DOI: 10. 19650/j. cnki. cjsi. J2210121

基于置信传播的多运动平台随机组网协同导航*

陈红梅1,王海锋1,姜 伟2,许朋举2,叶 文3

(1.河南工业大学电气工程学院 郑州 450001; 2.河南许继仪表有限公司 许昌 461143;3.中国计量科学研究院 北京 100029)

摘 要:在协同网络中,随着导航个体数目的增加,如何确定参与组网的导航平台并获取其状态与观测量的数据关联性是实现 小型规模的多运动平台协同导航的关键。本文提出一种基于置信传播的多运动平台随机组网协同导航方法,采用随机有限集 对状态和量测量进行建模并附加标签,构造带有标签的多伯努利粒子滤波器,采用基于置信传播的多运动平台随机组网协同导 航方法,并利用运动目标平台与基站的绝对观测、运动目标平台与临近平台相对观测融合,通过粒子滤波器和置信传播对系统 中的量测信息进行处理,相比较于非参数置信传播算法扩展因子结构作为置信度算法的逼近,该算法实现概率数据关联进行导 航系统状态估计。仿真和物理实验结果表明:非参数置信传播算法在不同基站和不同粒子数的解算结果性能较差;本文提出的 算法受基站个数和粒子个数的影响较小鲁棒性好,收敛性好,均方根误差不高于 0.3 cm,精度高于前者一个数量级,该算法能 够有效获取导航平台的位置信息。

关键词:协同导航;置信度传播;概率数据关联;标签多伯努利滤波器 中图分类号:TP391.4 TH39 文献标识码:A 国家标准学科分类代码:520.60

Cooperative navigation based on belief propagation for multi-motion platform in network components

Chen Hongmei¹, Wang Haifeng¹, Jiang Wei², Xu Pengju², Ye Wen³

(1. School of Electrical Engineering, Henan University of Technology, Zhengzhou 450001, China; 2. Henan Xuji Instrument Co., Ltd., Xuchang 461143, China; 3. National Institute of Metrology, Beijing 100029, China)

Abstract: As the number of navigating individuals increases in the robot network, how to determine the navigation platform participating in the network and obtain the state and measurement propagation for probabilistic data association are the key to realize small-scale multi-motion platform cooperative navigation. In this article, a multi-platform collaborative navigation method in the network based on the belief propagation for probabilistic data association is proposed. The article uses random finite sets to model states and measurements and formulate the labeled multi-Bernoulli particle filters. A multi-platform collaborative navigation method in the network using the absolute observation of the moving target platform and the sensor station, and the relative observation of the mobile target platform and the adjacent platform, two kinds of observations are data fusion, and the message passing in the system are analyzed by belief propagation on particle filter. The non-parametric belief propagation probability data association on particle filter algorithm. Based on non-parametric belief propagation, system. The simulation results show that the non-parametric belief propagation algorithm has poor performance in different base stations and different particle numbers. Comparatively, the proposed algorithm is less affected by the number of base stations and particles and has good robustness and convergence. Compared with the previous method, the algorithm achieves a root mean square error of less than 0.3 cm, and 10-time increase in accuracy. The location information of the navigation platform can be effectively retrieved.

收稿日期:2022-07-11 Received Date: 2022-07-11

*基金项目:国家自然科学基金(U1804161,61901431)、中国博士后科学基金特别资助(站中)(2020T130625)、河南省科技攻关 (222102210269)、河南省科协海智计划项目、河南工业大学青年骨干教师培育计划(21420169)、河南工业大学创新基金(2021ZKCJ07)、豫工信 联产融(2020-411051-64-03-113926)项目资助 Keywords: cooperative navigation; belief propagation; probabilistic data association; labeled multi-Bernoulli filter

0 引 言

在自然界中,动物之间存在很多群体行为,例如鸟类 群聚、哺乳动物群聚、昆虫群聚或鱼群群聚^[1]。每一个对 象(智能体)遵循简单的交互规则,并结合对其周围环境 的观察组成小集体,从而最终带动整个群体做出相应的 反应,如移民,觅食,或逃离捕食者等行为。而大规模的 运动导航平台群组就类似于自然界中的生物群,群组中 的每个导航平台通过自身携带的传感器感知外界环境, 并与可组网范围内的临近导航平台或者固定基站进行通 信,通过导航平台协同作业完成复杂导航任务^[2]。

随着协同导航技术的不断进步,应用场景也在不断 拓展,同时参与协同导航任务的导航平台数量不断加入 或退出且运动时变^[3],处在检测范围内的运动平台通过 信息传递组成通信局域网络。近年来,基于多机器人的 地图匹配和导航定位引起了广大研究者的关注。基于激 光和相机的视觉即时定位与地图构建(simultaneous localization and mapping, SLAM)可实现环境感知和非固 定路径行走。每个移动机器人视觉传感器可进行环境感 知,其里程仪敏感自身动力学运动参数。由于机器人视 觉范围受限,机器人的视觉环境感知其他机器人的位姿 估计,就是协同组网状态估计问题,与基于无线通讯的组 网具有相同的科学问题。本文将这一类的问题统称为多 运动平台系统随机组网协同导航。

首先,针对多运动平台系统随机组网时,参与组网的运动平台个数具有不确定性,常采用贝叶斯多目标滤波器(Bayes multi-target filter, BMF),而其核心就是将多运动平台状态建模为随机有限集合(random finite set, RFS)^[4],通过贝叶斯规则将多运动平台状态的先验分布与观测似然相结合,得到多运动平台状态的后验分布。而由于贝叶斯多目标滤波器的数值复杂性,通常采用多伯努利滤波器(multi-Bernoulli filter, MBF)^[5-6]近似逼近。

其次,由于进行组网的运动导航平台并不固定,如何 在系统包含多个运动平台的情况下将运动目标平台接收 到的观测量集合与对应的临近运动平台或者基站进行匹 配是待解决的问题之二,即数据关联不确定性问题。针 对该问题,常通过消息传递的数据概率模型,即基于因子 图的置信传播算法(belief propagation, BP)^[7]给出近似 的边缘后验分布,得到整体最优或近优。

