

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2210559

# 基于时域模型相对熵的塔架结构非线性损伤检测研究\*

郭惠勇<sup>1,2</sup>, 李孟<sup>1,2</sup>

(1. 重庆大学土木工程学院 重庆 400045; 2. 重庆大学山地城镇建设与新技术教育部重点实验室 重庆 400045)

**摘要:** 疲劳裂纹和螺栓松动是转播塔、输电塔等钢结构塔架的主要损伤形式,在时域荷载作用下,这些损伤具有变刚度等时域非线性特征。为了解决该类时域非线性损伤的检测问题,提出了基于自回归时域模型相对熵的损伤检测方法。首先描述了自回归模型及其模型定阶和参数估计的基本理论;然后介绍了结构损伤的时域非线性特征,给出了结构未损伤基本状态和损伤状态下所形成的3种自回归残差,并分析了残差序列概率分布的相对熵,在此基础上推导出自回归时域模型相对熵的损伤检测指标;最后进行了八层剪切结构的数值仿真和转播塔结构模型的损伤检测试验研究。结果表明:对于转播塔的杆件非线性损伤,在损伤位置处的自回归时域模型相对熵指标值比传统的二阶方差指标值高22.9%以上;对于螺栓松动非线性损伤,在损伤位置处的自回归时域模型相对熵指标值比传统的二阶方差指标值高12.7%以上。

**关键词:** 损伤检测;相对熵;自回归模型;概率分布;非线性损伤

**中图分类号:** TU375.4 TH703 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 560.35

## Research on nonlinear damage detection of tower structure based on relative entropy of the time domain model

Guo Huiyong<sup>1,2</sup>, Li Meng<sup>1,2</sup>

(1. School of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, China; 2. Key Laboratory of New Technology for Construction of Cities in Mountain Area, Ministry of Education, Chongqing University, Chongqing 400045, China)

**Abstract:** Fatigue cracks and bolt looseness are the main damage forms of steel towers, such as relay towers and transmission towers. Under time-domain loads, these damages have time-domain nonlinear characteristics such as variable stiffness. To solve the time-domain nonlinear damage detection problem, a damage detection method based on the relative entropy of the autoregressive time-domain model is proposed. First, the autoregressive model and the basic theory of model order determination and parameter estimation are described. Then, the time-domain nonlinear characteristic of structural damage is introduced, and the three autoregressive residuals formed in the undamaged basic state and the damage state are given. In addition, the relative entropy of the probability distribution of the residual series is analyzed. On this basis, the damage detection index based on the relative entropy of the autoregressive time-domain model is derived. Finally, the numerical simulation of the eight-layer shear structure and the damage detection experimental study of the relay tower model are conducted. The results show that the relative entropy index value of the autoregressive time-domain model at the damage location is more than 22.9% higher than the traditional second-order variance index value for the rod nonlinear damage of the relay tower. For the bolt loosening nonlinear damage, the relative entropy index value of the autoregressive time-domain model at the damage location is more than 12.7% higher than the traditional second-order variance index value.

**Keywords:** damage detection; relative entropy; autoregressive model; probability distribution; nonlinear damage

## 0 引言

转播塔、输电塔等空间钢结构塔架在服役期间,常会受到风、雨雪等外部荷载的作用,在荷载的长期作用下,钢结构塔架可能发生腐蚀裂纹或节点螺栓松动等局部损伤。严重的损伤甚至可能会导致空间钢结构的失稳倒塌等事故,从而造成人员伤亡和经济损失,还会产生一定程度的负面社会影响<sup>[1]</sup>。例如,2010年3月20日,北京至太原D2001次动车在行驶途中,被突然倒塌的转播塔砸中车厢,导致铁路运输受阻,造成了较为严重的经济损失,并影响了沿线交通情况。2021年2月1日,四川景云祥通信股份公司在简阳市云龙镇老河村维修三管通信转播铁塔时发生塔架坍塌事故,造成1人死亡和1人受伤,直接经济损失122万元。故有必要对空间钢结构塔架进行损伤检测研究。

空间钢结构塔架可能会发生构件疲劳裂纹或节点螺栓松动等损伤。构件裂缝在外界扰动影响下的反复张开和闭合、材料的塑性变形、以及节点松动后的撞击或滑动,这些损伤使其具有时变的刚度非线性或阻尼非线性行为特征<sup>[2-4]</sup>,故可以认为该类结构损伤为非线性损伤。基于时间序列的损伤检测方法是一种仅依靠输出数据的损伤检测方法,在测试过程中不影响被测结构的正常运营,且在实际工程中能够较为准确快速地获取时间序列分析所需的时域响应信息<sup>[5-6]</sup>,因此基于时间序列的损伤检测方法逐渐成为了损伤检测领域的研究热点。

时间序列模型的残差和系数中包含大量结构信息,因此可基于时序模型的残差或系数建立损伤指标进行损伤检测。Chen等<sup>[7]</sup>基于自回归/自回归条件异方差(autoressive/autoregressive conditional heteroskedasticity, AR/ARCH)模型信息序列的标准差提出了一种非线性损伤识别的创新标准差(standard deviation of innovation, SDI)指标,实验结果表明该损伤指标能够辨识简单结构的非线性损伤,且在损伤源非线性程度较弱时依然能够大致辨识损伤。朱军华等<sup>[8]</sup>基于AR模型残差的高阶统计矩提出了一种损伤指标,研究结果表明该损伤指标能够更为有效的辨识结构响应中的非线性特征,且环境变化对该损伤指标的影响较小。为了降低环境噪音等外界因素对损伤识别结果的影响,周建庭等<sup>[9]</sup>采用卡尔曼滤波对加速度时间序列数据进行降噪处理,并建立了卡尔曼-广义自回归条件异方差(Kalman-general autoregressive conditional heteroskedasticity model, Kalman-GARCH)模型,以损伤前后时序模型残差方差之比作为损伤指标,并

以一钢筋混凝土梁钢筋锈蚀实验验证了该方法的有效性。Cheng等<sup>[10]</sup>采用AR/ARCH组合模型并建立了二阶方差指示器(second order variance indicator, SOVI)指标来检测非线性损伤,并取得了一定的效果。但是,对于复杂的塔架结构,仍需进一步探索高效的损伤检测方法。本文将复杂的塔架结构划分为分层次的子结构,将对单个杆件的损伤检测转化为对子结构层的损伤检测,这样只需在分层处布置有限数目的传感器,从而使复杂塔架结构的损伤检测具有工程可实现性,并且提出一种基于自回归残差概率分布相对熵的结构损伤检测方法,以提高塔架结构的非线性损伤检测效果。

## 1 自回归时域模型基本理论

自回归(autoressive, AR)模型是一种时域模型。对于振动系统而言,AR模型是系统的线性预测模型,包含了系统的线性特性与振动工作状态的相关信息,所以可以根据模型判断系统的工作状态。一个 $p$ 阶AR( $p$ )模型可表示为<sup>[11]</sup>:

$$y_t = c + \sum_{i=1}^p \varphi_i y_{t-i} + \eta_t \quad (1)$$

其中, $y_t$ 表示 $t$ 时刻的值, $y_{t-1}, \dots, y_{t-p}$ 表示过去时刻的 $p$ 个观测值, $c$ 是常量, $p$ 是AR模型的阶数, $\varphi_i$ 是AR模型系数, $\eta_t$ 是模型的残差。对于实际的钢结构塔架,可以在塔架的层节点处安装加速度来采集加速度时域数据,并利用式(1)对采集的时域数据进行AR建模,则 $y_t$ 就是建模后的 $t$ 时刻加速度值。

