

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.2311280

## AUV 协同定位性能与编队构型分析\*

李倩, 黄鸿殿, 徐贵鹏, 奔粤阳

(哈尔滨工程大学智能科学与工程学院 哈尔滨 150001)

**摘要:**针对三领航艇自主水下航行器(AUV)协同导航系统,在不简化距离量测方程的前提下推导系统定位性能评价函数,在此基础上分析系统定位性能与编队构型、集群航速以及艇间距离之间的耦合关系。同时,通过理论分析证明在一定条件下该系统定位性能评价函数可以退化为最简形式,且该最简定位性能评价函数与误差椭圆法、Fisher 信息矩阵法相关结果在表达形式上具有一致性。进一步,通过推导 AUV 位置估计的克拉美-罗下界(CRLB)完善系统定位性能评价函数并定量分析艇间测距噪声对系统定位性能的影响。最后,基于系统定位性能评价函数分析构建三领航艇协同导航系统最优、次优与最差编队构型,并通过仿真实验证明分析结论与编队构型的有效性。仿真实验结果表明,当 AUV 集群以最优、次优编队构型航行时,降低集群速度可以在一定程度上提高系统定位性能,在本文设置实验条件下系统定位精度可以提高 9.11%,但改变艇间距离对定位性能几乎没有影响;当 AUV 集群以最差编队构型航行时,降低集群速度与缩短艇间距离均可提高系统定位性能,若两者同时满足将大幅提高系统定位性能,在本文设置实验条件下系统定位精度分别提高 63.17%、63.99% 与 81.50%。

**关键词:** 自主水下航行器;协同导航;定位性能;编队构型

**中图分类号:** TH89      **文献标识码:** A      **国家标准学科分类代码:** 420.40

## Analysis of localization performance and formation configuration for AUV cooperative navigation

Li Qian, Huang Hongdian, Xu Guipeng, Ben Yueyang

(College of Intelligent Systems Science and Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

**Abstract:** To achieve a cooperative navigation system for multiple autonomous underwater vehicles (AUVs) with three leaders, the localization performance evaluation function is derived without simplifying range measurement equation. In this way, the relationship among localization performance, formation configuration, cluster speed and distance between AUVs is analyzed. Theoretical analysis proves that the localization performance evaluation function can be degenerated into the simplest form under certain conditions, and the localization performance evaluation function in the simplest form is consistent with the corresponding results of the error ellipse method and the Fisher information matrix method. Furthermore, Cramer-Rao lower bound based on localization estimation is derived to improve localization performance evaluation function, and the influence of rang measurement noise on the localization performance is analyzed. Finally, the optimal formation configuration, the suboptimal formation configuration and the worst formation configuration are constructed based on localization performance evaluation function analysis for the three-leaders cooperative navigation system, and the effectiveness of analysis and formation configuration is evaluated by simulation experiments. The results show that reducing cluster speed can improve the localization performance of system in the optimal and suboptimal formation configuration to a certain extent. Under the simulation conditions, the accuracy of localization can be increased by 9.11%. However, changing distance between AUVs has almost no effect on the localization performance. For a cooperative navigation system in the worst formation configuration, reducing cluster speed and shortening distance between AUVs can both improve the localization performance. If they are both satisfied, the localization performance will be greatly improved. Under the simulation conditions, the accuracy of localization is increased by 63.17%, 63.99%, and 81.50%, respectively.

**Keywords:** autonomous underwater vehicle; cooperative navigation; localization performance; formation configuration

收稿日期:2023-04-07      Received Date: 2023-04-07

\* 基金项目:黑龙江省自然科学基金(YQ2021E011)、国家自然科学基金(51979047)项目资助

## 0 引言

自主水下航行器 (autonomous underwater vehicle, AUV) 具有作业范围广、灵活性好以及隐蔽性强等特点, 是人类开展海洋活动不可缺少的无人水下平台<sup>[1]</sup>。针对 AUV 集群高精度导航定位需求, 基于艇间信息交换与共享实现的 AUV 协同导航则是提高系统导航定位性能的主要技术途径<sup>[2-3]</sup>。相比于并行式协同导航配置方式, 主从式 AUV 协同导航系统由于具有成本低以及水声通信需求低等优势而具有更为广阔的应用前景。

目前, 国内外关于主从式 AUV 协同导航技术的研究主要集中于协同导航算法编排设计<sup>[4-7]</sup>以及针对单领航艇与双领航艇协同导航系统编队构型与定位性能分析<sup>[8-9]</sup>。文献[10]通过分析 AUV 协同导航后验协方差矩阵得出结论, 即系统定位性能与艇间距离无关, 仅与艇间相对方位有关, 并根据该结论给出单领航艇与双领航艇协同导航系统最优编队构形。文献[11]引入 Fisher 信息矩阵理论建立 AUV 集群网络协同导航误差模型, 在此基础上给出双领航艇协同导航系统最优编队构形, 且该最优队形与文献[10]一致。文献[12]基于克拉美-罗下界 (Cramer-Rao lower bound, CRLB) 与 Fisher 信息矩阵推导 AUV 集群协同导航定位性能评价函数, 在此基础上给出单领航艇、双领航艇以及三领航艇协同导航系统最优编队构形, 并通过仿真实验证明系统定位性能与艇间距离无关, 与文献[10]结论一致。文献[13]基于非线性 Lie 导数与矩阵条件数分析得出当双领航艇与跟随艇相对方位角为 90° 且相对距离相等时, 双领航艇协同导航系统定位性能最优的结论。但文献[13]在分析过程中由于对量测方程进行简化, 导致相对距离与相对方位耦合, 从而得出系统定位性能与艇间相对距离存在关系这一与文献[10、12]不一致的结论。综上所述, 现有文献采用不同方法对主从式 AUV 协同导航定位性能与编队构型之间的关系进行分析, 但分析结论却不具有一致性, 同时缺乏 AUV 集群航速、艇间测距噪声对系统定位性能的影响分析, 从而无法全面评价 AUV 协同导航定位性能。

针对上述问题, 本文首先在不简化量测方程的情况下利用矩阵条件数推导得出一种新的系统定位性能评价函数, 据此分析系统编队构型、集群航速以及艇间距离与系统定位性能之间的耦合关系。在此基础上, 将该定位性能评价函数与后验协方差矩阵分析法以及 Fisher 信息矩阵分析法相关结论进行比较, 证明 3 种方法分析结论在一定前提条件下具有一致性。同时, 考虑上述分析方法均没有考虑艇间测距噪声对系统定位性能的影响, 本文推导得出 AUV 位置估计的克拉美-罗下界并据此进一步分析艇间测距噪声影响因素, 全面评价 AUV 协同导航

定位性能。最后, 根据推导得到的系统定位性能评价函数设计三领航艇协同导航系统最优、次优以及最差编队构型, 并通过仿真实验验证理论分析的正确性。

## 1 基于距离量测的主从式 AUV 协同导航系统

主从式 AUV 协同导航系统中领航 AUV 配备高精度导航定位系统, 如惯性导航系统 (inertial navigation system, INS) 或惯性基组合导航系统以获得高精度导航定位信息, 跟随 AUV 配备低精度航位推算系统, 如罗经与多普勒计程仪 (Doppler velocity log, DVL)。由于无线电波、光波等在水介质中衰减严重, 而水声通信具有远距离传输优势, 所以 AUV 协同导航系统通常基于水声通信技术实现信息交换与共享。以广播式通信为例, 领航 AUV 向周围发射水声通信信号与探测脉冲信号, 跟随 AUV 接收水声通信信号获得领航 AUV 高精度位置信息, 接收探测脉冲信号解算自身与领航 AUV 间距离量测信息, 利用两种信息协同校正自身位置信息, 从而提高导航定位精度。

