

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2311437

自适应滤波协同图优化导航方法研究^{*}

赵 壮, 马国梁

(南京理工大学能源与动力工程学院 南京 210094)

摘 要:针对传统图优化导航方法中传感器测量协方差不准确导致估计精度下降的问题,本文提出了一种自适应滤波协同图优化导航方法。首先,构建 INS/GNSS/e-Compass 组合导航系统的因子图模型;然后,利用测量方差自适应滤波对传感器测量信息进行预估,在滤波过程中更新相关传感器的测量协方差矩阵,并将预估结果作为变量节点加入因子图;最后,通过滑动窗口控制优化范围,对窗口内的变量节点进行非线性优化并输出最终的导航状态。仿真和实验结果表明,所提出的方法对传感器测量协方差的不匹配问题具有自适应性,能够在不同场景下实现高效可靠的导航定位。相比于传统图优化方法,该方法的定位精度提升了 30%,计算效率提升了 12%。

关键词: 自适应滤波;因子图;组合导航;滑动窗口

中图分类号: V249.32+8 TH89 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 460.4020

Research on the adaptive filtering-collaborative graph optimization navigation method

Zhao Zhuang, Ma Guoliang

(School of Energy and Power Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: This article proposes an adaptive filtering-collaborative graph optimization navigation method to address the problem of inaccurate sensor measurement covariance in the traditional graph optimization navigation method, which leads to a decrease in estimation accuracy. Firstly, a factor graph model for the INS/GNSS/e-Compass integrated navigation system is established. Then, the adaptive filter is used to pre-estimate the sensor measurement information based on the measurement variance, the measurement covariance matrix of relevant sensors is updated during the filtering process, and the pre-estimated result is added to the factor graph as the variable node. Finally, the sliding window is used to control the optimization range, and the nonlinear optimization of the variable nodes within the sliding window is performed. Thus, the final navigation states are achieved. Simulation and experimental results show that the proposed method has adaptability to the mismatch of sensor measurement covariance and can achieve efficient and reliable navigation positioning in different environments. Compared with the traditional graph optimization method, this method improves the positioning accuracy by 30% and the calculation efficiency by 12%.

Keywords: adaptive filter; factor graph; integrated navigation; sliding window

0 引 言

结合概率论与图论的知识,利用图来表示与模型有关变量的联合概率分布,是对复杂不确定性问题进行建模和计算的重要工具之一^[1]。因子图(factor graph, FG)可将全局函数抽象为因子节点和状态节点连接组合而成

的图模型,是一种比贝叶斯网络等常规图模型更为精细的模型表示方法^[2]。借助因子节点代表的局部函数和状态节点代表的状态变量,因子图可清晰描述系统内各子系统的复杂联系,因此,基于因子图可对各类复杂系统特征建模。在信息融合领域,因子图更有显著优势,在组合导航的具体应用中,因子图可对未知导航状态和已知传感器测量的相对关系进行编码,将异步异构的信息融合

收稿日期:2023-05-17 Received Date: 2023-05-17

^{*} 基金项目:国家自然科学基金(52202475)项目资助

问题可视化,各传感器的在线、离线分别对应着图中相应因子节点的增删,可以说因子图赋予了导航系统即插即用功能,从而实现传感器的灵活配置。近年来,已有相当多的研究将组合导航系统视作因子图模型进行建模处理^[3-7]。

不同于常用的各种卡尔曼滤波方法,因子图优化方法的状态估计过程并不立足于—阶马尔可夫过程的假设,取而代之的是收集当前状态的有效测量信息并辅以历史状态及相关测量值,然后以最大后验估计为目标执行全局优化,估计当前状态并平滑历史状态。该优化过程伴随着类似于迭代扩展卡尔曼滤波(iterated extended Kalman filter, IEKF)的线性化过程,即通过多次线性化迭代减小线性化误差,而与 IEKF 不同的是,图优化能够充分利用历史信息,同时对多个导航状态进行优化估计,因此可视为一种针对多时刻状态估计的 IEKF 方法。然而,目前的研究在应用因子图算法的过程中往往忽视传感器误差的时变特性,即在完成传感器模型初始化后,整个导航定位过程中传感器噪声分布总保持不变。与传统滤波融合的方式相比,虽然该处理方式仍能得到尚好的导航定位结果,但概率模型失真的情况客观存在,必然会在一定程度上降低因子图算法的精确性,无法获得最优解。

为解决这一问题,已有一些学者以不同的思路展开了研究。文献[8]通过在先验噪声分布的基础上加权传感器测量残差来模拟时变噪声,并对时变噪声情况下的因子图导航算法进行了仿真探索。文献[9]利用图优化过程中每个迭代周期下的残差信息构建噪声均值与协方差的最大后验形式,并使用最小二乘迭代计算增量更新噪声分布。文献[10]推导了传感器测量的残差协方差矩阵与其噪声协方差矩阵的关系,通过估计滑动窗内残差序列的协方差矩阵来间接计算噪声协方差矩阵。文献[11]建立了多传感器间的相互检验机制,根据周期内的传感器测量质量评估结果动态调整传感器当前的噪声分布。文献[12]所提出的方法与文献[9]中类似,同样基于残差信息分别构建关于传感器噪声均值与协方差更新的表达式,不同的是利用最小二乘方法计算乘法尺度因子来加权噪声的协方差估计。

虽然上述研究对于传感器噪声协方差估计的算法实现不同,但各算法均以残差信息作为传感器噪声协方差调整的原始依据,并在此基础上设计含时变噪声估计的因子图导航算法,它们相比于传统算法也均得到了更好的导航定位结果。不过需要指出的是,上述时变噪声估计算法的动态调整过程均十分漫长,在导航状态集的迭代调整过程中,还需进行传感器噪声参数的迭代计算或是权重因子调整后重加权,直至状态估计与噪声分布都得到收敛。显然,上述做法会大幅增加计算负担,降低导

航信息的解算效率,随着时间积累可能会出现信息解算迟滞而造成导航精度下降,在图优化初值设置不当还会具有误差发散的风险。

因子图信息融合算法面向未来的全源导航系统,需要能够适应不同的环境和传感器切换场景,因此其必须具有噪声的实时估计能力,朝向自适应方向发展。而在针对不确定系统的噪声估计方法中,Sage-Husa 滤波具有一定的代表性,同样基于测量的残差信息,它在进行状态估计的同时还可以实时估计系统噪声参数,是一种应用广泛的自适应滤波方法^[13]。因此,考虑将测量噪声自适应滤波(adaptive filter, AF)与因子图结合以解决传统图优化导航方法概率模型失真的问题。

与现有方法不同,本文在因子图导航框架下嵌入自适应滤波器,提出一种自适应滤波协同图优化方法(adaptive filtering-collaborative graph optimization, AFCGO)。自适应滤波器为因子图模型提供传感器噪声的实时估计与测量信息的局部融合结果,借助前者可对因子节点所代表的概率密度函数实现更为精确的建模;后者与图优化结果相比虽是一种次优估计,但作为图优化算法的迭代初值可避免陷入局部优化并降低迭代次数,在一定程度上提高计算精度与计算效率。

1 基于因子图的组合导航模型

1.1 状态空间模型

本文选用惯性测量单元(inertial measurement unit, IMU)、卫星导航系统(global navigation satellite system, GNSS)、电子罗盘(electronic compass, e-Compass)3种传感器构建组合导航系统,文献[14]中描述的导航状态直接估计方法,基于IMU设计捷联惯导算法作为组合导航系统的状态方程,利用GNSS和e-Compass提供测量信息,将该组合导航系统的状态空间模型离散化表示为:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{f}_{\text{sins}}(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_k) + \mathbf{q}_k^{\text{sins}} \quad (1)$$

$$\mathbf{z}_k^{\text{sensor}} = \mathbf{h}_{\text{sensor}}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{r}_k^{\text{sensor}} \quad (2)$$