自回归模型建模主要包含3个部分<sup>[11]</sup>:模型定阶、模型参数估计、模型适用性检验。模型定阶可以通过自相关函数和偏自相关函数的特性确定模型的阶数,也可以通过赤池信息准则(akaike information criterion, AIC)函数进行定阶。其中,工程领域常用的AIC函数定阶法如下:

$$F_{AIC} = -2\ln(L) + 2m \quad (2)$$

式中: $L$ 是似然函数, $m$ 是AR模型估计参数的阶数, $F_{AIC}$ 是函数计算值。在上式中,等式右侧的第一项和模型拟合的优劣相关,第二项和模型参数的数量相关。最理想的情况是AIC值达到极小值,而且模型中的参数数量越少越好,AIC函数就是对这两个目标进行合理选择。模型参数估计可以采用Yule-Walker方程估计法,得到AR模型参数的估计值。模型适用性检验就是检查所建模型阶数的选取和参数的估计是否合理,检验残差序列是否为白噪声序列,具体可以采用相关函数法检验,其原理是计算出残差序列,观察它的样本自相关函数和样本偏自相关函数是否在置信区间中。

## 2 基于时域模型相对熵的非线性损伤检测

### 2.1 时域非线性损伤特征

在实际工程中,许多结构的损伤通常表现出非线性特征,这些特征主要是由非线性刚度或非线性阻尼(例如库仑摩擦、二次阻尼等)引起的<sup>[12]</sup>。例如,在外部时程荷载作用下,具有疲劳裂纹的钢构件的裂纹反复打开和闭合,这使得构件的刚度在结构振动过程中不断变化,因此测量的加速度时间序列数据在时域中具有非线性特征。这样,在时域振动中,裂纹刚度的非线性变化是一种典型的非线性损伤。双线性刚度模型可用于描述在外部荷载作用下结构中构件裂纹的打开和闭合效应引起的受损层刚度变化<sup>[13]</sup>:

$$k_i[x_i(t)] = \begin{cases} k_i, & x_i(t) - x_{i-1}(t) \leq 0 \\ (1 - \alpha)k_i, & x_i(t) - x_{i-1}(t) > 0 \end{cases} \quad (3)$$

式中: $k_i[x_i(t)]$ 是第*i*层刚度, $k_i$ 是构件闭合刚度, $\alpha$ 是损伤系数, $\alpha = 0$ 意味着无损伤, $\alpha = 1$ 则意味着完全损伤。 $x_i(t)$ 和 $x_{i-1}(t)$ 分别表示第*i*层和第(*i* - 1)层在*t*时刻的侧向位移。

### 2.2 自回归残差分析

自回归模型 AR(*p*)的残差可表示为:

$$\eta_t = y_t - c - \sum_{i=1}^p \varphi_i y_{t-i} \quad (4)$$

自回归 AR 模型残差是原始时间序列真实值与 AR 模型拟合值之间的差。对于具有非线性波动的时间序列,AR 模型提取了加速度响应序列中的线性部分,而 AR 残差则包含了大量非线性的相关信息。此时的 AR 模型可视为滤波器,而自回归残差则是经过滤波后的数据。主要考虑两种情况,即未损伤基本状态时序 $\{y_t\}_B$ 和损伤状态 $\{y_t\}_D$ ,对于基本状态时序 $\{y_t\}_B$ 建立 AR<sub>B</sub>模型,可以得到对应的残差序列 $\{\eta_t\}_B$ ,对于损伤状态时序 $\{y_t\}_D$ 建立 AR<sub>D</sub>模型,可以得到对应的残差序列 $\{\eta_t\}_D$ 。此时对未损伤基本状态的残差和损伤状态的残差进行比较即可获得损伤的信息。

Cheng 等<sup>[10]</sup>对以上两种残差序列建立了 ARCH 模型来进行非线性损伤检测,采用 ARCH 模型分别提取了未损伤基本状态残差序列 $\{\eta_t\}_B$ 和损伤状态残差序列 $\{\eta_t\}_D$ 所对应的条件异方差序列 $\{\sigma_t^B\}$ 和 $\{\sigma_t^D\}$ ,并计算其对应的方差  $Var\{\sigma_t^B\}$  和  $Var\{\sigma_t^D\}$  构建了损伤指标。其二阶方差 SOVI 损伤指标如下:

$$D_{SOVI} = Var\{\sigma_t^D\} - Var\{\sigma_t^B\} \quad (5)$$

由于 AR 模型可以看做是一个滤波器,基本状态时序 $\{y_t\}_B$ 通过 AR<sub>B</sub>滤波器得到残差序列 $\{\eta_t\}_B$ ,损伤状态

时序 $\{y_t\}_D$ 通过 AR<sub>D</sub>滤波器得到残差序列 $\{\eta_t\}_D$ 。同样, $\{y_t\}_D$ 也可以通过 AR<sub>B</sub>滤波器得到新的残差 $\{\eta_t\}_{BD}$ ,该残差与基本状态残差 $\{\eta_t\}_B$ 明显不同,故也可以采用该残差构建损伤指标,本文拟利用残差 $\{\eta_t\}_{BD}$ 和基本状态残差 $\{\eta_t\}_B$ 的概率分布差异性构建新的损伤指标。

### 2.3 概率分布的相对熵

相对熵也称为 Kullback-Leibler 散度,主要用于度量两个概率分布间的差异性,在信息理论中,相对熵主要表示两个概率分布的信息熵差值。由于相对熵可以描述两个概率密度函数 $f_1(\theta)$ 和 $f_2(\theta)$ 之间的差异性,相对熵越大, $f_1(\theta)$ 和 $f_2(\theta)$ 之间差异性越大。 $f_1(\theta)$ 和 $f_2(\theta)$ 之间的相对熵可以写成<sup>[14]</sup>:

$$S_{RE}(f_1, f_2) = \int f_1 \ln \frac{f_1}{f_2} d\theta \quad (6)$$

当 $\theta$ 是*m*维随机向量,且 $f_1(\theta)$ 和 $f_2(\theta)$ 服从正态分布时,其概率密度函数可写作:

$$\left. \begin{aligned} f_1(\theta) &= \frac{1}{(2\pi)^{m/2} |C_1|^{1/2}} \times \\ &\exp\left[-\frac{1}{2}(\theta - \mu_1)^T C_1^{-1}(\theta - \mu_1)\right] \\ f_2(\theta) &= \frac{1}{(2\pi)^{m/2} |C_2|^{1/2}} \times \\ &\exp\left[-\frac{1}{2}(\theta - \mu_2)^T C_2^{-1}(\theta - \mu_2)\right] \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中: $C_1$ 和 $C_2$ 分别是两总体的协方差矩阵, $\mu_1$ 和 $\mu_2$ 分别是两总体的均值向量。将式(7)代入式(6),可以得到相对熵的表达式如下<sup>[15]</sup>:

$$S_{RE}(f_1, f_2) = \frac{1}{2} \ln \frac{|C_2|}{|C_1|} + \frac{1}{2} tr[C_1(C_2^{-1} - C_1^{-1})] + \frac{1}{2} [(\mu_1 - \mu_2)^T C_2^{-1}(\mu_1 - \mu_2)] \quad (8)$$