由于 AUV 深度信息可由深度计直接测量得到, 为简化运动学模型, 定义跟随 AUV 平面运动状态变量为  $\mathbf{X}_k = [x_k \ y_k]^T$ ,  $x_k, y_k$  表示导航坐标系下跟随 AUV 东向、北向位置, 则跟随 AUV 二维空间运动模型离散方程可以表示为:

$$\begin{cases} x_k = x_{k-1} + V_{k-1} T \cos \varphi_{k-1} \\ y_k = y_{k-1} + V_{k-1} T \sin \varphi_{k-1} \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $V_k$  表示  $k$  时刻跟随 AUV 首尾向速度;  $\varphi_k$  表示  $k$  时刻跟随 AUV 偏航角 (跟随 AUV 首尾向与东向夹角);  $T$  表示采样时间。首尾向速度  $V_k$  与偏航角  $\varphi_k$  可由航位推算系统中的 DVL 与罗经获得, 构成系统控制输入  $\mathbf{u}_k = [V_k \ \varphi_k]^T$ 。

式(1)为理想条件下运动方程, 考虑系统噪声影响, 可以将跟随 AUV 二维空间运动方程简写为:

$$\mathbf{X}_k = f(\mathbf{X}_{k-1}, \mathbf{u}_{k-1}) \quad (2)$$

式中:  $f$  表示非线性状态方程函数;  $\mathbf{u}_k = \mathbf{u}_{mk} + \mathbf{w}_k$ ,  $\mathbf{u}_{mk}$  表示  $k$  时刻真实控制输入,  $\mathbf{w}_k$  表示  $k$  时刻系统噪声, 包括速度噪声与偏航角噪声。假设其为高斯白噪声, 则速度噪声方差与偏航角噪声方差分别表示为  $\sigma_{V,k}^2, \sigma_{\varphi,k}^2$ 。

为简化模型, 假设领航 AUV 与跟随 AUV 处于同一深度, 即只考虑领航 AUV 与跟随 AUV 二维平面内相对距离。假设  $k$  时刻跟随 AUV 与第  $i$  个领航 AUV 之间的相对距离为  $r_k^i (i = 1, 2, 3)$ , 则三领航艇协同导航系统距离量测方程可以表示为:

$$\mathbf{Z}_k = h(\mathbf{X}_k) + \mathbf{v}_k = \begin{bmatrix} r_k^1 + v_k^1 \\ r_k^2 + v_k^2 \\ r_k^3 + v_k^3 \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中:  $\mathbf{Z}_k$  为  $k$  时刻协同导航系统距离量测信息;  $r_k^i = \sqrt{(x_k - x_k^{i_i})^2 + (y_k - y_k^{i_i})^2}$ ,  $(x_k^{i_i}, y_k^{i_i})$  表示  $k$  时刻第  $i$  个领航 AUV 位置信息;  $\mathbf{v}_k$  表示量测噪声, 同样假设其为高斯白噪声, 对应噪声方差阵为  $\mathbf{R}_k = \text{diag}[\sigma_{r_1}^2 \quad \sigma_{r_2}^2 \quad \sigma_{r_3}^2]$ ;  $h$  为非线性量测方程函数。

## 2 三领航艇协同导航系统定位性能分析

### 2.1 基于可观性矩阵的系统定位性能评价函数

系统可观性反映系统在一定时间段内通过量测确定系统状态的能力, 通常使用可观性矩阵的秩判断系统可观性。但是, 此方法无法定量表示状态变量可观程度。为定量分析系统可观程度, 进一步量化定位精度, 针对 AUV 协同导航系统非线性特点采用非线性 Lie 导数推导系统可观性矩阵, 并在此基础上利用矩阵条件数分析法推导三领航艇协同导航系统定位性能评价函数。

文献[13]在基于非线性 Lie 导数推导 AUV 协同导航系统可观性矩阵的过程中, 为简化分析将艇间相对距离量测方程  $h(\mathbf{X}_k) = \sqrt{\Delta x_k^2 + \Delta y_k^2}$  简化为  $h(\mathbf{X}_k) = \Delta x_k^2/2 + \Delta y_k^2/2$ , 并在此基础上假设跟随 AUV 零速进行可观性矩阵分析。这种处理方法虽然可以简化分析过程, 但无疑改变了系统模型, 且不符合实际情况。为避免上述问题, 本文对艇间相对距离量测方程不进行简化分析。

定义 AUV 协同导航系统  $n$  阶 Lie 导数表达式为:

$$L_f^n h(\mathbf{X}) = \frac{\partial(L_f^{n-1} h(\mathbf{X}))}{\partial \mathbf{X}} f(\mathbf{X}) \quad (4)$$

式中:  $f(\mathbf{X}) = \dot{\mathbf{X}}$ ,  $\mathbf{X}$  为系统状态。

函数  $h(\mathbf{X})$  关于  $\mathbf{X}$  的零阶 Lie 导数为方程本身, 即  $L_f^0 h(\mathbf{X}) = h(\mathbf{X})$ 。假设系统状态为  $n$  维, 则一阶 Lie 导数可以表示为:

$$L_f^1 h(\mathbf{X}) = \frac{\partial h(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}} f(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial h(\mathbf{X}_i)}{\partial \mathbf{X}_i} f(\mathbf{X}_i) \quad (5)$$

高阶 Lie 导数求取方法以此类推, 从而可以得到非线性系统  $n$  阶 Lie 导数可观性矩阵为:

$$\mathbf{Obs} = \begin{bmatrix} \nabla L_f^0 h_j \\ \nabla L_f^1 h_j \\ \vdots \\ \nabla L_f^{n-1} h_j \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中:  $j \in (1, \dots, m)$ ,  $m$  表示量测信息数量。

首先, 对单领航艇协同导航系统可观性矩阵进行分析, 将系统方程表示为如下形式:

$$\dot{\mathbf{X}} = f(\mathbf{X}, \mathbf{u}) \quad (7)$$

式中:

$$f = \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_k \cos \varphi_k \\ V_k \sin \varphi_k \end{pmatrix} \quad (8)$$

根据式(3)可知, 系统零阶 Lie 导数可表示为:

$$L_f^0 h(\mathbf{X}) = h(\mathbf{X}) = \sqrt{(x - x^{i_i})^2 + (y - y^{i_i})^2} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} \quad (9)$$

根据式(9), 系统零阶 Lie 导数梯度表示为:

$$\nabla_{L_f^0} h = \begin{bmatrix} \frac{\partial L_f^0 h(\mathbf{X})}{\partial \Delta x} & \frac{\partial L_f^0 h(\mathbf{X})}{\partial \Delta y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta x}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}} & \frac{\Delta y}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}} \end{bmatrix} \quad (10)$$

同理, 系统一阶 Lie 导数梯度表示为:

$$\nabla_{L_f^1} h = \begin{bmatrix} f_1 \Delta y^2 - f_2 \Delta x \Delta y & f_2 \Delta x^2 - f_1 \Delta x \Delta y \\ (\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2})^3 & (\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2})^3 \end{bmatrix} \quad (11)$$

根据式(10)、(11)可以得到  $k$  时刻单领航艇协同导航系统可观性矩阵为:

$$\mathbf{Obs} = \begin{bmatrix} \nabla_{L_f^0} h \\ \nabla_{L_f^1} h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta x_k}{\sqrt{\Delta x_k^2 + \Delta y_k^2}} & \frac{\Delta y_k}{\sqrt{\Delta x_k^2 + \Delta y_k^2}} \\ \frac{f_1 \Delta y_k^2 - f_2 \Delta x_k \Delta y_k}{(\sqrt{\Delta x_k^2 + \Delta y_k^2})^3} & \frac{f_2 \Delta x_k^2 - f_1 \Delta x_k \Delta y_k}{(\sqrt{\Delta x_k^2 + \Delta y_k^2})^3} \end{bmatrix} \quad (12)$$

