DOI: 10. 19650/j. cnki. cjsi. J2210079

# 2TPR&2TPS 并联机构的位姿误差建模与补偿研究\*

陈明方,何朝银,黄良恩,朱恩枭,张永霞

(昆明理工大学机电工程学院 昆明 650500)

摘 要:位姿精度是评价机器人性能好坏的一个重要指标,建立有效的补偿算法是提高机器人位姿精度的重要保证。本文以 一种 2TPR&2TPS 并联机器人为研究对象,建立了基于正解的误差模型,根据该误差模型得出了动、静平台位置参数误差及 驱动杆零点长度误差与机器人末端位姿误差的关系,同时建立了基于逆解的补偿算法。通过粒子群算法对误差函数的最小 值寻优,得到了机器人驱动杆补偿量和位姿补偿量,仿真得出该机器人的平均位置精度提升了 98.148%;将驱动杆补偿量与 理想位姿对应的驱动杆长叠加作为机器人的驱动杆输入量进行实验验证,实验得出机器人的平均位置精度提升了 87.457%,补偿效果显著。

关键词:并联机器人;运动学分析;误差模型;补偿算法;粒子群算法 中图分类号:TP242 TH112 文献标识码:A 国家标准学科分类代码:460.50

# Research on pose error modeling and compensation of 2TPR & 2TPS parallel mechanism

Chen Mingfang, He Chaoyin, Huang Liang'en, Zhu Enxiao, Zhang Yongxia

(Faculty of Mechanical and Electrical Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China)

**Abstract**: The pose accuracy is an important index to evaluate the performance of the robot. The establishing of an effective compensation algorithm guarantees the improvement of the robot pose accuracy. This article takes a 2TPR&2TPS parallel robot as the research object, and formulates an error model based on the positive solution. According to the error model, the influence relationship between the position parameter error of the dynamic and static platforms and the length error of the drive rod zero point on the robot end pose error is obtained. A compensation algorithm based on the inverse solution is established. The minimum value of the error function is optimized by the particle swarm algorithm, and the compensation amount of the robot's drive rod and the pose compensation amount are achieved. The simulation shows that the average position accuracy of the robot is improved by 98. 148%, and the compensation amount of the drive rod corresponds to the ideal pose and the superposition of the driving rod length of the robot are adopted as the driving rod input of the robot for experimental verification. The experiment shows that the average position accuracy of the robot is improved by 87. 457%, and the compensation effect is remarkable.

Keywords: parallel robot; kinematic analysis; error model; compensation algorithm; particle swarm optimization

0 引 言

并联机器人的位姿精度受加工误差、安装误差等多种因素影响。这些误差限制并联机器人在航空航天、海洋作业平台等高精度领域的应用<sup>[1]</sup>。建立误差分析模型、找出误差源、建立误差补偿算法是提高并联机器人位 姿精度的有效方式。 国内外学者对并联机器人位姿补偿做了大量研究, 取得了丰硕成果。He 等<sup>[2]</sup>提出了一种工业机器人绝对 定位误差建模与补偿方法,补偿后机器人精度提升了 73.94%。张俊等<sup>[3]</sup>以一种 2UPR&2RPS 型并联机器人 为研究对象,分离出了可补偿误差源,并建立了补偿方 法。Xu 等<sup>[4]</sup>建立了并联机构的误差辨识模型,利用群寻 优方法进行辨识,为以后的误差补偿奠定了基础。赵磊

