

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2210495

圆光栅角度传感器偏心误差的分析与补偿*

宋宇飞¹,毛庆洲^{1,2},周昊¹,胡雪晴¹

(1. 武汉大学遥感信息工程学院 武汉 430079; 2. 武汉量子技术研究院 武汉 430061)

摘要: 偏心误差是圆光栅角度传感器测角误差的主要来源之一。通过推导偏心误差的表达式及其三角级数展开,提出了使用对径双读头可以测量偏心参数并补偿偏心误差,因此设计了利用改进的粒子群算法从双读头计数值中拟合得到偏心参数的流程和一种基于区间转换和两级查找表的现场可编程门阵列(FPGA)偏心误差实时补偿模块,使得在标定得到偏心参数后,在设备中仅使用单个读头就能实现与双读头几乎相同的测角精度,节省了成本。实验分析表明,对于实验中用到的单圈320 000计数值的编码器,在误差补偿前,单读头计数值与双读头计数均值之间最大相差109,即偏心误差最大可达 0.06° ,显著影响测角精度;而在误差补偿后,二者最大相差6,平均仅相差1.46,这验证了提出的误差补偿方法可以有效代替双读头的使用。

关键词: 圆光栅角度传感器;偏心误差;双读头法;偏心参数估计;FPGA误差补偿

中图分类号: TH741 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 460.4030

Analysis and compensation of the eccentricity error of circular grating angle sensors

Song Yufei¹, Mao Qingzhou^{1,2}, Zhou Hao¹, Hu Xueqing¹

(1. School of Remote Sensing and Information Engineering, Wuhan University, Wuhan 430079, China;
2. Wuhan Institute of Quantum Technology, Wuhan 430061, China)

Abstract: The eccentricity error is one of the main sources of circular grating angle sensors' measurement error. By deriving the expression of eccentricity error and its trigonometric series, it demonstrates that the eccentricity parameters can be measured and the eccentricity error can be compensated by using two reading heads in opposite direction. Therefore, a procedure to obtain the eccentricity parameters from two reading heads' counts data by the improved particle swarm optimism algorithm is raised and a real-time FPGA eccentricity error compensation module based on the interval transform and two-tier look-up table is designed, which makes it possible to use only a single reading head after eccentricity parameters have been obtained and achieve virtually the same accuracy as the two reading heads method. The experimental data show that, for the encoder of 320 000 pulses per race used in the experiment, the maximum difference between the counts of a single reading head and the mean counts of two reading heads is 109 before error compensation. Thus, the eccentricity error of a single reading head can be up to 0.06° , which has a non-negligible influence on angle measurement accuracy. After error compensation, the maximum difference between these two values is 6, and the average difference is only 1.46, which evaluates the effectiveness of the error compensation method proposed in this article.

Keywords: circular grating angle sensor; eccentricity error; two-reading-heads method; eccentricity parameter estimation; FPGA error compensation

0 引言

光电旋转编码器(简称编码器)等圆光栅角度传感

器是基于圆光栅叠栅条纹原理进行角位移测量的光电测量仪器^[1],在数控机床、航空航天、军事武器制导、公路巡检以及激光雷达等领域得到了广泛应用^[2]。其主要组成为光源、标尺圆光栅、指示圆光栅和光电转换读头(简称

读头)^[3]。当标尺圆光栅相对指示圆光栅转动时,由于干涉产生的叠栅条纹也会随之移动,读头检测固定点处叠栅条纹光强的变化并转换为电信号的变化,经信号处理后测得转动角度^[4]。此原始的电信号按正弦规律周期性变化,且一个正弦周期对应着一个角栅距的角位移^[5],而输出方波的编码器则是将其转换为了相同周期的方波信号后输出^[6]。

圆光栅角度传感器的测角误差包括偏心误差、轴系晃动误差、原始信号不理想引起的误差、内部信号处理系统产生的误差等^[7-8]。其中占主要地位的是偏心误差。偏心即因部件加工和系统装调过程的影响而导致的圆光栅的几何中心与转动中心不重合的现象^[9-10]。理论和实验均表明,即使是很小的偏心度也会对测角精度产生相当大的影响^[11-13],因而分析偏心误差并研究其补偿方法具有重要的实用价值。

罗长洲等^[12]和郭阳宽等^[14]的文章中利用相位的观点得到了偏心误差表达式;张求知等^[15]建立了近似的偏心误差模型,并通过该模型来补偿偏心误差;艾华等^[16]利用衍射光干涉原理提取高密度圆光栅的位移信息,以实现高密度圆光栅的偏心量测量;冯超鹏等^[17]利用列文伯格-马夸尔特(Levenberg-Marquardt, L-M)算法实现了偏心参数的辨识;更进一步,国内外甚至有利用更多读头的系统进一步增强偏心误差补偿效果的研究,如四读头系统^[18]。

本文首先建立了偏心误差的表达式。为了获得可用于偏心参数标定的简化表达式并分析偏心误差的数量级,本文推导了偏心误差的三角级数展开式,证明了二阶及以上的误差项可忽略不计,并可使用两个对径位置的读头估计偏心参数。基于此,本文提出了用改进的粒子群算法估计偏心参数的流程,并在现场可编程门阵列(field programmable gate array, FPGA)设计和实现了基于区间转换和两级查找表的偏心误差实时补偿模块,可在FPGA采集编码器计数值的同时实时补偿计数值的偏心误差。最后进行了误差补偿实验,验证了误差补偿模块的有效性,还验证了所得偏心参数在不同转速下均有效。利用本文提出的方法,可以在标定得到偏心参数后,后续在设备中仅使用一个读头,仍能实现与双读头基本相同的测角精度。

1 偏心误差分析

1.1 偏心误差表达式

首先推导偏心误差的一般表达式。记转动中心为 O_0 ,标尺圆光栅的几何中心为 O_1 ,指示圆光栅的几何中心为 O_2 。如图1所示,以 O_0 为坐标系原点,以未转动时 O_0O_1 为横轴正向建立坐标系。记标尺圆光栅偏心量大小为 $|O_0O_1| = \varepsilon$,指示圆光栅偏心量大小为 r ,偏心方向

为 α_1 ,则 O_2 坐标为 $(r\cos\alpha_1, r\sin\alpha_1)$ 。以通过 O_1 和 O_0 的标尺圆光栅的栅线为零角度参考栅线,则与此栅线夹角为 $\varphi \in [-\pi, \pi)$ 的栅线 N_1 的方程为:

$$\frac{y}{x - \varepsilon} = \tan \varphi \quad (1)$$

只需考虑旋转角度 $\theta \in [0, 2\pi)$ 的情况。转动后圆心 O_1 的坐标变为 $O'_1: (\varepsilon \cos\theta, \varepsilon \sin\theta)$,则栅线 N_1 的方程变为:

$$\frac{y - \varepsilon \sin\theta}{x - \varepsilon \cos\theta} = \tan(\varphi + \theta) \quad (2)$$

设读头位置与指示圆光栅的栅线圆心的距离为 R ,方向角为 α_2 ,则读头的坐标 (X_0, Y_0) 为:

$$\begin{cases} X_0 = r\cos\alpha_1 + R\cos\alpha_2 \\ Y_0 = r\sin\alpha_1 + R\sin\alpha_2 \end{cases} \quad (3)$$

设转动前读数点在标尺圆光栅的角度为 φ_1 的栅线上,则由式(1)和(3)有:

$$\frac{r\sin\alpha_1 + R\sin\alpha_2}{r\cos\alpha_1 + R\cos\alpha_2 - \varepsilon} = \tan\varphi_1 \quad (4)$$