进一步, 将式(12)中的距离信息变换成极坐标形式, 表示为:

$$\mathbf{Obs} = \begin{bmatrix} \cos \theta_k^1 & \sin \theta_k^1 \\ q_k^1 & p_k^1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

仿照式(13), 可以推导得到  $k$  时刻三领航艇协同导航系统可观性矩阵为:

$$\mathbf{Obs}_1 = \begin{bmatrix} \cos \theta_k^1 & \sin \theta_k^1 \\ \cos \theta_k^2 & \sin \theta_k^2 \\ \cos \theta_k^3 & \sin \theta_k^3 \\ q_k^1 & p_k^1 \\ q_k^2 & p_k^2 \\ q_k^3 & p_k^3 \end{bmatrix} \quad (14)$$

式(13)与(14)中的  $\theta_k^i$  表示  $k$  时刻第  $i$  个领航 AUV 质心与跟随 AUV 质心连线与  $x$  轴夹角;  $q_k^i = [f_x (\sin \theta_k^i)^2 - f_y \cos \theta_k^i \sin \theta_k^i] / r_k^i$ ;  $p_k^i = [f_x (\cos \theta_k^i)^2 - f_y \cos \theta_k^i \sin \theta_k^i] / r_k^i$ 。

对矩阵  $\mathbf{Obs}_1$  进行初等行变换, 可得:

$$\mathbf{Obs}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{3 \times 2} \\ \mathbf{K}_{3 \times 2} \end{bmatrix} \mathbf{M}_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} \cos \theta_k^1 & \sin \theta_k^1 \\ \cos \theta_k^2 & \sin \theta_k^2 \\ \cos \theta_k^3 & \sin \theta_k^3 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} \frac{f_x}{r_k^1} & \frac{f_y}{r_k^1} \\ \frac{f_x}{r_k^2} & \frac{f_y}{r_k^2} \\ \frac{f_x}{r_k^3} & \frac{f_y}{r_k^3} \end{bmatrix} \quad (15)$$

根据矩阵条件数理论可知,系统可观测性矩阵条件数越大,说明可观测性矩阵行向量或列向量独立性越弱,也意味着系统可观测性越差<sup>[14]</sup>。因此,可以利用可观测性矩阵条件数  $C$  衡量系统定位性能。由于矩阵条件数  $C$  是大于等于 1 的正数,所以  $0 \leq C^{-1} \leq 1$ 。选取矩阵条件数的倒数  $C^{-1}$  作为系统定位性能评价函数,即  $C^{-1}$  越接近 1,系统可观测性越好,系统状态变量估计精度越高,系统定位性能越好。

求取可观测性矩阵  $\mathbf{Obs}_1$  奇异值为:

$$\det(\lambda \mathbf{I} - \mathbf{Obs}_1^T \mathbf{Obs}_1) = 0 \quad (16)$$

可观测性矩阵  $\mathbf{Obs}_1$  条件数倒数为:

$$C^{-1} = \frac{\min\{\sigma_{1,2}^1\}}{\max\{\sigma_{1,2}^1\}} =$$

$$\sqrt{\frac{-3 - \tau - \sqrt{9 - [4S_1 + \tau(4S_2 - \tau - 6)]}}{-3 - \tau + \sqrt{9 - [4S_1 + \tau(4S_2 - \tau - 6)]}} \quad (17)$$

式中:  $\tau = V_k^2 \cdot [(1/r_k^1)^2 + (1/r_k^2)^2 + (1/r_k^3)^2]$ ,  $\tau$  表示与跟随 AUV 速度以及艇间距离有关的变量;  $S_1 = \sin^2 \alpha_1 + \sin^2 \alpha_2 + \sin^2 \alpha_3$ ,  $\alpha_1 = \theta_k^1 - \theta_k^2$ ,  $\alpha_2 = \theta_k^1 - \theta_k^3$ ,  $\alpha_3 = \theta_k^2 - \theta_k^3$ ,  $\alpha_1$  为跟随 AUV 与领航 AUV1、领航 AUV2 相对方位角的差值,  $\alpha_2, \alpha_3$  与  $\alpha_1$  定义类似;  $S_2 = \sin^2 \beta_1 + \sin^2 \beta_2 + \sin^2 \beta_3$ ,  $\beta_i = \theta_k^i - \varphi_k$ ,  $\beta_i$  为第  $i$  个领航 AUV 相对方位角与跟随 AUV 偏航角的差值。

根据式(17)可知,可观测性矩阵  $\mathbf{Obs}_1$  条件数倒数最大值的确定等价于  $S_1 + \tau(4S_2 - \tau - 6)/4$  最大值的确定,因此系统定位性能评价函数可以表示为:

$$J_a = S_1 + \tau(4S_2 - \tau - 6)/4 \quad (18)$$

考虑到  $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 360^\circ$ ,  $\beta_2 = \theta_k^2 - \varphi_k = \beta_1 - \alpha_1$ ,  $\beta_3 = \theta_k^3 - \varphi_k = \beta_1 - \alpha_1$ , 根据式(18)可以看出系统定位性能评价函数主要与  $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, V, r_k^i$  有关。同时,可以看出系统编队构型主要通过式(18)右边第 1 项  $S_1$  中的  $\alpha_i$  以及第 2 项  $S_2$  中的  $\beta_i$  影响系统定位性能,而速度  $V$  与艇间距离  $r_k^i$  主要通过式(18)右边第 2 项中的  $\tau$  影响系统定位性能。

取 AUV 典型运动参数  $V = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $r_k^i = 100 \text{ m}$ , 则可以计算  $\tau = 1.2 \times 10^{-3}$ 。同时,考虑到  $S_1$  与  $S_2$  的大小在数量级上相同,故式(18)右边第 1 项  $S_1$  与第 2 项  $\tau(4S_2 - \tau - 6)/4$  的比值在数量级上约为  $10^3$ 。因此,通常情况下可以利用  $S_1$  简化表示系统定位性能评价函

数,即:

$$J_b = S_1 = \sin^2 \alpha_1 + \sin^2 \alpha_2 + \sin^2 \alpha_3 \quad (19)$$

根据以上分析可知:当系统编队构型较优,即  $S_1$  不接近 0 时主要考虑  $\alpha_1, \alpha_2$  对系统定位性能的影响;当系统编队构型较差,即  $S_1$  接近 0 时  $S_2$  与  $\tau$  则成为影响系统定位性能的主要因素。因此,在设计 AUV 集群编队构型时应先根据式(19)通过分析  $J_b$  取值构建系统最优、次优以及最差编队构型;进一步,在最差编队构型下通过分析  $S_2$  与  $\tau$  取值调整系统构型,从而最大限度提升系统定位性能。综上所述,艇间相对距离对系统定位性能存在影响,但与相对方位相比其影响较小,特别是在优先考虑编队构型的前提条件下可以将其忽略。因此,可以看出本文推导得到的系统定位性能评价函数式(18)在一定前提下可以简化为式(19),从而获得与文献[9、11]一致的结论。

## 2.2 系统定位性能评价函数一致性分析

为证明不同方法对 AUV 协同导航定位性能评价的一致性,进一步利用跟随 AUV 位置信息后验协方差矩阵  $\mathbf{P}_k$  衡量系统定位性能,即:

$$\mathbf{P}_k = E[(\hat{\mathbf{X}}_k - \mathbf{X}_k)(\hat{\mathbf{X}}_k - \mathbf{X}_k)^T] \quad (20)$$

式中:  $\mathbf{X}_k$  表示  $k$  时刻跟随 AUV 真实位置信息;  $\hat{\mathbf{X}}_k$  表示跟随 AUV 位置估计值。