最后,由于在整个协同导航系统中不仅包含接收外 部消息并传播自身导航信息的运动平台,还包含传播导 航信息的固定基站,因此每个运动目标平台所接收到的 观测量集合包含运动目标平台及临近运动平台、运动目 标平台与临近固定基站之间的距离和方位等测量信息组成。如何实现两种不同的量测信息融合也是待解决的问题之三。基于扩展卡尔曼滤波器(extended kalman filter, EKF)的协方差交叉(covariance intersection, CI)及其改进算法^[8]解决了两类观测信息的异步融合问题,只能处理高斯白噪声统计特征的测量数据^[9-10],限制了测量值和特征关联的噪声统计特征。基于 Dempster 等^[11]的最大期望化法(Dempster's expectation maximization, DEM) 在整个空间中采用爬山搜索法(hill-climbing search)克服数据关联特征问题。但是,它们本质上是批处理算法,需要多次遍历整个数据集。因此,它们不适用于协同导航随机组网的在线映射和状态估计。

针对以上3个问题,本文提出一种基于置信传播的 多运动平台随机组网协同导航方法,即基于置信度传播 的标签伯努利方法 (labeled multi-Bernoulli belief propagation, LMBBP), 针对在可通信网络环境下多个运 动平台的随机组网协同问题,构造带有标签的多伯努利 粒子滤波器,将两种观测量进行融合,并采用置信传播实 现概率数据关联,进行导航系统状态估计。标记多伯努 利(labeled multi-Bernoulli,LMB)滤波器^[12]是广义标记多 伯努利(generalized labeled multi-Bernoulli, GLMB)滤波 器^[13-14]的近似,并且相较于多伯努利(multi-Bernoulli, MB) 滤波器不需要假设高信噪比, 因此 LMB 不仅能够输 出运动平台轨迹,还实现粒子更新和对象个体存在概率 估计,更具有实用性; BP-LMB^[15] 滤波算法在 LMB 滤波 器的前提下引入基于因子图的 BP 算法,能够通过因子 分解获得快速的边缘估计,这大大减轻了计算复杂度并 且避免了与运动目标平台关联的伯努利组件的剪枝,但 是没有利用运动目标平台及临近运动平台之间的信息: 本文提出的 LMBBP 相较于 BP-LMB 引入了运动平台之 间的量测信息对随时间退化的粒子进行筛选,并进行了 两种观测量的融合,充分利用观测量信息,有效提高系统 鲁棒性。

非参数置信传播算法(non-parametric belief propagation,NBP)¹⁶通过将粒子滤波器扩展到一般的 因子结构的作为 BP 算法的低复杂度近似,粒子滤波器 适用于非线性非高斯系统的特性,基于此,本文提出 LMBBP 对运动平台状态进行粒子化处理,利用运动目 标平台所接收到的两种量测信息:包括运动目标平台 与基站的绝对观测、运动目标平台与临近运动平台相 对观测这两种观测量融合,通过粒子更新和对象个体 存在概率估计更新,实现概率数据关联的置信传播。 旨在提高系统鲁棒性,从而实现整个协同导航系统导 航精度的提高。

1 多运动平台协同导航系统建模

1.1 LMB-RFS 建模

多运动平台协同导航系统如图1所示。图1中包含 1个固定基站和7个运动平台;其中虚线圆环表示固定 基站所携带传感器的检测范围,处在检测范围内的运动 平台通过信息传递组成通信局域网络,即用双向实线箭 头表示;同理,实线圆环则表示运动目标平台所携带传感 器的检测范围,通信范围内的临近运动平台及固定基站 进行组网;而未在组网范围的运动平台之间无法进行有 效通信,用双向虚线表示。



图 1 多运动协同导航导航系统示意图 Fig. 1 Diagram of the multi-motion cooperative navigation system

针对多运动平台导航系统的建模问题本文采用随 机有限集(random finite set, RFS)方法。由于 RFS 是一 个随机变量有限值映射集合,即由随机数量的点集组 成,由于点集是无序的,其个体状态是随机的(通常用 随机向量表示),因此将协同导航系统的多运动平台状 态和观测量建模为多伯努利 RFS^[17]。

首先对协同导航系统中的多运动平台状态进行 RFS 建模,则一个有限状态集合为:

 $\boldsymbol{X}_{k} = \{\boldsymbol{x}_{k}^{1}, \cdots, \boldsymbol{x}_{k}^{n}\}$ (1)

为了识别协同导航中运动平台,引入标签集合作为 标记。则带标签的有限状态集合为:

$$\boldsymbol{X}_{k} = \{ x_{k}^{1,l^{1}}, \cdots, x_{k}^{n,l^{n}} \}$$
(2)

式中: k 表示时间序号, 每个元素 $\{x_k^{n,t^n}\} \in \mathbb{R}^{N_x} \times \mathbb{L}$ 。 "*"是进行组网的非固定群组的标记符号; n 表示运动 平台编号; \mathbb{R} 表示向量域; N_x 表示状态维数; \mathbb{L} 表示标签集 合域。

同理,包含多个运动目标平台与临平台或者固定基 站的位置和姿态信息的观测量有限集合为:

$$\mathbf{Z}_{k}^{*} = \{z_{k}^{1}, \cdots, z_{k}^{m}\}$$
(3)

式中:每个元素 $\{z_k^m\} \in \mathbb{R}^{N_2}; m \in \{1, \dots, M_k\}$ 表示量测索 引值。其中每个元素观测模型为:

 $\boldsymbol{Z}_{k} = \left[d(\boldsymbol{x}_{k}) \boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{x}_{k}) \right]^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{v}_{k}$ $\tag{4}$

式中: $d(x_k)$ 表示运动平台与固定基站或者运动平台与临 平台的相对距离; $\varphi(x_k)$ 表示运动平台的量测方位, v_k 表示量测噪声。

根据式 (1)~(2),每个带标签运动平台伯努利 RFS 状态组件为 $\{r_k^l, s^l(x_k^n)\}_{l \in L}^{[18]}$ 。则处在非固定群组内的 带标签多运动平台伯努利组件为:

 $X_{k}^{*} = \left\{ \left(r_{k}^{l}, s^{l}(x_{k}^{1}) \right), \left(r_{k}^{l}, s^{l}(x_{k}^{2}) \right), \cdots, \left(r_{k}^{l}, s^{l}(x_{k}^{n}) \right) \right\}_{l \in L^{*}}$ (5)

