

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2412378

# 基于改进小波包能量熵和阈值自适应的 切削颤振在线监测\*

聂兴毅, 黄 华, 李旭东, 赵丛林, 吴亚东  
(兰州理工大学机电工程学院 兰州 730050)

**摘要:** 颤振是影响机床加工质量的重要原因之一, 传统的颤振监测算法对颤振孕育阶段的感知灵敏度低, 且监测阈值的设定不具备泛化性和实时性, 针对该问题提出了一种能够自适应地识别早期颤振的在线监测方法。首先使用改进的小波包能量熵算法(IWPEE)提取颤振特征, 在提高识别精度和鲁棒性的同时降低了计算量。其次基于改进的拉依达准则确定颤振监测阈值, 使系统能够根据不同的加工条件自适应地计算颤振监测阈值。然后根据实际加工监测需求开发高效颤振在线监测软件, 并且通过仿真信号和切削试验验证了本文所提算法的有效性。结果表明, IWPEE算法相较于传统熵值判定法, 识别灵敏度提高了360%, 改进的拉依达准则能自适应地确定阈值并成功在颤振孕育阶段将其监测出来, 相较于传统阈值算法在阈值稳定性和适应性上有显著提升。

**关键词:** 颤振监测; 小波包能量熵; 阈值自适应; 拉依达准则

中图分类号: TH113 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 460.35

## Research on online monitoring of milling chatter based on improved wavelet packet energy entropy and threshold adaptation

Nie Xingyi, Huang Hua, Li Xudong, Zhao Conglin, Wu Yadong

(School of Mechanical and Electrical Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

**Abstract:** Chatter is considered as one of the important factors affecting the quality of machining processing, yet traditional chatter monitoring algorithms often lack sensitivity to chatter onset and struggle with real-time adaptability in setting monitoring thresholds. To tackle this challenge, we propose a self-adaptive online monitoring method for early chatter identification. The use of the improved wavelet packet energy entropy (IWPEE) algorithm enhances chatter feature extraction, thereby improving recognition accuracy, robustness, and efficiency. Moreover, an improved Pauta criterion dynamically determines the chatter monitoring threshold, enabling adaptive threshold calculation under varying processing conditions. Subsequently, we develop online chatter monitoring software to meet the practical monitoring demands of machining. Validation of the proposed algorithm through simulation signals and cutting experiments demonstrates a 360% increase in sensitivity compared to traditional entropy-based methods. Additionally, the adaptive determination of the threshold by the improved Pauta criterion ensures successful monitoring of chatter onset during its growth stage. Furthermore, significant enhancements in threshold stability and adaptability relative to traditional threshold algorithms are demonstrated.

**Keywords:** chatter monitoring; wavelet packet energy entropy; threshold adaptation; pauta criterion

## 0 引 言

在切削加工中的颤振表现为刀具与工件之间剧烈的相对振动。尤其在航空航天领域存在大量薄壁零件, 在

加工此类零件时由于其刚度差, 更易于颤振的发生, 往往导致灾难性后果。如何及时监测并抑制颤振, 对提高工件质量及刀具寿命有重大意义, 是工业界的研究热点之一。

众多学者对切削颤振展开了研究, 并提出了利用切

收稿日期: 2024-01-11 Received Date: 2024-01-11

\* 基金项目: 国家自然科学基金(52365057)、温州市科技计划项目(G2023045)、甘肃省科技重大专项(23ZDGE002)资助

削过程中的加速度、声音、声发射、电机电流、切削力等信号,结合有效的颤振识别算法实现了在线监测,基本可分为切削信号的时域分析、频域分析和时频域分析,以及使用理论建模方法创建稳定性叶瓣图(stability lobe diagrams, SLD)完成离线分析。在时域分析中,梅志坚等<sup>[1]</sup>指出当切削状态从稳定向颤振转变的过程中,切削信号的时域方差将增大并以此作为指标判别颤振的发生,但时域信号幅值容易受到外界干扰,容易造成误判。在频域分析方法中,Quintana等<sup>[2]</sup>提出了对切削过程中声音信号进行加窗,对每个窗口内的信号FFT操作,并设定颤振阈值,当高频分量幅值超过阈值时认为发生颤振,但是由于实时性的要求,滑动时间窗口小导致采样到的信号周期个数很少,使傅里叶频谱的正负颤振频率之间产生严重干扰。Lu等<sup>[3]</sup>采用切削过程振动加速度信号的时域方差和频谱特征作为判别颤振发生的依据,但是振动传感器的布置容易影响正常加工,且价格较高。而在时频域分析中,吕凯波等<sup>[4]</sup>提出利用车削过程中声压信号的小波包能量峭度来预警早期切削颤振。任静波等<sup>[5]</sup>提出了基于小波包能谱熵的铣削颤振监测方法,能有效对铣削加工过程中的铣削颤振现象进行监测。在此基础上,熊振华等<sup>[6]</sup>以加权小波包熵作为特征实时监测车削加工过程,并在颤振初期辨识颤振,提高了监测灵敏度,但以上辨识过程容易受到外界干扰,鲁棒性不佳,在实际加工环境中效果不理想。Zhang等<sup>[7]</sup>提出了通过变分模态分解和小波包分解,将切削力信号分解为两组子信号,提取两组子信号中的能量熵,作为综合指标成功监测出了颤振,但是计算量较大,时效性欠佳。

在使用小波包分析计算信号熵值监测颤振发生的诸多研究中,对颤振监测的阈值设定方法也展开了相应的探索,阈值的确定对颤振监测的灵敏性和有效性有至关重要的作用,李宏坤等<sup>[8]</sup>以模态试验的结果作为判断颤振的重要依据,通过离线分析设置颤振发生时的特征值作为当前工况的监测阈值,但针对不同工况需要重复模态实验和数据分析,泛化性不强。熊振华等<sup>[6]</sup>通过建立颤振辨识阈值知识库,在进行颤振实时辨识时,通过查表或其他智能算法,找到相同或相似切削条件下的阈值,其本质是离线分析后阈值输入,辨识知识库建立需要较长的周期且需要针对不同工况不断扩充,对于实际使用普适性欠佳,薛雷等<sup>[9]</sup>在大量涉及不同刀具、工件材料和切削参数的试验基础上,确定用于颤振监测的阈值,其阈值的确定周期较长且需需要额外的成本投入,在实际使用中仍有不足。Chen等<sup>[10]</sup>利用循环平稳能量比指标来监控颤振的发展,人为设置监测阈值保证颤振监测的快速性,但其阈值设置缺乏理论支撑,本质是一种经验输入。刘阔等<sup>[11]</sup>通过对试切数据的离线学习确定颤振监测的

阈值,该方法需要分析一定量的历史数据,离线学习的过程对时间有一定的要求,较难实现对颤振的完全在线监测。张磊等<sup>[12]</sup>提出将拉依达准则运用在颤振监测的阈值计算的过程中,利用拉依达准则计算不同加工条件下的阈值,在一定程度上实现了阈值的自适应,但传统的拉依达准则容易受到异常值的干扰,当出现高频噪声时容易引起对颤振的监测误判。

综上所述,目前颤振辨识算法对颤振孕育阶段的辨识能力较差,不利于颤振的在线监测,并且颤振监测阈值不能完全实现在线自适应确定。针对上述问题,本文提出一种基于改进的小波包能量熵的颤振辨识方法,结合改进的拉依达准则确定颤振监测的阈值。首先在小波包分解的基础上选择参与熵值计算的频带索引号,排除主轴转频及其倍频成分对熵值计算的影响,提高颤振识别灵敏度的同时又降低了计算量,使监测实时性进一步改善。然后考虑颤振能量熵异常值及其分布情况对传统拉依达准则阈值计算的影响,引入变异系数 $C_v$ 作为判断因子,增加阈值计算的类别,减小数据异常值对阈值计算结果的影响,实现监测阈值的自适应设定。最后基于改进的小波包能量熵和阈值自适应算法,开发了颤振在线监测系统。