根据文献[9]提出的误差椭圆法对后验协方差矩阵  $\mathbf{P}_k$  进行分析,可以推导三领航艇协同导航系统定位性能评价函数,在此基础上进行等价变换可以得到其最简形式为:

$$J_c = \sin^2 \alpha_1 + \sin^2 \alpha_2 + \sin^2 \alpha_3 \quad (21)$$

式中:  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  与式(19)定义一致。

进一步,考虑后验协方差矩阵  $\mathbf{P}_k$ 、CRLB 以及 Fisher 信息矩阵三者之间具有如下关系<sup>[15]</sup>,即:

$$\mathbf{P}_k = E[(\hat{\mathbf{X}}_k - \mathbf{X}_k)(\hat{\mathbf{X}}_k - \mathbf{X}_k)^T] \geq \mathbf{B} = \mathbf{F}_k^{-1} \quad (22)$$

式中:  $\mathbf{B}$  表示 CRLB,即正定二次型意义下协方差矩阵下界;  $\mathbf{F}_k$  表示  $k$  时刻 Fisher 信息矩阵,表示量测值所能提供的关于状态参数的信息量,其表达式为:

$$\mathbf{F}_k = E\{[\nabla_{\mathbf{X}} \log p(\mathbf{X}, \mathbf{Z})][\nabla_{\mathbf{X}} \log p(\mathbf{X}, \mathbf{Z})]^T\} \quad (23)$$

式中:  $p(\mathbf{X}, \mathbf{Z})$  表示似然函数;  $\nabla$  表示梯度运算。

根据文献[10]提出的 Fisher 信息矩阵分析法推导三领航艇协同导航系统定位性能评价函数,并进行等价变换得到其最简形式为:

$$J_d = \sin^2 \alpha_1 + \sin^2 \alpha_2 + \sin^2 \alpha_3 \quad (24)$$

式中:  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  与式(19)定义一致。

根据式(21)、(24)可以看出,虽然文献[9-10]分别采用误差椭圆与 Fisher 信息矩阵两种不同方法分析 AUV 协同导航定位性能,但由于其本质都是对后验协方差矩阵  $\mathbf{P}_k$  进行分析,所以得到的系统定位性能评价函数经过

等价变形后具有相同形式。同时,根据式(21)、(24)也可以看出,基于误差椭圆与 Fisher 信息矩阵分析三领航艇协同导航系统定位性能,表明其主要与艇间相对方位有关。另一方面,考虑到后验协方差矩阵  $\mathbf{P}_k$  与系统可观测性矩阵  $\mathbf{Obs}_k$  都与协同导航系统模型密不可分,因此不同定位性能分析方法其本质都是基于系统模型的分析,而推导得到的性能评价函数式(19)、(21)以及(24)也具有有一致性。不同分析方法关系如图1所示。

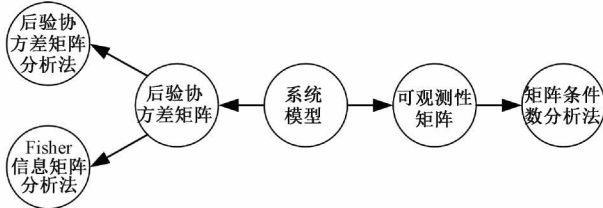


图1 系统定位性能分析方法之间的关系

Fig.1 The relationship between different analysis methods of localization performance evaluation

基于以上分析,构建三领航艇协同导航定位性能一致性评价函数,即:

$$S = \sin^2 \alpha_1 + \sin^2 \alpha_2 + \sin^2 \alpha_3 \quad (25)$$

式中:  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  与式(19)定义一致。

通过以上分析可知,在对不同编队构型下的三领航艇协同导航系统进行定位性能评价时,可以直接采用式(25)这种具有最简形式的系统定位性能评价函数进行分析,而不必额外计算 Fisher 信息矩阵或可观测性矩阵条件数。需要注意的是,式(25)所示具有最简形式的定位性能评价函数是在忽略集群航速、艇间距离等次要影响因素的前提条件下得到的。如果需要更全面、精准地分析系统导航定位性能,特别是在无法构建最优、次优编队构型的前提条件下,利用式(18)可以更全面的衡量 AUV 协同导航定位性能。

### 3 AUV 位置估计的克拉美-罗下界

在基于艇间距离量测的 AUV 协同导航系统中,测距噪声直接影响系统定位性能,但基于可观测性矩阵对系统定位性能评价函数分析时认为量测信息完全可信,即忽略测距噪声的影响,故只得出系统定位性能与编队构型、集群航速以及艇间相对距离之间的耦合关系,而无法针对测距噪声对系统定位性能影响进行定量分析<sup>[16]</sup>。

为解决上述问题,本文通过推导 AUV 位置估计均方误差理论下界,进一步分析艇间测距噪声对系统定位性能的影响。根据式(3)系统量测方程可将  $\mathbf{B}$  表示为:

$$\mathbf{B} = \{\mathbf{J}_k^T \mathbf{I} \mathbf{J}_k\}^{-1} \quad (26)$$

式中:  $\mathbf{I} = 3 \cdot \text{trace}(\mathbf{R}_k^{-1}) = 3(1/\sigma_{r_1}^2 + 1/\sigma_{r_2}^2 + 1/\sigma_{r_3}^2)$ ;  $\mathbf{J}_k$

表示非线性量测方程函数  $h$  的雅克比矩阵,即:

$$\mathbf{J}_k = \frac{\partial h}{\partial \mathbf{X}_k} = \begin{bmatrix} (x_k - x_k^{L1})/r_k^1 & (y_k - y_k^{L1})/r_k^1 \\ (x_k - x_k^{L2})/r_k^2 & (y_k - y_k^{L2})/r_k^2 \\ (x_k - x_k^{L3})/r_k^3 & (y_k - y_k^{L3})/r_k^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_k^1 & \sin \theta_k^1 \\ \cos \theta_k^2 & \sin \theta_k^2 \\ \cos \theta_k^3 & \sin \theta_k^3 \end{bmatrix} \quad (27)$$

将式(27)代入式(26),AUV 位置估计均方误差理论下界可以表示为:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} I \sum_{i=1}^3 \cos^2 \theta_k^i & I \sum_{i=1}^3 \cos \theta_k^i \sin \theta_k^i \\ I \sum_{i=1}^3 \cos \theta_k^i \sin \theta_k^i & I \sum_{i=1}^3 \sin^2 \theta_k^i \end{bmatrix}^{-1} \quad (28)$$

基于 D-优化指标,以  $\mathbf{B}$  的行列式为均方误差理论下界,即:

$$\det(\mathbf{B}) = [I(\sin^2 \alpha_1 + \sin^2 \alpha_2 + \sin^2 \alpha_3)]^{-1} \quad (29)$$

式中:  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  与式(19)定义一致。

根据式(29)可以发现,AUV 位置估计均方误差理论下界与系统编队构型、艇间测距噪声方差有关。式(29)中的  $\sin^2 \alpha_1 + \sin^2 \alpha_2 + \sin^2 \alpha_3$  项与式(25)一致,表明系统编队构型对系统定位性能的影响相同。同时,在 AUV 集群编队构型确定的情况下,随着艇间测距噪声方差增大均方误差理论下界也相应增大,即系统定位性能下降。但是,考虑艇间测距噪声通常不可控,因此在设计 AUV 编队构型时仍然应依据式(18)或(25)。在确定系统编队构型的基础上,可以利用式(29)进一步评估艇间测距信息质量对系统定位性能的影响。