式中:"*"是进行组网的非固定群组的标记符号;其中 $l \in \mathbb{L}^* \subseteq \mathbb{L} = \{1, \dots, k\} \times \mathbb{N}, \mathbb{L}^*$ 表示非固定群组中的标 签集合域, N表示自然数域。r(x) 简写为r表示运动平台 处在非固定群组中进行组网的概率; s(x)表示运动平台 的状态空间概率密度函数, 即平台的状态估计值。

由于导航平台处在不断运动过程,因此根据式(5), 非固定群组分为已组网运动平台多伯努利 RFS(以 S 作 为标记)和新增组网平台多伯努利 RFS(以 B 作为标 记)^[14],即:

$$\boldsymbol{X}_{k}^{*} = \boldsymbol{X}_{k-1}^{S_{*}} \cup \boldsymbol{X}_{k}^{B_{*}}$$
(6)

上标 *S* 表示上一时刻(*k*-1) 在组网群,下一时刻 *k* 也在组网群中的成员;上标 *B* 表示上一时刻(*k*-1) 未在 组网群,下一时刻 *k* 在组网群中的成员,即新增成员。则 其对应的标签集合域遵循如下规定:

$$\mathbb{L}_{k}^{*} = \mathbb{L}_{k-1}^{S_{*}} \cup \mathbb{L}_{k}^{B_{*}} \tag{7}$$

$$\mathbb{L}_{k-1}^{S_*} \cap \mathbb{L}_{k}^{B_*} = \emptyset \tag{8}$$

根据伯努利分布^[19],LMB-RFS的先验分布为:

$$\pi(\boldsymbol{X}^*) = \begin{cases} r^l \cdot s^l(\boldsymbol{x}), & \boldsymbol{X} = \{\boldsymbol{x}\} \\ 1 - r^l, & \boldsymbol{X} = \emptyset \end{cases}$$
(9)

则根据式 (9), LMB-RFS 的概率密度函数 (probability density function, pdf)为:

$$f(X^*) = \Delta(X^*) \left(\prod_{l' \in L^* \setminus \mathcal{L}(X^*)} (1 - r^{l'})\right) \prod_{x \in X^*} \mathbf{1}_{L^*}(l) r^l s^l(x^n)$$
(12)

$$\mathcal{C}(\mathbf{X}^*) \triangleq \{l^{(1)}, l^{(2)}, \cdots, l^{(n)}\}$$
(11)

$$\Delta(\boldsymbol{X}^*) = \delta_{|\boldsymbol{X}^*|}(|\boldsymbol{\mathcal{L}}(\boldsymbol{X}^*)|)$$
(12)

式 (11)表示所有处在非固定群组中的 LMB-RFS 的 移动平台标签集合;式 (10)中 l'表示未标记的标签; " $|\cdot|$ "表示集合的基数; δ 表示克罗内克函数^[13-14],由于 已标记的 RFS 的基数分布与未标记 RFS 的基数分布相 同,因此通过 $\delta_{|x^*|}$ 的下角标 $|X^*| = (|\mathcal{L}(X^*)|)$ | 来表 示同一个标签,当 X^* 中的标签相互独立时 $\Delta(X^*) = 1$, 否则为0。式 (10)中1_{$L^*}(l) 是包含函数,当<math>l \in L^*$ 时为1, 否则为0。</sub> 则根据式 (9), LMB-RFS 状态模型的组网概率 r 与 运动平台状态的空间分布概率密度函数 s(x)分别为:

$$r_{k|k-1}^{l} = r_{k-1}^{l} \int P_{s}(x_{k-1}) s_{k-1}^{l}(x_{k-1}) \, \mathrm{d}x_{k-1}$$
(13)
$$s_{k|k-1}^{l}(x_{k}) = \frac{\int f(x_{k} | x_{k-1}) P_{s}(x_{k-1}) s_{k-1}^{l}(x_{k-1}) \, \mathrm{d}x_{k-1}}{\int P_{s}(x_{k-1}) s_{k-1}^{l}(x_{k-1}) \, \mathrm{d}x_{k-1}}$$
(14)

式中: $P_s(.)$ 表示每个运动目标平台在当前时刻的生存概 率; $f(x_k | x_{k-1})$ 表示状态转移 pdf。

1.2 运动平台状态与量测量数据匹配

为了描述传感器接收到的观测量与其运动平台的匹 配关系^[20],引入关联向量 $\boldsymbol{a}_k \in \boldsymbol{A}_k$,其元素 $\boldsymbol{a}_k^l \in \{-1,0,$ 1,…, $M_k\}$, $l \in \mathbb{L}^*$ 。当 $\boldsymbol{a}_k^l = m \in \{1, \dots, M_k\}$ 时,表示运动 平台状态 \boldsymbol{x}_k^l 与观测量 m 有关联;当 $\boldsymbol{a}_k^l = 0$ 时,表示运动平 台状态 \boldsymbol{x}_k^l 与任何观测量 m 都无关联,即该运动平台存在 于非固定群组中,但没有与临平台或者固定基站进行通 信;当 $\boldsymbol{a}_k^l = -1$ 时,该运动平台不在该组网集合中,即 $\boldsymbol{x}_k^l \notin \boldsymbol{X}_k^*$,对应的概率为 $1 - r_{k|k-1}^l$ 。

根据式 (10)~(14), LMB-RFS 的后验 pdf 为:

$$f(\boldsymbol{X}_{k}^{*} \mid \boldsymbol{Z}_{1,k}) = \Delta(\boldsymbol{X}_{k}^{*}) \sum_{\boldsymbol{a}_{k} \in \boldsymbol{\mathcal{A}}_{k}} \varphi(\boldsymbol{a}_{k}, \boldsymbol{X}_{k}^{*}) \boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{a}_{k}} \prod_{\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{X}^{*}} \mathbf{1}_{\boldsymbol{L}_{k}^{*}}(l) s^{(l,\boldsymbol{a}_{k}^{l})}(\boldsymbol{x}_{k})$$
(15)