式中: $\mathbf{x}_{k-1}$ 为 t_{k-1} 时刻的导航状态,有 $\mathbf{x} = [\mathbf{q}^T \ \mathbf{v}^T \ \mathbf{p}^T \ \nabla_a^T \ \nabla_g^T]^T$, 其中 $\mathbf{q}$ 为载体的姿态四元数向量, $\mathbf{v} = [v_N \ v_E \ v_D]^T$ 为载体速度向量, $\mathbf{p} = [p_N \ p_E \ p_D]^T$ 为载体位置向量, ∇_a 和 ∇_g 分别为加速度计和陀螺测量相对于真值的三轴偏置向量; $\mathbf{f}_{\text{sins}}(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_k)$ 为捷联惯导算法的状态方程形式,具体如文献[14]所示,通过给定上时刻导航状态 $\mathbf{x}_{k-1}$ 和 IMU 测量 $\mathbf{u}_k$ 推算 t_k 时刻导航状态 $\mathbf{x}_k$; $\mathbf{h}_{\text{sensor}}(\mathbf{x}_k)$ 分别为 GNSS 或 e-Compass 对 t_k 时刻导航状态的测量方程; $\mathbf{z}_k^{\text{sensor}}$ 为 GNSS 或 e-Compass 对 t_k 时刻导航状态的测量; $\mathbf{q}_k^{\text{sins}}$ 为系统方程的高斯噪声,服从

$N(\bar{\mathbf{q}}_k^{\text{sins}}, \mathbf{Q}_k^{\text{sins}}); \mathbf{r}_k^{\text{sensor}}$ 为 GNSS 或 e-Compass 测量方程的高斯噪声,服从 $N(\bar{\mathbf{r}}_k^{\text{sensor}}, \mathbf{R}_k^{\text{sensor}})$ 。

1.2 因子图模型

为方便描述因子图的信息传递过程,将导航状态变量 $\mathbf{x}$ 拆分为导航状态节点 $[\mathbf{q}^T \ \mathbf{v}^T \ \mathbf{p}^T]^T$ 与 IMU 偏置节点 $[\nabla_a^T \ \nabla_g^T]^T$ 。由于 GNSS 和 e-Compass 的测量信息只和当前导航状态有关,视作一元因子节点 (unary factor node); IMU 的测量信息和偏置信息连接当前时刻与下一时刻两个时刻的导航状态,视作二元因子节点 (binary factor node)。考虑到 IMU、GNSS、e-Compass 采样率不同,通常 IMU 最快, e-Compass 次之, GNSS 最慢,结合上述内容可构建因子图模型如图 1 所示。

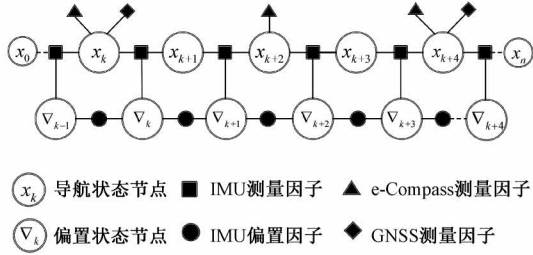


图 1 组合导航系统的因子图模型

Fig. 1 Factor graph model of the integrated navigation system

模型中的各因子节点分别代表着各传感器测量的概率密度函数,其中 IMU 测量因子节点的概率密度函数可表示为 $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_k)$, 另外两种因子节点可用 $p_{\text{sensor}}(\mathbf{z}_k^{\text{sensor}} | \mathbf{x}_k)$ 表示,那么组合导航系统的图优化问题可表示为:

$$\mathbf{X}^* = \arg \max_{\mathbf{X}} p(\mathbf{x}_0) \prod_{k=1}^n p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_k) \prod_{k=1}^n p_{\text{sensor}}(\mathbf{z}_k^{\text{sensor}} | \mathbf{x}_k) \quad (3)$$

式中: $p(\mathbf{x}_0)$ 为已知的先验概率; $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_k\}_{k=0}^n$ 为待优化的导航状态集, $\mathbf{X}^*$ 为优化解状态集。

由于实际中很难获取传感器测量的概率密度函数,同时注意到各传感器的测量是高斯过程,因此结合测量模型与多元高斯分布可将传感器测量的概率密度函数表示为:

$$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_k) \propto \exp\left(-\frac{1}{2} \|\hat{\mathbf{x}}_k - f_{\text{sins}}(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_k)\|_{\mathbf{Q}_k}^2\right) \quad (4)$$

$$p_{\text{sensor}}(\mathbf{z}_k^{\text{sensor}} | \mathbf{x}_k) \propto \exp\left(-\frac{1}{2} \|\mathbf{z}_k^{\text{sensor}} - h_{\text{sensor}}(\hat{\mathbf{x}}_k)\|_{\mathbf{R}_k}^2\right) \quad (5)$$

式中: 形如 $\|\mathbf{e}\|_{\Sigma_e}^2$ 的公式表示平方马氏距离 (Mahalanobis distance), 有 $\|\mathbf{e}\|_{\Sigma_e}^2 = \mathbf{e}^T \Sigma_e \mathbf{e}$ 。

将式 (4) 和 (5) 代入式 (3) 并进行对数运算,略去不含状态变量的项将不影响优化问题的求解,故图优化

问题可等价描述为非线性最小二乘优化问题:

$$\mathbf{X}^* = \arg \min_{\mathbf{X}} \sum_{k=1}^n \|\mathbf{Q}_k^{-\frac{1}{2}}(\hat{\mathbf{x}}_k - f_{\text{sins}}(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_k))\|_2^2 + \sum_{k=1}^n \|\mathbf{R}_k^{-\frac{1}{2}}(\mathbf{z}_k - h_{\text{sensor}}(\hat{\mathbf{x}}_k))\|_2^2 + \|\Sigma_0^{-\frac{1}{2}}(\mathbf{x}_0 - \mathbf{u}_0)\|_2^2 \quad (6)$$

式中: $\mathbf{x}_0$ 为导航初始状态,其均值和协方差分别为 $\mathbf{u}_0$ 和 Σ_0 。

非线性最小二乘优化问题常采用高斯牛顿法 (Gauss-Newton method)、莱温伯格-马夸特法 (Levenberg-Marquardt method)、信赖域法 (trust-region method) 等方法进行迭代求解,即给定初值后通过相应方法计算初值处梯度,进而迭代计算增量直至结果收敛,具体的求解方法如下。

在每一个状态节点处,将组合导航系统的状态方程进行一阶泰勒展开:

$$f_{\text{sins}}(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_k) - \mathbf{x}_k \cong f(\mathbf{x}_{k-1}^0, \mathbf{u}_k) + \mathbf{F}_k(\mathbf{x}_{k-1}^0) \Delta \mathbf{x}_{k-1} - \mathbf{x}_k^0 - \Delta \mathbf{x}_k = \mathbf{F}_k(\mathbf{x}_{k-1}^0) \Delta \mathbf{x}_{k-1} - \mathbf{I} \Delta \mathbf{x}_k - \mathbf{a}_k^0 \quad (7)$$

式中: $\mathbf{F}_k(\mathbf{x}_{k-1}) = \frac{\partial f(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_k)}{\partial \mathbf{x}_k}$ 为状态方程的雅克比