设转轴转动 θ 之后,读数点在角度为 φ_2 的栅线上,则由式(2)和(3)有:

$$\frac{r\sin\alpha_1 + R\sin\alpha_2 - \varepsilon \sin\theta}{r\cos\alpha_1 + R\cos\alpha_2 - \varepsilon \cos\theta} = \tan(\varphi_2 + \theta) \quad (5)$$

因此由式(4)和(5)可得读头测量的转角为:

$$\theta_{\text{测}} = \arcsin \tan \left(\frac{r\sin\alpha_1 + R\sin\alpha_2}{r\cos\alpha_1 + R\cos\alpha_2 - \varepsilon} \right) - \arcsin \tan \left(\frac{r\sin\alpha_1 + R\sin\alpha_2 - \varepsilon \sin\theta}{r\cos\alpha_1 + R\cos\alpha_2 - \varepsilon \cos\theta} \right) + \theta \quad (6)$$

将测角的偏心误差记为 Δ ,于是由式(6)知:

$$\Delta = \arcsin \tan \left(\frac{Y_0}{X_0 - \varepsilon} \right) - \arcsin \tan \left(\frac{Y_0 - \varepsilon \sin\theta}{X_0 - \varepsilon \cos\theta} \right) \quad (7)$$

又记:

$$Z_0 = \sqrt{X_0^2 + Y_0^2}, \sin\theta_0 = \frac{Y_0}{Z_0}, \cos\theta_0 = \frac{X_0}{Z_0}$$

且定义 $K = \varepsilon/Z_0$ 为偏心度, θ_0 为读头位置角。由于满足 $\varepsilon, r \ll R$,因此 $K \approx \varepsilon/R, \theta_0 \approx \alpha_2$ 。 Δ 可简化为:

$$\Delta = \arcsin \tan \left(\frac{\sin\theta_0/K}{\cos\theta_0/K - 1} \right) -$$

$$\arcsin \tan \left(\frac{\sin\theta_0/K - \sin\theta}{\cos\theta_0/K - \cos\theta} \right) \quad (8)$$

1.2 偏心误差三角级数展开

式(8)形式较复杂,不适合用于偏心参数的标定以及误差补偿量的计算。为简化其形式,可以将其用三角级数展开。仅需考虑 Δ 中第2项,令 $A = \sin\theta_0/K, B = \cos\theta_0/K$,则 $A^2 + B^2 = 1/K^2 \gg 1$, Δ 中第2项则为:

$$f(\theta) = \arcsin \tan \left(\frac{\sin\theta - A}{\cos\theta - B} \right) \quad (9)$$

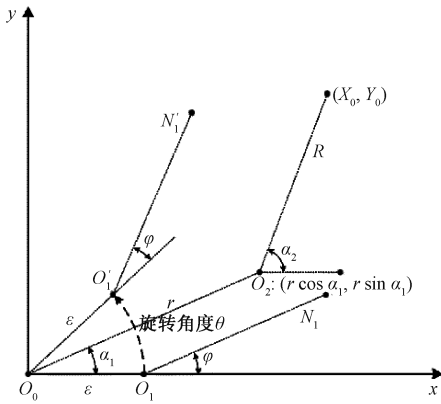


图1 坐标系的建立

Fig. 1 The establishment of the coordinate

按定义展开 $f(\theta)$:

$$f(\theta) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{m=1}^{\infty} (a_m \cos m\theta + b_m \sin m\theta) \quad (10)$$

利用分部积分并化简,得 $m > 0$ 时:

$$a_m = -\frac{1}{m\pi} \int_0^{2\pi} \frac{[1 - (A \sin\theta + B \cos\theta)] \sin m\theta}{A^2 + B^2 - 1 + 2[1 - (A \sin\theta + B \cos\theta)]} d\theta \quad (11)$$

令 $Z^2 = A^2 + B^2$, $\cos\alpha = A/Z$, $\sin\alpha = B/Z$, 且记:

$$g(\theta) = \frac{1}{Z^2 + 1 - 2Z \sin\theta} \quad (12)$$

代入式(11)后可化简得:

$$a_m = \frac{Z^2 - 1}{2m\pi} \int_0^{2\pi} g(\theta + \alpha) \cdot \sin m\theta d\theta \quad (13)$$

在复数域考虑此问题,作如下代换:

$$\sin\theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i} = \frac{z - \bar{z}}{2i}, \cos\theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2} = \frac{z + \bar{z}}{2} \quad (14)$$

代换后,将 $g(z)$ 配凑为如下部分分式展开:

$$g(z) = \frac{1}{Z^2 - 1} \left(-1 + \frac{1}{1 + iZ^{-1}z} + \frac{1}{1 - iZ^{-1}\bar{z}} \right) \quad (15)$$

将式(15)在收敛区域内展开为幂级数,经过配凑可得:

$$g(z) = \frac{1}{1 - Z^2} \times \left\{ 1 - \sum_{n=0}^{\infty} (-Z^{-2})^n \left[(z^{2n} + \bar{z}^{2n}) + \frac{(z^{2n+1} - \bar{z}^{2n+1})}{iZ} \right] \right\} \quad (16)$$

再作逆代换,所得结果再解析延拓到整个实轴,得:

$$g(\theta) = \frac{1}{1 - Z^2} \times \left\{ 1 - 2 \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n Z^{-2n} [\cos 2n\theta + Z^{-1} \sin(2n+1)\theta] \right\} \quad (17)$$

代入式(13)中,并交换求和与积分的顺序,整理后可得:

$$a_m = \frac{1}{m\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{2\pi} (-1)^n Z^{-2n} f_{n,m}(\theta) d\theta \quad (18)$$

$$f_{n,m}(\theta) = (\cos 2n\theta \cdot \cos 2n\alpha - \sin 2n\theta \cdot \sin 2n\alpha) \cdot \sin m\theta + Z^{-1} \sin(2n+1)\theta \cdot \cos(2n+1)\alpha \cdot \sin m\theta + Z^{-1} \cos(2n+1)\theta \cdot \sin(2n+1)\alpha \cdot \sin m\theta \quad (19)$$

由正余弦函数系的正交性计算式(18)可得:

$$a_{2n} = -\frac{(-Z^{-2})^n}{2n} \sin 2n\alpha, a_{2n+1} = \frac{(-Z^{-2})^n}{(2n+1)Z} \cos(2n+1)\alpha \quad (20)$$

同理可求得 b_{2n} 和 b_{2n+1} , 于是展开式(10)已求得。

再代入 $Z^2 = 1/K^2$ 且 $\alpha = 90^\circ - \theta$, 可得:

$$\Delta = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} K^{2n}}{2n} \sin \left[2n \left(\frac{\pi}{2} + \theta - \theta_0 \right) \right] - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n K^{2n+1}}{2n+1} \cos \left[(2n+1) \left(\frac{\pi}{2} + \theta - \theta_0 \right) \right] + C \quad (21)$$

代入边值条件 $\Delta(\theta = 0) = 0$ 并化简,得:

$$\Delta = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^n}{n} [\sin n(\theta - \theta_0) + \sin n\theta_0] \quad (22)$$

式(22)的各阶项均有简洁的形式,且第 n 阶项的系数为 K^n/n , 因此各阶项的递减程度很大。如取 $K = 0.01$, 由上式可得一阶项最大值为 1.146° , 二阶项最大值为 0.00573° , 而三阶项值则为 0.0000382° , 已经极小。