式中: $tr$ 表示矩阵的迹,其等于矩阵主对角元素之和。

### 2.4 基于 AR 时域模型相对熵的损伤指标

由于建立的自回归 AR 模型,需要通过适用性检验,其残差序列为近似正态分布的白噪声序列,故对于残差序列可以采用近似正态概率分布方法进行处理。由上文可知,残差序列包含 $\{\eta_t\}_B$ 、 $\{\eta_t\}_D$ 和 $\{\eta_t\}_{BD}$ ,可计算出其对应的残差方差分别为 $v_B^2$ 、 $v_D^2$ 、 $v_{BD}^2$ 。由于残差序列 $\{\eta_t\}_B$ 和 $\{\eta_t\}_{BD}$ 明显不同,故本文主要利用这两个残差差异性进行损伤检测。由于残差序列是原始时间序列数据去掉线性拟合序列数据后残余的数据,该残余数据一般表现为以0为均值的上下波动数据,故可看作是近似正态分布的噪声序列。正态随机变量 $\eta$ 的概率密度函数是:

$$f(\eta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}v} \exp\left[-\frac{(\eta - \mu)^2}{v^2}\right] \quad (9)$$

式中:  $\mu$  是随机变量均值,  $v^2$  是随机变量方差。对于实际的钢结构塔架, 测量的加速度时域数据可以通过式(4)进行线性过滤获取加速度残差序列, 则  $\mu$  是残差序列的均值,  $v^2$  是残差序列的方差,  $\eta$  则是残差序列变量。上式  $\eta$  为连续型随机变量, 对于离散型随机变量  $\eta_i$ , 其相应的概率密度函数是:

$$f(\eta_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}v} \exp\left[-\frac{(\eta_i - \mu)^2}{v^2}\right] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}v} \exp\left[-\frac{v_n^2}{v^2}\right] \quad (10)$$

式中:  $v_n^2 = (\eta_i - \mu)^2$ , 由上式可写出加速度残差序列的概率密度函数。则基本状态残差序列  $\{\eta_i\}_B$  的概率密度函数是:

$$f_B(\eta_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}v_B} \exp\left[-\frac{v_{nB}^2}{v_B^2}\right] \quad (11)$$

损伤状态残差序列  $\{\eta_i\}_D$  的概率密度函数是:

$$f_D(\eta_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}v_D} \exp\left[-\frac{v_{nD}^2}{v_D^2}\right] \quad (12)$$

以及损伤状态残差序列  $\{y_i\}_D$  通过参考滤波器  $AR_B$  滤波器得到残差序列  $\{\eta_i\}_{BD}$  的概率密度函数是:

$$f_{BD}(\eta_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}v_D} \exp\left[-\frac{v_{BD}^2}{v_D^2}\right] \quad (13)$$

由于我们主要考虑残差序列  $\{\eta_i\}_B$  和  $\{\eta_i\}_{BD}$  概率分布的差异性, 而相对熵可以较好地描述该差异性, 残差序列相对熵函数可以写为<sup>[14]</sup>:

$$S_{RE}(f_{BD}, f_B) = \int f_{BD}(\eta_i) \ln \frac{f_{BD}(\eta_i)}{f_B(\eta_i)} d\eta \quad (14)$$

式中:  $f_B$  和  $f_{BD}$  由式(11)和(13)确定。上式的离散式仍是式(8), 但此时为  $m = 1$  的一维情况, 并考虑残差序列是以 0 为均值的上下波动数据, 则  $\{\eta_i\}_B$  和  $\{\eta_i\}_{BD}$  的均值可令其为 0, 故借鉴式(8)并由式(11)和(13)可得到 AR 时域模型相对熵(简称 AR 相对熵)的表达式如下:

$$S_{RE}(f_{BD}, f_B) = \frac{1}{2} \ln \frac{v_B^2}{v_D^2} + \frac{1}{2} \text{tr} \left[ v_{BD}^2 \left( \frac{1}{v_B^2} - \frac{1}{v_{BD}^2} \right) \right] \quad (15)$$

由于是  $m = 1$  的一维问题, 该式可进一步化简为:

$$S_{RE}(f_{BD}, f_B) = \frac{1}{2} \left( \ln \frac{v_B^2}{v_D^2} + \frac{v_{BD}^2}{v_B^2} - 1 \right) \quad (16)$$

该指标可以进一步规范化处理, 对于一个  $n$  层结构, 其第  $i$  层的归一化 AR 相对熵指标可表示为:

$$(S_{RE})'_i = \frac{(S_{RE})_i}{\sum_{i=1}^n (S_{RE})_i} \quad (17)$$

该归一化指标实质上消除了式(16)中的系数 1/2 的影响, 也使损伤指标具有可比较性, 同样, 二阶方差指标

SOVI 也将采用同样方法进行归一化处理。钢结构疲劳裂纹损伤具有双线性刚度的非线性特征, 而螺栓松动损伤是一个更复杂的非线性问题, 包括松动螺栓接头的刚度和阻尼的非线性变化<sup>[12,16]</sup>。这两种损伤下的加速度响应数据则包含有相应的非线性信息, 故均可利用 AR 模型提取加速度响应序列中的线性部分, 则剩余的 AR 残差包含了相应的非线性相关信息, 故继续对 AR 残差进行相对熵处理, 可以识别出非线性损伤源的位置。

## 2.5 基于 AR 相对熵指标的损伤检测流程

本文的损伤检测方法主要是基于结构的两种状态, 即未损伤基本状态和考虑了非线性损伤的损伤状态, 对于转播塔等较为复杂的钢结构塔架, 难于直接检测其中的某一根杆件损伤。故需要将转播塔这种塔架结构划分为一层一层的子结构, 再通过损伤指标检测出具体损伤的层数, 这样的损伤检测才具有一定的可行性。基于 AR 时域模型相对熵的钢结构塔架损伤检测主要流程如下:

1) 采集钢结构塔架未损伤基本状态和测试损伤状态的层间节点加速度时间序列数据, 并进行平稳性测试。如果不满足平稳性测试, 则执行连续差分处理, 以获得稳定的数据序列。

2) 对于钢结构塔架未损基本状态和损伤状态的加速度时间序列响应数据, 分别建立其响应数据的  $AR_B$  模型和  $AR_D$  模型, 并获取其相应的残差序列  $\{\eta_i\}_B$  和  $\{\eta_i\}_D$ , 再对测试损伤状态的加速度时间响应采用  $AR_B$  模型滤波得到新的残差  $\{\eta_i\}_{BD}$ 。

3) 分别提取模型残差序列  $\{\eta_i\}_B$ 、 $\{\eta_i\}_D$  和  $\{\eta_i\}_{BD}$  的对应残差方差  $v_B^2$ 、 $v_D^2$  和  $v_{BD}^2$ 。

4) 利用残差方差  $v_B^2$ 、 $v_D^2$  和  $v_{BD}^2$  计算相对熵指标, 并根据相对熵指标确定钢结构塔架非线性损伤源的子结构层位置。

## 3 八层剪切结构数值验证

### 3.1 八层剪切结构数值模拟

这里采用了一个 8 层层间剪切结构进行了非线性损伤检测的数值仿真计算。该数值模型具体如图 1 所示, 其中每层楼的质量都假定为 100 kg, 刚度  $k$  假定为 1 MN/m, 阻尼系数取 3%。结构的非线性损伤模拟采用 Rebillat 等<sup>[13]</sup>建议的双线性刚度  $k[x(t)]$  进行模拟, 具体详见式(3)。这样, 裂缝闭合时的层间刚度将会不变, 而裂缝张开时的层间刚度会降低。

为了有效地进行损伤检测研究, 本文考虑了两种损伤程度, 即 20% 损伤和 40% 损伤, 每种损伤均依次从第 1~8 层分别对该层刚度进行折减, 故共有 16 种工况,