(Jacobian) 矩阵; $\Delta \mathbf{x}_k = \mathbf{x}_k - \mathbf{x}_k^0$, $\Delta \mathbf{x}_{k-1} = \mathbf{x}_{k-1} - \mathbf{x}_{k-1}^0$; $\mathbf{a}_k^0 = \mathbf{x}_k^0 - f(\mathbf{x}_{k-1}^0, \mathbf{u}_k)$ 为状态方程的线性化残差向量。

同理将组合导航系统的测量方程进行一阶泰勒展开:

$$h_{\text{sensor}}(\mathbf{x}_k) - \mathbf{z}_k \cong h_{\text{sensor}}(\mathbf{x}_k^0) + \mathbf{H}_k^{\text{sensor}}(\mathbf{x}_k^0) \Delta \mathbf{x}_k - \mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k^{\text{sensor}}(\mathbf{x}_k^0) \Delta \mathbf{x}_k - \mathbf{d}_k^0 \quad (8)$$

式中: $\mathbf{H}_k^{\text{sensor}}(\mathbf{x}_k) = \frac{\partial h_{\text{sensor}}(\mathbf{x}_k)}{\partial \mathbf{x}_k}$ 为传感器测量方程的 Jacobian 矩阵; $\mathbf{d}_k^0 = \mathbf{z}_k - h(\mathbf{x}_k^0)$ 为测量方程的线性化点残差向量。

通过一阶泰勒展开可将图优化问题的非线性最小二乘形式 (6) 近似为:

$$\mathbf{X}^* = \arg \min_{\mathbf{X}} \sum_{k=1}^n \|\mathbf{Q}_k^{-\frac{1}{2}}(\mathbf{F}_k(\mathbf{x}_{k-1}^0) \Delta \mathbf{x}_{k-1} - \mathbf{I} \Delta \mathbf{x}_k - \mathbf{a}_k^0)\|_2^2 + \sum_{k=1}^n \|\mathbf{R}_k^{-\frac{1}{2}}(\mathbf{H}_k^{\text{sensor}}(\mathbf{x}_k^0) \Delta \mathbf{x}_k - \mathbf{d}_k^0)\|_2^2 + \|\Sigma_0^{-\frac{1}{2}}(\Delta \mathbf{x}_0 + \mathbf{x}_0 - \mathbf{u}_0)\|_2^2 \quad (9)$$

参考文献 [15] 可将式 (9) 进一步转换为 $\mathbf{A} \Delta \mathbf{X} = \mathbf{b}$ 的形式,这也是图优化问题代价函数的最终形式,在给定的优化初值的基础上迭代增量 $\Delta \mathbf{X}$,最后收敛得到的 $\mathbf{X}^*$ 便为该问题的最优解。

为了避免矩阵 $\mathbf{A}$ 维数过大时对导航状态估计的实时性造成不利影响,通过构建滑动窗口的方式限制优化范围。滑动窗口原理如图 2 所示,本文采用定步长、定窗长的滑动规则,滑动窗口长度由窗口内导航状态节点数目决定,具体的滑动策略为进一出。

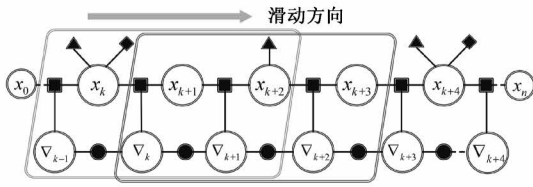


图2 基于因子图框架的滑动窗口原理

Fig. 2 Principle of sliding window based on factor graph frame

2 测量方差自适应滤波原理

基于测量残差信息可能隐含关于系统模型误差信息的思想, Sage-Husa 滤波实现了状态向量与噪声参数的实时估计。然而在实际应用中对非线性系统所有噪声参数(系统噪声均值和方差、测量噪声均值和方差)进行估计非常困难^[16], 考虑到捷联惯导系统具有自主测量的优点, 受外界环境影响较小, 性能较为稳定, 因此本文使用一种测量方差自适应滤波方法, 只对 GNSS 和 e-Compass 的测量噪声方差进行自适应估计。

将组合导航系统的状态空间模型线性化表示为:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}_k(\mathbf{x}_{k-1})\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{q}_{k-1} \quad (10)$$

$$\mathbf{z}_k^{\text{sensor}} = \mathbf{H}_k^{\text{sensor}}(\mathbf{x}_{k,k-1})\mathbf{x}_k + \mathbf{r}_k^{\text{sensor}} \quad (11)$$

在扩展卡尔曼滤波(extended Kalman filter, EKF)的基础上, 定义各传感器测量残差 $\tilde{\mathbf{z}}_{k,k-1}^{\text{sensor}}$ 与其协方差阵如下:

$$\tilde{\mathbf{z}}_{k,k-1}^{\text{sensor}} = \mathbf{z}_k^{\text{sensor}} - \mathbf{H}_k^{\text{sensor}}\hat{\mathbf{x}}_k \quad (12)$$

$$\mathbf{E}[\tilde{\mathbf{z}}_{k,k-1}^{\text{sensor}}(\tilde{\mathbf{z}}_{k,k-1}^{\text{sensor}})^T] = \mathbf{H}_k^{\text{sensor}}(\mathbf{F}_k\mathbf{P}_k\mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q}_{k-1})(\mathbf{H}_k^{\text{sensor}})^T + \mathbf{R}_k^{\text{sensor}} \quad (13)$$

式中: $\hat{\mathbf{x}}_k = f_{\text{sins}}(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_k)$; $\mathbf{P}_k$ 为 EKF 估计的协方差矩阵; 而 $\mathbf{F}_k$ 和 $\mathbf{H}_k^{\text{sensor}}$ 分别为 $\mathbf{F}_k(\mathbf{x}_{k-1})$ 和 $\mathbf{H}_k^{\text{sensor}}(\mathbf{x}_{k,k-1})$ 的简写形式。

采用指数渐消记忆加权平均方法, 可将实际滤波的残差序列协方差阵表示为:

$$\hat{\mathbf{C}}_k^{\text{sensor}} = (1 - \beta_k)\hat{\mathbf{C}}_{k-1}^{\text{sensor}} + \beta_k\tilde{\mathbf{z}}_{k,k-1}^{\text{sensor}}(\tilde{\mathbf{z}}_{k,k-1}^{\text{sensor}})^T \quad (14)$$

$$\beta_k = \frac{1 - b}{1 - b^{k+1}} \quad (15)$$

其中, b 为渐消因子且 $0 < b < 1$, b 取得越小, 则对测量噪声变化的自适应能力就越强, 然而 b 过小时, 会导致噪声估计结果跳变过大, 一般取 $b = 0.9 \sim 0.999$ 。

理论上式(13)和(14)应当一致, 即近似有:

$$\hat{\mathbf{C}}_k^{\text{sensor}} \approx \mathbf{H}_k^{\text{sensor}}(\mathbf{F}_k\mathbf{P}_k\mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q}_{k-1})(\mathbf{H}_k^{\text{sensor}})^T + \mathbf{R}_k^{\text{sensor}} \quad (16)$$

对于实际的系统难免出现建模误差, 系统噪声参数存在偏差会影响式(16)的平衡性, 称为残差协方差阵失配。假设整个导航过程中无测量异常, 仅出现失配较轻的情况, 认为是外部变化导致传感器测量方差阵 $\mathbf{R}_k^{\text{sensor}}$ 设

