_{th}<\kappa<\kappa_{th}$ 区间时,散射矩阵的零点本征值虚部不为零,此时系统存在两个散射矩阵的复数零点;当该腔管耦合结构腔间耦合强度的绝对值进一步增大到满足 $\kappa^2>(\gamma_{c1}-\gamma_1-\gamma_{c2}+\gamma_2)^2/4$ 时,两个零点的虚部同时被拉到零轴上,此时散射矩阵的两个零点均分布在实数频率轴处。这两束声波将在特定参数下的散射通道系统中产生相消干涉效应,导致散射系统内的辐射完全耗散。

3 宽带相干完美吸收特性分析

为了探究两个零点简并下该系统对相干波的吸收特性,我们考虑了当系统的两个相干完美吸收发生简并的特殊情况。双波导系统的两个相干完美吸收的简并对应于散射矩阵的两个零点在实数频率处重合。由式(11)给出的散射矩阵零点表达式,我们可以推导出两个相干完美吸收简并时的参数条件如下:

$$\gamma_{c1}+\gamma_{c2}=\gamma_1+\gamma_2\tag{13}$$

$$\kappa=|\gamma_1-\gamma_{c1}|\tag{14}$$

在本文中选取 $\gamma_1=9$ Hz,$\gamma_2=31$ Hz,$\gamma_{c1}=18$ Hz,$\gamma_{c2}=22$ Hz,通过调节腔间耦合强度 κ 来探究相干完美吸收的简并。由式(14)可以确定,此时双波导系统的两个相干