收稿日期:2022-07-06 Received Date: 2022-07-06

<sup>\*</sup>基金项目:云南省重大科技专项(202002AC080001)资助

等<sup>[5]</sup>采用全局优化算法获得了一种 3-RRRU 并联机器人 的误差补偿数据,补偿后机器人的直线轨迹误差控制在 0.14~1.34 mm 之间。周旭等<sup>[6]</sup>采用基于神经网络的全 梯度标准粒子群反馈神经网络,有效地补偿了机器人的 各个关节。李国江等[7] 对三自由度并联机构的位置误差 进行了补偿,使其位置误差降低至1.08 mm,轨迹误差下 降至1.6 mm。Ye 等<sup>[8]</sup>基于粒子群优化算法,提出了一 种搬运机器人稳定抓取定位控制方法。Zhao 等<sup>[9]</sup>提出 了一种基于运动学的工业机器人运动学参数补偿方法, Chen 等<sup>[10]</sup>提出了一种轨迹跟踪的补偿迭代学习控制算 法, Han 等<sup>[11]</sup>提出了一种机器人运动学参量校正和补偿 的新方法,这些方法对机器人的精度控制很有参考价值。 李冰冰<sup>[12]</sup>以 Stewart 六自由度并联机器人为对象,利用粒 子群算法建立了位姿误差模型和补偿方案,位姿精度得 到了明显的提高。孙剑萍等[13]提出一种基于近似度加 权平均插值的机器人误差补偿方法,实验表明该方法有 效。李帅等<sup>[14]</sup>以 6-UPS 机器人为对象,分析了机器人的 主要误差源,并利用最小二乘法进行了误差补偿。张春 涛等[15]提出一种工业机器人六维力传感器在线标定方 法,并验证了该方法有效。

本文以 2TPR&2TPS 并联机器人为研究对象,建立了 基于正解的误差模型,得出动、静平台位置参数误差及驱 动杆零点长度误差对机器人末端位姿误差的影响关系, 同时建立了基于逆解的补偿算法,该算法可以应用于多 种机器人的误差补偿。通过粒子群算法对误差函数的最 小值寻优,得到了机器人驱动杆补偿量和位姿补偿量,仿 真得出该机器人的平均位置精度提升了 98.148%,同时 实验验证得出机器人的平均位置精度提升了 87.457%, 补偿效果显著。

# 1 机构分析

2TPR&2TPS 并联机构是由两条相邻 TPR 支链、两条相邻 TPS 支链、定平台和动平台组成的 4 自由度并联机构,机构简图如图 1 所示。TPR 支链由虎克铰、移动 副、转动副组成,TPS 支链由虎克铰、移动副、球副组成。定平台和动平台的 4 个顶点分别分布在 2 个等腰梯形的 4 个顶点上。为方便研究,令  $\overline{T_1T_2} = e, \overline{T_3T_4} = f, \overline{R_1R_2} = c,$  $\overline{S_1S_2} = b,$ 定平台构成的等腰梯形的高记为 d,动平台构成的高记为  $a_o$ 机器人采用伺服电机驱动丝杠旋转从而带动动平台的运动,实物图如图 2 所示。

本文研究是基于现有机构进行的,故不再对机构参数进行说明;根据机构实物,得该机构的参数如表1 所示。



图 1 2TPR&2TPS 机构简图 Fig. 1 2TPR&2TPS mechanism diagram



图 2 2TPR&2TPS 机构实物图 Fig. 2 2TPR&2TPS physical drawing of mechanism

表 1 2TPR&2TPS 机构参数 Table 1 2TPR&2TPS mechanism parameters

结构名称	尺寸	符号	尺寸/mm	符号	尺寸/mm
驱动杆极限-最长/mm	520	a	140	d	292.4
驱动杆极限-最短/mm	300	b	80	e	384.7
驱动杆有效行程/mm	220	c	200	f	278.5
虎克铰的摆角极限/(°)	±60				

# 2 运动学分析

#### 2.1 机构反解分析

已知机器人的位姿,求解驱动杆  $L_1 \ L_2 \ L_3 \ L_4$ 的长度 即为求解该机器人的反解。本文分别以  $\overline{T_3 T_4} \ \overline{R_1 R_2}$ 的中 心点为原点建立定坐标系 o - xyz和动坐标系  $o_1 - x_1y_1z_1$ , 如图 1 所示。设运动平台的位姿  $P = P(x_1, y_1, z_1, \alpha, \beta, \gamma)$ ,  $o_1 = o_1(x_1, y_1, z_1)$ 为动坐标系原点在定坐标系下的表示, 用以描述动平台的位置, $\alpha/\beta/\gamma$ 为 RPY 角,用以描述动 平台的姿态。