置出现偏差, 通过实时调整 $\mathbf{R}_k^{\text{sensor}}$ 的大小可使式(16)成立, 即:

$$\hat{\mathbf{C}}_k^{\text{sensor}} - \mathbf{H}_k^{\text{sensor}}(\mathbf{F}_k\mathbf{P}_k\mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q}_{k-1})(\mathbf{H}_k^{\text{sensor}})^T = \alpha_k\mathbf{R}_k^{\text{sensor}} \quad (17)$$

其中, 比例系数 α_k 定义为:

$$\alpha_k = \frac{\text{tr}(\mathbf{H}_k^{\text{sensor}}(\mathbf{F}_k\mathbf{P}_k\mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q}_{k-1})(\mathbf{H}_k^{\text{sensor}})^T)}{\text{tr}(\mathbf{R}_k^{\text{sensor}})} \quad (18)$$

式中: $\text{tr}(\cdot)$ 为求迹运算符。

此外为了避免测量噪声估计出现跳变, 还应对 α_k 大小进行限制, 有:

$$\alpha_k = \begin{cases} \alpha_{\min}, & \alpha_k \leq \alpha_{\min} \\ \alpha_k, & \text{其他} \\ \alpha_{\max}, & \alpha_k \geq \alpha_{\max} \end{cases} \quad (19)$$

通过引入 $\alpha_{\min}$ 和 $\alpha_{\max}$ 可对测量噪声的变化幅度进行限制, 经验表明当变化幅度在 1% ~ 5% 之间时滤波器具有较好的自适应能力及滤波可靠性。将修正后的 $\alpha_k\mathbf{R}_k^{\text{sensor}}$ 代替 $\mathbf{R}_k^{\text{sensor}}$ 用于 EKF 的测量更新, 从而实现测量噪声方差的自适应滤波。由于该自适应滤波方法基于卡尔曼滤波器实现, 为方便表达后文简记为自适应滤波算法(adaptive kalman filter, AKF)。

3 自适应滤波协同图优化导航方法

实际中的 IMU 刷新率通常高达几百甚至上千赫兹, 然而考虑到实时性需求, 优化器不可能对每个 IMU 采样时刻的运动状态进行优化估计。本文采取的方案是对低刷新率传感器采样间隔内的 IMU 测量进行积分, 构建 IMU 预积分因子形成相对运动约束^[17], 最终在低频传感器采样后实施优化。根据所述方案, 以本文所构建的组合导航系统为例, 对所设计的自适应滤波协同图优化导航算法进行介绍。

首先合并 e-Compass 和 GNSS 采样间隔内的 IMU 测量为 IMU 预积分因子; 在测量可用后, 通过测量方差自适应滤波融合 IMU 预积分得到的导航状态 $\mathbf{x}_k$ 与测量信息 $\mathbf{z}_k^{\text{sensor}}$, 利用滤波状态估计 $\mathbf{x}_k^*$ 替代原状态节点 $\mathbf{x}_k$ 加入因子图模型, 同时更新组合导航系统传感器的噪声分布。由于本文所构建的组合导航系统中 GNSS 具有最低的刷新率, 因此在 GNSS 测量可用的时刻进行图优化。此过程可视化如图 3 所示。

需要说明的是, 滤波后再扩充的 IMU 预积分因子构建在滤波结果 $\mathbf{x}_k^*$ 上, 即滤波后 IMU 的测量在 $\mathbf{x}_k^*$ 的基础上扩展新的状态节点, 而不是原状态节点 $\mathbf{x}_k$ 。

本文所提出的算法流程, 可归纳为以下 3 个环节:

1) 预积分环节: 基于所设计的捷联惯导算法对 IMU 测量预积分扩展因子图;

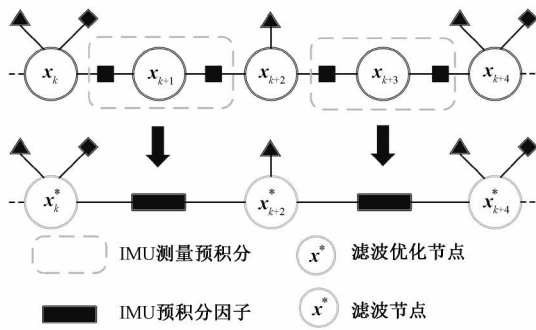


图3 滤波协同图优化导航模型

Fig. 3 Filtering-collaborative graph optimization navigation model

2) 自适应滤波环节:在 GNSS、e-Compass 测量可用时进行测量方差自适应滤波替换当前的状态节点并更新导航系统内传感器测量噪声协方差;

3) 图优化环节:在 GNSS 测量可用时完成自适应滤波后进行图优化,对滑动窗口内的状态节点实行最大后验估计,计算当前状态并更新历史状态。

4 仿真分析与实验验证

4.1 仿真分析

以某型无人机为研究对象,在 MATLAB 仿真平台模拟无人机的加速、爬升、拐弯、巡飞等各种工况,生成 1 250 s 所需的仿真飞行数据,无人机航迹如图 4 所示。

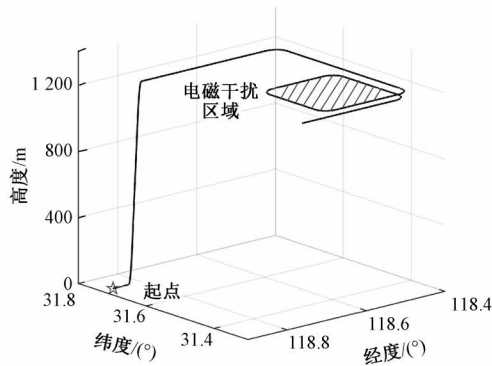


图4 无人机航迹

Fig. 4 Flight path of UAV

另外假设无人机在 730~930 s 途径一段电磁干扰区域,在该区域下无人机搭载的 GNSS 和 e-Compass 受到一定影响,具体表现为传感器测量误差的增大。仿真所用传感器在正常工作时的数据刷新率与误差设置如表 1 所示,电磁干扰区域下的传感器数据刷新率与误差设置如表 2 所示。

表1 传感器配置

Table 1 Sensors configuration

传感器	误差项	取值	刷新率
IMU	加速度计零偏	100 μg	100 Hz
	加速度计随机游走	0.015 $\mu\text{g}/\sqrt{\text{Hz}}$	
	陀螺零偏	0.01°/h	
	陀螺随机游走	0.001°/ $\sqrt{\text{h}}$	
GNSS	伪距误差	1 m	10 Hz
	伪距率误差	0.02 m/s	
e-Compass	姿态误差	0.1°	50 Hz

表2 电磁干扰下的传感器配置

Table 2 Sensors configuration under electromagnetic interference

传感器	误差	取值	刷新率/Hz
GNSS	伪距误差	10 m	10
	伪距率误差	0.2 m/s	
e-Compass	姿态误差	1°	50

在表 1 和 2 给出的传感器数据刷新率与误差设置下,基于该航迹生成导航状态估计所需的传感器数据,其中 IMU 提供用于载体捷联惯导解算的角速度和比力信息,GNSS 提供载体的位置与速度测量信息,e-Compass 提供载体的航向信息。

1) 融合精度分析

根据本文提出的自适应滤波协同图优化导航方法原理设计 AFCGO 算法。分别应用 AFCGO 算法、滤波协同图优化算法(filtering-collaborative graph optimization, FCGO)、传统因子图优化算法(filtering graph optimization, FGO)、AKF 融合各传感器输出数据进行导航状态估计,通过估计误差对比分析评估所提出方法的融合精度性能。所述的 FCGO 算法与 AFCGO 算法类似,是将 EKF 与因子图框架结合,EKF 得到的滤波估计为优化初值,与 AFCGO 算法相比没有测量噪声自适应能力;所述的 FGO 算法以惯导推算状态为优化初值,同样不具备噪声自适应能力。