## 1 颤振特征提取与辨识

在铣削过程中,颤振完全形成之前会经历一个孕育过程,此时切削系统的振动能量开始从主轴转频及其倍频处向一个窄的高频频带聚集,当颤振完全发生时,振动能量主要集中在切削系统的某阶固有频率附近。这意味着随着切削状态的变化,振动信号的频谱和能量分布会发生改变。能量熵值能够很好的反映这种变化,而从小波包变换的角度看,颤振会使切削信号在某一分解层的某些频带上的能量分布均匀性降低,因此本文首先利用小波包能量熵作为颤振辨识的一个指标。

### 1.1 小波包分解

小波分析方法广泛应用于各种信号处理过程中,以时间局部化的方式进行频域分析,如式(1)所示,在分析不稳信号时十分具有优势。

$$W_f^{\psi}(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \overline{\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} dt, a > 0 \quad (1)$$

其中 $f(t)$ 为原始信号, $\psi(t)$ 为小波母函数, $\psi_{a,b}(t)$ 为小波函数, $a$ 为尺度因子, $b$ 为平移因子, $W_f^{\psi}(a, b)$ 为小波系数。

小波包分解则是在小波分解的基础上改进的信号分解算法。采用小波包分解对原始信号进行处理时,小波包树每层将会分别产生一组相似系数信号和一组细节系数信号,在进行下一层分解时,会继续对上层产生的细节

系数进行再次分解,因此就可以将颤振产生高频信号分解出来便于分析。以三层小波包分解为例,其分解结构如图1所示。在进行小波包分解时需要用到 Mallat 算法进行离散计算,如式(2)所示。

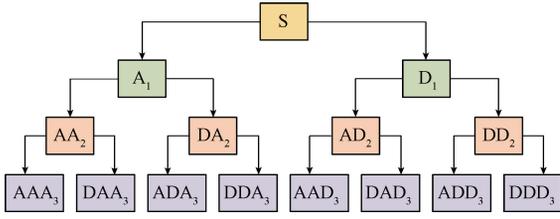


图1 小波包分解结构图

Fig. 1 Structure diagram of wavelet packet decomposition

$$cA_{j,k} = \sqrt{2} \sum_n h[n - 2k] cA_{j-1}[n] \setminus cD_{j-1}[n]$$

$$cD_{j,k} = \sqrt{2} \sum_n g[n - 2k] cA_{j-1}[n] \setminus cD_{j-1}[n]$$
(2)

其中,  $j$  为离散的尺度因子,  $k$  为离散的平移因子, 且  $k$  系数为 2 是因为经过了下采样处理,  $c$  为小波包分解系数,  $h$  为低通滤波器系数,  $g$  为高通滤波器系数。

利用小波包分解处理长度为  $n$  的信号且进行  $m$  层分解时, 将会产生  $2m$  个长度为  $n/2^m$  的子信号, 每个子信号对应一个频带宽度, 根据奈奎斯特采样定理, 分解后的子信号对应的最高频率为采样率的一半, 而对于索引号为  $i$  的子信号对应的频带为  $[(i-1)F_s/2^{m+1}, iF_s/2^{m+1}]$ , 其中  $F_s$  为采样率,  $i=1, 2, 3, \dots, 2^m$ 。由于该算法的计算特性, 每次分解将会对被分解信号的样本数进行均分操作, 最终分解出的子信号样本数和能量满足式(3), 即小波包分解后最后一层各子信号的样本数相加等于原始信号  $S$  的样本数, 最后一层各子信号的能量值相加等于原始信号  $S$  的能量值。

$$S = AAA_3 + DAA_3 + ADA_3 + DDA_3 + AAD_3 + DAD_3 + ADD_3 + DDD_3$$
(3)

### 1.2 改进的小波包能量熵算法

对切削颤振进行监测主要有两个难点, 其一, 如何在颤振孕育期间就将其辨识出来, 避免颤振完全发生对工件造成不可逆的损伤。其二, 如何在保证识别准确的前提下, 简化识别算法提高实时性。

铣削过程的声音信号包含着丰富的频率成分, 可以通过对声音信号的监控来识别铣削过程是否发生颤振。颤振在完全产生之前会经历一个孕育过程: 在时域上信号的幅值和离散程度逐渐增大, 在频域上信号的主振频率从原始频带(转频及齿通过频率)过渡到颤振频带(切削系统某阶固有频率附近)。

假设切削过程声音信号为  $x(t)$ , 则该信号的能量可用式(4)表示。

$$E = \|x\|^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt$$
(4)

如果对信号  $x(t)$  进行  $m$  层小波包分解后, 可得到  $2^m$  个子信号(小波包系数), 如式(5)所示。

$$c_{j,k} = 2^{-\frac{j}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} \phi_{j,k}(t) x(t) dt$$
(5)

其中,  $c_{j,k}$  为信号  $x(t)$  的小波系数  $\phi_{j,k}$  为小波基函数, 且根据帕斯瓦尔定理:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |c_{j,k}(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt$$
(6)

由式(6)可知, 信号的能量可由小波系数表示, 因此可根据分解后各子信号的小波系数计算每个子信号的能量:

$$E_i = \int_{-\infty}^{+\infty} [c_{j,k}^i(t)]^2 dt \quad i = 1, 2, \dots, 2^m$$
(7)

其中,  $m$  为小波包分解层数,  $i$  为子信号索引,  $c_{j,k}^i(t)$  为原始信号进行  $m$  层分解后第  $i$  个子信号的小波包系数, 并且满足式(8):

$$E = \sum_{i=1}^{2^m} E_i$$
(8)

其中,  $E$  为原始信号能量,  $E_i$  为第  $i$  个子信号的能量, 各子信号的能量占比为:

$$P_i = \left[ \frac{E_1}{E}, \frac{E_2}{E}, \dots, \frac{E_{2^m}}{E} \right]$$
(9)

计算子信号索引从  $h$  到  $l$  且  $h, l \in [1, 2^m]$  总的能量熵值为:

$$H_{h,l} = - \sum_{i=h}^l P_i \log_2 P_i$$
(10)

对原始信号进行小波包分解后, 每个子信号包含的频率信息对应不同的频带, 而切削过程从稳定向颤振转变时主振频带会发生改变, 也就意味着各子信号能量均匀性将会改变, 因此可以通过计算某几个频带的能量熵值从而识别颤振的产生。

$$\begin{cases} x_0 = 2\sin(2\pi\omega_1 t) \\ x_1 = 1.5\sin(2\pi\omega_1 t) + 3\sin(2\pi4\omega_1 t) \\ x_2 = 3.5(3^t - 1)\sin(2\pi\omega_2 t) + x_1 \\ x_3 = 12\sin(2\pi\omega_3 t) + x_1 \\ x(t) = x_0(0 \leq t < 2) + x_1(2 \leq t < 6.6) + \\ x_2(6.6 \leq t < 8.4) + x_3(8.4 \leq t < 13.2) \end{cases}$$
(11)

在稳定铣削过程中, 信号幅值较低, 主振频率成分为主轴转频及其倍频。在颤振孕育阶段, 信号幅值呈指数形式增长, 主振频率开始转变。在颤振完全形成时, 主振频率转移到接近切削系统的某阶固有频率附近。以采样率  $F_s = 500$  Hz, 信号长度  $N = 6.600$  创建切削颤振形成的模拟信号如式(11)所示, 其中  $x_0$  为空切削阶段,  $x_1$  为稳