RPY 表示绕动坐标系  $x_1$  轴旋转 α 角的偏转、绕  $y_1$ 轴旋转 β 角的俯仰、绕  $z_1$  轴旋转 γ 角的横滚,旋转次序 为先绕  $z_1$  轴旋转,再绕  $y_1$  轴旋转,最后绕  $x_1$  轴旋转。得 RPY 组合变换的旋转矩阵 T 为:

$$T = T(z,\gamma)(y,\beta)(x,\alpha) =$$

$$\begin{bmatrix} c\gamma c\beta & c\gamma s\beta s\alpha - s\gamma c\alpha & c\gamma s\beta c\alpha + s\gamma s\alpha \\ s\gamma c\beta & s\gamma s\beta s\alpha + c\gamma c\alpha & s\gamma s\beta s\alpha - s\alpha c\gamma \\ - s\beta & s\alpha c\beta & c\alpha c\beta \end{bmatrix}$$
(1)

其中,c=cos,s=sin。

将动、静坐标系上4个点在各自坐标系上表示为:

$$\begin{cases} \mathbf{S}_{1} = \left\{ a, -\frac{b}{2}, 0 \right\}^{\mathrm{T}} \\ \mathbf{S}_{2} = \left\{ a, \frac{b}{2}, 0 \right\}^{\mathrm{T}} \\ \mathbf{R}_{2} = \left\{ 0, \frac{c}{2}, 0 \right\}^{\mathrm{T}} \\ \mathbf{R}_{1} = \left\{ 0, -\frac{c}{2}, 0 \right\}^{\mathrm{T}} \end{cases} \begin{cases} \mathbf{T}_{1} = \left\{ d, -\frac{e}{2}, 0 \right\}^{\mathrm{T}} \\ \mathbf{T}_{2} = \left\{ d, \frac{e}{2}, 0 \right\}^{\mathrm{T}} \\ \mathbf{T}_{3} = \left\{ d, \frac{e}{2}, 0 \right\}^{\mathrm{T}} \\ \mathbf{T}_{3} = \left\{ 0, \frac{f}{2}, 0 \right\}^{\mathrm{T}} \end{cases}$$
(2)

将动平台上 4 个点变换到静平台坐标系 o - xyz 下得 矢量 u<sub>i</sub>(i = 1 ~ 4), 所以:

 $S_i$  在定坐标系下的表示为  $u_i = T \times S_i + o_1(i = 1, 2)$ ;  $R_2$  在定坐标系下的表示为  $u_3 = T \times R_2 + o_1$ ;  $R_1$  在定坐标系下的表示为  $u_4 = T \times R_1 + o_1$ 。 因此,得到该机构的反解为:  $L_i = \|u_i - T_i\| (i = 1 \sim 4)$  (3)

2.2 位姿参数解耦

2TPR&2TPS 并联机构为欠秩机构,因此位姿参数  $x_1, y_1, z_1, \alpha, \beta, \gamma$  存在耦合。如图 3 所示,取 $\overline{S_1S_2}$  的中点  $s_{12}$ ,连接 $o_1, s_{12}$ 得到线段 $\overline{o_{1s_{12}}}$ ,且 $\overline{o_{1s_{12}}} \perp \overline{R_1R_2}$ ,又因为转动 副 $R_1$ 的转动轴线 $r_1 \perp \overline{T_4R_1}$ 且 $r_1//\overline{o_{1s_{12}}}$ ,所以 $\overline{o_{1s_{12}}} \perp \overline{T_4R_1}$ , 由此可得 $\overline{o_{1s_{12}}}$ 垂直于平面  $T_3T_4R_1R_2$ ,所以 $\overline{o_{1s_{12}}}$ 垂直于 平面  $T_3T_4R_1R_2$ 内线段 $\overline{T_4o_1}$ 和 $\overline{T_3o_1}$ ,三角形  $T_4s_{12}o_1$ 和  $T_3s_{12}o_1$ 为直角三角形, $\overline{T_4s_{12}}$ 和 $\overline{T_3s_{12}}$ 分别为两个直角三 角形的斜边。根据直角三角形两直角边与斜边的关 系得:

$$\begin{cases} \parallel T_4 o_1 \parallel^2 + \parallel o_1 s_{12} \parallel^2 = \parallel T_4 s_{12} \parallel^2 \\ \parallel T_3 o_1 \parallel^2 + \parallel o_1 s_{12} \parallel^2 = \parallel T_3 s_{12} \parallel^2 \end{cases}$$
(4)