### 4 三领航艇协同导航系统编队构型分析

根据前文分析可知,AUV 集群编队构型是协同导航系统定位性能主要影响因素,为构建三领航艇协同导航系统最优编队构型,以式(25)所示的系统最简定位性能评价函数为衡量指标分析不同编队构型下的系统定位性能。仿真结果如图2所示,图中 A-F 点表示系统最简定位性能评价函数极值点,可由仿真结果数据确定。根据图2(a)可知,在 A 点( $60^\circ, 60^\circ, 2.25$ )与 B 点( $120^\circ, 120^\circ, 2.25$ )系统定位性能最优,即跟随 AUV 与领航 AUV 之间的 3 个相对方位角差值均为  $120^\circ$ (最优编队构型 1),或者跟随 AUV 与领航 AUV 之间的 3 个相对方位角差值中任意两个为  $60^\circ$ (最优编队构型 2),三领航艇协同导航系统编队构型最优,此时系统定位性能评价函数取值为 2.25。最优编队构型 1 与最优编队构型 2 如图3所示。

根据图2(b)可知,GH 与 IJ 线段上所有的点对应性能评价函数取值为 2。考虑 AUV 编队构形可实现性,以

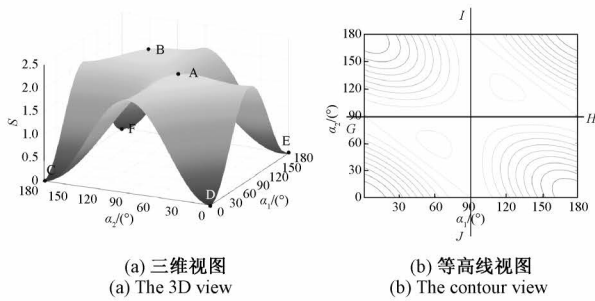


图2 系统定位性能评价函数与艇间相对方位关系  
Fig. 2 The relationship between localization performance evaluation function and relative bearing between AUVs

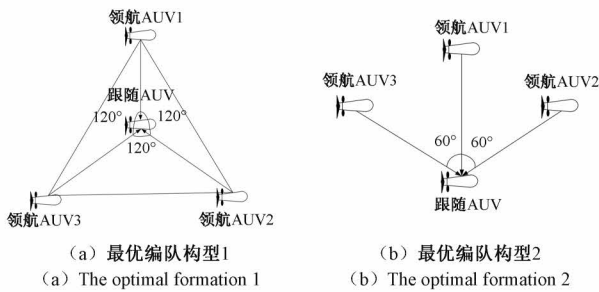


图3 三领航艇协同导航系统最优编队构型  
Fig. 3 The optimal formation of cooperative navigation system with three leaders

此队形为次优编队构型,即跟随 AUV 与领航 AUV 之间的相对方位角差值中任意一个为  $90^\circ$  时,三领航艇协同导航系统编队构型次优,如图 4 所示。

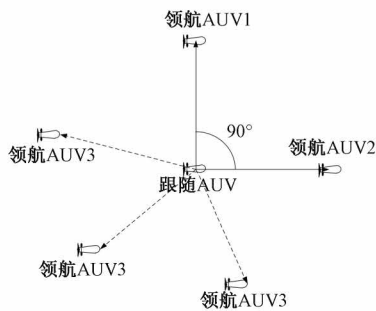


图4 三领航艇协同导航系统次优编队构型  
Fig. 4 The suboptimal formation of cooperative navigation with three leaders

根据图 2(a) 可知,在 C 点  $(180^\circ, 0^\circ, 0)$ 、D 点  $(0^\circ, 0^\circ, 0)$ 、E 点  $(0^\circ, 180^\circ, 0)$  以及 F 点  $(180^\circ, 180^\circ, 0)$  系统定位性能最差,即跟随 AUV 与领航 AUV 之间的相对方位角差值中有 2 个为  $180^\circ$  或  $0^\circ$  时,三领航艇协同导航系统编队构型最差。此时系统定位性能评价函数取值为 0,对应可观测性矩阵  $Obs_1$  不满秩的情况。根据前述分析

可知,此时需要根据式(18)进一步考虑  $S_2$  对系统定位性能的影响,此时  $S_2$  可表示为: $S_2 = 3\sin^2(\theta_k^i - \varphi_k)$ ,故当跟随 AUV 航向与领航 AUV 相对方位角相等或相差  $180^\circ$  时,即  $S_1 = 0, S_2 = 0$  为最差编队构型 1,定位性能最差;当跟随 AUV 航向与领航 AUV 相对方位角相差  $90^\circ$  时,即  $S_1 = 0, S_2 = 3$  为最差编队构型 2,此编队构型与最差编队构型 1 相比略好,如图 5 所示。

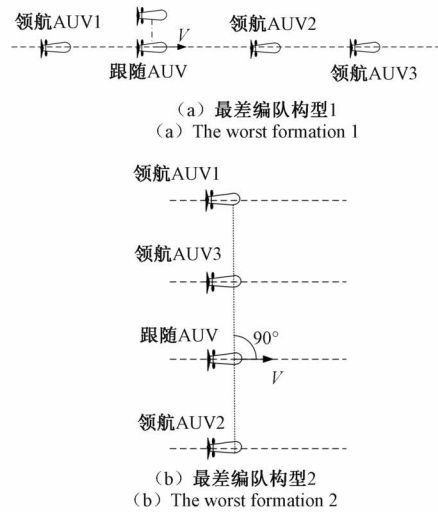


图5 三领航艇协同导航系统最差编队构型  
Fig. 5 The worst formation of cooperative navigation with three leaders

进一步,在最差编队构型下还可以根据式(18)分析艇间相对距离与集群航速对系统定位性能的影响。需要注意的是,艇间相对距离不仅通过  $\tau$  直接影响  $J_a$  大小,其与相对方位角之间存在的耦合关系也会间接影响系统定位性能。以最差编队构型 1 为例,假设跟随艇位于领航艇 AUV1 与 AUV2 中间。当领航艇 AUV1 与跟随艇艇距离 50 m 时,跟随艇按图 5(a) 虚线位置所示变化 5 m 会引起  $\alpha_1$  增大  $10.42^\circ$ ;当领航艇 AUV1 与跟随艇艇距离 200 m 时,跟随艇位置同样变化 5 m 则会引起  $\alpha_1$  增大  $2.86^\circ$ 。因此,减小艇间距离有利于增大艇间相对方位角度。另一方面,当 AUV 协同导航系统以最优与次优编队构型航行时  $S_1$  接近最大值,根据图 2(a) 可以发现 A、B 点附近曲面斜率较小,这种情况下艇间相对方位角度的变化不会大幅度提高  $S_1$  取值;当 AUV 协同导航系统以最差编队构型航行时  $S_1$  接近于 0,根据图 2(a) 可以发现 C、D、E、F 点附近曲面斜率较大,这种情况下艇间相对方位角度的变化会导致  $S_1$  取值出现较大变化,不再为 0。综上所述,在最优与次优编队构型下改变艇间相对距离对系统定位性能几乎没有影响;在最差编队构型下减小艇间相对距离可以间接提高艇间相对方位角度,进而使  $S_1$  变大,提高系统定位性能。

### 5 仿真验证及分析

为验证 AUV 编队构型有效性以及不同因素对系统定位性能的影响机理,在保持 5 种编队构型条件下改变艇间距离与航速进行 AUV 协同导航仿真实验。以艇间距离为量测信息,利用扩展卡尔曼滤波(extended Kalman filter, EKF)实现跟随艇位置信息估计。仿真时长

1 000 s,艇间测距噪声  $\sigma_{r_i}^2 = (2m)^2, (i = 1, 2, 3)$ , 三者为独立不相关高斯白噪声。DVL 测速噪声  $\sigma_v^2 = (0.3 \text{ m/s})^2$ , 方位陀螺仪噪声  $\sigma_\phi^2 = (5^\circ)^2$ , 二者同样为独立不相关白噪声。跟随 AUV 初始位置坐标设置为  $(0 \text{ m}, 0 \text{ m})$ , 所有 AUV 航向角均为  $90^\circ$ , 初始速度分别设置为  $1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  与  $10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  进行仿真, 其他编队构型参数如表 1 所示。当初始速度设置为  $1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  时, 5 种编队构型下跟随 AUV 定位误差如图 6~10 所示。