定切削阶段,  $x_2$  为颤振孕育阶段,  $x_3$  为颤振完全发生阶段, 使用小波包能量熵可以判断信号能量在各频带分布的均匀性, 结果如图 2 所示。在稳定切削阶段, 信号能量主要集中在主轴转频和齿通过频率所在的低频频带, 其他频带能量成高斯分布且能量较低。如果此时按照传统的熵值指标算法计算所有分解后频带的总熵值, 将会因为信号能量集中在 7 号频带得到一个较低的数值, 如图 2(a) 所示; 但在颤振发生后, 信号总能量开始向颤振频带聚集, 此时要维持颤振频率所需的能量将远远大于主轴转频及齿通过频率所占据的能量,

在频带图上大量能量集中在 14 号频带, 此时如果继续计算所有频带的总熵值, 也会因为能量是趋于集中分布而得到一个较低的熵值结果, 如图 2(c) 所示。因为颤振时主频带能量远高于稳定时主频带的能量, 即颤振时能量的集中性更高, 所以颤振时的能量熵会比稳定时更低, 传统算法根据这个特性判断颤振的产生。但是其缺点显而易见: 在某些切削条件下, 颤振虽然产生, 但是能量不高, 会被主轴转频及其倍频成分淹没, 此时使用传统算法可能会造成监测失效, 但颤振依旧会对切削系统造成持续的影响<sup>[13]</sup>。

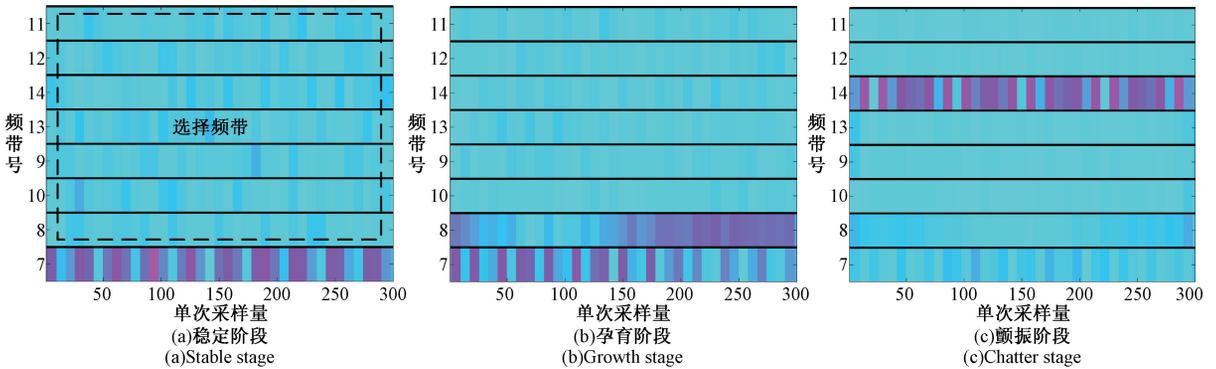


图 2 模拟信号不同切削阶段的小波包分解频带

Fig. 2 Wavelet packet decomposition frequency bands of simulated signals at different cutting stages

因此本文提出一种只计算几个特定频带能量熵总和的改进算法, 以排除转频及其倍频成分对监测结果的影响。如图 2(a) 中矩形虚线框所示, 在未发生颤振时, 因所选的 7 个频带将转频及其倍频成分所在的 7 号频带排除在外, 忽略不考虑, 所以这 7 个频带内的能量分布比较均匀, 整体的熵值很高。而发生颤振时, 主振频带向高频处转移, 必定比 7 号频带的频率高, 因此所选的这 7 个频带中会包含颤振频带, 且能量分布十分集中, 如图 2(c) 所示, 此时再计算这 7 个频带整体的能量熵值, 则会得到一个很低的数值, 即增大了稳定与颤振时的能量熵差值, 实现了对传统算法的改进。

在传统小波算法中, 由于小波滤波器隔点插零、卷积、隔点采样等运算会造成频率混淆问题, 即经过小波分解重构后会在原有频带内引入一些虚假成分。而小波包分解后会继续对各层的高频成分继续进行分解, 实际上是对虚假的信号的再分解, 进而重构也是对虚假信号的重构。因此小波包分解后虽然子信号索引值从小到大依次排列, 但是子信号对应的频带发生了交错(不按顺序排列), 以带宽为 100 Hz 的 8 个子信号为例进行说明, 如图 3 所示。

虽然频带交错后对整体熵值计算没有影响, 即对传统的基于能量熵指标的颤振监测算法无影响, 但是本文所提改进的熵值计算方法需要子频带频率严格按照从低

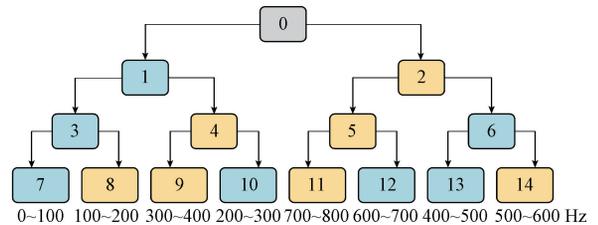


图 3 小波包分解产生的频带交错问题

Fig. 3 Frequency band interleaving problem generated by wavelet packet decomposition

到高的顺序排列, 因此需要先对混淆的子信号进行重新排序。根据分解特性可以发现, 当对每一层的高频成分进行再分解时, 就会发生频率错乱, 因此需要对高频部分再分解后得到的下一层的两个子成分进行顺序调换, 如图 4 所示。

将原本的子信号索引号排列顺序: 7—8—9—10—11—12—13—14 调整为 7—8—10—9—13—14—12—11, 然后按调整好的顺序根据式(7)~(9)分别计算各子信号的能量占比  $P_i$  其中  $i=7\sim 14$  并映射到数组  $J$  上:

$$J(k) = [P_7, P_8, P_{10}, P_9, P_{13}, P_{14}, P_{12}, P_{11}] \quad (12)$$

其中,  $k=0\sim 7, J(0)=P_7, J(1)=P_7, \dots, J(7)=P_{11}$ 。

排序后的小波包能量熵算法如式(13)所示。

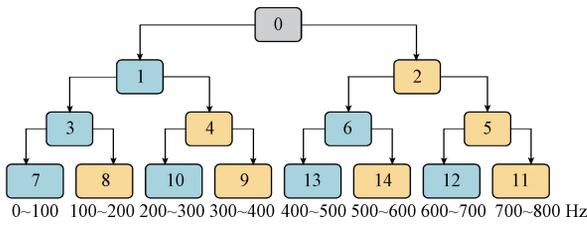


图 4 子频带重新排序  
Fig. 4 Subband reordering

$$H_{a,b} = - \sum_{k=a}^b J(k) \log_2 J(k) \quad a, b \in [0, 7] \quad (13)$$

选择合适的  $a, b$  值, 可以消除主轴转频和齿通过频率对熵值的影响, 提高监测性能。

以采样率  $F_s = 500$  Hz, 熵值计算窗口长度  $L = 300$ , 四刃铣刀, 主轴转速  $n = 420$  rpm (转频  $f_n = 7$  Hz, 齿通过频率 28 Hz) 为例, 代入式 (11) 所示的模拟切削信号进行 3 层小波包分解时, 将会产生 8 个子信号, 且通过式 (12) 调整这 8 个子信号, 将其按频率由低到高的顺序排列, 并取  $a = 1, b = 7$  代入式 (13) 得到改进后能量熵值算法的监测效果并与传统算法作对比, 如图 5 (b)、(c) 所示。对于该模拟信号, 传统能量熵算法在稳定和颤振时能量熵差值