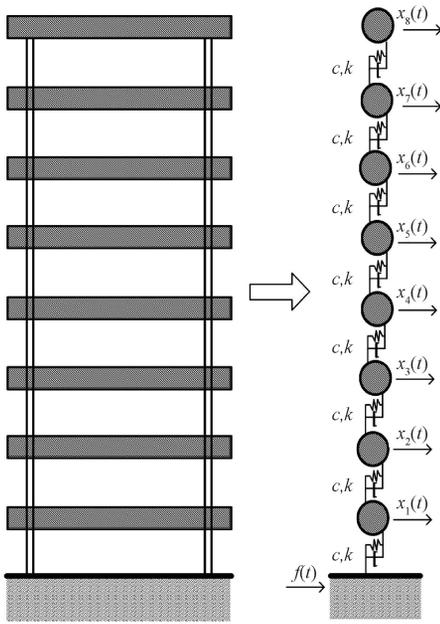


图 1 八层剪切结构及其简化的八自由度体系

Fig. 1 Eight-storey shear structure and its simplified eight DOF system

如表 1 所示, 并采用了式 (3) 的非线性损伤模拟方式。激励时程荷载采用经过低通滤波器过滤处理后获取的白噪声数据, 并采用 Wilson- $\theta$  算法计算出该层间剪切结构的每层的加速度时域响应数据, 响应的计算步长为 0.05 s, 采样数据为 9 000 步。

表 1 八层剪切结构损伤工况表

Table 1 Damage states of Eight-storey shear structure

损伤工况	损伤层	损伤程度/%	损伤工况	损伤层	损伤程度/%
工况 1	1	20	工况 9	1	40
工况 2	2	20	工况 10	2	40
工况 3	3	20	工况 11	3	40
工况 4	4	20	工况 12	4	40
工况 5	5	20	工况 13	5	40
工况 6	6	20	工况 14	6	40
工况 7	7	20	工况 15	7	40
工况 8	8	20	工况 16	8	40

为了模拟真实环境中含有测量噪声的数据, 我们在计算出的每一条加速度响应序列都加上 5% 的测量噪声。具体先将通过低通滤波器处理后的白噪声数据的振幅调整到和加速度响应数据相同水平后, 再乘以噪声水平获取模拟的噪声干扰数据, 并与计算出的加速度响应数据叠加, 从而得到含有测量噪声的加速度响应时域数据:

$$\{y_i\} = \{y'_i\} + \xi\{w_i\} \quad (18)$$

其中,  $\{y_i\}$  为含有测量噪声的加速度响应数据,  $\{y'_i\}$  是利用 Wilson- $\theta$  法直接计算得到的加速度响应数据,  $\{w_i\}$  为经过滤波和调幅后的测量噪声数据,  $\xi$  为噪声水平, 本文选取 5% 的噪声水平。

### 3.2 数值模拟损伤检测结果

对于获取的基准状态和损伤状态的加速度响应数据, 采用 20 阶 AR 模型进行分析, 提取对应的 AR 残差序列, 构建出相应的 AR 时域模型相对熵损伤检测指标。为了进行了对比, 也计算了 SOVI 指标的检测结果。当刚度折减为 20% 时的 SOVI 指标和 AR 时域模型相对熵指标对比结果如图 2 所示, 具体有 8 个单损伤的工况, 损伤位置均在图中标出, 横坐标是结构自由度层数编号, 纵坐标是损伤指标的数值。

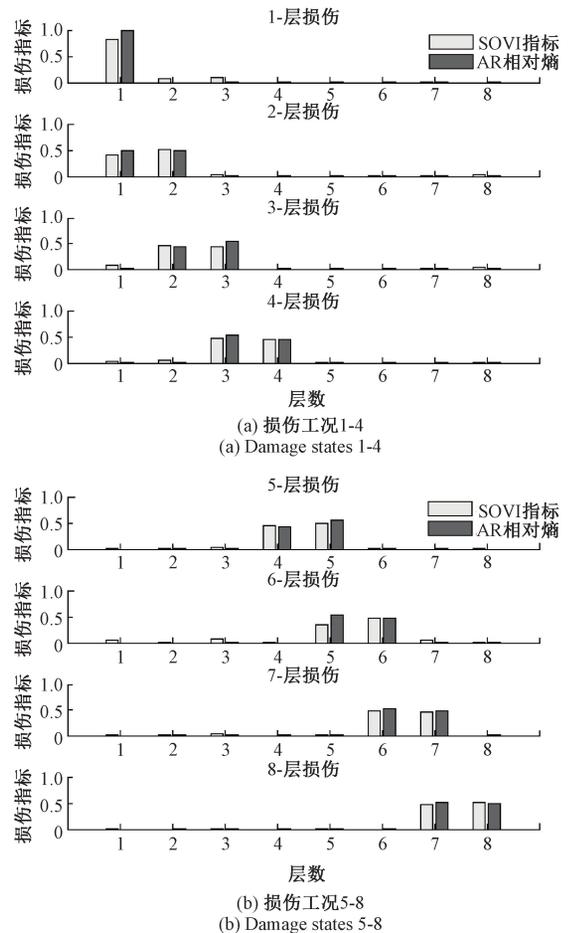


图 2 AR 相对熵和 SOVI 指标的 20% 损伤检测结果对比

Fig. 2 Comparison between AR relative entropy and SOVI index with 20% damage degree

SOVI 指标和 AR 时域模型相对熵指标的检测原理类似, 主要是通过两个自由度层来判断损伤位置, 从图 2 可以看出这两个指标值都具有准确检测损伤位置的能力。而且大多数工况下 AR 时域模型相对熵指标值都略

高于 SOVI 指标值,故 AR 时域模型相对熵指标的损伤检测能力相对更好,其检测效果略优于传统的 SOVI 指标。

刚度折减为 40% 时的两个指标检测结果如图 3 所示,依然有 8 个单损伤的工况,损伤位置均在图中标出,可以观察到在比较大的损伤状态下,对于简单的层间剪切结构,两个指标均具有较好的检测效果。另外,在损伤位置相关的两个自由度层上,AR 时域模型相对熵指标值都略高于 SOVI 指标值,故 AR 时域模型相对熵指标的损伤检测效果比传统的 SOVI 指标损伤检测效果相对更好。

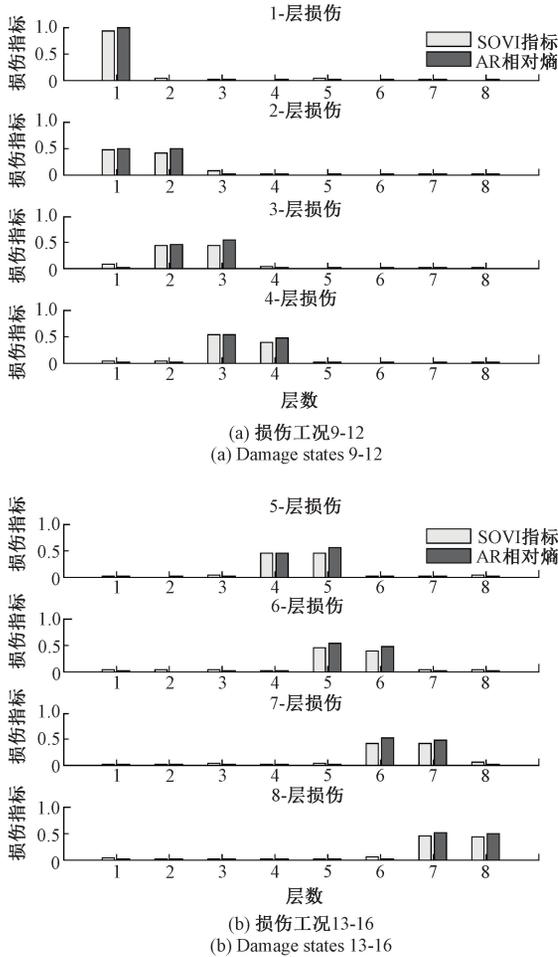


图3 AR 相对熵和 SOVI 指标的 40% 损伤检测结果对比  
Fig. 3 Comparison between AR relative entropy and SOVI index with 40% damage degree