为充分体现图优化算法相比于滤波算法的精度优势,将上述 3 种算法的滤波器结构参数与初始噪声参数设为相同,其中取 $b = 0.99$, $\alpha_{\min} = 0.97$, $\alpha_{\max} = 1.03$ 。此外为了提高计算速率,将滑动窗口长度暂设为 5,即窗口内滤波优化节点数目最大为 5。本文选用列文伯格-马夸尔特(Lewenberg-Marquard, L-M)法对 3 种图优化算法进行迭代求解,L-M 法的步长容差和函数容差暂设为 1×10^{-8} ,当导航状态集迭代步长小于步长容差或是代价函数迭代变化量小于函数容差时,认为导航状态集收敛停止当前窗口的优化,另将容许最大迭代次数设为 300。

在上述条件下得到3种图优化算法与自适应滤波算法的三轴姿态估计误差、三向速度估计误差及三向位置估计误差分别如图5~7所示。

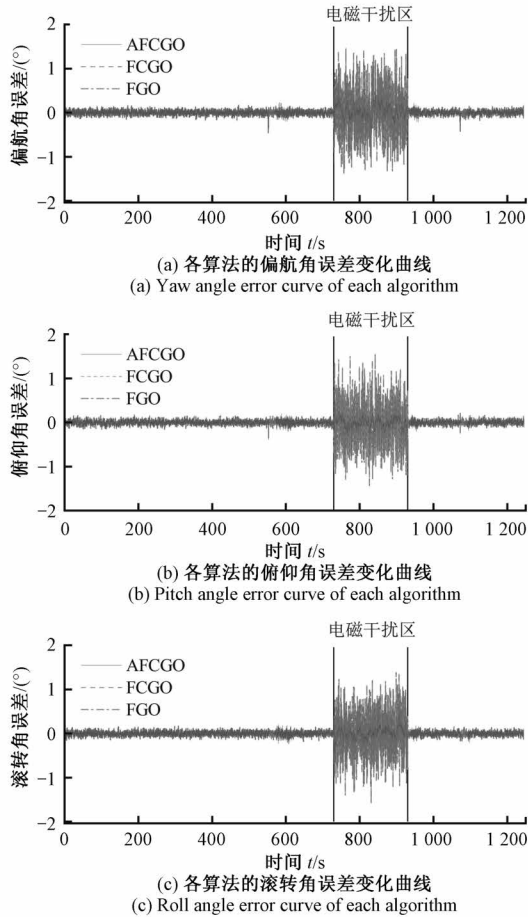


图5 各算法的姿态估计误差变化曲线

Fig. 5 Attitude estimation error curve of each algorithm

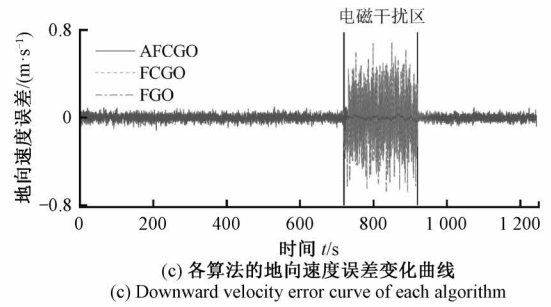
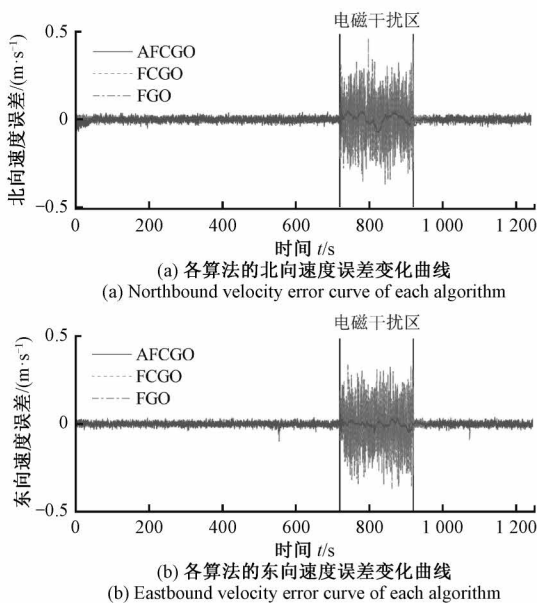


图6 各算法的速度估计误差变化曲线

Fig. 6 Velocity estimation error curve of each algorithm

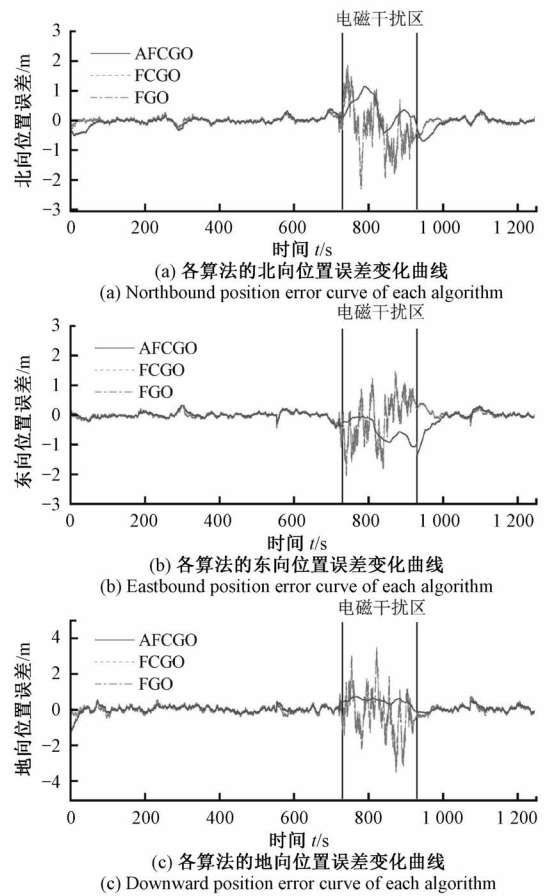


图7 各算法的位置估计误差变化曲线

Fig. 7 Position estimation error curve of each algorithm

从图5~7可以直观地看出,在各传感器正常工作时,3种图优化算法得到的导航状态估计差异不大,AFCGO算法相比于其他2种图优化方法精度优势并不明显,而在电磁干扰区域(730~930 s内)传感器噪声协方差出现变化时,AFCGO算法融合各传感器数据得到的导航状态估计更加平滑且精度更高。

为进一步评估AFCGO算法的融合精度性能,以状态估计误差的均方根(root mean square, RMS)和标准差

(standard deviation, STD)作为衡量算法融合精度的指标,计算电磁干扰区域内包括 AKF 在内的 4 种算法对导航状态估计误差的均方根值和标准差值如表 3 所示。

结合表 3 中的误差均方根数据可知,与传统图优化 FGO 算法相比,AF CGO 算法对于位置、速度、姿态的估计精度分别提高了 40.5%、86.2%、72.2%;再由误差标准差数据可知,AF CGO 算法对于位置、速度、姿态估计的误差波动相比于 FGO 算法分别降低了 76.9%、88.1%、

66.7%,这代表着状态估计会更加平滑。图表内容表明测量噪声自适应滤波器加入后构成的 AF CGO 算法具有良好的噪声协方差调整能力,得到的导航状态估计精度更高且波动更小。注意到结合了 EKF 滤波器的 FCGO 算法的状态估计精度相比于 FGO 算法没有明显改善,这侧面反映了 AF CGO 算法估计精度的提高是噪声自适应能力带来的而不是滤波,滤波对于图优化效率的影响将在下部分测试。