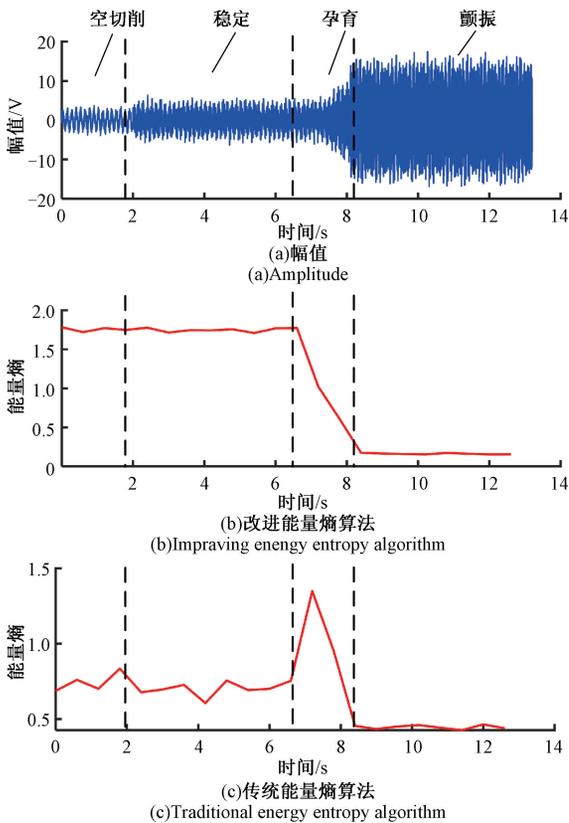


图 5 模拟信号算法识别效果对比

Fig. 5 Assessment of recognition performance among algorithms using simulated signals

最大为 0.38, 改进后能量熵算法最大差值为 1.35。改进后的算法颤振识别性能提升了 360%, 大幅提高了颤振识别的灵敏度, 且鲁棒性显著提高。

根据频带区间可知频带区间  $[(i-1)F_s/2^{m+1}, iF_s/2^{m+1}]$  与采样率有关, 当分解层数一定且采样率过大时, 每个频带带宽很大, 将会使颤振频带与稳定切削时的主频带非常接近, 甚至处于同一分解频带, 这会直接导致基于能量熵值算法的颤振监测失效, 且数据处理量过大, 因此合理选择采样率及分解层数是十分关键的。

## 2 颤振监测阈值自适应选取

监测信号阈值的选取对颤振辨识结果具有重要影响。阈值过高会导致辨识时间滞后, 无法保证在颤振初期将其识别出来。阈值过低则会使得鲁棒性变差, 容易造成误报。因此, 能量熵阈值的选取应在保证高辨识准确度的前提下, 使识别出颤振的时间尽可能早; 同时考虑不同作业环境及加工条件, 颤振监测的阈值不固定, 为了快速准确的识别出机床加工状态, 需要设定合理的颤振阈值。如何实现在线监测阈值的自适应设定一直以来没有被很好的解决。因此本文提出改进的拉依达准则进行颤振阈值的自适应计算。

### 2.1 拉依达准则

由拉依达准则 ( $3\sigma$  准则) [14] 可知, 对任意第  $i$  维有  $m$  个数据样本为:

$$x^i = (x_1^i, x_2^i, \dots, x_m^i) \quad (14)$$

简记为:

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_m) \quad (15)$$

其中,  $x$  的均值为  $\mu$ , 标准差为  $\sigma$ , 则如果新采集数据点  $x_i$  不满足式 (16), 则  $x_i$  视为异常值。

$$|x_i - \mu| \geq 3\sigma \quad (16)$$

稳定铣削过程中, 能量熵  $H$  近似服从正态分布 [12]。即在稳定加工状态下, 服从高斯分布的特征序列有 99.74% 的概率会分布在区间为  $[\Sigma_1, \Sigma_2]$  的  $3\sigma$  带内, 其中  $\Sigma_1$  为序列上边界,  $\Sigma_2$  为序列下边界, 上下边界的计算式如式 (17) 所示。

$$\begin{aligned} \Sigma_1 &= \bar{H} + 3\sigma \\ \Sigma_2 &= \bar{H} - 3\sigma \end{aligned} \quad (17)$$

对于正态分布的随机误差, 落在  $\pm 3\sigma$  以外的概率只有 0.26%, 它在有限次测量中发生的可能性很小, 因此使用拉依达准则不仅可以剔除数据中的异常值, 还可以用其上下限作为颤振监测的阈值。

### 2.2 改进的拉依达准则

在铣削加工颤振监测中, 监测系统容易受外界高频

噪声干扰,高频噪声的小波包能量熵值与正常加工音频的熵值差异较大,传统拉依达准则在进行阈值计算时会受到高频噪声的异常数据影响,即整个数据集中出现几个波动异常大的数据值,根据二阶原点距(方差)公式,如式(18)所示,可以得到标准差 $\sigma$ 和均值 $\mu$ 的关系式,如式(19)所示。

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^m (x_i - \mu)^2}{m} \quad (18)$$

$$\frac{\sigma}{\mu} = \frac{\sqrt{(x_1 - \mu)^2 + (x_2 - \mu)^2 + \dots + (x_m - \mu)^2}}{\sqrt{m}\mu} \quad (19)$$

$$\frac{\sigma}{\mu} = \frac{\sqrt{\left[\frac{(m-1)x_1 - (x_2 + x_3 + \dots + x_m)}{m}\right]^2 + \left[\frac{(m-1)x_2 - (x_1 + x_3 + \dots + x_m)}{m}\right]^2 + \dots + \left[\frac{(m-1)x_m - (x_1 + x_2 + \dots + x_{m-1})}{m}\right]^2}}{\sqrt{m}\mu} \quad (20)$$

假设异常点出现在第 $k$ ( $k \in [1, m]$ )个数据点上,根据式(20)可得对第 $k$ 个样本有表达式:

$$\left[ (m-1)x_k - (x_1 + x_2 + \dots + x_{k-1} + x_{k+1} + \dots + x_m) \right]^2 \quad (21)$$

如果出现异常点数据值足够大,即令 $x_k \rightarrow \infty$ ,那么式(20)可变为:

$$\lim_{x_k \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{(m-1)x_k^2 + [(m-1)x_k]^2}}{\sqrt{m}x_k} \quad (22)$$

简化记为:

$$\frac{\sigma}{\mu} = \sqrt{m-1} + O(m) \quad (m \geq 1) \quad (23)$$

由式(23)可知,当存在异常大的样本值后, $\frac{\sigma}{\mu}$ 的结果完全跟 $m$ 的大小有关,且 $m$ 越大,比值越大,对于存在 $\tau$ ( $1 < \tau < m$ )个异常数据,可以由式(23)变形得到:

$$\sqrt{(m-\tau)/\tau} + O(m) \quad (m \gg \tau, x_k \rightarrow \infty) \quad (24)$$

结合式(16)可以明显的会发现当存在过大的异常点时,判定异常点的阈值区间将扩大,即式(25)所示区间将受异常点影响形成一个较大的阈值带。

$$[x_j < -(1 + 3C\sqrt{m})\mu, x_j > (1 + 3C\sqrt{m})\mu] \quad (25)$$

其中, $C$ 为常数,综合上述结果可知,当使用传统拉依达准则计算阈值时,如果存在偏离正常值过大的数据样本点,就会使阈值带范围增大,造成极端异常的数据能检出,非极端异常数据有可能都落在较大的阈值范围内而无法检出,用于颤振阈值计算时可能因为某个过大异常值使阈值范围增大,导致颤振的监测的滞后或漏判。

$$C_v = \frac{\sigma}{\mu} \quad (26)$$

针对上述问题,提出改进的拉依达准则,首先对原始数据采取去极值处理,避免数据集中存在过大异常点对计算结果产生较大影响。进一步的,针对多个较大异常值存在,去极值后计算结果仍受较大影响,以概率和统计学为依据,引入可以反映数据离散程度的变异系数 $C_v$ ,定义式如式(26),根据定义可知 $C_v$ 的值越小,数据离散程度越低,数据中含有的异常值越少。以 $C_v$ 为判别因