## 4 转播塔模型损伤检测试验研究

### 4.1 转播塔试验模型

采用一个缩尺的转播塔模型进行损伤检测试验,模型如图 4 所示,该转播塔模型由重庆大学试验加工厂制作,为了模拟转播塔受到风荷载或地震荷载作用下的振动情况,利用了重庆大学岩土工程试验室的 R-100HV 振

动台系统进行模型试验。转播塔模型的具体尺寸信息如图 5 所示,试验模型总高 3.0 m,其中 1~6 层高 0.40 m,7~8 层高 0.15 m,天线转换层高 0.10 m,天线段长 0.20 m。模型底层平面尺寸为 0.68 m×0.68 m,上层平面尺寸为 0.2 m×0.2 m,天线转换层顶部平台尺寸为 0.1 m×0.1 m。为了模拟天线转换层平台处的设备等恒载造成的影响,在天线转换层平台处固定放置了 0.6 kg 的附加质量块。

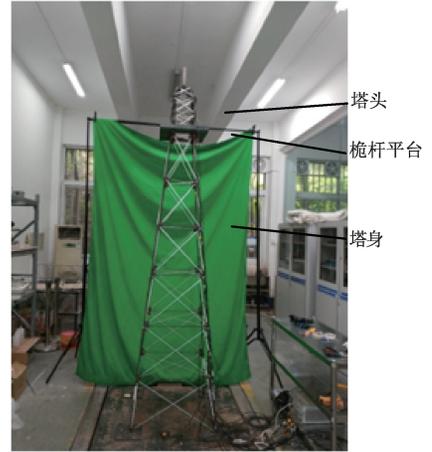


图4 转播塔试验模型

Fig. 4 The experimental model of relay tower

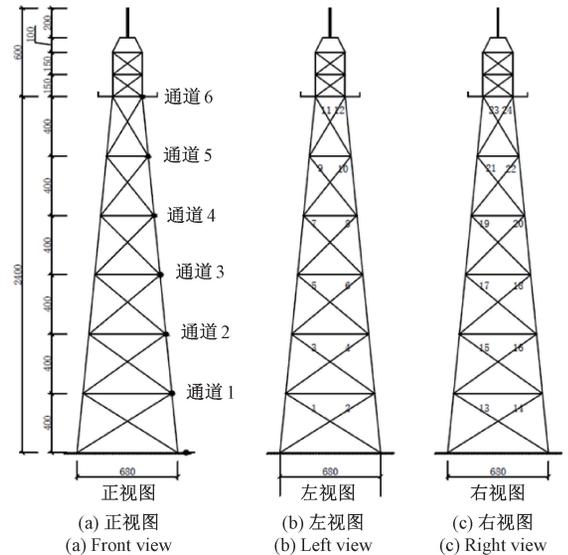


图5 转播塔模型尺寸及加速度通道和斜撑编号

Fig. 5 Relay tower model size and the reference numbers of acceleration channel and diagonal brace

转播塔的主材用  $\Phi 10 \text{ mm} \times 2 \text{ mm}$  圆钢管,横梁采用  $\Phi 6 \text{ mm}$  圆形截面钢材,水平及竖向支撑采用边长为 6 mm 的方形截面铝材,塔顶天线采用  $\Phi 30 \text{ mm} \times 6 \text{ mm}$  圆钢管。基底层底板厚 8 mm,桅杆平台厚 4 mm。第 6 层的平台每

边伸出 100 mm,平台板厚度为 2 mm;平台栏板采用 1 mm 厚,50 mm 高的矩形钢板。

#### 4.2 转播塔损伤检测试验及数据处理

实验采用 R-100HV 小型地震模拟振动台进行加载,加载时沿一侧方向施加幅值为 0.1 g 的白噪声激励,激励时长为 30 s。本文提出的损伤检测方法是一种基于子结构层的检测方法,故需监测子结构层的加速度数据。因此,在实验模型每层的转角节点处安装了加速度传感器采集振动方向的加速度数据,其数据采样频率为 250 Hz,主要布置了 6 个加速度传感器,具体的加速度传感器安装通道位置如图 5 所示,由传感器位置可知,我们主要检测 1~6 层的子结构层损伤。采用动态信号数据采集仪进行加速度数据的采集和分析,振动台测试检测使用的数据采集仪器如图 6 所示。



图 6 振动台检测的数据采集仪

Fig. 6 Data acquisition instrument of shaking table detection

现有研究表明呼吸裂纹刚度的非线性变化将在时域振动响应中产生非线性<sup>[17]</sup>。双线性刚度模型是典型的呼吸裂纹模型,其表达式如式(3)所示。它假设受损构件只有两种刚度,即当裂纹闭合时构件提供完整的刚度,而当裂纹打开时构件刚度即为受损刚度。通过考虑实验操作的可行性,参考美国阿莫斯试验室的经典非线性损伤模拟方式<sup>[18]</sup>,对损伤斜撑构件进行了如图 7(a)所示的处理,即先将损伤构件截断分为两段,然后调整两者之间的间隙距离为设计值,最后通过固定螺栓将聚氯乙烯(polyvinyl chloride,PVC)管固定在损伤构件一端,旨在通过 PVC 管使得两段损伤构件产生沿轴向的变刚度接触,这样,斜撑的刚度在转播塔的振动过程中不断变化,从而模拟了转播塔的非线性损伤。而螺栓松动主要是通过将对对应层的螺栓放松,使其预紧力为零但是仍能起到连接塔体和斜撑的作用,如图 7(b)所示。对于螺栓松动损伤,转播塔在振动过程中螺栓松动后螺栓的连接界面存在相对滑移、间隙分离和冲击碰撞等可能情况,这会使得转播塔结构产生干摩擦阻尼、非线性刚度变化等复杂的非线性损伤,进而导致结构的振动响应呈现非线性特征。

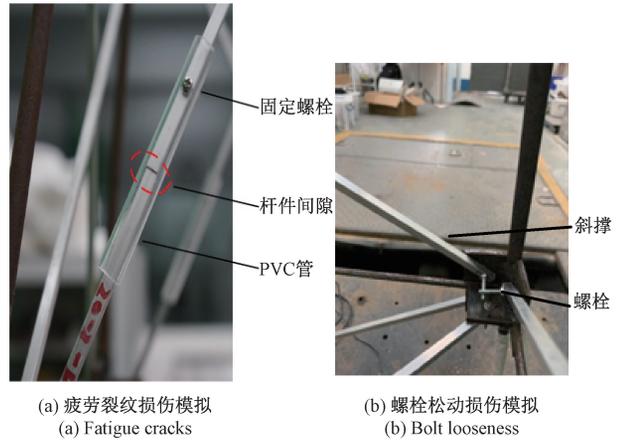


图 7 非线性损伤试验模拟方式

Fig. 7 Experimental simulation methods for nonlinear damage

试验的损伤工况如表 2 所示,试验总共设置 10 组工况,按照损伤类别的不同,将 10 组损伤工况分为两大类,第一类是疲劳裂纹类非线性损伤(工况 1~6),第二类是螺栓松动类非线性损伤(工况 7~10),表 2 包含了损伤工况的具体信息。在疲劳裂纹损伤工况中,通过调整斜撑裂缝的宽度来模拟非线性损伤程度的变化,斜撑杆件的编号见图 5(b)、(c)。