表 1 编队构型相关参数

Table 1 The related parameters of formation configuration

m

队形编号	编队构型	领航 AUV1 初始位置	领航 AUV2 初始位置	领航 AUV3 初始位置	艇间距离
队形 1	最优队形 1	(0, 1 000)	(-866, -500)	(866, -500)	$r^1 = r^2 = r^3 = 1\ 000$
队形 2	最优队形 2	(0, 1 000)	(-866, 500)	(866, 500)	$r^1 = r^2 = r^3 = 1\ 000$
队形 3	最差队形 1	(-1 000, 0)	(1 000, 0)	(2 000, 0)	$r^1 = r^2 = 1\ 000 \quad r^3 = 2\ 000$
队形 4	最差队形 2	(0, -1 000)	(0, 1 000)	(0, 2 000)	$r^1 = r^2 = 1\ 000 \quad r^3 = 2\ 000$
队形 5	次优队形	(707, 707)	(707, -707)	(-800, -600)	$r^1 = r^2 = r^3 = 1\ 000$
队形 6	最优队形 1	(0, 100)	(-86.6, -50)	(86.6, -50)	$r^1 = r^2 = r^3 = 100$
队形 7	最优队形 2	(0, 100)	(-86.6, 50)	(86.6, 50)	$r^1 = r^2 = r^3 = 100$
队形 8	最差队形 1	(-100, 0)	(100, 0)	(200, 0)	$r^1 = r^2 = 100 \quad r^3 = 200$
队形 9	最差队形 2	(0, -100)	(0, 100)	(0, 200)	$r^1 = r^2 = 100 \quad r^3 = 200$
队形 10	次优队形	(70.7, 70.7)	(70.7, -70.7)	(-80, -60)	$r^1 = r^2 = r^3 = 100$

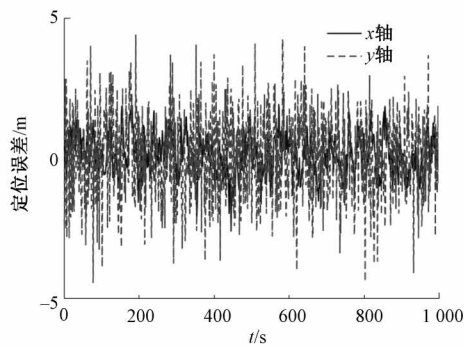


图 6 队形 1 下跟随 AUV 定位误差

Fig. 6 The localization error of slave AUV with formation 1

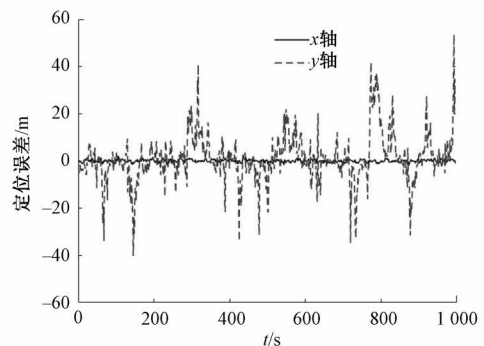


图 8 队形 3 下跟随 AUV 定位误差

Fig. 8 The localization error of slave AUV with formation 3

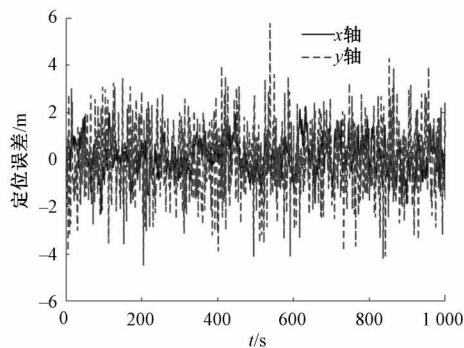


图 7 队形 2 下跟随 AUV 定位误差

Fig. 7 The localization error of slave AUV with formation 2

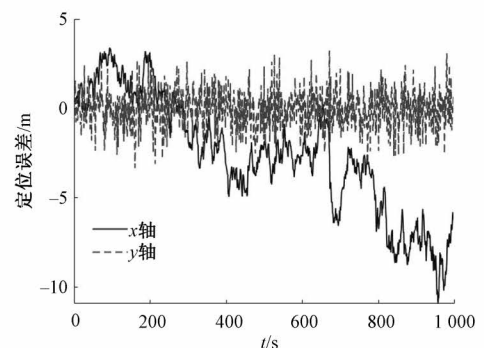


图 9 队形 4 下跟随 AUV 定位误差

Fig. 9 The localization error of slave AUV with formation 4

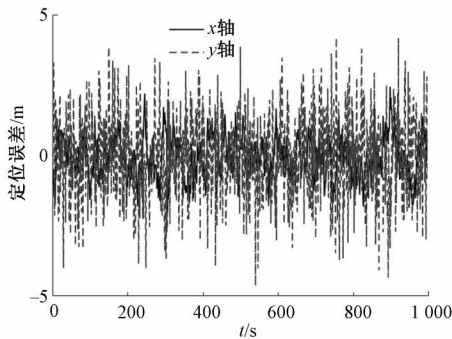


图10 队形5下跟随AUV定位误差

Fig. 10 The localization error of slave AUV with formation 5

仿真实验中以平均定位误差  $A_{RMS}$  为指标比较不同编队构型下的系统定位性能,具体计算公式为:

$$A_{RMS} = \sqrt{(X_{RMS})^2 + (Y_{RMS})^2} \quad (30)$$

式中:  $X_{RMS} = \sqrt{\sum_{i=1}^N (\hat{x}_i - x_i^{true})^2 / N}$ ,  $Y_{RMS} = \sqrt{\sum_{i=1}^N (\hat{y}_i - y_i^{true})^2 / N}$ ,  $N$  表示仿真步数,  $(\hat{x}_i, \hat{y}_i)$  与  $(x_i^{true}, y_i^{true})$  分别表示跟随 AUV 第  $i$  个位置坐标估计值与真实值。

不同编队构型、初始速度条件下,跟随 AUV 平均定位误差如表 2 所示。

表2 不同编队构型与初始速度条件下跟随 AUV 的  $A_{RMS}$ Table 2  $A_{RMS}$  of slave AUV with different formation and velocity

队形编号	初始速度 /( $m \cdot s^{-1}$ )	$A_{RMS}$ /m	初始速度 /( $m \cdot s^{-1}$ )	$A_{RMS}$ /m
队形 1		1.624 3		1.785 0
队形 2		1.629 1		1.787 7
队形 3		12.790 4		31.158 4
队形 4		5.625 8		12.848 1
队形 5	1	1.700 8	10	1.881 6
队形 6		1.625 0		1.788 7
队形 7		1.630 1		1.789 8
队形 8		6.780 4		15.112 7
队形 9		3.250 8		5.070 7
队形 10		1.712 5		1.882 0

在初始速度为  $1 m \cdot s^{-1}$  的条件下,改变艇间测距噪声方差,不同编队构型下跟随 AUV 平均定位误差如表 3 所示。

表3 不同编队构型与测距噪声方差条件下跟随 AUV 的  $A_{RMS}$ Table 3  $A_{RMS}$  of slave AUV with different formation and rang measurement noise variance

$A_{RMS}$	测距噪声 方差 $\sigma_{r_i}^2/m^2$	队形编号									
		队形 1	队形 2	队形 3	队形 4	队形 5	队形 6	队形 7	队形 8	队形 9	队形 10
2	2	1.223 9	1.226 4	11.642 6	5.108 4	1.283 9	1.224 3	1.228 8	6.182 6	2.978 0	1.284 6
4	4	1.624 3	1.629 1	12.790 4	5.625 8	1.700 8	1.625 0	1.630 1	6.780 4	3.250 8	1.712 5
6	6	1.907 2	1.899 3	13.109 2	5.717 3	1.996 0	1.909 7	1.904 2	7.150 5	3.732 7	2.000 8