式中: $Z_{1:k} \triangleq (Z_1, \dots, Z_k)$; 当 $a_k^l = -1, l \in \mathbb{L}_k^* \setminus \mathcal{L}(X_k^*)$ 时, $\varphi(a_k, X_k^*) = 1$; 当 $a_k^l \in \{0, 1, \dots, M_k\}$, $l \in \mathcal{L}(X_k)$ 时, $\varphi(a_k, X_k^*) = 0$ 。其中关联向量权重 $\omega_{a_k}^{[15]}$ 为:

$$\boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{\partial}_{k}} \propto \prod_{l \in \boldsymbol{L}_{k}^{*}} \boldsymbol{\beta}_{k}^{(l,\boldsymbol{a}_{k}^{l})}, \boldsymbol{\partial}_{k} \in \boldsymbol{\mathcal{A}}_{k}$$
(16)

$$\sum_{\boldsymbol{a}_k \in \boldsymbol{\mathcal{A}}_k} \boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{a}_k} = 1 \tag{17}$$

$$\boldsymbol{\beta}_{k}^{(l,\boldsymbol{a}_{k}^{l})} = r_{k|k-1}^{l} \times \boldsymbol{\eta}^{(l,m)} = r_{k|k-1}^{l} \times \boldsymbol{\eta}^{(l,\boldsymbol{a}_{k}^{l})},$$

$$\boldsymbol{a}_{k}^{l} \in \{1, \cdots, M_{k}\}$$
(18)

$$\eta_k^{l,m} = \int (1 - P_D(x_k^l)) \times s_{k|k-1}^l(x_k) \, \mathrm{d}x_k \tag{19}$$

式中: $\beta_{k}^{(1,a_{k}^{(1)})}$ 表示关联权重; $P_{D}(.)$ 表示检测概率。则根据式(16)~(19),式(13)~(14)可重写为:

$$r_k^l = \sum_{a_k \in \mathcal{A}_k^l} \boldsymbol{\omega}_{a_k} \tag{20}$$

$$s^{l}(x_{k}) = \frac{1}{r_{k}^{l}} \sum_{a_{k} \in \mathcal{A}_{k}^{l}} \boldsymbol{\omega}_{a_{k}} s^{l, a_{k}^{l}}(x_{k})$$
(21)

其中, $\boldsymbol{A}_{k}^{l} \triangleq \{\boldsymbol{a}_{k} \in \boldsymbol{A}_{k}^{l}: \boldsymbol{a}_{k}^{l} \in \{0, 1, \cdots, M_{k}\}\}$ 。则根 据式 (20)~(21),式 (15)更新为:

$$f(\boldsymbol{X}_{k}^{*} | \boldsymbol{Z}_{1:k}) = \Delta(\boldsymbol{X}_{k}^{*}) \sum_{\boldsymbol{a}_{k} \in \mathcal{M}_{k}^{|\boldsymbol{L}_{k}^{*}|}} \varphi(\boldsymbol{a}_{k}, \boldsymbol{X}_{k}^{*}) p_{m}(\boldsymbol{a}_{k}) \times$$

$$\prod_{x \in X^*} \mathbf{1}_{L_k^*}(l) s^{(l, a_k^l)}(x_k)$$
(22)

其中, $p_m(\mathbf{a}_k) = \boldsymbol{\omega}_{\mathbf{a}_k}$,即在 $\mathbf{a}_k \in \boldsymbol{\mathcal{A}}_k$ 时,关联向量权重 $\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{a}_k}$ 等同于关联向量 \mathbf{a}_k 概率质量函数(probability mass function, pmf) $p_m(.)$,否则 $p(\mathbf{a}_k) = 0$ 。式中 $\boldsymbol{\mathcal{M}}_k \triangleq \{-1, 0, \dots, \boldsymbol{\mathcal{M}}_k\}$ 。根据贝叶斯原理^[21],计算边缘密度来获得关 联向量的 pmf 的近似值:

$$p_m(\boldsymbol{a}_k) \approx \prod_{l \in \boldsymbol{L}_k^*} p_m(\boldsymbol{a}_k^l), \ \boldsymbol{a}_k \in \boldsymbol{\mathcal{M}}_k^{|\boldsymbol{L}_k^*|}$$
(23)

$$p_m(\boldsymbol{a}_k^l) = \sum_{\boldsymbol{a}_k^{-l} \in \mathcal{M}_k^{|\boldsymbol{L}_k^*| - 1}} p_m(\boldsymbol{a}_k)$$
(24)

其中, a_k^{-i} 表示除去数组 a_k^i 的关联向量 a_k 。则 式(22)可以改写为:

$$f(\mathbf{X}_{k}^{*} \mid \mathbf{Z}_{1\cdot k}) \approx$$

$$\Delta(\mathbf{X}_{k}^{*})P(\mathbf{X}_{k}^{*})\prod_{x\in\mathbf{X}^{*}}\mathbf{1}_{\mathbf{L}_{k}^{*}}(l)\sum_{\mathbf{a}_{k}^{l}=0}^{M_{k}}p_{m}(\mathbf{a}_{k})s^{(l,\mathbf{a}_{k}^{l})}(x_{k})$$
(25)

式中: $P(X_k^*) \triangleq \prod_{l \in L^* \setminus \mathcal{L}(X^*)} p_m(a_k^l = -1), 则将式(25)带$ 入式(10)更新运动平台的组网概率和空间概率密度函 数为:

$$r_{k}^{l} = 1 - p_{m}(\boldsymbol{a}_{k}^{l} = -1) = \sum_{\boldsymbol{a}_{k}^{l} = 0}^{M_{k}} p_{m}(\boldsymbol{a}_{k}^{l})$$
(26)

$$s^{l}(x_{k}) = \frac{1}{r_{k}^{l}} \sum_{a_{k}^{l}=0}^{m_{k}} p_{m}(a_{k}^{l}) s^{(l,a_{k}^{l})}(x_{k})$$
(27)

1.3 多源量测信息融合

为解决数据关联不确定的平台与量测信息的匹配问 题,本文提出一种基于 LMBBP 的多运动平台随机组网协 同导航方法,首先将多个运动平台与固定基站进行组网 构造协同导航模型,获取运动平台与临平台、基站的位置 和姿态信息,随后根据基站与运动平台之间的量测信息, 将多运动平台状态建模为带标签的多伯努利 RFS 集并 进行粒子滤波,将当前的已组网运动平台与新增移动组 网平台同步进行时间更新;然后根据运动平台与临平台 状态对粒子状态进行筛洗,保留具有高组网概率的运动 平台:并分别对运动平台与基站和临平台之间的量测信 息进行关联权重的更新,随后进行两种量测信息的融合, 利用置信传播进行消息传递,更新组网概率和状态空间 概率密度函数,完成协同导航系统的量测更新:最后对状 态进行剪枝、重采样和状态估计,随后对导航系统中所有 运动平台进行上述操作后输出导航信息。图 2 为多运动 平台协同导航系统流程图。