 $s_{12}$ 在动坐标系下的位置坐标为 $[a,0,0]^{T}$ ,转换到静坐标系下的坐标为:

$$\left[ a\cos\gamma\cos\beta + x_1, a\sin\gamma\cos\beta + y_1, -a\sin\gamma + z_1 \right]^{\mathrm{T}}$$
(5)

 $o_1$ 在动坐标系下的位置坐标为 $[0,0,0]^{T}$ ,转换到静 坐标系下的坐标为 $[x_1,y_1,z_1]^{T}$ , $T_3$ 在静坐标系下的坐标 为 $[0,f/2,0]^{T}$ , $T_4$ 在静坐标系下的坐标为 $[0, -f/2,0]^{T}$ 。 将机器人参数代入式(5)化简后得:

$$\sin\gamma\cos\beta = 0 \tag{6}$$

 $(x_1 \cos \gamma \cos \beta + y_1 \sin \gamma \cos \beta - z_1 \sin \gamma = 0)$ 

由于β不可能恒等于90°,所以γ=0,即该机构没有 绕z轴旋转的运动。进而式(6)化简后即得到该机构的 位姿参数耦合关系为:

$$x_1 = z_1 \tan \beta \tag{7}$$



图 3 2TPR/2TPS 机构分析 Fig. 3 2TPR/2TPS mechanism analysis

#### 2.3 Jacobian 矩阵

将 2TPR&2TPS 并联机构的结构参数 a, b, c, d, e, f 和 位姿 参 数  $x_1, y_1, z_1, \alpha, \beta, \gamma$  代 人 式 (3), 其 中  $\gamma = 0$ 、  $x_1 = z_1 \tan \beta$ ,得到该机构 4 条驱动杆  $L_i(i = 1 \sim 4)$ 的表达 式为:

$$\begin{cases} L_i^2 = (e^2 + b^2 + 4a^2)/4 + y_1^2 + z_1^2 + en_i y_1 + \\ (z_1 t\beta - d)^2 - bn_i z_1 s\alpha/c \beta - b(e/2 + \\ n_i y_1) c\alpha + dbn_i s\alpha s\beta - 2adc \beta \quad (i = 1, 2) \\ L_i^2 = (f^2 + c^2)/4 + y_1^2 + z_1^2 - fn_i y_1 + (z_1 t\beta)^2 + \\ cn_i z_1 s\alpha/c\beta - c(f/2 - n_i y_1) c\alpha \quad (i = 3, 4) \end{cases}$$
(8)

$$n_i = \begin{cases} 1, & i = 1, 3\\ -1, & i = 2, 4 \end{cases}$$
(9)

其中, t  $\beta$  为 tan  $\beta$ , s  $\alpha$  为 sin  $\alpha$ , s  $\beta$  为 sin  $\beta$ , c $\alpha$  为 cos $\alpha$ , c  $\beta$  为 cos  $\beta_{\circ}$ 