根据图 6~10 可知,在最优编队构型 1 与 2 下跟随 AUV 位置可以得到有效估计,定位性能基本一致;在次优编队构型下跟随 AUV 定位误差虽然较最优编队构型有所变大,但仍然具有较高定位精度;在最差编队构型 1 与 2 下跟随 AUV 定位误差明显变大,特别是最差编队构型 1 下跟随 AUV 在  $y$  轴位置基本不可观,与第 4 节编队构型分析结果一致。进一步,当 AUV 集群按照队形 1、2、5、6、7、10 航行时,即在最优与次优编队构型下,根据式(18)可知此时系统定位性能评价函数分别为  $2.25 + \tau(-\tau)/4$  与  $2 + \tau(-\tau)/4$ 。根据式(17)可知上述 6 种队形中  $V=1 m \cdot s^{-1}$ ,  $r_1=r_2=r_3=1000 m$  对应  $\tau$  取最小值,此时系统定位性能评价函数应具有最大值,即定位性能为此队形下最优,与表 2、3 仿真实验结果一致。除此之外,当 AUV 集群按照队形 3、4、8、9 航行时,即在最差编队构型 1 与最差编队构型 2 下,根据式(18)可知此时系

统定位性能评价函数分别为  $\tau(-6-\tau)/4$  与  $\tau(6-\tau)/4$ 。根据表 2、3 可知,在相同初始速度、艇间距离、测距噪声方差条件下,队形 4、9 定位性能明显优于队形 3、8,即最差编队构型 2 定位性能优于最差编队构型 1,与第 4 节编队构型分析结果一致。

在 AUV 协同导航定位性能影响因素分析方面,根据表 2 可知不论在何种编队构型下,降低集群速度都可以提高系统定位性能。对于最优与次优编队构型,降低集群速度最大可以提高定位精度 9.11%;在最差编队构型下,降低集群速度对于系统定位精度提升更为明显,最大可提高 55.68%。同时,根据表 3 可知不论在何种编队构型下,艇间测距噪声方差越大都会导致系统定位性能越差。进一步,根据表 2、3 可知在速度、测距噪声方差相同的条件下,队形 1、2、5 与队形 6、7、10 定位性能几乎相同,即在最优编队构型 1、最优编队构型 2 以及次优编队



构型下改变艇间距离对系统定位性能几乎没有影响。相反,在速度、测距噪声方差相同条件下,具有不同艇间距离的队形3、4与队形8、9定位性能差距较大,其主要原因是在最差编队构型下减小艇间距离可以提高系统定位性能。在初始速度为  $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ,艇间测距噪声方差为  $\sigma_{r_i}^2 = (2\text{m})^2$  的条件下,队形3与队形8定位性能评价函数中  $S_1$  的变化情况如图11所示。队形3与队形8都属于最差编队构型1,理论上来说两者定位性能评价函数中的  $S_1$  均应为0。但是,通过图11可以发现,队形8由于艇间距离较短而导致跟随艇位置微小变化即可引起艇间相对方位角度变大,即艇间距离与相对方位之间的耦合关系导致  $S_1$  不再为0。因此,队形8相比队形3定位精度可以提高46.42%。

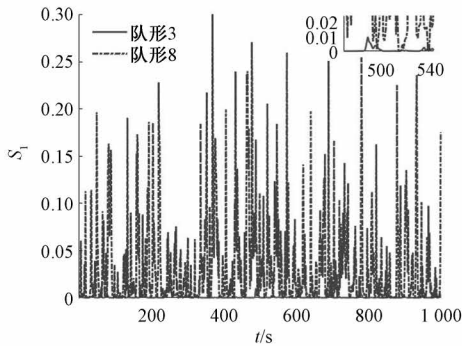


图11 队形3与8系统可观测度

Fig. 11 The observability of system with formation 3 and 8

## 6 实验验证及分析

为进一步验证本文分析结论的有效性,搭建协同导航实验平台开展实验验证及分析。由于AUV外场实验实施难度较大,本文利用实验车开展车载实验验证。同时,考虑到场地与实验车数量等限制因素,本文基于车载实验平台开展两主一从式协同导航实验,主要验证最差编队构型1与最差编队构型2的定位性能相关结论。需要注意的是,本文所分析的三领航艇协同导航定位性能最差编队构型下的相关结论同样适用于两主一从式编队构型。

实验过程中所使用的实验车型号为ROS-Autocar,利用所搭载的超核电子惯性测量单元(inertial measurement unit, IMU)CH110可以获得姿态与航向信息(姿态角动态精度  $0.5^\circ$ ,航向角动态精度  $2^\circ$ ),同时结合RS485编码器输出速度信息通过航位推算可以获取自身推位信息。实验车之间的距离信息以及各实验车的位置基准信息由超宽带(ultra-wide band, UWB)定位技术获取,实验过程中共使用6个UWB基站标签与3个UWB目标标签。UWB设备采用DW1000芯片与STM32单片机构成,工作

时STM32芯片控制DW1000进行收发UWB信号,并读取信息进行处理,解算得到标签位置信息与实验车之间的测距信息,测距、定位平均误差均可以达到10 cm以内。实验设备如图12所示。

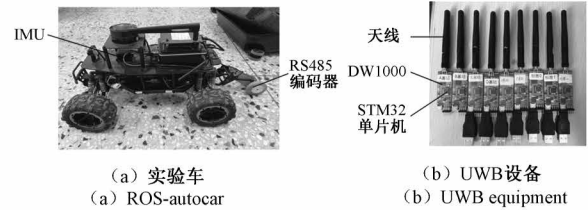


图12 实验设备

Fig. 12 Experiment equipment

实验场地为哈尔滨工程大学42号楼,选取实验区域如图13所示。实验开始前,分别将3个UWB目标标签固定在实验车上。同时,为获得实验车之间的测距信息,在领航车1与2上额外固定UWB基站标签E、F,与基站标签D(位置坐标(7.20 m, 6.64 m))共同工作在测距模式下,用来获取跟随车与领航车之间的测距信息。剩余3个基站标签A、B、C位置坐标分别为(0 m, 0 m)、(0 m, 6.64 m)、(7.20 m, 0 m),它们共同工作在定位模式下用来获取实验车的位置基准坐标。



图13 实验场地

Fig. 13 Experiment site

最差编队构型1下的领航车1、2以及跟随车初始位置坐标分别为(1.35 m, 2.67 m)、(2.70 m, 2.67 m)、(0 m, 2.67 m);最差编队构型2下的领航车1、2以及跟随车初始位置坐标分别为(0 m, 5.27 m)、(0 m, 1.27 m)、(0 m, 3.27 m)。

两种编队构型下各实验车轨迹如图14所示。在最差编队构型1与2下,跟随车估计轨迹都无法精确跟踪其真实轨迹。特别是在最差编队构型1下,系统完全不可观导致跟随车位置无法精确估计,所以其估计轨迹相对真实轨迹偏离较大,平均定位误差达到1.2177 m。与最差编队构型1相比,最差编队构型2下的跟随车定位性能略好,平均定位误差为0.7129 m,定位精度可以提高41.46%,与前文理论分析以及仿真实验结果相符。