子,相应的改变标准差 $\sigma$ 前面的系数,使计算不同数据集对应阈值时具有不同的计算标准,结合传统拉依达准则制定更为合理的监测异常值的范围,可得稳定切削状态下熵值的分布区间 $[\Sigma_1, \Sigma_2]$ 如式(27)所示。

$$\begin{cases} C_v < 0.5 \begin{cases} \Sigma_1 = \bar{H} + 3\sigma \\ \Sigma_2 = \bar{H} - 3\sigma \end{cases} \\ 0.5 < C_v < 1 \begin{cases} \Sigma_1 = \bar{H} + (3 - C_v)\sigma \\ \Sigma_2 = \bar{H} - (3 - C_v)\sigma \end{cases} \\ C_v > 1 \begin{cases} \Sigma_1 = \bar{H} + \left(\frac{1}{C_v}, \frac{1}{C'_v}\right)_{\min} \sigma \\ \Sigma_2 = \bar{H} - \left(\frac{1}{C_v}, \frac{1}{C'_v}\right)_{\min} \sigma \end{cases} \end{cases} \quad (27)$$

其中, $C'_v$ 为未去除极值前的变异系数,在 $C_v < 0.5$ 时认为数据离散程度较小,没有过大的异常值,可以使用传统拉依达准则作为计算标准,当 $C_v > 0.5$ 但小于1时将传统拉依达准则计算式中 $\sigma$ 前的系数改为原系数与当前 $C_v$ 值的差,如果 $C_v > 1$ ,说明数据中含有多个偏离平均水平的异常值,使用传统的拉依达准则将失去监测意义,可根据实际数据的分布改变 $\sigma$ 的系数,本研究取 $C_v$ 和 $C'_v$ 的倒数中较小的一个以达到最佳的监测效果。改进的拉依达准则阈值计算流程如图6所示。

以式(28)所示的两组稳定切削阶段模拟信号为对象,分别使用改进前后的算法计算阈值验证改进后的拉依达准则的性能,并与传统拉依达准则作出对比,结果如图7所示。

$$\begin{cases} x_1 = 1.5\sin(14\pi t) + 3\sin(56\pi t) \\ x_2 = 3.5\sin(60\pi t) + 3\sin(240\pi t) \end{cases} \quad (28)$$

图7(a)、(c)为两组信号没有出现异常值时的值分析结果,可以看出当数据较为稳定时,传统拉依达准则和改进后的拉依达准则的阈值范围基本相同,即数据离散程度较小的情况下改进后的算法依然使用传统拉依达准则的计算式。

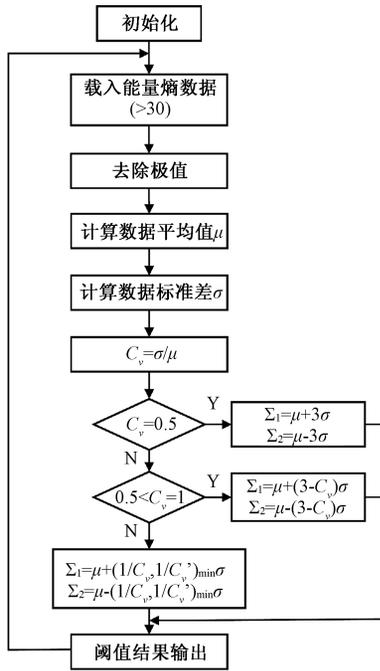
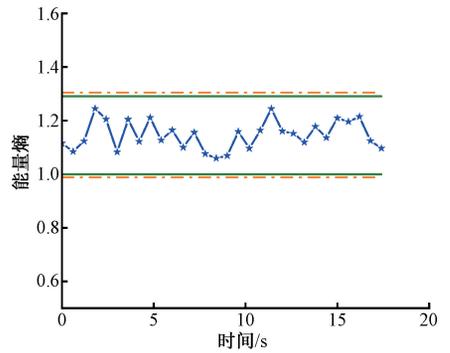
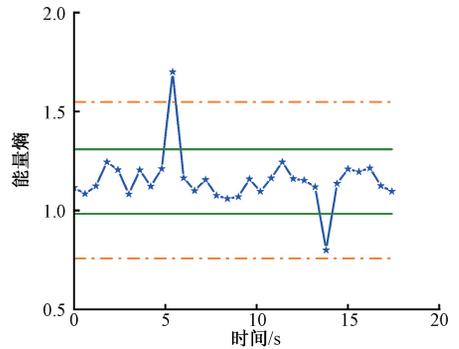


图 6 改进的拉依达准则阈值计算流程图  
Fig. 6 Flow chart of threshold calculation for improved pauta criterion



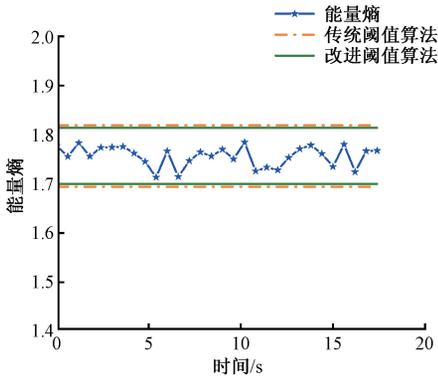
(c)模拟信号2阈值对比  
(c)Analog signal 2 threshold comparison



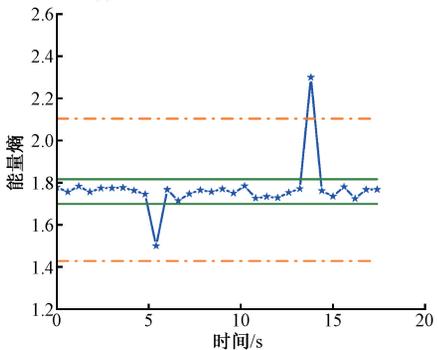
(d)加入异常值后模拟信号2阈值对比  
(d)Comparison of threshold values for simulated signal 2 after adding outliers

图 7 模拟信号的阈值自适应算法效果对比

Fig. 7 Comparison of threshold adaptive algorithms for analog signals



(a)模拟信号1阈值对比  
(a)Analog signal 1 threshold comparison



(b)加入异常值后模拟信号1阈值对比  
(b)Comparison of threshold values for analog signal 1 after adding outliers

图 7(b)、(d)为两组信号中出现两处异常值干扰的分析结果,此时传统算法与改进算法计算的阈值范围出现较大的差异,传统算法受异常值干扰,阈值范围较未出现异常值时增大了 25%,只能监测到其中一处较大的异常值,亚异常值仍然在阈值范围内,用于颤振监测将造成延判或漏判,而改进后的算法阈值范围未受到异常值的影响,具有较强的稳定性。

### 3 试验验证

为验证所提 IWPEE 算法和改进的拉依达准则在实际加工中对颤振监测的灵敏性以及自适应阈值在早期颤振监测中的可靠性,选用铣削加工音频信号作为监测对象并进行分析和讨论。在 LabVIEW 中依据所提算法开发的颤振在线监测系统,实时采集加工音频,在线分析音频信号的频谱特性和小波包能量熵并计算颤振监测的阈值,与小波包能量熵同步显示,实现颤振监测的可视化交互。

#### 3.1 试验设计

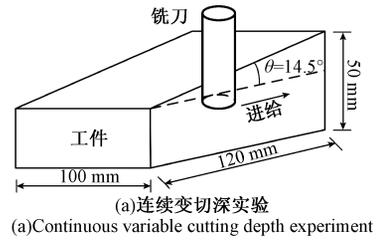
在 VMC850 立式加工中心和 XK713 立式铣床上铣削试验,两组铣削试验参数如表 1 所示,验证所提算法和