对式(8)两边分别对时间 t 求一阶偏导得:

$$\widehat{\boldsymbol{\diamondsuit}}:$$

$$\boldsymbol{J}_{D} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{L}_{1}}{\partial \boldsymbol{y}_{1}} & \frac{\partial \boldsymbol{L}_{1}}{\partial \boldsymbol{z}_{1}} & \frac{\partial \boldsymbol{L}_{1}}{\partial \boldsymbol{\alpha}} & \frac{\partial \boldsymbol{L}_{1}}{\partial \boldsymbol{\beta}} \\ \frac{\partial \boldsymbol{L}_{2}}{\partial \boldsymbol{y}_{1}} & \frac{\partial \boldsymbol{L}_{2}}{\partial \boldsymbol{z}_{1}} & \frac{\partial \boldsymbol{L}_{2}}{\partial \boldsymbol{\alpha}} & \frac{\partial \boldsymbol{L}_{2}}{\partial \boldsymbol{\beta}} \\ \frac{\partial \boldsymbol{L}_{3}}{\partial \boldsymbol{y}_{1}} & \frac{\partial \boldsymbol{L}_{3}}{\partial \boldsymbol{z}_{1}} & \frac{\partial \boldsymbol{L}_{3}}{\partial \boldsymbol{\alpha}} & \frac{\partial \boldsymbol{L}_{3}}{\partial \boldsymbol{\beta}} \\ \frac{\partial \boldsymbol{L}_{4}}{\partial \boldsymbol{y}_{1}} & \frac{\partial \boldsymbol{L}_{4}}{\partial \boldsymbol{z}_{1}} & \frac{\partial \boldsymbol{L}_{4}}{\partial \boldsymbol{\alpha}} & \frac{\partial \boldsymbol{L}_{4}}{\partial \boldsymbol{\beta}} \end{bmatrix} =$$

$$(11)$$

$$\mathbf{J}_{21} \quad \mathbf{J}_{22} \quad \mathbf{J}_{23} \quad \mathbf{J}_{2}$$

 $J_1$ 

$$J_{31}$$
  $J_{32}$   $J_{33}$   $J_{34}$   
 $J_{41}$   $J_{42}$   $J_{43}$   $J_{44}$ 

 $J_{D}$ 即为2TPR&2TPS 并联机构的 Jacobian 矩阵,矩阵 中各参数的表达式为:

$$\begin{cases} J_{i1} = (2y_1 + n_i e - bn_i c\alpha)/(2L_i) & (i = 1, 2) \\ J_{i1} = (2y_1 - n_i f + cn_i c\alpha)/(2L_i) & (i = 3, 4) \\ J_{i2} = (2z_1/(c\beta)^2 - (2ds\beta + bn_i s\alpha)/c\beta)/(2L_i) & (i = 3, 4) \\ J_{i2} = (2z_1/(c\beta)^2 + cn_i s\alpha/c\beta)/(2L_i) & (i = 3, 4) \\ J_{i3} = b((e/2 + n_i y_1) s\alpha + dn_i s\beta c\alpha - n_i z_1 c\alpha/c\beta)/(2L_i) & (i = 1, 2) \\ J_{i3} = c((f/2 - n_i y_1) s\alpha + n_i z_1 c\alpha/c\beta)/(2L_i) & (i = 3, 4) \\ J_{i4} = (2ads\beta + dbn_i s\alpha c\beta - n_i z_1(bs\alpha s\beta + 2dn_i)/(c\beta)^2 + 2z_1^2 s\beta/(c\beta)^3)/(2L_i) & (i = 1, 2) \\ J_{i4} = z_1(cs\alpha s\beta/(c\beta)^2 + 2n_i z_1 s\beta/(c\beta)^3)/(2L_i) & (i = 3, 4) \end{cases}$$

(12)

其中, sa 为 sin  $\alpha$ , s $\beta$  为 sin  $\beta$ , c  $\alpha$  为 cos  $\alpha$ , c $\beta$  为 cos  $\beta$ ,  $n_i$  如式(9)所示。

## 2.4 机构正解分析

已知该机构驱动杆长  $L_1$ 、 $L_2$ 、 $L_3$ 、 $L_4$ ,求解动平台的位 姿  $P(x_1, y_1, z_1, \alpha, \beta, \gamma)$ ,即为求解该机构的正解。对于

该机构的位姿正解, 伞红军<sup>[16]</sup> 在其博士论文中已经阐述, 采用数值优化法, 基于其反解计算, 通过不断迭代直 至满足精度要求时输出机构位姿正解。