2 LMB 的粒子滤波与筛选

基于置信传播的多运动平台随机组网协同导航方法,通过粒子滤波进行时间更新和粒子筛选,进行量测 更新。





2.1 粒子滤波

由于协同导航系统所处环境的复杂多变,且系统中 导航平台处在运动状态,而粒子滤波算法对系统的动态 模型、状态变量的概率分布及模型阶数均具有良好的鲁 棒性,受滤波初始误差的影响小,收敛速度快^[22],适用于 任何动态状态空间模型,故本文采用粒子滤波。

首先,需要判断运动目标平台是否在传感器的检测 范围内,即表示该运动平台对应的量测不是由已经进行 组网的运动平台产生的,而是通过新加入的组网成员 产生:

 $P_{non} > P_c$ (28) 式中: P_{non} 表示当前运动平台对应的量测与已组网运动 平台无关联的概率; P_c 表示概率阈值。

随后结合运动目标平台与临近固定基站与之间的观测量,通过似然函数将 LMB-RFS 运动平台状态进行粒子 化处理,生成多运动平台的粒子状态、粒子权重以及运动 平台组网概率等相关参数,具体为:

$$\begin{cases} \omega_p^l = \frac{1}{N_p} \\ x^l = K(z) , \quad l \in L_k^* \\ r^l = \frac{\mu_B}{M} p_{non}^l \end{cases}$$
(29)

式中: N_p 表示粒子个数; x^l 表示粒子状态;K(.)表示似然 函数; ω_p^l 表示粒子的权重; r^l 表示运动平台的组网概率; μ_B 表示新增组网平台概率均值;M表示量测量个数。随 后对新组网平台进行粒子滤波的时间更新:

 $f(X_{k}^{*} | Z_{k-1}^{*}) = f(X_{k-1}^{*} | Z_{k-1}^{*}, W_{k-1}^{*})$ (30) 式中: W_{k-1}^{*} 表示 k - 1 时刻组网范围内运动平台的过程噪 声集合。 W_{k-1}^{*} 包括测距噪声和方位噪声,对应的方差分 别为 V_{k}^{2} 和 V_{k}^{2} ;式(31)表示组网概率的更新。

$$\hat{r}_k^l = r_k^l \times P_s \tag{31}$$

2.2 粒子筛选

尽管粒子滤波适用于任何状态空间模型,但在经过多次迭代后,权系数的方差会随时间逐渐增大,这使得少数 粒子的权值很大,而多数粒子的权值小到甚至可以忽略不 计,因此使得整个样本退化。所以针对粒子退化现象,结 合运动平台间的量测信息对经过状态更新的粒子进行筛 选。因此在对 LMB-RFS 进行粒子化进行处理后,结合运 动目标平台与其临平台的观测量对粒子进行筛选。

首先以单个运动平台 *i* 为例,通过式 (30)获得的粒子状态预测值后,计算运动平台粒子状态预测值与临平台的相对估计距离,并与观测集数据进行做差求取每个粒子状态权值,随后进行粒子的重采样操作:

$$\overline{\boldsymbol{\omega}}_{i}^{j} = e^{-\frac{1}{2} \frac{\| \cdot \| \cdot \mathbf{z} - d_{i-i}^{j} \cdot \| \|^{2}}{v_{d}^{2}}} \quad j = 1, 2, \cdots, N_{p}$$
(32)

$$\boldsymbol{\omega}_{i}^{j} = \frac{\boldsymbol{\omega}_{i}^{j}}{\sum_{i}^{N_{p}} \boldsymbol{\omega}_{i}^{j}}$$
(33)

式中: d_{i-i}^{i} 表示运动平台 i 与临平台i' 粒子状态的相对距离; v_{d}^{2} 表示观测噪声参数的方差;**Z** 为观测量集合; $\boldsymbol{\omega}_{i}^{j}$ 表示平台 i 归一化后的每个粒子权重。

3 LMB 的随机组网过程

由于观测量分为运动目标平台与临近固定基站的绝 对观测、运动目标平台与临近平台相对观测融合两部分, 针对两种测量的组网进行处理,即对其相关参数分别进 行更新处理。其流程如图 3 所示。

3.1 关联权重的更新

$$\mathbf{Z} = \mathbf{Z}_{A-N} \cup \mathbf{Z}_{N-N} \tag{34}$$

式中:**Z**_{A-N} 表示运动目标平台与临近固定基站与之间的观 测数据;**Z**_{N-N} 表示运动目标平台与临近运动平台之间的观 测数据。则分别对两种量测数据进行关联权重的更新,首 先是运动目标平台与临近固定基站的关联权重的更新。

根据式 (3),LMB 协同组网的观测量为:



图 3 LMBBP 算法流程 Fig. 3 The flowchart of the LMBBP algorithm

$$\boldsymbol{U}_{A-N}^{(l)} = \sum_{j=1}^{N_p} \widetilde{\boldsymbol{\omega}}_{A-N}^{(l)j}$$
(36)

$$\omega_{A-N}^{(l)_{j}} = \frac{\omega_{A-N}}{U_{A-N}^{(l)}}$$
(37)

 $\beta_{A-N}^{(l,a_{k}^{l})} = r_{k|k-1}^{l} \times \eta^{(l,a_{k}^{l})} = r_{k}^{l} \times P_{D} \times U_{A-N}^{(l)} / \omega_{cul}$ (38) 式中: j 表示粒子; $Z_{A-N(1)}$ 表示运动目标平台与临近固定 基站观测量集合中的位置信息; $Z_{A-N(2)}$ 表示运动目标平 台与临近固定基站观测量集合中的方位信息; d_{A-N}^{l} 表示 进行时间更新后的标签为 l 的运动目标平台粒子状态与 固定基站的相对距离; θ_{A-N}^{l} 表示进行时间更新后的标签 为 l 的运动目标平台粒子状态与固定基站的相对方位; ω_{cul} 表示存在错误测量概率; 式 (37) 是将粒子权重进行 归一化处理。