监测系统在不同机床及不同工况下均能高效监测颤振并且自适应的生成颤振监测阈值,铣削试验示意图如图8所示,两组试验均采用钨钢3刃铣刀,刀具直径6 mm,总长100 mm,刃长45 mm,刀具安装时悬伸长度为70 mm,工件材料为6065铝合金,试验1所用工件尺寸为120 mm×100 mm×50 mm,试验2所用工件尺寸为20 mm×20 mm×100 mm,加工现场如图9所示。

表1 切削试验参数表

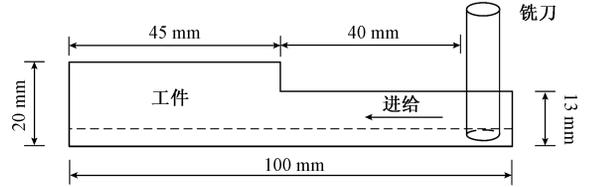
Table 1 Cutting Test Parameters Table

试验	转速 $/(r \cdot \text{min}^{-1})$	切宽/mm	切深/mm	进给速度 $/(mm \cdot s^{-1})$
1	5 400	5	0~30	120
2	3 800	4	10/17	200



(a)连续变切深实验

(a)Continuous variable cutting depth experiment



(b)阶梯变切深实验

(b)Step by step cutting depth experiment

图8 铣削试验示意图

Fig. 8 Schematic diagram of milling test

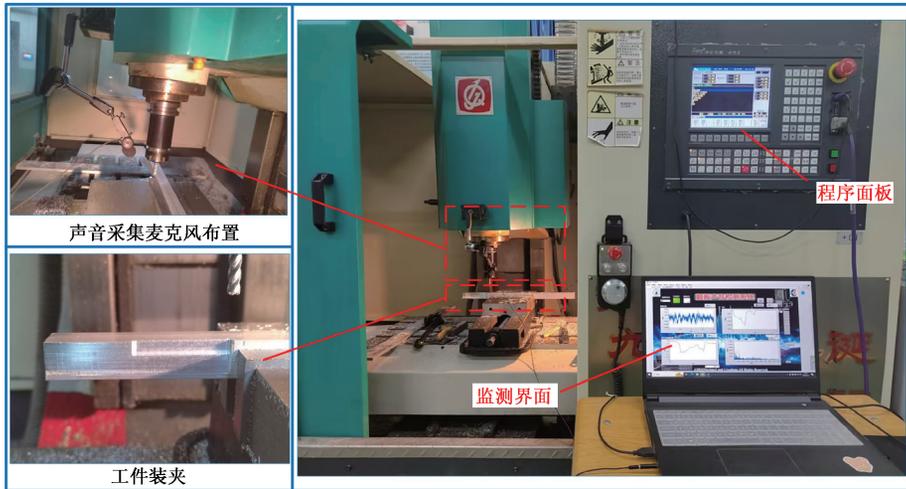


图9 铣削试验现场

Fig. 9 Milling test scene

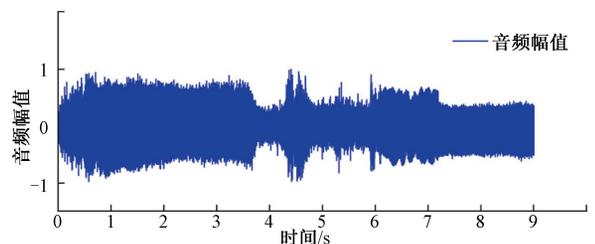
在主轴箱底端布置麦克风采集切削过程的声音信号,在线监测系统设置采样率 $F_s = 11\ 025\ \text{Hz}$ ,单通道采样模式,设置30个能量熵数据点为计算监测阈值样本区间容量,并将每组能量熵数据点计算的阈值进行动态累加后取平均值用于下一组数据的颤振监测,当改进的能量熵超过阈值,颤振监测界面报警。

### 3.2 试验结果与分析

#### 1) 连续变切深实验

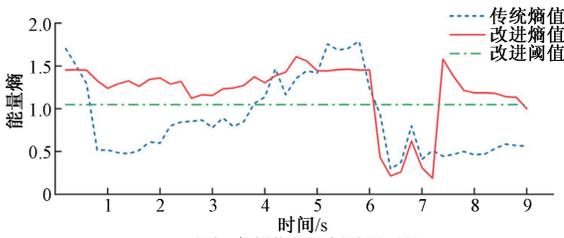
在VMC850立式加工中心上进行如表1所示的试验1,图10(a)为加工过程音频信号时域图,且0~3.7 s为稳定切削阶段,3.7~6.0 s为第二次往复切削时的切削空程,时域图中4.5 s附近出现的峰值是因为X轴换向时产生的冲击,6.0~7.15 s为颤振阶段,加工现场也伴随着尖锐刺耳的噪音。使用颤振监测系统对切削音频信

号进行在线实时监测,系统根据稳定阶段的能量熵计算监测阈值,颤振发生时,音频信号的主频率主要集中在3 500 Hz,小波包能量熵减小,低于监测阈值时系统颤振指示灯报警,颤振在线监测系统现场监测结果如图11所示。



(a)试验1音频信号时域图

(a)Experiment 1 audio signal time domain diagram



(b)试验1音频信号分析结果对比  
(b) Comparison of audio signal analysis results in experiment 1

图10 试验1离线分析

Fig. 10 Offline analysis of experiment 1

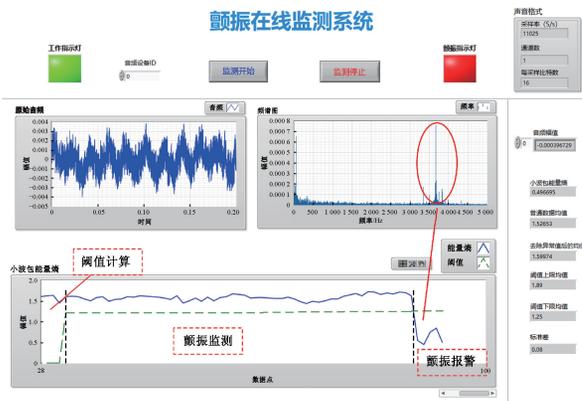


图11 试验1现场监测界面

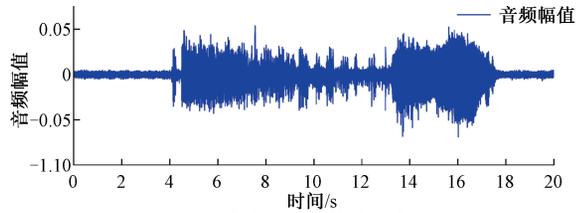
Fig. 11 Field monitoring interface for experiment 1

为验证改进算法的性能,将现场音频保存后使用改进的小波包能量熵算法离线分析,并与传统算法对该信号的处理效果作了对比,同时使用改进的拉依达准则计算监测阈值,图10(b)可以看出传统的能量熵算法在0.7~3.6 s出现误判断,指标多次穿插阈值造成颤振误报,甚至在颤振结束后不能及时解除报警,造成颤振监测失效。改进的能量熵算法在第6 s反应出颤振孕育的趋势,阈值自适应算法计算的阈值在第6.1 s即监测到其变化,在加工刚进入颤振孕育阶段就进行了颤振报警,最大限度的保证了加工质量。同时对比传统熵值算法和改进熵值算法的曲线,可以看出传统熵值算法稳定阶段的能量熵与颤振阶段的能量熵均值相差0.27,改进熵值算法稳定与颤振阶段的能量熵均值相差0.961,颤振识别性能提升近360%,与理论分析结果相同,验证了改进后的能量熵算法在实际加工颤振监测中的优越性。