表 2 转播塔模型试验损伤工况表

Table 2 Damage states of relay tower model test

损伤工况	损伤类型	损伤杆件编号 (或螺栓松动层)	损伤描述	损伤位置
工况 1	疲劳裂纹	3、4、15、16	间隙宽度 0.1 mm	第 2 层
工况 2	疲劳裂纹	3、4、15、16	间隙宽度 0.05 mm	第 2 层
工况 3	疲劳裂纹	7、8、19、20	间隙宽度 0.1 mm	第 4 层
工况 4	疲劳裂纹	7、8、19、20	间隙宽度 0.05 mm	第 4 层
工况 5	疲劳裂纹	11、12、23、24	间隙宽度 0.1 mm	第 6 层
工况 6	疲劳裂纹	11、12、23、24	间隙宽度 0.05 mm	第 6 层
工况 7	螺栓松动	2 层螺栓松动	4 根杆螺栓松动	第 2 层
工况 8	螺栓松动	3 层螺栓松动	2 根杆螺栓松动	第 3 层
工况 9	螺栓松动	3 层螺栓松动	4 根杆螺栓松动	第 3 层
工况 10	螺栓松动	4 层螺栓松动	4 根杆螺栓松动	第 4 层

通过多次测量获取了加速度响应数据,为了避免振动台启动和加载结束时的扰动影响,需要去除加速度响应的前、后的部分数据,最终选取了中间 6 000 个数据作为损伤检测的原始数据,以进行建模分析。未损伤工况的通道 1~6 加速度时程响应曲线如图 8 所示,损伤工况 6 的通道 1~6 加速度时程响应曲线如图 9 所示,其横坐标为数据采集点数。

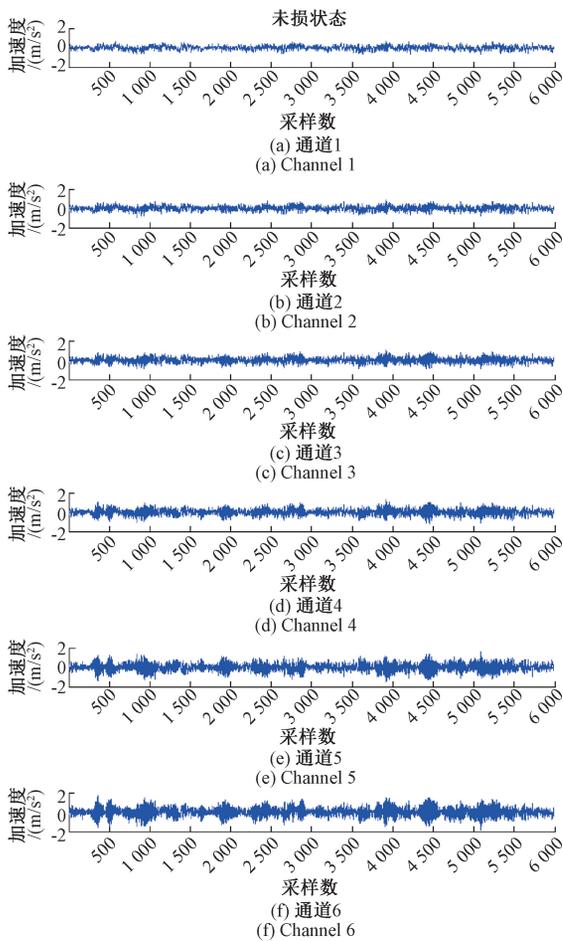


图8 未损伤状态下通道1~6加速度时程曲线  
Fig.8 Acceleration time history of channel 1~6 under the undamaged state

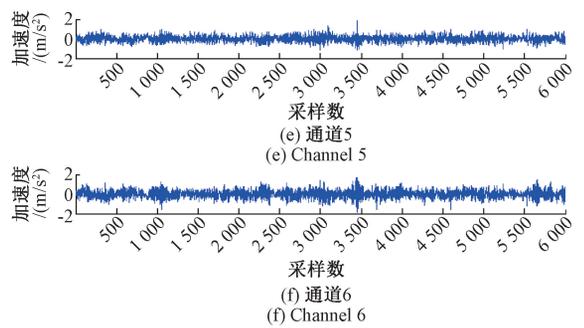
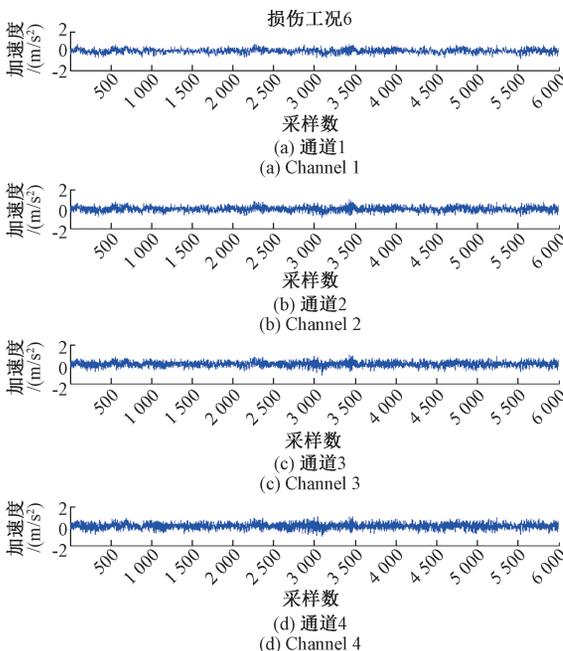


图9 损伤工况6通道1~6加速度时程曲线  
Fig.9 Acceleration time history of channel 1~6 under the damaged state 6

采集各个工况的加速度响应数据,并进行加速度响应数据的自回归模型的建模,根据测量数据的自相关函数和偏自相关函数特性,选取的自回归模型阶数为25。建立25阶自回归模型,再利用式(4)可以获取响应的残差序列数据。对未损伤状态加速度残差序列数据进行统计分析,可以获取未损伤基准状态的残差方差 $v_B^2$ ,对某个损伤工况下加速度残差序列数据进行统计分析,可以获取该损伤工况下的残差方差 $v_D^2$ ,将某个损伤工况下加速度响应数据减去未损伤状态的AR模型数据,可获取残差序列 $\{\eta_i\}_{BD}$ ,对该残差序列进行统计分析,可以获取新的残差方差 $v_{BD}^2$ 。利用这些数据可以建立AR相对熵指标。

#### 4.3 转塔塔损伤检测结果分析

基于AR时域模型相对熵指标的损伤检测结果如图10~14所示,为了进行对比,也采用了Cheng等<sup>[10]</sup>所提出的基于AR/ARCH模型的SOVI指标进行了计算,其损伤检测结果如图10~14所示。

工况1和2为模拟第二层斜撑构件出现疲劳裂纹的情况,工况1的非线性损伤间隙宽度为0.1 mm,工况2的非线性损伤间隙宽度为0.05 mm,间隙距离的改变主要是为了模拟非线性损伤程度的改变影响,两种工况的损伤检测结果如图10所示。当非线性损伤源位于第2层时(工况1和工况2),AR相对熵指标和SOVI指标均能判断出损伤源位置,且本文所提出的方法能够更为高效的辨识非线性损伤源,其第二层指标值明显比SOVI指标值更高。通过对比工况1和2可知,对于不同的间隙距离,本文所提出的方法均具有较好的损伤检测效果。