同理,运动目标平台与临近运动平台之间的关联权 重的更新为:

$$\overline{\omega}_{N-N}^{(l)_{j}} = \omega_{p}^{(l)_{j}} \times \frac{1}{\sqrt{2\pi}v_{d}v_{\theta}} e^{-\frac{1}{2}\frac{||\mathbf{Z}_{N-N}(1) - d_{A-N}^{l}||^{2}}{v_{d}^{2}}} \times \frac{||\mathbf{Z}_{N-N}(2) - d_{N-N}^{l}||^{2}}{v_{\theta}^{2}}} \quad j = 1, 2, \cdots, N_{p}$$
(39)

 $-\frac{1}{2}$

$$\mathcal{O}_{N-N}^{(l)} = \sum_{i=1}^{N_p} \overline{\omega}_{N-N}^{(l)_j}$$
(40)

$$\boldsymbol{\omega}_{N-N}^{(l)_j} = \frac{\overline{\boldsymbol{\omega}}_{N-N}^{(l)_j}}{\mathbf{U}_{N-N}^{(l)}} \tag{41}$$

$$\boldsymbol{\beta}_{N-N}^{(l,\boldsymbol{a}_{k}^{l})} = \boldsymbol{r}_{k|k-1}^{l} \times \boldsymbol{\eta}^{(l,\boldsymbol{a}_{k}^{l})} = \boldsymbol{r}_{k}^{l} \times \boldsymbol{P}_{D} \times \boldsymbol{\mho}_{N-N}^{(l)} / \boldsymbol{\omega}_{cul} \quad (42)$$

式中: $Z_{N-N(1)}$ 表示运动目标平台与临近运动平台观测 量集合中的位置信息; $Z_{N-N(2)}$ 表示运动目标平台与临近 运动平台观测量集合中的方位信息; d_{N-N}^{l} 表示进行时 间更新后的标签为 l 的运动目标平台粒子状态与临近 运动平台的相对距离; θ_{N-N}^{l} 表示进行时间更新后的标 签为 l 的运动目标平台粒子状态与临近运动平台的相 对方位。

3.2 量测信息的融合

在对两种量测信息相关参数进行更新后,接下来就 进行量测信息的融合,即完成归一化权值和关联权重的 融合:

$$\hat{\omega}_{a_{k}}^{(l)_{j}} = \zeta_{A-N} \omega_{A-N}^{(l)_{j}} + \zeta_{N-N} \omega_{N-N}^{(l)_{j}} \quad j = 1, 2, \cdots, N_{P} \quad (43)$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(l,a_{k}^{l})} = \boldsymbol{\zeta}_{A-N} \boldsymbol{\beta}_{A-N}^{(l,a_{k}^{l})} + \boldsymbol{\zeta}_{N-N} \boldsymbol{\beta}_{N-N}^{(l,a_{k}^{l})}$$
(44)

式中: ζ_{A-N} 表示运动目标平台与临近固定基站权重所占 比例; ζ_{N-N} 运动目标平台与临近运动平台权重所占比例, ζ_{A-N} 和 ζ_{N-N} 均为常数,且满足 ζ_{A-N} + ζ_{N-N} =1。

3.3 置信传播过程

由于基于消息传递算法是从整体角度考虑的因子图 设计方法,兼顾计算复杂度和系统性能,对系统全局函数 进行合理的因子分解得到所需的系统因子图模型,引入 冗余关联向量,如图 4 所示,采用消息更新规则和消息调 度机制,进而获得导航平台整体最优或近优,因此基于因 子图的置信传播算法在快速计算数据的边缘关联概率方 面十分有效,因此本文采用基于置信传播的多运动平台 随机组网协同导航方法。





为了实现关联概率的快速边缘化,引入一个类似于 关联向量 a_k 的相关变量 b_k ,其包含元素 b_k^m , $m \in \{0,1, \dots, M_k\}$ 。当 $b_k^m = l \in \mathbb{L}_k^*$ 时,表明当前观测量 m 与运动平 台有关;当 $b_k^m = 0$ 时,表明当前观测量 m 没有关联的运动 平台。则根据式 (23),联合关联概率质量函数为:

$$p(\boldsymbol{a}_k, \boldsymbol{b}_k) \propto \boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{a}_k, \boldsymbol{b}_k) \prod_{l \in L_k^*} \hat{\boldsymbol{\beta}}_k^{(l, \boldsymbol{a}_k^l)}$$
(45)

$$\Psi(\boldsymbol{a}_{k},\boldsymbol{b}_{k}) = \prod_{l \in L_{k}^{*}} \prod_{m=1}^{M_{k}} \Psi_{l,m}(\boldsymbol{a}_{k}^{l},\boldsymbol{b}_{k}^{m})$$
(46)

当 $a_k^l = m, b_k^l \neq l$ 或者 $a_k^l \neq m, b_k^l = l,$ 参数 $\Psi(a_k^l, b_k^m) = 0$;否则 $\Psi(a_k^l, b_k^m) = 1$,表示运动平台与观测集合完成匹配。

则在引入冗余变量后 LMB 协同导航系统的消息传 递为:

$$\zeta_{k}^{l \to m} = \frac{\hat{\beta}_{k}^{(l,m)}}{\hat{\beta}_{k}^{(l,-1)} + \hat{\beta}_{k}^{(l,0)} + \sum_{\substack{m'=1\\ m'=1\\ m'=1}}^{M_{k}} \hat{\beta}_{k}^{(l,m')} V_{k}^{m' \to l}}$$
(47)

$$V_{k}^{m \to l} = \frac{1}{1 + \sum_{k' \to m} \zeta_{k}^{l' \to m}}$$
(48)

$$\hat{\beta}_{k}^{(l,-1)} = 1 - \hat{r}_{k}^{l} \tag{49}$$

$$\hat{\beta}_{k}^{(l,0)} = \hat{r}_{k}^{l} \times (1 - P_{D})$$
(50)

$$P_{ass}^{l} = P(\boldsymbol{a}_{k}^{l} = m) = \begin{cases} \hat{\boldsymbol{\beta}}_{k}^{(l,m)} / D_{k}^{l}, & m \in \{-1,0\} \\ \hat{\boldsymbol{\beta}}_{k}^{(l,m)} V_{k}^{m \to l} / D_{k}^{l}, & m \in \{1,\cdots,M_{k}\} \end{cases}$$
(51)

$$D_{k}^{l} = \hat{\beta}_{k}^{(l,-1)} + \hat{\beta}_{k}^{(l,0)} + \sum_{m'=1}^{M_{k}} \hat{\beta}_{k}^{(l,m')} V_{k}^{m' \to l}$$
(52)

$$P_{non}^{l} = P(b_{k}^{m} = 0) = \frac{1}{1 + \sum_{k} \zeta_{k}^{l \to m}}$$
(53)