1.3 偏心误差的近似

对式(22)作近似。令:

$$S(\theta) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{K^n}{n} \sin n\theta, T(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\theta^n}{n}$$

Δ 中仅保留一阶项时,舍去的项为 $S(\theta - \theta_0) + S(\theta_0)$, 因:

$$S(\theta) < T(K) - K = \int_0^K T'(x) dx + T(0) - K =$$

$$\int_0^K \sum_{n=1}^{\infty} x^{n-1} dx - K = -\ln(1-K) - K$$

即 $S(\theta)$ 相对于 K 是高阶无穷小, 因此略去展开式(22)的二阶及以上的误差项是合理的, 可得偏心误差近似表达式如下:

$$\Delta(\theta, \theta_0, K) = K \sin(\theta - \theta_0) + K \sin \theta_0 \quad (23)$$

由式(23)可知, 偏心误差具有如下特征。

1) 是旋转角的周期为 2π 的正弦函数: 偏心度和读头位置角共同决定其偏置, 偏心度决定振幅, 读头位置角决定相位。

2) 偏心误差与偏心度成正比。

3) 偏心误差对测角精度的影响很大: 误差的绝对值最大为 $|\Delta|_{\max} = K(1 + |\sin\theta|) \leq 2K$, 与 K 在同一个量级, 此即一定偏心度下偏心误差大小的上限。

为了验证上述近似规律,取 θ_0 分别为 0.1π 、 0.2π 、 0.3π 、 0.4π 、 0.5π 且 $K \in [0.001, 0.02]$,计算当 $\theta \in (0, 2\pi]$ 时式(8)的最大值与 K 和 θ_0 的关系结果如图2所示。由图2可知在给定 θ_0 下, $|\Delta|$ 与偏心度 K 成正比,换算为弧度后,各条直线的实际斜率和预期斜率 $k = 1 + |\sin\theta_0|$ 之值如表1所示,二者基本相等,均与结论相符,从而验证了近似表达式(22)的有效性。

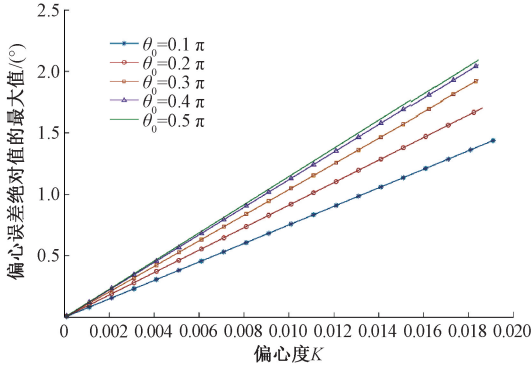


图2 偏心误差绝对值的最大值与偏心度的关系

Fig. 2 The relation between maximum absolute error and eccentricity ratio K

表1 图2中直线的预期斜率和实际斜率

Table 1 Expected slope and real slope of lines in figure 2

读头位置角 θ_0	预期直线斜率	实际直线斜率
0.1π	1.309	1.314
0.2π	1.588	1.595
0.3π	1.809	1.817
0.4π	1.951	1.956
0.5π	2.000	2.000

2 偏心参数估计

2.1 双读头法估计偏心参数的原理

设编码器对径位置安装两个读头,读头位置角分别为 θ_0 和 $\theta_0 + \pi$,由式(23)可知其测量值分别为:

$$\theta_1 = \theta + K\sin(\theta - \theta_0) + K\sin\theta_0 \quad (24)$$

$$\theta_{12} = \theta - K\sin(\theta - \theta_0) - K\sin\theta_0 \quad (25)$$

式中: θ 是转角真值。可见在采用上述近似时(被忽略的误差项不超过 K^2),二者的偏心误差大小相同而符号相反,因此将二者求和后取平均即可补偿偏心误差。

将以上两个读头的测量值作差,可得:

$$D(\theta) = \theta_1 - \theta_{12} = 2K\sin(\theta - \theta_0) + 2K\sin\theta_0 \quad (26)$$

由于双读头已补偿了偏心误差,因此将双读头读数

均值 $\bar{\theta} = (\theta_1 + \theta_{12})/2$ 作为转角真值,式(26)可改写为:

$$D(\theta) = 2K\sin(\bar{\theta} - \theta_0) + 2K\sin\theta_0 \quad (27)$$

因此采集对径双读头的计数值,求其均值及差值,可用一些参数估计的常用方法从式(27)中估计偏心参数。

2.2 逐次逼近法计算偏心误差补偿量

得到偏心参数后,便可对式(24)的单读头测量值进行补偿,应当减去的补偿量为:

$$\Delta = K\sin(\theta - \theta_0) + K\sin\theta_0 \quad (28)$$

然而因真值 θ 未知,无法直接计算式(28)。本文遂提出一种逐次逼近的方法计算此补偿量。

首先以此读头的测量值 θ_1 来代替 θ ,计算的补偿量为:

$$\Delta_1 = K\sin(\theta_1 - \theta_0) + K\sin\theta_0 \quad (29)$$

则式(28)与(29)之间的偏差为:

$$\begin{aligned} \Delta - \Delta_1 &= K[\sin(\theta - \theta_0) - \sin(\theta_1 - \theta_0)] = \\ &= -K\cos(\theta - \theta_0)\sin(\theta_1 - \theta) + 2K\sin(\theta - \theta_0)\sin^2\frac{\theta_1 - \theta}{2} \approx \\ &= -K(\theta_1 - \theta)\cos(\theta - \theta_0) + \frac{K}{2}(\theta_1 - \theta)^2\sin(\theta - \theta_0) < \\ &= K|\theta_1 - \theta| + \frac{K}{2}|\theta_1 - \theta|^2 < (K + K^2)|\theta_1 - \theta| \end{aligned}$$

补偿后的角度值为 $\theta_2 = \theta_1 - \Delta_1 = \theta + (\Delta - \Delta_1)$,可知:

$$\theta_2 - \theta = \Delta - \Delta_1 < (K + K^2)|\theta_1 - \theta| < 2K^2 + 2K^3$$

第2次计算时再以 θ_2 为真值,然后代入式(28)中计算得到 Δ_2 。不难证明,经过 k 次迭代后,有:

$$\begin{aligned} \theta_{k+1} - \theta &= \theta_1 - \Delta_k - \theta = \Delta - \Delta_k < \\ (K + K^2)|\theta_k - \theta| &< \dots < (K + K^2)^k|\theta_1 - \theta| \end{aligned}$$

因 $K + K^2 \ll 1$,因此 θ_k 以快于指数的速度收敛于 θ 。这就证明了此迭代法可以很高效地计算式(28)。由于偏心度很小,实际中仅两次迭代后 $\theta_3 - \theta$ 便已极小。

考虑到第1次迭代后便有 $\theta_2 - \theta \leq 2K^2$,而将双读头读数视为真值时略去项的大小也不超过 K^2 ,因此只计算一次也可满足需求,即利用式(29)计算补偿量,实现的效果已与双读头法相同。

2.3 基于改进的粒子群(PSO)算法的偏心参数估计

1) 粒子群算法原理

利用式(27)求解偏心参数本质上是个参数最优估计的问题。本文将使用粒子群算法,从采集到的编码器对径双读头数据中估计得到参数对 $\{K, \theta_0\}$ 。