表 3 各算法融合精度指标

Table 3 Fusion accuracy index of each algorithm

算法	位置估计误差/m		速度估计误差/(m·s ⁻¹)		姿态估计误差/(°)	
	STD	RMS	STD	RMS	STD	RMS
AF CGO	0.160 9	0.983 7	0.014 9	0.036 1	0.103 8	0.223 9
FCGO	0.763 5	1.653 7	0.125 2	0.260 9	0.311 4	0.805 0
FGO	0.763 5	1.653 7	0.125 2	0.260 9	0.311 4	0.805 1
AKF	1.275 4	2.614 0	0.131 4	0.302 6	0.459 6	1.243 6

对于 AKF 算法而言即使其具有噪声自适应能力,但由于只能前向滤波而不能后向平滑,因此误差仍会逐时累计,只能在一定程度上减缓误差累积速度,使得估计结果劣于 3 种图优化算法。

2) 融合效率分析

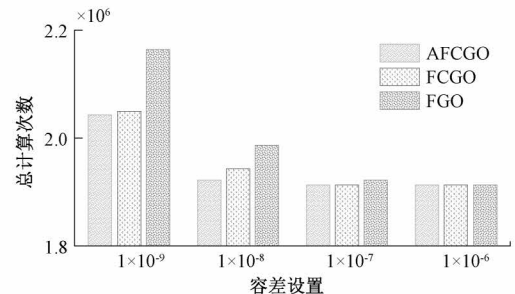
考虑到不同组合导航系统所用的处理器硬件算力不同,型号也难以统一,图优化算法的运行时间不能较好的反映算法融合效率,因此本文采用 L-M 法在整个优化过程中总迭代次数(total iterations, TI)和总的代价函数计算次数,简称总计算次数(total calculations, TC)替代算法运行时间作为指标来表征融合效率。

滑动窗口长度以及 $b, \alpha_{\min}, \alpha_{\max}$ 设置仍保持不变,分别应用 AF CGO 算法、FCGO 算法、FGO 算法在不同的优化容差设置下融合传感器数据并优化导航状态,统计 3 种图优化算法优化过程中的 TI 和 TC 数据,得到的结果如图 8 和表 4 所示。

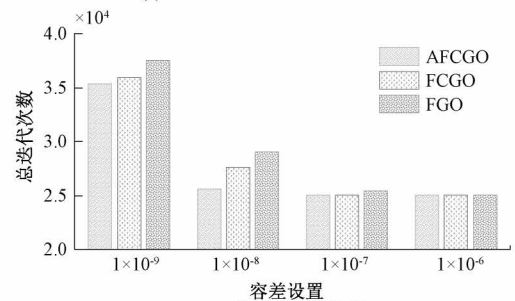
表 4 不同容差设置下各算法的融合效率指标

Table 4 Fusion efficiency index of each algorithm under different tolerance settings

容差 设置	AF CGO		FCGO		FGO	
	TC/次	TI/次	TC/次	TI/次	TC/次	TI/次
1×10^{-9}	2 042 758	35 352	2 049 895	35 939	2163 483	37 497
1×10^{-8}	1 918 190	25 584	1 943 241	27 635	1 986 495	29 039
1×10^{-7}	1 913 418	25 012	1 913 418	25 012	1 921 985	254 29
1×10^{-6}	1 913 418	25 012	1 913 418	25 012	1 913 418	25 012



(a) Total calculation number difference



(b) Total iteration number difference

图 8 不同容差设置下各算法的融合效率指标

Fig. 8 Fusion efficiency index of each algorithm under different tolerance settings

结合图 8 和表 4 可知,在容差精度为 1×10^{-6} 时,2 种滤波协同图优化算法的融合效率指标均与 FGO 算法相同,并没有体现出计算效率优势,这是因为大容差设置下 L-M 法很快就能满足优化停止条件,限制了进一步细化搜索最优值,该条件下得到的状态估计也并不是最优的。

随着优化容差精度的提高,2 种滤波协同图优化算法的融合效率指标相比于 FGO 算法有了明显减少。可见在合理容差精度设置下,滤波协同图优化算法相比于传统算法优化了计算效率,而 AFCGO 算法相比于 FCGO 算法虽多了测量噪声自适应步骤,但是其算法效率所受影响不大,甚至还有一定提升。

将步长容差和函数容差设为 1×10^{-8} 保持不变,在不同的窗口长度设置下分别应用 3 种图优化算法融合传感器数据并优化导航状态,同样统计 3 种图优化算法优化过程中 TC 和 TI 这 2 种融合效率指标,得到的结果如图 9 和表 5 所示。

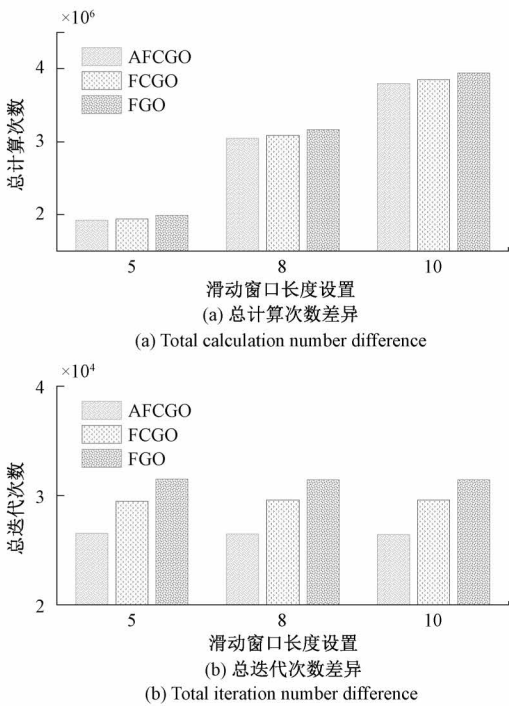


图 9 不同窗口长度设置下各算法的融合效率指标

Fig. 9 Fusion efficiency index of each algorithm under different window length settings

表 5 不同窗口长度设置下各算法的融合效率指标
Table 5 Fusion efficiency index of each algorithm under different window length settings

窗口长度设置	AFCGO		FCGO		FGO	
	TC/次	TI/次	TC/次	TI/次	TC/次	TI/次
5	1 920 190	25 584	1 943 241	27 635	1 986 495	29 039
8	3 048 390	25 527	3 084 917	27 694	3 168 325	29 022
10	3 802 680	25 479	3 849 696	27 695	3 943 723	29 022

结合图 9 和表 5 可知,在不同的滑动窗口设置下 AFCGO 算法的融合效率指标均小于 FGO 算法,其中 TC 指标降低了 5% 左右, TI 指标降低了 12% 左右,这表明

AFCGO 算法的融合效率优于 FGO 算法,此外相比于 FCGO 算法,AFCGO 算法融合效率也有所提高。

综合以上分析可以出结论,与不同容差设置下得到的结论一致,不同窗口长度设置下的滤波协同图优化算法的计算效率优于传统图优化算法,而 AFCGO 算法的融合效率并没有因为增加测量噪声自适应步骤而出现下降,甚至出现一定提高。

3) 自适应参数的影响

为探究自适应参数(渐消因子 b 以及噪声协方差容许变化幅度 $\alpha_{\min}$ 、 $\alpha_{\max}$) 对 AFCGO 算法自适应能力的影响,分别将容差精度和滑动窗口设置为 1×10^{-8} 、5 保持不变,基于不同的自适应参数应用 AFCGO 算法融合各传感器信息进行导航状态估计,统计电磁干扰区域的位置估计精度以及整个过程的融合效率指标进行分析。