工况3和4为模拟第4层斜撑构件出现疲劳裂纹的情况,也考虑了两种间隙距离,以模拟非线性损伤程度的改变,其损伤检测结果如图11所示。可以观察到AR相对熵指标和SOVI指标对于工况3和4均有较好的损伤检测效果,其第4层的指标值明显高于其它层,而且AR相对熵指标方法的检测效果明显优于SOVI指标方法,其第4层的值明显高于SOVI指标值。

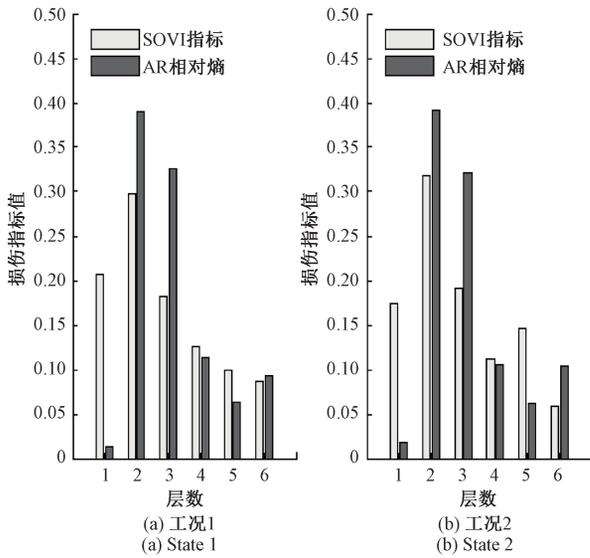


图 10 工况 1 和 2 的损伤检测结果

Fig. 10 Damage detection results of state 1 and 2

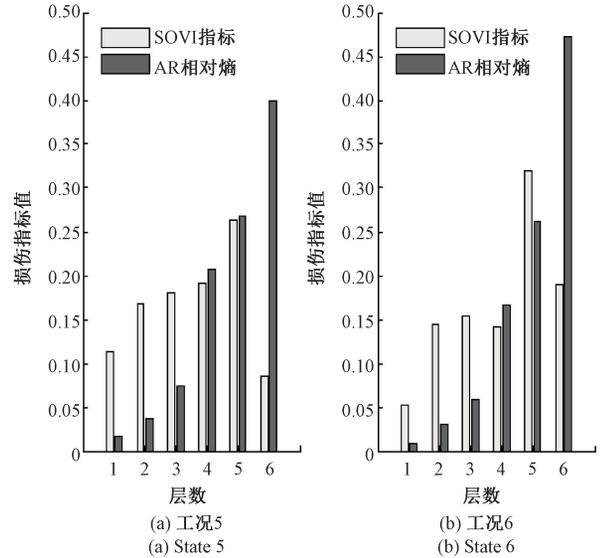


图 12 工况 5 和 6 的损伤检测结果

Fig. 12 Damage detection results of state 5 and 6

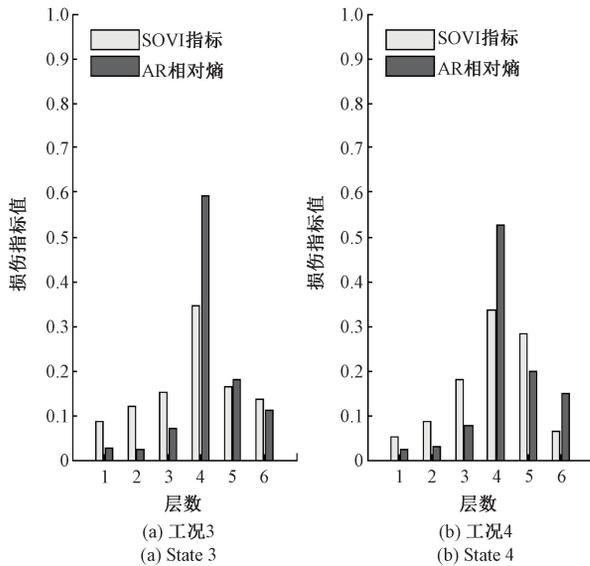


图 11 工况 3 和 4 的损伤检测结果

Fig. 11 Damage detection results of state 3 and 4

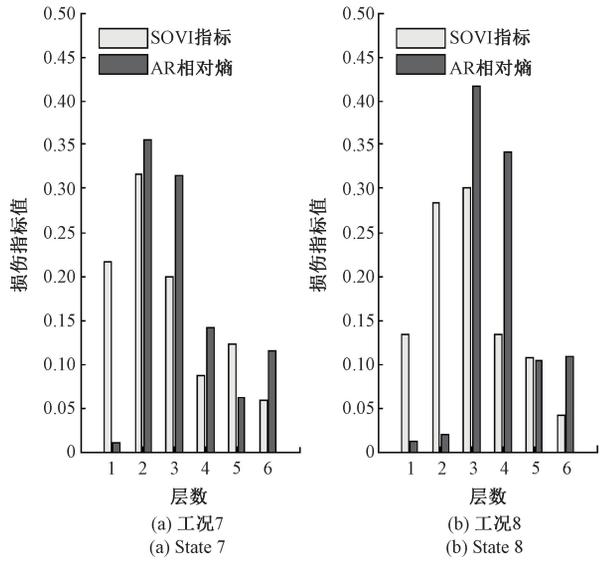


图 13 工况 7 和 8 的损伤检测结果

Fig. 13 Damage detection results of state 7 and 8

工况 5 和 6 为模拟第 6 层斜撑构件出现疲劳裂纹的情况,也分别考虑了 0.1 mm 和 0.05 mm 两种间隙距离。其损伤检测结果如图 12 所示。从图中可以观察到 SOVI 指标的检测结果欠佳,其工况 5 和 6 的最高指标值均在第 5 层,故其检测结果相对较差,该 SOVI 指标对于较高层的损伤具有误识别的问题。而 AR 相对熵指标在两种工况下的损伤检测效果明显更好,其第 6 层的指标值明显高于其它层,较为精确地检测出了非线性损伤源的位置。

工况 7~10 为模拟螺栓松动的非线性损伤情况,检

测结果如图 13 和 14 所示,图 13 显示了工况 7 和 8 的损伤检测结果,图 14 显示了工况 9 和 10 的损伤检测结果。工况 7 为第 2 层的 4 杆连接的螺栓松动,两种损伤指标均可以检测出螺栓松动的所在层位置,其第 2 层的 AR 相对熵值仍高于该层的 SOVI 指标值,工况 8 和 9 分别为第 3 层的 2 杆和 4 杆的螺栓松动情况,两种工况下的两种损伤指标的第 3 层值均较高,其中 AR 相对熵指标的损伤检测效果更为明显。工况 10 为第 4 层的 4 杆螺栓松动情况,其中 AR 相对熵指标的第 4 层检测效果明显高于 SOVI 指标值。