式中: *P¹_{non}* 表示当前粒子状态对应的量测与运动平台无关联的概率。

3.4 量测更新

 $\hat{\hat{\omega}}^{(i)}$

在信息传递结束后,进行相关的量测更新,即对运动 平台的组网概率和空间概率密度函数进行更新:

$$\omega_{u}^{(l)_{j}} = \sum_{\substack{l \in \mathbf{L}_{k}^{*} \setminus \mathcal{L}(\mathbf{X}_{k}^{*}) \\ m = 0}}^{m_{k}} \hat{\beta}_{k}^{(l,m)} \times \hat{\omega}_{\mathbf{a}_{k}}^{(l)_{j}}, m \in \{0, 1, \cdots, M_{k}\} \quad (54)$$

$$^{(l)} = \frac{\omega_{u}^{(l)_{j}}}{\sum_{j} \omega_{u}^{(l)_{j}}}$$
(55)

$$\hat{\hat{r}}_{k} = \sum \hat{\beta}_{k}^{(l,m)}, m \in \{0, 1, \cdots, M_{k}\}$$
(56)

式中: $\omega_{u}^{(l)_{j}}$ 表示量测量与运动平台相关权重: $\hat{\omega}_{p}^{(l)}$ 表示更 新后的粒子权重; \hat{r}_{l} 表示存在概率或组网概率。

3.5 剪枝、重采样和状态估计

首先将运动平台更新的组网概率与设定的剪枝概率 进行比较,保留具有高组网概率的粒子。

$$l_k > P_{\text{prune}}$$
 (57)

其次是由于粒子滤波的退化现象,对更新后的粒子 状态进行重采样,保留权重大的粒子。最后对所有运动 平台进行状态更新。

$$x_{k}^{l} = \sum_{j=1}^{N_{p}} \hat{x}_{k(j)}^{l} \hat{\omega}_{p(j)}^{(l)}$$
(58)

式中: \hat{x}_{k}^{l} 表示经过状态预测、粒子筛选、剪枝干、重采样等操作的粒子状态。运动平台的状态空间分布 $s^{l}(x_{k}^{l}) = x_{k}^{l}$ 。

4 仿真实验

分别采用了仿真实验和物理实验来验证本文基于置 信传播的 LMBBP 方法。首先进行了仿真实验如下:为了 验证本文提出的 LMBBP 算法的有效性,利用 MATLAB 软件建立一款二维空间的仿真环境,其中有 2 个固定基 站与 10 个运动平台。

非参数置信传播算法(non-parametric belief propagation,NBP)将粒子滤波器扩展到一般的因子结构 的作为BP算法的逼近。由于粒子滤波器适用于非线性 非高斯系统的特性,本文提出的LMBBP也对运动平台状 态进行粒子化处理,因此将两种算法进行比较,其仿真结 果如下图 5~7图所示。通过图 5 可看出,本文提出算法 LMBBP相比于 NBP算法,其解算的轨迹更接近真实理 论轨迹,协同导航效果更优,导航精度更准确。图 6 和 7 给出了其中两个平台的轨迹误差的时序图,由图可知,本 文所提算法的位置误差能够有效收敛,导航精度更高。

同时为了评估 LMBBP 算法在不同条件下的有效性, 分别调整粒子个数和基站个数进行仿真实验。图 8 统计 了两种算法在 2 个基站和 4 个基站时运动平台的位置误 差统计均值。



图 5 真实理论轨迹、LMBBP 和 NBP 算法解算轨迹图 Fig. 5 The theoretical trajectories, LMBBP and NBP algorithms for solving trajectory



图 6 LMBBP、NBP 解算平台 1 的位置误差时序图 Fig. 6 The diagram of LMBBP and NBP solution of platform 1 position errors



同时为了评估 LMBBP 算法在不同条件下的有效性, 选择了4个基站并调整粒子个数进行相关的仿真实验,分 别选择了100~500个粒子进行分析,结果如图9所示。



由图 9 可以看出, NBP 算法在不同基站和不同粒子 数的解算结果性能较差;本文提出的 LMBBP 算法由于综 合利用了平台的观测量与其运动平台的匹配关系,建立 系统因子图模型,引入冗余关联向量,采用消息更新规则 和消息调度机制,因此基于因子图的置信传播算法受基 站个数和粒子个数的影响较小鲁棒性好,收敛性好,均方 根误差不高于 0.3 cm,精度高于 NBP 一个数量级。

5 物理实验

为验证本文所提出算法在实际应用中的效果,采用 多伦多大学航空航天研究所开发的一款二维多机器人协 同定位与建图(MR.CLAM)数据集^[22-23]来进行 LMBBP 算法的物理验证。该数据集中包含 15 个固定基站和 5 个移动机器人,实验设备如图 10 所示。



图 10 数据集实验环境与设备图 Fig. 10 The diagram of dataset experimental environment and equipment

217

每个机器人上搭载有单目视觉相机与里程仪,移动 中的机器人通过相机观察视距范围内的平台或者基站, 根据自身与基站携带的条形码进行编号的鉴定,记录与 临平台或者基站之间的距离信息与自身的姿态信息;里 程仪提供基于自身坐标系的线速度和角速度信息;实验 环境中 15 个固定位置的相机,坐标已知,相当于基站可 提供相对精确的机器人平台的位置信息。

将 LMBBP 算法对数据集进行处理后,得到的 5 个移 动平台的物理实验结果,如图 11 所示。物理环境中 5 个 运动平台分别用 LMBBP 算法和 NBP 算法解算的在 x、y





errors in *x*-axis and *y*-axis

方向位置误差。由图可知,本文所提 LMBBP 算法在实际 应用场景中更接近导航平台真实位置,导航精度高。

6 结 论

针对小型规模多运动平台协同,本文设计多运动平 台随机组网协同导航算法,用于解决导航过程中的多运 动平台状态与量测建模、导航平台与量测量数据匹配、多 量测信息融合3个问题。仿真与物理实验结果证明,本 文所提出的LMBBP 算法将多运动平台状态建模为随机 有限集合,利用了平台的观测量与其运动平台的匹配关 系,建立系统因子图模型,引入冗余关联向量,采用消息 更新规则和消息调度机制,能够大大减轻了计算复杂度, 并利用了运动目标平台与基站的绝对观测、运动目标平 台与临近运动平台相对观测这两种观测量融合,有效提 高系统鲁棒性,从而实现整个协同导航系统导航精度的 提高。