粒子群算法于1995年由Eberhart和Kennedy提出,其基本原理是从随机的初值解出发,通过迭代寻找最优解,通过适应度函数评价解的优劣,而通过追随当前搜索到的最优值来寻找全局最优,从而实现参数估计。具有实现容易、精度高、收敛快等优点^[19]。

算法的搜索空间的维度即为待求解参数的个数 D 。

在搜索空间中初始化 N 个粒子的坐标和速度:

$$\mathbf{X}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD}), i = 1, 2, \dots, N \quad (30)$$

$$\mathbf{V}_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iD}), i = 1, 2, \dots, N \quad (31)$$

对于每个粒子,每次迭代时会计算其个体最优位置

\mathbf{Pbest}_i ,同时得到所有粒子的群体最优位置 \mathbf{Gbest}_i 。再按照式(32)更新速度值。

$$\mathbf{V}_i(T+1) = \mathbf{V}_i(T) + c_1 r_1 [\mathbf{Pbest}_i(T) - \mathbf{X}_i(T)] + c_2 r_2 [\mathbf{Gbest}_i(T) - \mathbf{X}_i(T)] \quad (32)$$

式中: c_1 和 c_2 分别为向个体最优位置和群体最优位置学习的学习率;而 r_1 和 r_2 是(0,1)之间的随机因子; T 是已迭代次数。粒子的位置则更新为:

$$\mathbf{X}_i(T+1) = \mathbf{X}_i(T) + \mathbf{V}_i(T) \quad (33)$$

每次迭代会不断更新粒子的位置,当迭代次数达到 T_{\max} 时,就输出群体最优位置作为参数估计的结果。

2) 改进的粒子群优化算法

为了平衡在参数的全局搜索能力和局部搜索能力,获得更好的参数优化效果,现在更新速度值时加入一个线性递减权值 ω_T , 即式(32)修改为:

$$\mathbf{V}_i(T+1) = \omega_T \mathbf{V}_i(T) + c_1 r_1 [\mathbf{Pbest}_i(T) - \mathbf{X}_i(T)] + c_2 r_2 [\mathbf{Gbest}_i(T) - \mathbf{X}_i(T)] \quad (34)$$

其中线性递减权值:

$$\omega_T = \omega_{\max} - \frac{T}{T_{\max}} (\omega_{\max} - \omega_{\min}) \quad (35)$$

式中: T 为当前迭代次数; $[\omega_{\min}, \omega_{\max}]$ 为权值的取值范围。

3) 算法的实现流程

算法的实现流程可总结为3个步骤。

(1) 参数设置,包括种群大小 N , 学习因子 c_1 和 c_2 , 最大迭代次数 T_{\max} , 线性递减权值的范围 $[\omega_{\min}, \omega_{\max}]$ 等,需根据具体问题分别设置合适的值。

(2) 速度和位置向量的初始化。从而得到初始时的个体最优位置和群体最优位置。采用取随机值的方式完成该过程,但是需要限定一个取值范围,其中位置范围即待求参数的搜索区间。对于本文的问题而言, K 的范围设定为(0,0.1], θ_0 为 $[0, 2\pi)$ 。

(3) 迭代计算的过程。在迭代过程中可能出现速度或位置的更新值超过设定范围的问题,本文采用直接截断为最大值或最小值的方式处理此问题。

本文适应度函数设置为:

$$F = \sum_{m=1}^M [D_m(\theta) - 2K\sin(\bar{\theta}_m - \theta_0) - 2K\sin\theta_0]^2 \quad (36)$$

式中: $D_m(\theta)$ 是测量的第 m 个点对应的双读头测角差

值; $\bar{\theta}_m$ 是第 m 个点对应的双读头测角均值。优化的目标是使得 F 最小。

3 FPGA 偏心误差补偿

3.1 功能需求

得到偏心参数后,便可在实际应用中仅使用一个读头,而利用式(29)对测量值进行补偿,实现与双读头等价的测量效果,节省了成本。本文实验部分用到的激光雷达扫描仪(简称扫描仪)利用FPGA实现测距值的实时解算和编码器脉冲计数等功能,因此若能在FPGA中实现式(29)的计算,则可在编码器计数值记录的同时完成偏心误差的补偿。

此扫描仪中使用的编码器单圈计数值为320 000,则脉冲计数值为 n 时对应的角度测量值为:

$$\theta = \frac{2\pi}{320\,000} n \quad (37)$$

由式(29)可知,此偏心补偿模块需实现的功能为输入0~320 000脉冲计数 n , 计算如下正弦值:

$$K\sin\left[\frac{2\pi}{320\,000}(n - N_0)\right] + C \quad (38)$$

式中: $C = K\sin\theta_0$, 而 N_0 为由 θ_0 折算的计数值偏置。

FPGA 不擅长浮点数运算和除法运算,且不适合实现迭代算法。目前主流的FPGA三角函数计算方法大都基于坐标旋转数字计算方法(coordinate rotation digital computer, CORDIC),优点是不需要数字信号处理器资源(digital signal processor, DSP),缺点则是当要求精度高时,需要的旋转操作数量很多。考虑到本文所用扫描仪设计的最大激光触发频率为2 MHz,即每秒最多输出 2×10^6 个编码器计数值,且FPGA上有一定的DSP资源可以利用,综合对算法速度和占用资源的考虑,以及本问题的自身特点,本文提出并设计了一种基于无符号整数运算+区间转换+两级查找表的FPGA偏心误差补偿模块。

3.2 模块设计

算法的实现思路如图3所示。

1) 偏置处理、区间折叠和异名函数变换

(1) 偏置处理,输入的0~320 000的计数值 N_1 首先需要减去由 θ_0 折算而来的计数值偏置 N_0 。为了不进行有符号数运算,需要比较二者的大小,得到一个标志位 sign_flag ,然后用二者中的大数减去小数,得计数值 N_2 。

(2) 区间折叠,根据 N_2 的大小确定其所在象限quadrant,并利用三角诱导公式转换为一个位于第1象限的计数值 N_3 ,此后各步运算的中间结果均为正数。

(3) 异名函数变换,将 N_3 与40 000作比较,并将 N_3

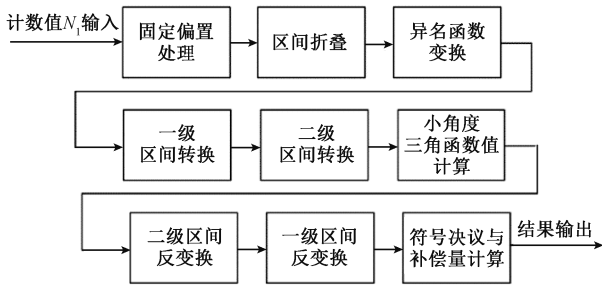


图 3 FPGA 算法的设计

Fig. 3 The design of the FPGA algorithm

转换为 0~40 000 计数值。通过步骤(1)~(3)处理,0~320 000 的计数值转换为位于 0~40 000 的计数值。

后续将利用这 3 次比较的结果确定输出的符号位以及输出正弦值还是余弦值。

2) 两级区间转换和查找表的建立

将 0~40 000 以 $2^{13} = 8 192$ 的整数倍为左边界划分为 5 个一级子区间,每个区间左边界对应的正弦值和余弦值作为常数记录在一级查找表中。记录计数值 N_3 所在的一级区间,并通过求余运算将 N_3 转换为 0~8 192 内的计数值 N_4 。重复此过程,再将 0~8 192 按 1 024 划分为 8 个二级区间,则 N_4 进一步转换为 0~1 024 内的 N_5 。