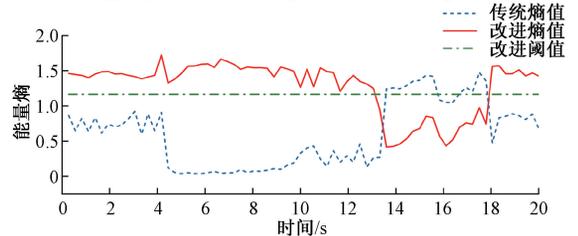
### 2) 阶梯变切深试验

在XK713立式铣床进行如表1所示试验2,图12(a)为试验2加工过程中的时域图,0~4 s为空切削,第一阶梯从第4 s开始切入,切深逐渐增加到10 mm,信号幅值逐渐趋于平稳,6~10 s为稳定切削阶段(切削深度恒为10 mm),第10 s开始切入第二阶梯,切深突变到17 mm,13.5~17.5 s为颤振阶段(切削深度恒为

17 mm),现场同样出现尖锐噪声。



(a)试验2音频信号时域图  
(a) Experiment 2 audio signal time domain diagram



(b)试验2音频信号分析结果对比  
(b) Comparison of audio signal analysis results in experiment 2

图12 试验2离线分析

Fig. 12 Offline analysis of experiment 2

颤振在线监测界面如图13所示,在试验2工况下颤振频率主要集中在1500 Hz,改进后的小波包能量熵算法实时计算能量熵,系统同样可以自适应的计算颤振监测阈值,验证了根据改进算法在线监测的可行性,同时验证了改进后的算法和在线监测系统针对不同的工况和机床都可以有效的监测颤振,具有较强的泛化性。图12(b)给出试验2离线分析结果,改进能量熵算法在第12.7 s反应出颤振孕育的趋势,阈值自适应算法计算的阈值在第13.1 s监测到加工状态的变化,而传统的小波包能量熵算法受信号质量的影响无法提供有效的监测数据。

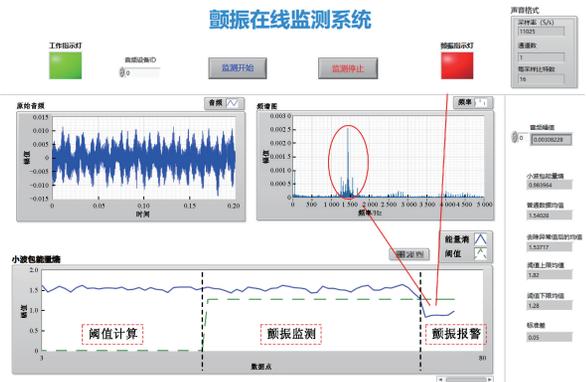


图13 试验2现场监测界面

Fig. 13 Field monitoring interface for experiment 2

### 3) 模态试验

为验证切削试验中刀具系统的动态特性,确定颤振监测系统对颤振监测与分析的准确性,对试验2所

用切削系统进行模态试验。试验选用 DH5922D 动态信号测试分析系统进行数据采集与分析,1A803 微型压电式加速度传感器获取响应信号,LC02 力锤进行脉冲输入,如图 14 所示,微型加速度传感器固定在刀尖,将刀具悬伸部分按照相同长度分为 3 段,分别在 3 个等分点使用力锤敲击。通过锤击试验,获得刀具系统的频响特性,如图 15 所示,试验 2 所用刀具系统的模态频率为 1 523 Hz。

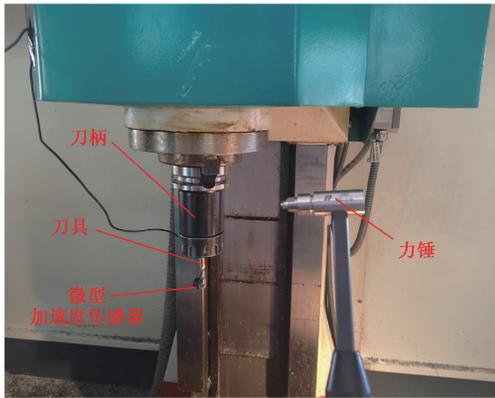


图 14 刀具系统模态试验

Fig. 14 Modal test of tool system

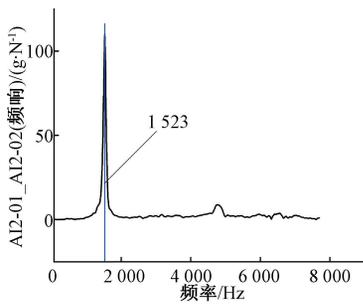


图 15 频率响应曲线

Fig. 15 Frequency response curve

在稳定切削过程中,切削系统的能量主要分布在转动频率和刀齿通过频率及其倍频处,在系统模态频率附近的强迫振动频率,具有较大的能量。而系统发生颤振时,切削系统的能量主要集中在铣削系统的模态频率附近<sup>[15]</sup>。在试验 2 中颤振发生时颤振监测系统报警显示的频率主要集中在 1 500 Hz 处,接近刀具系统的模态频率,可以确定系统监测到的报警频率属于颤振频率,并且理论分析结果与现场发生颤振时尖锐的高频噪声以及工件表面加工质量的改变相对应,已加工工件表面如图 16 所示。

在实际使用过程中颤振监测系统的应用通常面对多种工况和不同的加工条件,为进一步验证理论算法的泛化性和监测系统的鲁棒性,在 GAMMA HE-500 高速卧式

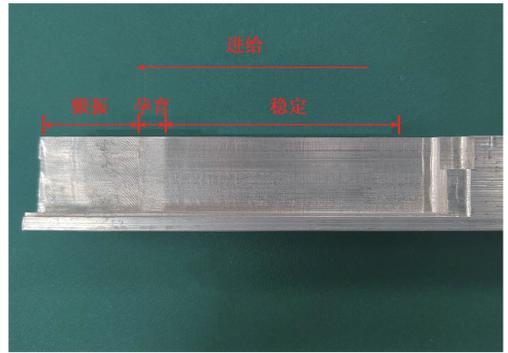


图 16 已加工工件表面质量

Fig. 16 Surface quality of processed workpieces

加工中心上对铝件进行连续变切深铣边试验,试验刀具采用 4 刃钨钢立铣刀,刀具直径 10 mm,刀具安装长度 50 mm。以时间先后顺序为评价指标,分析颤振孕育、颤振发生以及系统自适应生成阈值监测到颤振的时间,关键试验参数及分析结果如表 2 所示。

表 2 验证试验关键参数表

Table 2 Key parameters of verification test

试验	转速 /rpm	切宽 /mm	时序监测性能指标		
			孕育/s	颤振/s	阈值监测/s
3	3 800	0.5	10.5	12.0	10.8
4			10.7	12.5	11.0
5			8.0	9.0	8.4
6	4 000	0.3	9.5	10.5	10.0
7			3.9	5.1	4.1
8			4.0	4.6	4.1

试验同样采用在线监测和离线分析的方法对比算法性能,评价监测系统可靠性,从试验 3~8 的分析结果可以看出在颤振进入孕育阶段后很短的时间内颤振就会完全发生,而改进的小波包能量熵算法可以实时反应加工状态,以改进的拉依达准则为核心的阈值自适应算法计算的阈值可以在加工进入孕育阶段后迅速预警颤振的发生,进一步证明本文所提算法和系统在不同的工况和机床上均能在颤振孕育阶段实现监测,具有极强的泛化性和鲁棒性。

综上所述,根据改进算法开发的颤振在线监测系统可以有效监测颤振的发生,并且针对不同的机床可以自适应的生成能够更早发现颤振的监测阈值。多次试验都证明了改进的小波包能量熵算法和拉依达准则用于实际加工中颤振监测的可行性,为对比阈值算法的性能,以试验 1 和试验 2 改进后小波包能量熵数据为基础对比传统拉依达准则与改进拉依达准则,如表 3 所示,从具有监测