参考文献

- BALLERINI M, CABIBBO N, CANDELIER R, et al. Interaction ruling animal collective behavior depends on topological rather than metric distance: Evidence from a field study[J]. Proceedings of the National Academy of Sciences, 2008, 105(4): 1232-1237.
- [2] MARGARIA D, FALLETTI E. The local integrity approach for urban contexts: Definition and vehicular experimental assessment [J]. Sensors, 2016, 16(2): 154.
- [3] 陈红梅,王慧娟,张会娟,等.基于置信度传播的变分 自适应协同导航方法[J].仪器仪表学报,2021, 42(9):288-299.

CHEN H M, WANG H J, ZHANG H J, et al. A variational adaptive cooperative navigation method based on belief propagation [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021,42(9):288-299.

- [4] RONALD P S. Advances in statistical multisourcemultitarget information fusion[M]. Artech House, 2014.
- [5] VO B T, VO B N, CANTONI A. The cardinality balanced multi-target multi-bernoulli filter and its implementations [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(2):409-423.
- [6] VO B N, VO B T, PHAM N T, et al. Joint detection and estimation of multiple objects from image observations[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(10):5129-5141.
- [7] MEYER F, HLINKA O, HLAWATSCH F. Sigma point belief propagation [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2014, 21(2):145-149.
- [8] CARRILLO-ARCE L C, NERURKAR E D, GORDILLO
 J L, et al. Decentralized multi-robot cooperative localization using covariance intersection [C]. Intelligent
 Robots and Systems (IROS), 2013 IEEE/RSJ
 International Conference on IEEE, 2015.
- [9] CARRILLO-ARCE L C, NERURKAR E D, GORDILLO
 J L, et al. Decentralized multi-robot cooperative localization using covariance intersection [C]. Intelligent
 Robots and Systems (IROS), 2013 IEEE/RSJ
 International Conference on IEEE, 2015.
- [10] WANASINGHE T R, MANN G, GOSINE R G. Decentralized cooperative localization for heterogeneous multi-robot system using split covariance intersection

filter[C]. Computer & Robot Vision, IEEE, 2014:167-174.

- [11] DELLAERT F, SEITZ S M, THORPE C, et al. EM, MCMC, and chain flipping for structure from motion with unknown correspondence [J]. Machine Learning, 2003, 50: 45-71.
- [12] REUTER S, VO B T, VO B N, et al. The labeled multi-Bernoulli filter [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(12): 3246-3260.
- [13] MAHLER R, EBRARY I. Statistical multisourcemultitarget information fusion [M]. Artech House, Inc, 2007.
- [14] MULLANE J, VO B N, ADAMS M D, et al. A randomfinite-set approach to bayesian SLAM [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2011, 27(2):268-282.
- [15] KROPFREITER T, MEYER F, HLAWATSCH F. A fast labeled multi-Bernoulli filter using belief propagation [J].
 IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2019, 56(3): 2478-2488.
- [16] IHLER A T, FISHER III J W, MOSES R L, et al. Nonparametric belief propagation for self-calibration in sensor networks [C]. Proceedings of the 3rd International Symposium on Information Processing in Sensor Networks, 2004: 225-233.
- [17] VO B T, VO B N. A random finite set conjugate prior and application to multi-target tracking [C]. 2011 Seventh International Conference on Intelligent Sensors, Sensor Networks and Information Processing, IEEE, 2011: 431-436.
- [18] PUNCHIHEWA Y, VO B N, VO B T. A generalized labeled multi-Bernoulli filter for maneuvering targets [C]. Proc. FUSION-16, Heidelberg, Germany, 2016(Jul.): 980-986.
- [19] REUTER S, VO B T, VO B N, et al. The labeled multi-Bernoulli filter[J]. IEEE Trans. Signal Process, 2014, 62(12):3246-3260.
- [20] MEYER F, KROPFREITER T, WILLIAMS J L, et al. Message passing algorithms for scalable multitarget tracking[C]. Proc. IEEE, 2018,106(2):221-259.
- [21] WILLIAMS J, LAU R. Approximate evaluation of marginal association probabilities with belief propagation[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2014, 50(4): 2942-2959.

- [22] THRUN S. A probabilistic on-line mapping algorithm for teams of mobile robots [J]. The International Journal of Robotics Research, 2001, 20(5): 335-363.
- [23] LEUNG K Y, HALPERN Y, BARFOOT T D, et al. The UTIAS multi-robot cooperative localization and mapping dataset[J]. International Journal of Robotics Research, 2011, 30(8):969-974.

作者简介



陈红梅,1999年于武汉水利电力大学获 得学士学位,2007年于东南大学获得硕士学 位,2015年于东南大学获得博士学位,现为 河南工业大学副教授,主要研究方向为惯性 导航、卫星导航、视觉导航的组合导航、协同

导航智能算法与系统。

E-mail: chenhongmei_seu@ 163. com

Chen Hongmei received her B. Sc. degree from Wuhan University of Hydraulic and Electric Engineering in 1999, and received her M. Sc. degree and Ph. D. degree both from Southeast University in 2007 and 2015, respectively. She is currently an associate professor at Henan University of Technology. Her main research interests include inertial navigation, satellite navigation visual navigation, intelligent algorithms and systems for collaborative navigation and integrated navigation.



叶文(通信作者),2011年于洛阳理工 学院获学士学位,2014年于华北电力大学 (北京校部)获硕士学位,2018年于北京航 空航天大学获博士学位,现为中国计量科学 研究院副研究员,主要研究方向:惯性导航,

量子角速度计量,分布式惯性测量,惯性测试与计量技术。 E-mail: wenye@ buaa.edu.cn

Ye Wen (Corresponding author) received his B. Sc. degree from Luoyang Institute of Science and Technology in 2011, received his M. Sc. degree from North China Electric Power University in 2014, and received his Ph. D. degree from Beihang University in 2018. He is currently an associate professor at National Institute of Metrology, China. His main research includes inertial navigation, distributed inertial measurement, inertial test, and metrology.