FPGA 中两级区间转换通过位操作来实现。如图 4 所示, N_3 为 16 位二进制数,则 $N_3[15:13]$ 就是其所所在一级区间的地址, $N_3[12:10]$ 为二级区间的地址,最低 10 位 $N_3[9:0]$ 即为其经过两级区间转换后的计数值 N_5 。后续区间反转换步骤中,直接利用 $N_3[15:13]$ 和 $N_3[12:10]$ 作为两级查找地址,获得区间左边界的三角函数值。

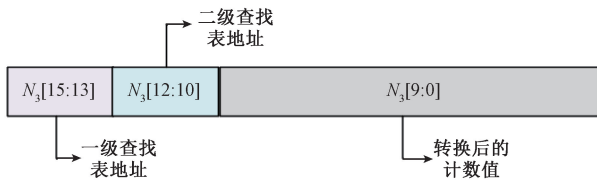


图 4 两级区间转换

Fig. 4 Two-tier interval transform

3) 小角度三角函数值计算

此时计数值已经转换至 0~1 024 的范围,对应的角度区间为 $[0, 1.152^\circ)$ 。对于在这样一个小区间内的正弦值和余弦值,可以使用多项式逼近来近似计算。

4) 两级区间反转换

得到上述小角度的正余弦值后,利用查找表中的区间左边界对应的三角函数值,通过两角和的三角函数公式进行乘法和加法运算,将 N_5 对应的三角函数值通过两次区间反转换变回 N_3 对应的三角函数值。

5) 符号决议与补偿量计算

利用 sign_flag、quadrant 等信号的值,确定最终输出的是正弦值还是余弦值,及其正负符号。所得结果与整数化的 K 相乘并加上 C ,便得到了计数值补偿量。

3.3 模块实现

为实现图 3 的 FPGA 算法,有几个关键问题需要考虑,包括小角度三角函数值的计算、运算的整数化、中间运算结果的舍入和截位等。

1) 小角度三角函数值的计算

在小区间上用多项式拟合 $\sin x$ 和 $\cos x$ 通常可取泰勒展开的前几项。但存在的问题是,若取到前两项,则正弦值的计算中包括一个三次方运算,会导致中间运算过程的位宽太大;而若仅取第 1 项,则精度又不太足够。因此需考虑其他形式的多项式逼近。综合考虑计算精度和计算复杂度这两个因素,希望用低于三次的两项多项式逼近 $[0, 1.152^\circ)$ 的正余弦值,且在 0 处不存在计算误差。因此,使用下式来进行逼近:

$$\sin x = a_1x - a_2x^2 + o(x^2), \cos x = 1 - a_3x^2 + o(x^2) \quad (39)$$

利用连续形式的最小二乘法可求出上式在 $[0, 1.152^\circ)$ 的最佳逼近系数,得 $a_1 = 1.00 003 046, a_2 = 0.00 436 324, a_3 = 0.49 997 824$ 。为了说明该逼近式的优越性,下面对几种不同的近似方式作对比。对于正弦函数,分别取以下 3 种近似:

$$\textcircled{1} \sin x \approx x - \frac{x^3}{3!}; \textcircled{2} \sin x \approx x; \textcircled{3} \sin x \approx a_1x - a_2x^2 \quad (40)$$

而对余弦函数,则分别取以下两种近似:

$$\textcircled{1} \cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2!}; \textcircled{2} \cos x \approx 1 - a_3x^2 \quad (41)$$

分别作出这 5 种近似在 $[0, 1.152^\circ)$ 的计算误差,如图 5 和 6 所示。可知对于正弦函数而言,近似式③的精度远好于②,并且在此区间上计算误差分布也较为均匀,相对于近似式①而言损失的精度较小。对于余弦函数而言,近似式②的计算误差也比①要小得多,且在区间上的误差分布也更均匀。因此,综合考虑计算精度、误差分布的均匀性和计算复杂度这 3 个因素,正弦函数应选择其近似式③,而余弦函数取其近似式②。

2) 运算的整数化

本文算法均使用无符号整数加减和乘法运算。对于小数常数,通过乘以 2^N 并四舍五入化为二进制整数再进行运算, N 的值须根据不同常数的大小确定。例如在小角度三角函数计算子模块中,利用 N_5 计算正弦值和余弦值的原理如下:

$$\sin x = a_1 \cdot \frac{2\pi N_5}{320 000} - \left(\frac{2\pi \sqrt{a_2} N_5}{320 000} \right)^2 = A_1 N_5 - (A_2 N_5)^2 \quad (42)$$

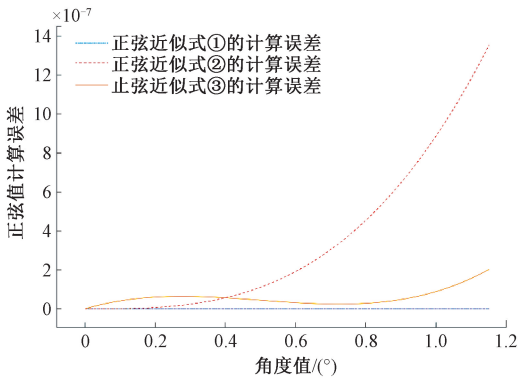


图5 三种正弦函数近似的计算误差

Fig. 5 Calculation error of three different polynomial approximations for sine function

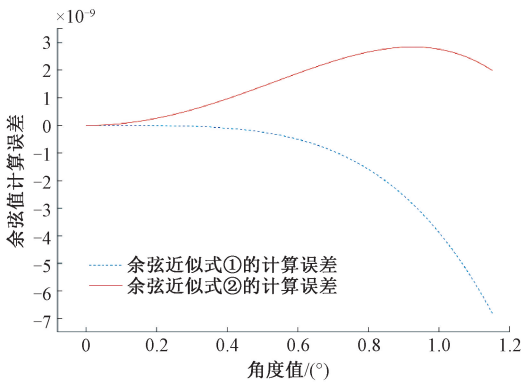


图6 两种余弦函数近似的计算误差

Fig. 6 Calculation error of two different polynomial approximations for cosine function

$$\cos x = 1 - \left(\frac{2\pi \sqrt{a_3} N_5}{320\,000} \right)^2 = 1 - (A_3 N_5)^2 \quad (43)$$

通过将上式的系数乘以 2^N 转换为整数,上式可用整数乘法和整数加法完成计算。计算结果已经放大了 2^N 倍,而 N 的大小需要根据设定的计算位宽决定。

两级查找表中的边界三角函数值便是通过乘以 2^{24} 并四舍五入的方式化为 24 位整数存储于查找表中。其余非整数也通过这种方式进行转换。在此模式下,进行加法的两个数需要通过移位对齐为相同的放大倍数,而乘法运算的结果的放大倍数为二者放大倍数的积。

3) 中间运算结果的舍入和截位

为了减少资源占用,当需要进行两个大位宽数的加法或乘法时,将其拆分为两个数的高位和低位分别进行的多次运算,分时复用 DSP 资源,中间步骤保留运算结果的一定位数,并根据低位部分的运算结果决定是否进位。这样做比先截位再运算的精度要高,也比对两个数不做处理直接运算占用的资源更小。