在 $\alpha_{\min} = 0.97$, $\alpha_{\max} = 1.03$ 设置下逐次改变渐消因子的取值,得到的统计结果如表 6 所示。

表 6 不同自适应参数下的位置精度及融合效率信息
Table 6 Position accuracy and fusion efficiency information under different adaptive parameters

参数设置	STD/m	RMS/m	TI/次	TC/次
$b=0.990$	0.284 1	1.395 5	25 596	1 921 752
$b=0.995$	0.305 1	1.401 2	25 595	1 919 651
$b=0.999$	0.381 6	1.550 9	25 591	1 920 847

在 $b = 0.99$ 设置下逐次改变噪声协方差容许变化幅度的取值,得到的统计结果如表 7 所示。

表 7 不同自适应参数下的位置精度及融合效率信息
Table 7 Position accuracy and fusion efficiency information under different adaptive parameters

参数设置	STD/m	RMS/m	TI/次	TC/次
$\alpha_{\min} = 0.95, \alpha_{\max} = 1.05$	0.273 9	1.511 9	25 521	1 919 377
$\alpha_{\min} = 0.97, \alpha_{\max} = 1.03$	0.305 1	1.401 2	25 595	1 919 651
$\alpha_{\min} = 0.99, \alpha_{\max} = 1.01$	0.508 0	1.908 2	25 644	1 920 350

根据表 6 中数据,在 $\alpha_{\min}$ 、 $\alpha_{\max}$ 一定时,渐消因子 b 的取值越小,AFCGO 算法估计所得的位置精度越高,这表明在容许范围内渐消因子越小,算法对于外界噪声自适应的能力越强。由表 7 中数据可知,在 b 一定时, $\alpha_{\min}$ 、 $\alpha_{\max}$ 过大或过小都不能使估计最优,可见噪声协方差容许变化幅度和估计精度之间并不是简单的线性关系。 $\alpha_{\min}$ 、 $\alpha_{\max}$ 的取值大小客观上反映了算法对外界噪声的调节速度,过快过慢都会造成不利影响,因此在实际应用中,可先取中值 $\alpha_{\min} = 0.97$, $\alpha_{\max} = 1.03$ 而后根据估计结果再做细微调整。

另外由表 6 和 7 中 TI 和 TC 数据可以得出结论,自适应参数的取值对图优化算法的融合效率影响不大。

4.2 实验验证

为进一步验证所提出算法的性能和有效性,在真实环境下进行跑车实验。本文不涉及 GNSS 拒止情况,因此实验选择无遮挡的开阔区域以及有遮挡的林荫区两种场景,在开阔区域所有传感器正常工作,而在林荫区 GNSS 受到一定影响。通过场景切换实现传感器测量噪声的变化,以此突出本文所提出 AFCGO 算法在精度上的优势。

实验载体平台如图 10 所示,搭载 Inertial Labs 开发的卫星惯性组合导航系统 INS-D(内部集成高性能 MEMS 传感器和高精度 GNSS 模块),能分别提供实验所需的 3 种传感器测量数据。在如图 11 所示的实验路线下共生成 380 s 的传感器数据。



图 10 实验载体平台

Fig. 10 Experimental carrier platform

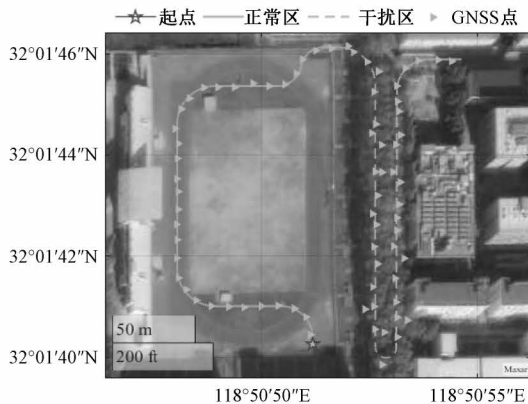


图 11 实验轨迹

Fig. 11 Experimental trajectory

将 AFCGO 算法的滑动窗口长度设置为 5,容差精度设置为 1×10^{-8} ,相应的自适应参数依次为 $b = 0.99, \alpha_{\min} = 0.97, \alpha_{\max} = 1.03$,分别基于 AFCGO 算法、FCGO 算法、FGO 算法融合实验采集的传感器数据进行导航状态估计,得到位置估计误差如图 12 所示,进一步通过数理统计得到的结果如表 8 所示。

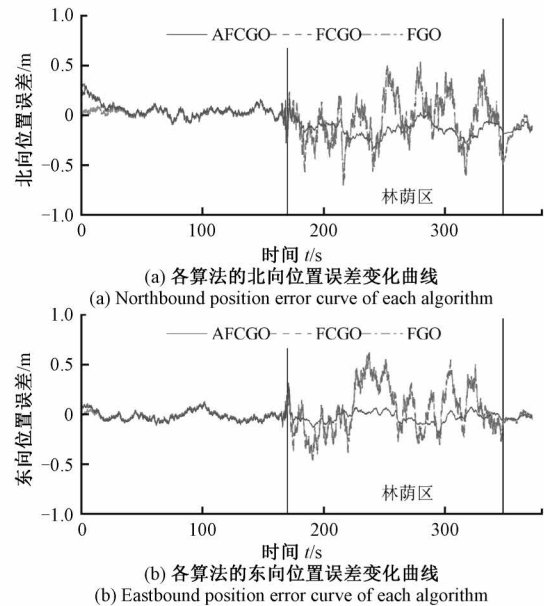


图 12 各算法的位置估计误差变化曲线

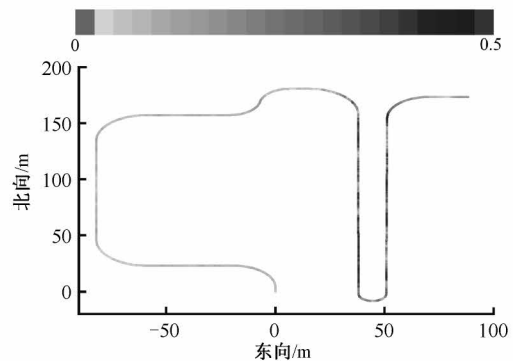
Fig. 12 Position estimation error curve of each algorithm

表 8 3 种图优化算法的位置估计精度与计算效率指标

Table 8 Position estimation accuracy and calculation efficiency index of three graph optimization algorithms

算法	MEAN/m	STD/m	RMS/m	TI/次	TC/次
AFCGO	0.123 6	0.077 8	0.168 0	11 077	609 943
FCGO	0.189 4	0.156 4	0.245 6	11 148	616 939
FGO	0.181 2	0.158 8	0.241 0	12 026	678 192

由图 12 和表 8 可知,AFCGO 算法融合真实传感器数据得到位置估计优于 FGO 算法所得到的结果,其中整体的误差均值降低了 31.8%,误差标准差降低了 51.0%,误差均方根降低了 30.3%。以颜色变化反映北向和东向位置的估计误差幅值,可将 2 种算法的位置估计精度可视化如图 13 所示。