意义的阈值下限对比结果可以看出,改进后的拉依达准则计算的监测阈值受音频信号中噪声影响更小,对颤振的发生更敏感。

表3 阈值计算结果

Table 3 Threshold calculation results

试验	传统阈值	改进阈值
试验 1	1.004	1.049
试验 2	1.073	1.166

从图 10(a) 和图 12(a) 所示两组试验的信号分析,试验 2 的信号质量较差,从其阈值算法的对比结果可以看出,当能量熵下降到 1.166 以下时使用改进的阈值已经可以监测到颤振,但使用传统阈值 1.073 时至少需要小波包能量熵再下降 7% 才能监测到颤振。同时从试验 1 与试验 2 对比可以发现,当现场音频信号存在过多噪声,信号质量较差时,改进的拉依达准则对阈值监测的计算性能更具有明显优势。

## 4 结 论

本文以铣削加工中的颤振为研究对象,提出改进的 IWPEE 算法与拉依达准则配合外置声音传感器对颤振的辨识指标进行监测,并开发颤振在线监测系统,使颤振在孕育阶段就可以被实时监测,得到的具体结论如下:

1) 所提出的 IWPEE 算法可以有效去除铣削声音信号中包含的主轴转频及其倍频成分对计算熵值时的影响,能量熵值分辨率较未去频信号提高了 360%,将颤振特征在孕育阶段凸显出来实现监测,与传统加权熵值指标方法相比,在监测结果和计算效率方面都具有优势,可靠性大幅提升。

2) 改进的拉依达准则计算阈值可以有效的根据不同工况和不同机床的稳定切削信号计算颤振监测阈值,具有很好的泛化性,依靠加工过程中的数据即可自适应的确定颤振监测阈值。

3) 传统拉依达准则因实际加工中的偶然性导致其上下边界无法直接用于颤振监测,需要额外的计算确定监测阈值,对计算速度和实时性都有一定的影响,改进的拉依达准则引入变异系数作为调整上下边界的标准,保证了阈值计算的实时性和快速性,同时为拉依达准则的使用提供了新思路。

## 参考文献

[1] 梅志坚,刘经燕,师汉民,等. 金属切削过程颤振的计算机模式识别及在线监控[J]. 华中工学院学报, 1987(2): 41-48.  
MEI ZH J, LIU J Y, SHI H M, et al. Computer-aided

pattern recognition and on-line monitored control for chattering during metal cutting[J]. Journal of Huazhong University of Technology, 1987(2): 41-48.

- [2] QUINTANA G, CIURANA J, TEIXIDOR D, et al. A new experimental methodology for identification of stability lobes diagram in milling operations [J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2008, 48(15): 1637-1645.
- [3] LU K B, LIAN Z S, GU F S, et al. Model-based chatter stability prediction and detection for the turning of a flexible workpiece [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2018, 100: 814-826.
- [4] 吕凯波, 娄培生, 谷丰收, 等. 基于声压信号能量峭度的早期切削颤振预警技术研究[J]. 振动与冲击, 2021, 40(20): 50-55.  
LYU K B, LOU P SH, GU F SH, et al. A study on early chatter monitoring based on energy kurtosis index of acoustic signals [J]. Journal of Vibration and Shock, 2021, 40(20): 50-55.
- [5] 任静波, 孙根正, 陈冰. 基于小波包能谱熵的铣削颤振监测方法[J]. 工具技术, 2014, 48(11): 76-79.  
REN J B, SUN G ZH, CHEN B. Milling chatter monitoring method based on wavelet packet energy entropy[J]. Tool Engineering, 2014, 48(11): 76-79.
- [6] 熊振华, 孙宇昕, 丁龙杨. 智能车床的颤振实时辨识与在线抑制系统研究[J]. 机械工程学报, 2018, 54(17): 85-93.  
XIONG ZH H, SUN Y X, DING L Y. Online chatter detection and suppression system for intelligent machine tool [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(17): 85-93.
- [7] ZHANG Z, LI H G, MENG G, et al. Chatter detection in milling process based on the energy entropy of VMD and WPD[J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2016, 108: 106-112.
- [8] 李宏坤, 周帅, 魏兆成, 等. 基于占能比的铣削加工颤振在线监测研究[J]. 振动. 测试与诊断, 2018, 38(5): 979-984, 1082.  
LI H K, ZHOU SH, WEI ZH CH, et al. Milling chatter online monitoring method based on energy accounting percentage [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2018, 38(5): 979-984, 1082.
- [9] 薛雷, 曾宏伟, 覃程锦, 等. 采用同步压缩变换和能量熵的机器人加工颤振监测方法[J]. 西安交通大学学报, 2019, 53(8): 24-30, 89.  
XUE L, ZENG H W, QIN CH J, et al. A chatter monitoring method for robotic machining using synchro squeezed transform and energy entropy [J]. Journal of

- Xi'an Jiaotong University, 2019, 53(8): 24-30, 89.
- [10] CHEN D, ZHANG X J, ZHAO H, et al. Development of a novel online chatter monitoring system for flexible milling process [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2021, 159.
- [11] 刘阔, 姜业明, 黄任杰, 等. 虑及颤振在线抑制的机床高效自适应加工技术研究[J/OL]. *机械工程学报*, 1-10 [2024-05-06]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2187.TH.20230309.1709.022.html>.
- LIU K, JIANG Y M, HUANG R J, et al. Research on high-efficiency adaptive machining technology of machine tools considering online chatter suppression [J/OL]. *Journal of Mechanical Engineering*, 1-10 [2024-05-06]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2187.TH.20230309.1709.022.html>.
- [12] 张磊, 郑侃, 孙连军, 等. 基于小波包敏感频带选择的复材铣边颤振监测研究[J]. *机械工程学报*, 2022, 58(3): 140-148.
- ZHANG L, ZHENG K, SUN L J, et al. Investigation on chatter monitoring of composite milling edge based on the selection of sensitive frequency band of wavelet packet[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2022, 58(3): 140-148.
- [13] CHEN Z Z, LI Z L, NIU J B, et al. Chatter detection in milling processes using frequency-domain Renyi entropy[J]. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2020, 106(3-4): 877-890.
- [14] 钟怀兵, 熊伟丽. 一种带奇异点检测和补偿的GPR在线软测量方法[J]. *南京理工大学学报*, 2017, 41(4): 503-510.
- ZHONG H B, XIONG W L. Online soft sensor method

based on GPR with test and compensation for singular point[J]. *Journal of Nanjing University of Science and Technology*, 2017, 41(4): 503-510.

- [15] 张智, 刘成颖, 刘辛军, 等. 采用小波包能量熵的铣削振动状态分析方法研究[J]. *机械工程学报*, 2018, 54(21): 57-62.
- ZHANG ZH, LIU CH Y, LIU X J, et al. Analysis of milling vibration state based on the energy entropy of WPD[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2018, 54(21): 57-62.

## 作者简介



**聂兴毅**, 2022年于北方民族大学获得学士学位, 现为兰州理工大学硕士研究生, 主要研究方向为数控机床智能控制技术。

E-mail: nxy0842@163.com

**Nie Xingyi** received his B.Sc. degree from North Minzu University in 2022. He is currently a master student at Lanzhou University of Technology. His main research interest is intelligent control technology of CNC machine tools.



**黄华** (通信作者), 2011年于同济大学获得博士学位, 现为兰州理工大学教授、博士生导师, 主要研究方向为数控加工技术与装备、智能制造等。

E-mail: hh318872@126.com

**Huang Hua** (Corresponding author) received his Ph.D. degree from Tongji University in 2011. He is currently an professor and doctoral supervisor at Lanzhou University of Technology. His main research interests include CNC machining technology and equipment and intelligent manufacturing, et al.