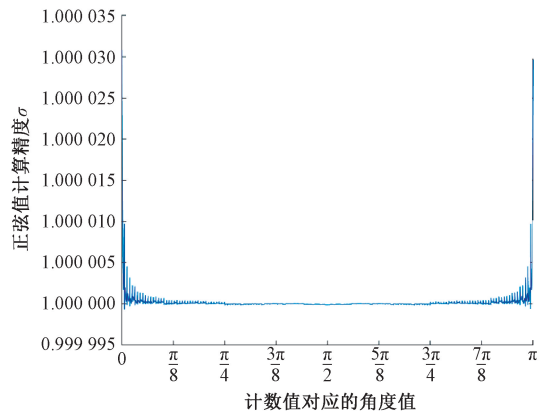
4) 整体结构

图3的模块设计可以通过流水线的设计结构提高模块的吞吐率,但是考虑到节约资源的目的,模块未使用流水线的结构。

3.4 模块仿真

在 Quartus II 中,对设计的模块进行了综合,并在 Modelsim 中进行了功能仿真。综合结果表明,模块共使用了 13 个 DSP 资源,1 010 个寄存器资源,得到一个运算结果需要 25 个时钟周期。对比其他实现三角函数计算的模块设计而言,资源占用相对较低,且运算速度较快,完全满足本文设计需求。

通过设置 $N_0 = 0, K = 1$, 模块可用于计算正弦值。模块的输出为正弦值乘以 2^{32} 并四舍五入后的 32 位二进制整数。编写 Testbench, 以 5 为间隔向模块输入 0 ~ 160 000 的整数值,并记录 Modelsim 仿真输出,与预期的结果比较,可得到本模块的正弦值计算误差 $\epsilon = |\text{FPGA 计算值} \times 2^{-32} - \text{真实值}|$,从而验证此模块的计算精度 $\sigma = \frac{\text{FPGA 计算值} \times 2^{-32}}{\text{真实值}}$ 。计算精度的曲线如图7所示,可以得到计算误差 ϵ 的均值为 4.146×10^{-8} ,而 σ 的均值则为 1.000 000 210 7,即实现了很高的计算精度。

图7 仿真计算精度 σ Fig. 7 Simulated calculation accuracy σ

4 实验验证

通过对扫描仪中单圈 320 000 计数值的编码器进行双读头计数值的采集和偏心误差补偿实验,验证本文提出的单读头偏心误差补偿方法的可行性,以及实现的 FPGA 实时误差补偿模块的有效性。

4.1 数据采集

首先采集编码器对径双读头的原始数据。扫描仪中使用的 Celera 的编码器输出 A、B、Z 三相方波信号,其中 A 相和 B 相方波的相位相差 90° ,可用于旋转方向鉴别,Z 相为单圈的零点信号。A 相和 B 相每秒均输出 80 000

脉冲,通过对 A 相和 B 相脉冲的上升沿和下降沿均计数,可获得四分频的效果,即单圈计数为 320 000。在编码器的对径处安装两个读头,设置电机转速为 40 r/s,通过 FPGA 等时间间隔地对两个读头的输入脉冲进行计数,并上传计数值至上位机中。

选取采集的数据中的完整的前 10 圈计数值变化数据,得到双读头计数差随时间变化的曲线,如图 8 所示。可以看出,由于编码器匀速旋转,双读头计数差值随时间(即点序号)按正弦规律变化,符合预期;10 周期数据的计数差最大值和最小值如表 2 所示,从表 2 可以看出,多圈数据之间的重复性较好,与理论预期计数差周期性变化相符。双读头计数差最大值在 65,最小值在 -109,对应的偏心误差最大为 0.06° ,此大小的角度误差不可忽视。

偏心误差理论解释。此现象产生的原因是,除了偏心误差外,其他的因素也可能造成双读头计数值不一致,包括转轴的随机晃动误差、编码器内部角度细分产生的细分误差等等,其中一些因素是随机的。电机转速不稳定,导致真实转角与时间非严格线性关系,也会导致计数差随时间变化的曲线偏离标准正弦波。只是当偏心存在时,偏心误差为编码器主要的测角误差来源。而本文并未计入这些其他因素的影响。

4.2 偏心参数的估计

利用第 1 圈的双读头数据进行偏心参数的估计。第 1 圈共采集了 13 072 对计数值,分别计算读数均值与读数差值,得到曲线如图 9 所示。图 9 中计数差随计数均值正弦变化,也与理论预期相一致。

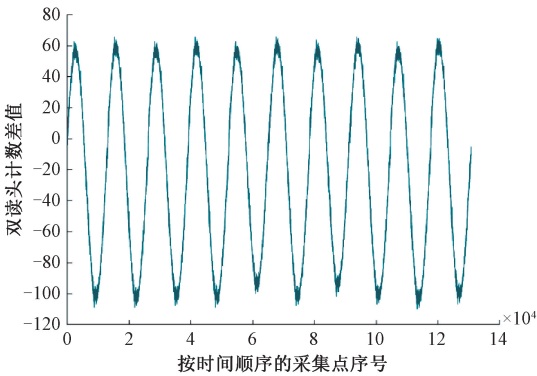


图 8 双读头计数差随时间变化的曲线

Fig. 8 Count difference between the two reading heads

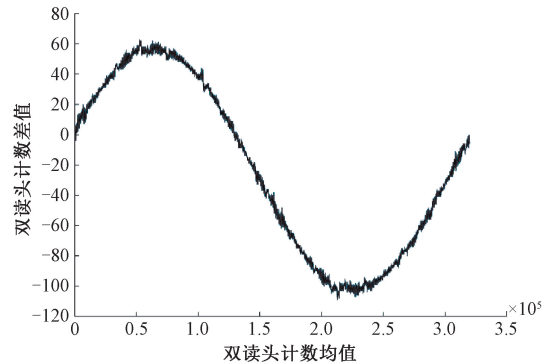


图 9 双读头计数差随计数均值变化的曲线

Fig. 9 Relation between count difference and count average of the two reading heads

表 2 10 周期的双读头读数差数据的最大值和最小值

Table 2 The maximum and minimum value of the count differences between the two reading heads in ten periods

周期序号	双读头计数差 最大值	双读头计数差 最小值
1	63	-109
2	66	-109
3	63	-108
4	66	-109
5	63	-100
6	65	-108
7	64	-102
8	66	-107
9	63	-110
10	65	-107

每 5 个点选取一个点,将其对应的计数均值和计数差值转换为弧度,并按 2.3 节流程进行偏心参数的估计。经过一些尝试,本文选择的参数设置如下:学习因子设为 $c_1 = c_2 = 2$;粒子数为 $N = 100$,最大迭代次数为 $T_{\max} = 200$; K 的搜索范围为 $(0, 0.1]$, θ_0 的搜索范围为 $[0, 2\pi)$;线性递减权值的取值范围为 $[0.4, 0.9]$ 。

迭代过程如图 10 所示。由图 10 可知,当迭代次数大于 60 次时,群体最佳适应度基本上不再变化。

得到的拟合值为 $K = 0.0007834$, $\theta_0 = 5.99424$ 。利用拟合得到的参数,可以得到第一个周期的数据的拟合残差 σ ,如图 11 所示。 σ 的最大值 $\max(\sigma) = 1.93 \times 10^{-4}$,均值为 $\text{mean}(\sigma) = -1.1 \times 10^{-7}$,而 $\text{mean}(|\sigma|) = 3.72 \times 10^{-5}$ 。

现将得到的参数应用于其余 9 个周期,并求出每个周期的拟合残差的最大值 $\max(\sigma)$ 和绝对值的均值 $\text{mean}(|\sigma|)$,结果如图 12 和 13 所示。二者的变化趋势非常一致,且每个周期的数据均在同一数量级,验证了上述参数对其他周期数据的有效性。