(a) FGO 算法定位精度热力图

(a) FGO algorithm positioning accuracy thermal map

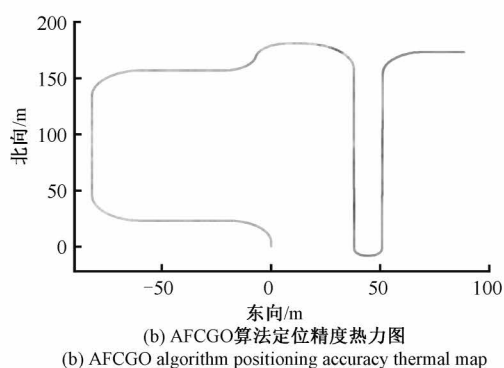


图13 2种算法的定位精度热力图

Fig. 13 Thermal map of positioning accuracy of two algorithms

不难看出相比于 FGO 算法, AFCGO 算法有着更好的定位精度。反观 FCGO 算法和 FGO 算法的位置估计误差各项指标可见二者差异不大, 与仿真分析中得到的结论一致。在计算效率方面, 2 种滤波协同图优化算法在整个融合优化过程中的融合效率指标也优于 FGO 算法, 其中总的迭代次数减少了 7.9%, 总的代价函数计算次数减少了 12.2%。

结合仿真分析和实验验证的内容可以得出结论, 本文提出的自适应滤波协同图优化方法相比于传统因子图方法不论是精度还是计算效率均具有明显的优势。

5 结 论

本文针对传统图优化导航方法中传感器测量协方差不准确导致估计精度下降的问题, 提出了一种自适应滤波协同图优化导航方法。在本文构建的组合导航因子图框架下, 嵌入一种测量噪声自适应滤波器, 利用该滤波器实时估计的传感器噪声协方差构建更为准确的后验概率模型, 从而得到更高精度的导航状态; 利用滤波器提供的局部状态估计作为图优化初值以改善计算效率。为了评估该方法性能, 分别设计了仿真与实验进行验证, 所得结论如下:

1) 仿真结果表明, 根据本文所提出方法设计的 AFCGO 算法具有良好的噪声自适应能力, 相比于传统图优化算法, AFCGO 算法所得的状态估计精度更高且更为平滑, 其中位置、速度、姿态的估计误差幅值和误差波动均有明显下降。在计算效率方面, AFCGO 算法通过降低优化迭代次数与代价函数计算次数的方式实现了计算效率的提升。

2) 跑车实验结果表明, AFCGO 算法输出的定位精度相比于 FGO 算法提升了 30%, 且在整个导航定位过程中, AFCGO 算法总的迭代次数减少了 7.9%, 总的代价函数计算次数减少了 12.2%, 相比于传统算法提升了优化效率。

参考文献

- [1] FRESE U, LARSSON P, DUCKETT T. A multilevel relaxation algorithm for simultaneous localization and mapping[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2005, 21(2): 196-207.
- [2] LOELIGER H A. An introduction to factor graphs[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2004, 21(1): 28-41.
- [3] 胡悦, 李旭, 徐启敏, 等. 卫星拒止环境下基于因子图的智能车可靠定位方法[J]. 仪器仪表学报, 2021, 42(11): 79-86.
HU Y, LI X, XU Q M, et al. Reliable positioning method of intelligent vehicles based on factor graph in GNSS-denied environment [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021, 42(11): 79-86.
- [4] 李倩, 蒋正华, 孙炎, 等. 基于因子图的 INS/UWB 室内行人紧组合定位技术[J]. 仪器仪表学报, 2022, 43(5): 32-45.
LI Q, JIANG ZH H, SUN Y, et al. INS/UWB tight integrated localization technology for pedestrian indoor based on factor graph[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2022, 43(5): 32-45.
- [5] WEN W, PFEIFER T, BAI X, et al. Factor graph optimization for GNSS/INS integration: A comparison with the extended Kalman filter[J]. NAVIGATION: Journal of the Institute of Navigation, 2021, 68(2): 315-331.
- [6] 李竞, 卢建洲. 一种基于图优化的室内定位指纹数据库建立方法[J]. 电子测量与仪器学报, 2020, 34(2): 29-35.
LI J, LU J ZH. Method for radio fingerprint databased establishment using graph optimization[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2020, 34(2): 29-35.
- [7] 杨子寒, 赖际舟, 吕品, 等. 一种可参数自标定的鲁棒视觉/惯性定位方法[J]. 仪器仪表学报, 2021, 42(7): 259-267.
YANG Z H, LAI J ZH, LYU P, et al. A robust visual/inertial positioning method with parameter self-calibration[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021, 42(7): 259-267.
- [8] GE Y, WANG X. The factor graph information fusion algorithm with time-varying noise estimate for all-source navigation system [C]. 2021 IEEE/AIAA 40th Digital Avionics Systems Conference (DASC), IEEE, 2021: 1-6.
- [9] 徐昊玮, 廉保旺, 刘尚波. 基于滑动窗迭代最大后验估计的多源组合导航因子图融合算法[J]. 兵工学

- 报, 2019, 40(4): 807-819.
- XU H W, LIAN B W, LIU SH B. Multi-source integrated navigation algorithm for iterated maximum posteriori estimation based on sliding-window factor graph[J]. *Acta Armamentarii*, 2019, 40(4): 807-819.
- [10] 戴海发, 卞鸿巍, 杜红松, 等. 基于自适应因子图优化的导航系统信息融合方法[J]. *中国惯性技术学报*, 2023, 31(1): 45-52, 60.
- DAI H F, BIAN H W, DU H S, et al. Information fusion method of navigation system based on adaptive factor graph optimization[J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2023, 31(1): 45-52, 60.
- [11] 韩晨. 面向全源导航的情境自适应传感器优化选择方法研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2019.
- HAN CH. Context-Adaptive sensor optimization and selection in all source position and navigation [D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2019.
- [12] VANLI O A, TAYLOR C N. Covariance estimation for factor graph based Bayesian estimation[C]. 2020 IEEE 23rd International Conference on Information Fusion (FUSION), IEEE, 2020: 1-8.
- [13] SAGE A P, HUSA G W. Adaptive filtering with unknown prior statistics [C]. *Joint Automatic Control Conference*, 1969(7): 760-769.
- [14] MUNGUÍA R. A GPS-aided inertial navigation system in direct configuration[J]. *Journal of Applied Research and Technology*, 2014, 12(4): 803-814.
- [15] XIWEI W U, BING X, CIHANG W U, et al. Factor graph based navigation and positioning for control system design: A review[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2022, 35(5): 25-39.
- [16] 严恭敏, 翁浚. 捷联惯导算法与组合导航原理[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2019.
- YAN G M, WENG J. Strapdown inertial navigation algorithm and integrated navigation principle [M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2019.
- [17] LUPTON T, SUKKARIEH S. Visual-inertial-aided navigation for high-dynamic motion in built environments without initial conditions [J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2011, 28(1): 61-76.

作者简介



赵壮, 2021 年于南京理工大学获得学士学位, 现为南京理工大学硕士研究生, 主要研究方向为多传感器组合导航。

E-mail: alzmaje@njust.edu.cn

Zhao Zhuang received his B.Sc. degree from Nanjing University of Science and Technology in 2021. He is currently a master student at Nanjing University of Science and Technology. His main research interest is multi-sensor integrated navigation.



马国梁(通信作者), 1999 年于内蒙古工业大学获得学士学位, 分别于 2002 年和 2006 年于南京理工大学获得硕士和博士学位, 现为南京理工大学副教授, 主要研究方向为机器人的导航与控制。

E-mail: mgl@njust.edu.cn

Ma Guoliang (Corresponding author) received his B.Sc. degree from Inner Mongolia University of Technology in 1999, and received his M.Sc. degree and Ph.D. degree both from Nanjing University of Science and Technology in 2002 and 2006, respectively. He is currently an associate professor at Nanjing University of Science and Technology. His main research interests include navigation and control of robot.