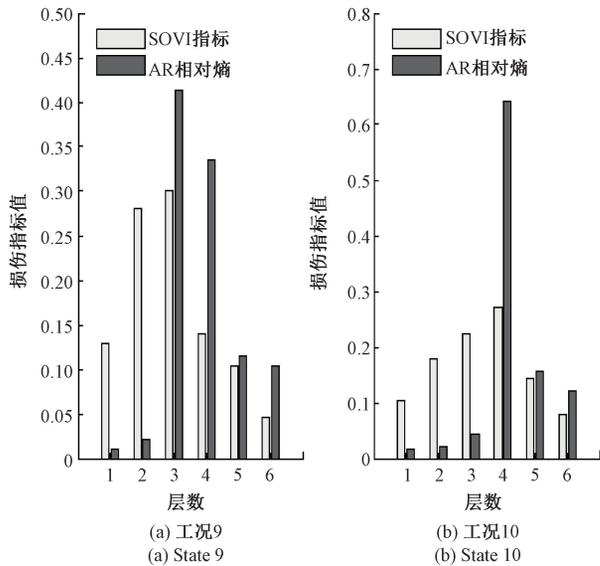


图14 工况9和10的损伤检测结果

Fig. 14 Damage detection results of state 9 and 10

由转播塔模型试验损伤检测结果可知,对于转播塔的杆件非线性损伤工况1~6,其损伤位置处的自回归时域模型相对熵指标值比传统的二阶方差指标值高22.9%以上;对于螺栓松动非线性损伤的工况7~10,其损伤位置处自回归时域模型相对熵指标值比传统的二阶方差指标值高12.7%以上。这表明该方法能辨识较为复杂的塔架结构非线性损伤位置。

总体而言,基于AR时域模型相对熵指标的损伤检测结果明显优于基于AR/ARCH模型SOVI指标的损伤检测结果。我们可以从测量数据的处理方式来分析原因。AR/ARCH模型的SOVI指标是利用AR模型的残差进行二次ARCH建模,利用ARCH模型对于残差序列再进行了近似建模和过滤处理,然后再提取平稳的非线性信息,在数据处理过程中会过滤掉一些非平稳有用的非线性信息。而AR时域模型相对熵则是直接对于AR模型的残差数据进行统计化处理,则保留了更全面的非线性信息,故其检测效果会更好。

## 5 结 论

1) 本文提出的基于AR时域模型相对熵的损伤检测方法能够有效地辨识由构件疲劳裂纹、节点螺栓松动导致的结构非线性损伤,由该方法计算得到的结构损伤层指标值明显高于其它未损伤层的指标值,从而可以更为高效、准确地定位非线性损伤源。

2) 转播塔塔架结构的试验算例表明,对于较为复杂的塔架结构,可以将结构划分为分层的子结构,从而可以将较为复杂的杆件损伤检测转化较为简单的子结构层的

损伤检测,这样可以使复杂结构的损伤检测变的简单易行。

3) 基于AR/ARCH模型的SOVI指标方法也具有一定的非线性损伤检测能力,但其对于较为复杂的塔架结构而言其检测结果不稳定,而本文建议的AR时域模型相对熵损伤检测方法明显优于SOVI指标方法,其检测结果更为可靠。

本文的转播塔疲劳裂纹损伤检测实验采用的是双线性刚度实验模拟方法,而且主要对结构存在单个损伤源的情况进行了研究。在实际工程中结构的构件常常会出现表面裂纹问题,并且可能存在多个损伤源,因此在以后的实验研究中需对结构存在表面裂纹以及多个损伤源的情况进行进一步分析研究。

## 参考文献

- [1] HAN Q H, LIU X, XU J. Detection and location of steel structure surface cracks based on unmanned aerial vehicle images[J]. Journal of Building Engineering, 2022, 50: 104098.
- [2] LI Y C, JIANG R N, TAPIA J, et al. Structural damage identification based on short-time temporal coherence using free-vibration response signals [J]. Measurement, 2020, 151: 107209.
- [3] LAI Z L, NAGARAJAIAH S. Semi-supervised structural linear/nonlinear damage detection and characterization using sparse identification [J]. Structural Control & Health Monitoring, 2019, 26(3): e2306.
- [4] GUO H Y, ZHOU R, ZHANG F. Structural nonlinear damage detection using improved Dempster-Shafer theory and time domain model [J]. Journal of Vibroengineering, 2019, 21(6): 1679-1693.
- [5] 阳洋, 王岩, 凌园, 等. 基于贝叶斯思想的框架结构损伤检测方法研究 [J]. 仪器仪表学报, 2020, 41(3): 18-28.  
YANG Y, WANG Y, LING Y, et al. Research on frame structure damage detection method based on Bayesian thought [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41(3): 18-28.
- [6] 颜王吉, 王朋朋, 孙倩, 等. 基于振动响应传递比函数的系统识别研究进展 [J]. 工程力学, 2018, 35(5): 1-9, 26.  
YAN W J, WANG P P, SUN Q, et al. Recent advances in system identification using the transmissibility function [J]. Engineering Mechanics, 2018, 35(5): 1-9, 26.
- [7] CHEN L J, MEI Y H, FU J Y, et al. Study on the

- sensitive factors of structural nonlinear damage based on the innovation series [J]. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 2020, 20(10): 2042011.
- [8] 朱军华, 余岭. 基于时间序列分析与高阶统计矩的结构损伤检测 [J]. *东南大学学报(自然科学版)*, 2012, 42(1): 137-143.  
ZHU J H, YU L. Damage detection based on time series analysis and higher statistical moments [J]. *Journal of Southeast University (Natural Science Edition)*, 2012, 42(1): 137-143.
- [9] 周建庭, 李晓庆, 辛景舟, 等. 基于 Kalman-GARCH 模型的结构损伤识别 [J]. *振动与冲击*, 2020, 39(6): 1-7, 21.  
ZHOU J T, LI X Q, XIN J ZH, et al. Structural damage identification based on a Kalman-GARCH model [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2020, 39(6): 1-7, 21.
- [10] CHENG J J, GUO H Y, WANG Y S. Structural nonlinear damage detection method using AR/ARCH model [J]. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 2017, 17(8): 1750083.
- [11] ZHENG H, MITA A. Localized damage detection of structures subject to multiple ambient excitations using two distance measures for autoregressive models [J]. *Structural Health Monitoring*, 2009, 8(3): 207-222.
- [12] PRAWIN J, RAO A R M. Damage detection in nonlinear systems using an improved describing function approach with limited instrumentation [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2019, 96(2): 1447-1470.
- [13] REBILLAT M, HAJRYA R, MECHBAL N. Nonlinear structural damage detection based on cascade of Hammerstein models [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2014, 48(1-2): 247-259.
- [14] KULLBACK S, LEIBLER R. On information and sufficiency [J]. *The Annals of Mathematical Statistics*, 1951, 22: 79-86.
- [15] IMPRAIMAKIS M, SMYTH A W. Integration, identification, and assessment of generalized damped systems using an online algorithm [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2022, 523: 116696.
- [16] ADAMS D E, FARRAR C R. Classifying linear and nonlinear structural damage using frequency domain ARX models [J]. *Structural Health Monitoring*, 2002, 1(2): 185-201.
- [17] HE S, NG C T. Modelling and analysis of nonlinear guided waves interaction at a breathing crack using time-domain spectral finite element method [J]. *Smart Materials and Structures*, 2017, 26: 085002.
- [18] FIGUEIREDO E, PARK G, FIGUEIRAS J, et al. Structural health monitoring algorithm comparisons using standard data sets [R]. New Mexico: Los Alamos National Laboratory, 2009.

## 作者简介



郭惠勇(通信作者), 1993年于武汉理工大学获得学士学位, 2001年于西安交通大学获得硕士学位, 2004年于西安交通大学获得博士学位, 现为重庆大学教授, 主要研究方向为工程结构的检测和监测。

E-mail: guohy@cqu.edu.cn

**Guo Huiyong** (Corresponding author) received his B. Sc. degree from Wuhan University of Technology in 1993, received his M. Sc. degree from Xi'an Jiaotong University in 2001, and received his Ph. D. degree from Xi'an Jiaotong University in 2004. He is currently a professor at Chongqing University. His main research interests include engineering structural inspection and monitoring.