其他周期数据的平均残差均大于第 1 个周期,引起双读头计数值不一致的原因除偏心误差以外还包括其他

然而一个明显的现象是,图 8 中第 5 个周期和第 7 个周期与其他周期的最小值的偏差较大,这无法用

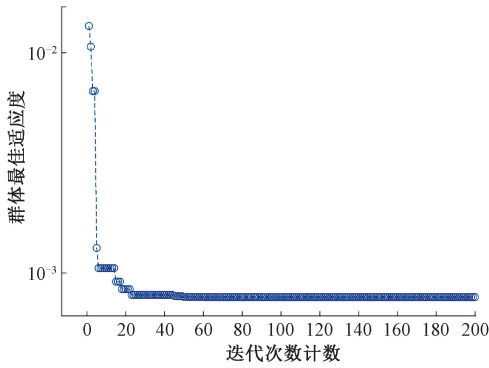


图 10 每次迭代计算的最佳群体适应度
Fig. 10 Best group fitness value per iteration

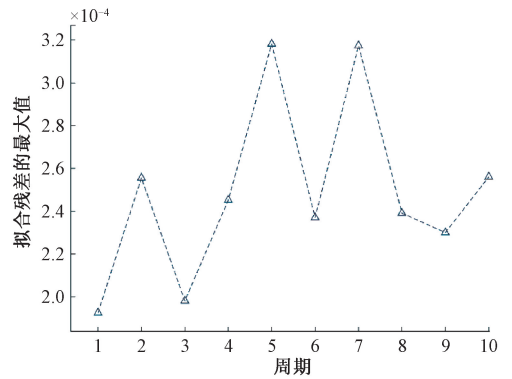


图 13 10 周期数据拟合残差的最大值
Fig. 13 Maximum value of residual for ten periods

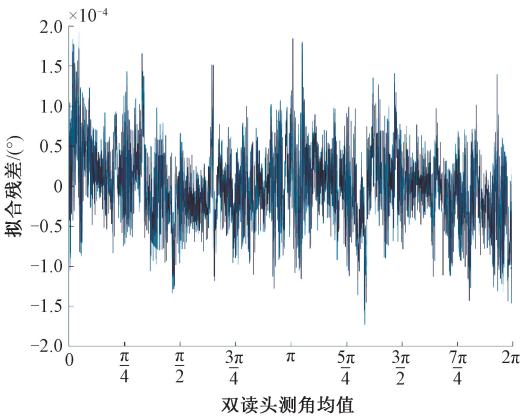


图 11 第 1 个周期数据的拟合残差
Fig. 11 Residual for the first period fitted data

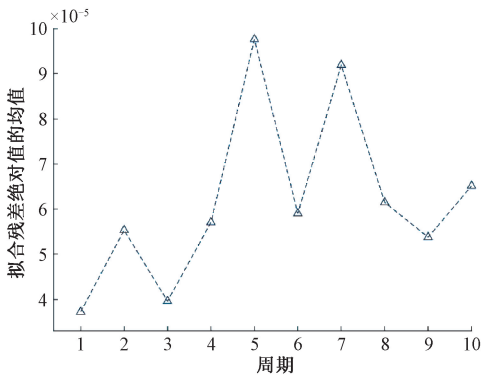


图 12 10 周期数据拟合残差的绝对值的均值
Fig. 12 Mean value of absolute residual for ten periods

因素,这些因素并非是周期性的,如轴系晃动等随机因素,而本文的方法未处理这些误差因素。

4.3 FPGA 偏心误差补偿模块的验证

为验证设计的 FPGA 误差补偿模块的有效性,将 10

圈数据的单读头计数值作为模块的输入,利用模块输出补偿单读头计数,然后与双读头计数均值比对,得二者的绝对差值:

$$D = | \text{双读头计数均值} - \text{FPGA 补偿后的单读头计数值} |$$

D 随双读头计数均值变化的散点图如图 14 所示, D 的最大值为 6,平均值为 1.46。造成 D 非零的主要因素有其他的编码器测角误差来源;计算过程中的舍入和取整,尤其是最后一步的取整。由于平均偏差仅有 1.46,可知补偿后的单读头计数值与双读头计数均值基本相同,由此验证了本文提出的方法可以实现与双读头法几乎相同的测角精度。

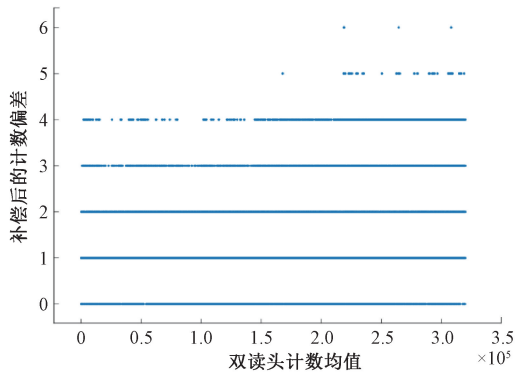


图 14 FPGA 计数值补偿的偏差
Fig. 14 Error of FPGA count compensation

4.4 不同转速下偏心参数的有效性

前面所用的双读头数据是在转速为 40 r/s 的条件下得到。由于轴系晃动等因素与系统转速密切相关,因此将采集不同转速下的双读头数据,并用前面得到的偏心参数进行读数差曲线的拟合,验证偏心参数是否在不同转速下均有效。

依次在 15、20、30 和 50 r/s 的转速下分别采集 5 圈的计数值,计算拟合残差绝对值的均值,结果如表 3 所

示。由表 3 结果可知,对于不同的转速,拟合的效果基本一致,均值都在同一数量级。即拟合得到的偏心参数在不同转速情形下均有良好的适用性。

表 3 不同转速下的拟合残差绝对值的均值
Table 3 Mean values for absolute residual under different rotation speed

转速/(r·s ⁻¹)	拟合残差绝对值的均值
15	7.24×10 ⁻⁵
20	6.51×10 ⁻⁵
30	8.47×10 ⁻⁵
40	6.02×10 ⁻⁵
50	8.95×10 ⁻⁵

5 结 论

本文对圆光栅角度传感器的偏心误差进行了理论分析和误差补偿研究。由于偏心误差对测角精度影响较大,而且难以避免,因此其误差分析和补偿的研究具有重要意义。通过推导偏心误差的理论表达式并展开为系数简单的三角级数,可以分析每阶误差项的数量级及其对测角精度的影响。理论分析表明,通常仅考虑一阶误差项即可,极少数情况也可计入二阶项。偏心参数的标定中可利用正多面棱镜和准直仪等高精度设备获取转角真值,也可以简便地使用本文提出的对径双读头法,此时双读头测角均值被视为转角真值。利用得到的偏心参数,本文设计了在 FPGA 中进行实时计数值偏心误差补偿的模块,并通过实验数据验证了其可有效补偿偏心误差。下一步,可继续优化误差补偿模块的设计,提高其计算精度并减小资源占用量。

参考文献

[1] 贾兴丹, 万秋华, 赵长海, 等. 光电编码器测速方法现状与展望 [J]. 仪表技术与传感器, 2018 (3): 102-107.
JIA X D, WAN Q H, ZHAO CH H, et al. Status and prospect of velocity measurement method with optical encoder [J]. Instrument Technique and Sensor, 2018(3): 102-107.