2TPR&2TPS 并联机构用数值优化法求解位姿正解, 难点在于求解位姿变化量  $\Delta y_1, \Delta z_1, \Delta \alpha, \Delta \beta$ ,它需要求出 该并联机构的反解解析式  $L_i(i=1 \sim 4)$ ,然后分别对时间 t求一阶偏导得该机构的雅克比矩阵[ $J_D$ ]。雅克比矩阵 求逆后与杆长变化量相乘即得位姿变化量  $\Delta y_1, \Delta z_1, \Delta \alpha, \Delta \beta$ ,表达式如式(13)所示。

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{y}_{1} \\ \Delta \mathbf{z}_{1} \\ \Delta \boldsymbol{\alpha} \\ \Delta \boldsymbol{\beta} \end{bmatrix} = \mathbf{J}_{D}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta L_{1} \\ \Delta L_{2} \\ \Delta L_{3} \\ \Delta L_{4} \end{bmatrix}$$
(13)

# 3 误差建模与补偿

#### 3.1 误差来源

机械误差是导致并联机器人运动控制精度低的主要 因素。机械误差分为动、静态误差两种,动态误差为机构 受力发生形变而引起的误差,静态误差主要是机器人零 件在加工和装配过程中不准确而引起的误差。无论是静 态误差还是动态误差,主要影响该机器人动、静平台位置 参数及驱动杆的零点长度,从而影响机器人末端位姿。 为方便表达,令 $B_1 = S_1$ 、 $B_2 = S_2$ 、 $B_3 = R_2$ 、 $B_4 = R_1$ 。

因此,本文首先建立了位姿误差模型,通过改变动、 静平台位置参数及驱动杆零点长度得出的机器人位姿与 理想位姿对比,得出各参数对机器人位姿的影响关系,为 该机器人的位姿补偿打下坚实基础。

根据以上分析,该机构共有 28 个误差项,即静平台 4 个点的位置参数  $T_i = (T_{ix}, T_{iy}, T_{iz})(i = 1 ~ 4)$ 、动平台 上 4 个点的位置参数  $P_i = (P_{ix}, P_{iy}, P_{iz})(i = 1 ~ 4)$ 以及 驱动杆的零点长度  $L_i(i = 1 ~ 4)$ ,需要通过建立机器人 的补偿模型和参数辨识加以修正。将该机构实际结构参 数代入,根据图 1 所示的坐标系建立方法,得出该机构 动、静平台上 8 个点的位置坐标分量如表 2 所示。

#### 3.2 基于正解的误差建模

建立误差分析模型是进行误差补偿的前提。本文所 建立的误差模型为正解误差模型,通过改变动、静平台位 置参数以及驱动杆零点参数,将生成的机器人位姿与理 想位姿对比,得出各参数对末端位姿的影响关系,为建立 机器人位姿补偿模型做准备。

基于正解的求解方法,定义机器人不含误差时的结 构参数为:

$$\begin{cases} \boldsymbol{B}_{i} = [\boldsymbol{B}_{ix}, \boldsymbol{B}_{iy}, \boldsymbol{B}_{iz}]^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{T}_{i} = [\boldsymbol{T}_{ix}, \boldsymbol{T}_{iy}, \boldsymbol{T}_{iz}]^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{L}_{i}, i = 1 \sim 4 \end{cases}$$
(14)

表 2 动平台和静平台上各点位置坐标 Table 2 Position coordinates of points on moving

	mm		
位置点	x	Ŷ	z
$T_{1}$	294. 2	-192.35	0
$T_2$	294. 2	192.35	0
$T_3$	0	139. 25	0
$T_4$	0	-139.25	0
$B_1$	140	-40	0
$B_2$	140	40	0
$B_3$	0	100	0
$B_4$	0	-100	0