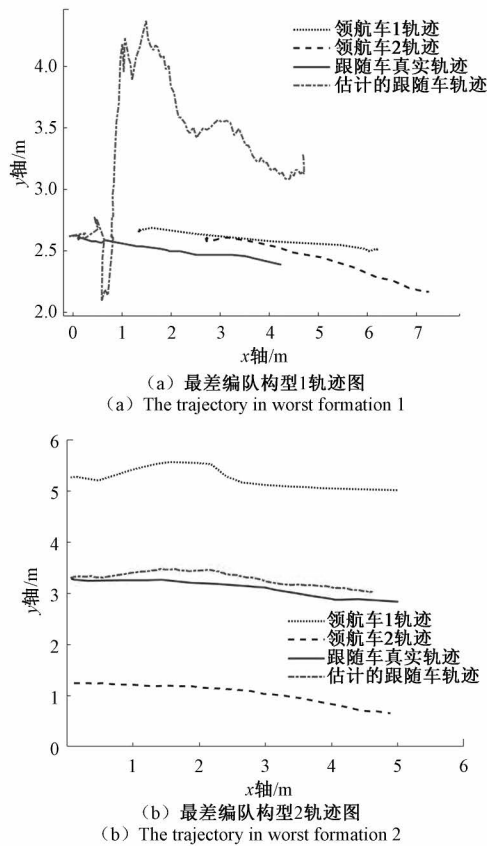


图14 不同编队构型下实验车轨迹图

Fig. 14 The trajectory of cars with different formations

## 7 结 论

本文在不简化量测方程的前提下,利用系统可观测性矩阵条件数分析法推导三领航艇协同导航系统定位性能评价函数,证明其与编队构型、艇间距离以及集群航速存在耦合关系。进一步,通过对定位性能评价函数分析给出满足一定前提条件的系统定位性能评价函数最简形式,并通过理论分析证明其与误差椭圆分析法、Fisher 信息矩阵分析法的一致性。同时,考虑到艇间测距误差对 AUV 协同导航定位性能有直接影响,推导得出 AUV 位置估计的克拉美-罗下界。最后,根据本文提出的系统定位性能评价函数分析构建三领航艇协同导航系统不同编队构型,并通过实验验证分析结论与编队构型的有效性。实验结果表明,当 AUV 集群处于最优或次优编队构型时,降低集群速度可以在一定程度上提高系统定位性能,但改变艇间距离对定位性能几乎没有影响;当系统处于最差编队构型时,系统基本不可观,但是降低集群速度与减小艇间距离可以在一定程度上改善系统定位性能,两者均满足的情况下系统定位性能更好。

## 参考文献

- [1] FARRÉ M. Remote and in situ devices for the assessment of marine contaminants of emerging concern and plastic debris detection[J]. *Current Opinion in Environmental Science & Health*, 2020, 18: 79-94.
- [2] 张世童,张宏伟,王延辉,等. 自主水下航行器导航技术发展现状与分析[J]. *导航定位学报*, 2020, 8(2): 1-7.  
ZHANG SH T, ZHANG H W, WANG Y H, et al. Development status and analysis of navigation technology for autonomous underwater vehicles [J]. *Journal of Navigation and Positioning*, 2020, 8(2): 1-7.
- [3] FAN Y, DING K, QI X, et al. Cooperative localization of 3D mobile networks via relative distance and velocity measurement[J]. *IEEE Communications Letters*, 2021, 25(9): 2899-2903.
- [4] ZHAO W, ZHAO H, ZOU D, et al. A novel factor graph and cubature Kalman filter integrated algorithm for single-transponder-aided cooperative localization[J]. *Entropy*, 2021, 23(10): 1244.
- [5] SOLA Y, LE CHENADEC G, CLEMENT B. Simultaneous control and guidance of an AUV based on soft actor-critic[J]. *Sensors*, 2022, 22(16): 6072.
- [6] SANTOS D, BATISTA P. Cooperative navigation based on bearing and range measurements to different vehicles[J]. *IFAC-PapersOnLine*, 2020, 53(2): 14552-14557.
- [7] 陈红梅,王海锋,姜伟,等. 基于置信传播的多运动平台随机组网协同导航[J]. *仪器仪表学报*, 2022, 43(12): 209-219.  
CHEN H M, WANG H F, JIANG W, et al. Cooperative navigation based on belief propagation for multi-motion platform in network components[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2022, 43(12): 209-219.
- [8] QU J, LI X, SUN G. Optimal formation configuration analysis for cooperative localization system of multi-AUV[J]. *IEEE Access*, 2021, 9: 90702-90714.
- [9] HAO N, HE F, XIE C, et al. Nonlinear observability analysis of multi-robot cooperative localization [J]. *Systems & Control Letters*, 2022, 168: 105340.
- [10] 房旺,李建龙,孙晨. 基于距离测量的 AUV 协同导航最优队形研究[J]. *控制工程*, 2018, 25(9): 1679-1685.  
FANG W, LI J L, SUN CH. Study of optimal formation

- for AUV cooperative navigation with range measurements[J]. *Control Engineering of China*, 2018, 25(9): 1679-1685.
- [11] 张立川,王永召,屈俊琪. 基于等价 Fisher 信息矩阵的 AUV 集群网络导航精度分析[J]. *水下无人系统学报*, 2019, 27(3): 254-259, 276.  
ZHANG L CH, WANG Y ZH, QU J Q. Network navigation accuracy analysis of AUV swarm based on equivalent fisher information matrix [J]. *Journal of Unmanned Undersea Systems*, 2019, 27(3): 254-259, 276.
- [12] 张立川,屈俊琪,潘光,等. 基于几何解释的集群 AUV 协同定位误差及编队构型分析[J]. *西北工业大学学报*, 2020, 38(4): 755-765.  
ZHANG L CH, QU J Q, PAN G, et al. Analyzing of cooperative locating error and formation configuration of AUV based on geometric interpretation [J]. *Journal of Northwestern Polytechnical University*, 2020, 38(4): 755-765.
- [13] 高伟,刘亚龙,徐博. 基于双领航艇的多 AUV 协同导航系统可观测性分析[J]. *系统工程与电子技术*, 2013, 35(11): 2370-2375.  
GAO W, LIU Y L, XU B. Observability analysis of cooperative navigation system for multiple AUV based on two-leaders [J]. *Systems Engineering and Electronic Technology*, 2013, 35(11): 2370-2375.
- [14] LIU J, NING X L, MA X, et al. Structured condition number and its application in celestial navigation system with variable observability degree [J]. *IET Science, Measurement & Technology*, 2018, 12(2): 182-192.
- [15] 王琦少,王青云,段志生. 基于 Fisher 信息矩阵的多目标最优传感器配置[J]. *指挥与控制学报*, 2021, 7(4): 443-448.
- WANG Q SH, WANG Q Y, DUAN ZH SH. Multi-objective optimal sensor deployment based on fisher information matrix[J]. *Journal of Command and Control*, 2021, 7(4): 443-448.
- [16] CHENG M, AZIZ M R K, MATSUMOTO T. Integrated factor graph algorithm for DOA-based geolocation and tracking[J]. *IEEE Access*, 2020, 8: 49989-49998.

### 作者简介



李倩(通信作者), 2007年于哈尔滨工程大学获得学士学位, 2010年于上海交通大学获得硕士学位, 2014年于哈尔滨工程大学获得博士学位, 现为哈尔滨工程大学副教授, 主要研究方向为惯性导航、组合导航及协同导航。

E-mail: liqianheu@163.com

**Li Qian** (Corresponding author) received her B. Sc. degree from Harbin Engineering University in 2007, received her M. Sc. degree from Shanghai Jiao Tong University in 2010, and received her Ph. D. degree from Harbin Engineering University in 2014. She is currently an associate professor at Harbin Engineering University. Her main research interests include inertial navigation, integrated navigation and cooperative navigation.



黄鸿殿(通信作者), 2022年于哈尔滨工程大学获得学士学位, 现为哈尔滨工程大学智能科学与工程学院研究生, 主要研究方向为协同导航。

E-mail: 13855783391@163.com

**Huang Hongdian** (Corresponding author) received his B. Sc. degree from Harbin Engineering University in 2022. He is currently a postgraduate student at Harbin Engineering University. His main research interests include cooperative navigation.