[2] 于海, 万秋华, 赵长海, 等. 基于后验误差拟合的角位移测量误差补偿 [J]. 光学 精密工程, 2019, 27(1): 51-57.
YU H, WAN Q H, ZHAO CH H, et al. Error compensation of angular displacement measurement based on posteriori error fitting [J]. Optics and Precision Engineering, 2019, 27 (1): 51-57.

[3] 赵长海, 万秋华, 梁立辉, 等. 小型高精度航天级光电编码器 [J]. 电子测量与仪器学报, 2015, 29(8): 1224-1230.
ZHAO CH H, WAN Q H, LIANG L H, et al. The small high-precision spaceborne photoelectric encoder [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2015, 29(8): 1224-1230.

[4] 朱帆, 吴易明, 刘长春. 四读头法消除码盘偏心和振动对叠栅条纹相位测量的影响 [J]. 光学学报, 2011, 31(4): 146-152.
ZHU F, WU Y M, LIU CH CH. Eliminating influence of grating encoder' s eccentricity and vibration to Moiré fringes signal by four reading heads [J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(4): 146-152.

[5] 刘春霞, 张成元, 杨卫卫, 等. 编码器光电信号参数变化对莫尔条纹质量的影响 [J]. 黑龙江大学自然科学学报, 2009, 26(4): 546-550.
LIU CH X, ZHANG CH Y, YANG W W, et al. The Influence on the Moiré fringe quality with the change from the optic-electro signals of the encoder [J]. Journal of Natural Science of Heilongjiang University, 2009, 26(4): 546-550.

[6] 高旭, 李俊峰, 张淑梅, 等. 莫尔条纹光电信号细分误差的实时补偿 [J]. 红外与激光工程, 2013, 42(11): 3013-3018.
GAO X, LI J F, ZHANG SH M, et al. Real-time compensation of subdivision error for Moiré fringe photoelectric signal [J]. Infrared and Laser Engineering, 2013, 42(11): 3013-3018.

[7] 白冰, 朱维斌, 黄垚, 等. 偏心偏斜对转台圆光栅莫尔信号的影响研究 [J]. 电子测量与仪器学报, 2022, 36(1): 1-10.
BAI B, ZHU W B, HUANG Y, et al. Research on the effect of eccentricity and inclination on the Moiré signal of turntable [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2022, 36(1): 1-10.

[8] 于连栋, 鲍文慧, 赵会宁, 等. 新型圆光栅测角误差补偿方法及其应用 [J]. 光学 精密工程, 2019, 27 (8): 1719-1726.
YU L D, BAO W H, ZHAO H N, et al. Application and novel angle measurement error compensation method for circular gratings [J]. Optical Precision Engineering, 2019, 27(8): 1719-1726.

[9] 刘兵, 卢歆. 高精度编码器细分误差修正方法的研究 [J]. 电子测量与仪器学报, 2019, 33(3): 15-20.
LIU B, LU X. Interpolation error analysis of photoelectric encoder based on improved genetic algorithm [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2019,

- 33(3): 15-20.
- [10] 董凯炎, 史姝倩, 刘杰, 等. 一种光电编码器精度自动检测系统[J]. 传感技术学报, 2019, 32(3): 463-468.
DONG K Y, SHI SH Q, LIU J, et al. An automatic error detection system for photoelectric encoder[J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2019, 32(3): 463-468.
- [11] 王笑一, 王永军, 雷贤卿, 等. 非对径安装双读数头圆光栅偏心测角误差修正[J]. 光学精密工程, 2021, 29(5): 1103-1114.
WANG X Y, WANG Y J, LEI X Q, et al. Correction method for angle measurement error of eccentric encoder with double read-heads installed non-diametrically opposite[J]. Optics and Precision Engineering, 2021, 29(5): 1103-1114.
- [12] 罗长洲, 孙岩, 高立民, 等. 码盘偏心对叠栅条纹信号相位影响的理论分析[J]. 光学学报, 2003(8): 1013-1016.
LUO CH ZH, SUN Y, GAO L M, et al. Theoretical analysis on phase of Moire fringes' signal affected by shaft eccentricity [J]. Acta Optic Sinica, 2003(8): 1013-1016.
- [13] 杨初平, 翁嘉文, 赵静, 等. 从变形光栅条纹提取基准光栅信息[J]. 光学学报, 2009, 29(11): 3078-3081.
YANG CH P, WENG J W, ZHAO J, et al. Extract original grating information from deformed grating pattern[J]. Acta Optic Sinica, 2009, 29(11): 3078-3081.
- [14] 郭阳宽, 李玉和, 李庆祥, 等. 运动偏心对圆光栅副测量的影响及误差补偿[J]. 清华大学学报, 2005, 45(2): 178-181.
GUO Y K, LI Y H, LI Q X, et al. Error compensation for eccentric motions of circular gratings[J]. Journal of Tsinghua University, 2005, 45(2): 178-181.
- [15] 张求知, 王鹏. 光栅角编码器偏心误差修正方法研究[J]. 光电与控制, 2011, 18(7): 64-67.
ZHANG Q ZH, WANG P. Study on eccentricity error correction method for optical angular encoder [J]. Electronics Optics & Control, 2011, 18(7): 64-67.
- [16] 艾华, 戴岑. 圆光栅衍射光干涉偏心测量方法[J]. 仪器仪表学报, 2014, 35(S1): 128-132.
AI H, DAI C. Eccentric measuring approach of circular grating by diffracted light interference [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2016, 37(11): 2459-2464.
- [17] 冯超鹏, 祝连庆, 潘志康, 等. 一种新的圆光栅偏心参数自标定方法[J]. 仪器仪表学报, 2016, 37(11): 2459-2464.
FENG CH P, ZHU L Q, PAN ZH K, et al. New self-calibration method of circular grating eccentric parameters[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2016, 37(11): 2459-2464.
- [18] YANG J, YE D, ZE G D, et al. Optimal arrangement-based four-scanning-heads error separation technique for self-calibration of angle encoders [J]. Measurement Science and Technology, 2018, DOI: 10.1088/1361-6501/aacc8a.
- [19] 杨维, 李歧强. 粒子群优化算法综述[J]. 中国工程科学, 2004(5): 87-94.
YANG W, LI Q Q. Survey on particle swarm optimism algorithm [J]. Strategic Study of CAE, 2004(5): 87-94.

作者简介



宋宇飞, 2020年于武汉大学获得学士学位, 现为武汉大学硕士研究生, 主要研究方向为FPGA信号处理、激光雷达系统及其误差分析。

E-mail: songyufei_wuhu@whu.edu.cn

Song Yufei received his B. Sc. degree from Wuhan University in 2020. He is currently a M. Sc. candidate at Wuhan University. His main research interests include FPGA signal processing, LiDAR system and its error analysis.



毛庆洲(通信作者), 1999年于武汉测绘科技大学获得学士学位, 2002年于武汉大学获得硕士学位, 2008年于武汉大学获得博士学位, 现为武汉大学教授、博士生导师, 主要研究方向为激光雷达系统及其应用、组合导航定位技术等。

E-mail: qzhmao@whu.edu.cn

Mao Qingzhou (Corresponding author) received his B. Sc. degree from Wuhan University of Surveying and Mapping Technology in 1999, M. Sc. degree from Wuhan University in 2002 and Ph. D. degree from Wuhan University in 2008. He is currently a professor and a Ph. D. advisor at Wuhan University. His main research interests include the LiDAR system and its application, integrated navigation and positioning, etc.