将以上结构参数代入正解后得到运动平台的位姿. 记为 $P = [P_x, P_x, P_x, \alpha, \beta, \gamma]^{\mathrm{T}}$ 。实际情况下存在各种误 差的结构参数为:

$$\begin{cases} \boldsymbol{B}_{i}^{o} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_{ix} + \Delta \boldsymbol{B}_{ix}, \boldsymbol{B}_{iy} + \Delta \boldsymbol{B}_{iy}, \boldsymbol{B}_{iz} + \Delta \boldsymbol{B}_{iz} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{T}_{i}^{o} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{T}_{ix} + \Delta \boldsymbol{T}_{ix}, \boldsymbol{T}_{iy} + \Delta \boldsymbol{T}_{iy}, \boldsymbol{T}_{iz} + \Delta \boldsymbol{T}_{iz} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{L}_{i}^{o} = \boldsymbol{L}_{i} + \Delta \boldsymbol{L}_{i}(i = 1 \sim 4) \end{cases}$$
(15)

将存在误差的结构参数代入机器人正解,得到的机

器人位姿参数记为  $P^\circ = [P^\circ_x, P^\circ_y, P^\circ_z, \alpha^\circ, \beta^\circ, \gamma^\circ],$ 则基于 正解的误差模型为:

$$\Delta \boldsymbol{P} = \boldsymbol{E} = \boldsymbol{P}^{\circ} - \boldsymbol{P} \tag{16}$$

式中:各参数分别为:  

$$\begin{cases}
E = [dP_x, dP_y, dP_z, d\alpha, d\beta, d\gamma]^{\mathsf{T}} \\
P^\circ = [P_x^\circ, P_y^\circ, P_z^\circ, \alpha^\circ, \beta^\circ, \gamma^\circ]^{\mathsf{T}} \\
P = [P_x, P_x, P_z, \alpha, \beta, \gamma]^{\mathsf{T}}
\end{cases}$$
(17)

#### 3.3 误差分析

基于该机构的结构参数,结合正解误差模型,在工作 空间内选取 30 个位姿坐标点。在 MATLAB 仿真环境下 按不同情况添加误差,经过误差模型后的位姿与理想位 姿相减,得出动平台、静平台位置参数误差及驱动杆零点 长度误差与机器人末端位姿误差的关系。其中,绕动坐 标系的转动角度 dy=0,不做分析。

1) 支链 T<sub>1</sub>P<sub>1</sub>S<sub>1</sub> 存在误差

第1条支链  $T_1P_1S_1$ 存在误差,分为7种情况,即:  $dL_1 \neq 0 dT_{1x} \neq 0 dT_{1x} \neq 0 dT_{1z} \neq 0 dT_{1z} \neq 0 dB_{1x} \neq 0 dB_{1y} \neq 0$ 和  $dB_{12} \neq 0$ 。现分别对 7 个误差项取 1 个单位的误差, 以选取的位姿点数为横坐标,位置或姿态误差为纵坐标, 得出7种情况下所选取的30个位姿点对应的位姿误差 如图4所示,平均误差如图5所示。



图 4 支链 T<sub>1</sub>P<sub>1</sub>S<sub>1</sub>存在误差时对位姿误差的影响

Fig. 4 Influence on pose error with error in branch  $T_1P_1S_1$ 

当只有一条支链存在误差时,位置误差中γ方 向误差最大、x方向误差次之、z方向误差最小。姿 态误差中,α方向的误差均比β方向的大。从参数

误差对位姿误差的影响来看,驱动杆零点长度对位 姿误差影响最大,动平台 x 值 B<sub>1x</sub> 对位姿误差影响 最小。





2) 驱动杆零点长度存在误差

驱动杆零点长度存在误差,即  $dL_1 \neq 0$ 、 $dL_2 \neq 0$ 、  $dL_3 \neq 0$ 、 $dL_4 \neq 0$ 这4种情况。分别对这4种误差的误 差项取1个单位的误差,以同图4的方法取横纵坐标,得 出4种情况下所选取的30个位姿点对应的位姿误差如 图6所示,平均误差如图7所示。

支链  $T_1P_1S_1, T_2P_2S_2$  零点长度存在误差对末端位姿的影响相似,位置误差中 y 方向误差最大、x 方向误差次 之、z 方向误差最小。支链  $T_3P_3R_2$  零点长度存在误差时, x,y,z 3 个方向的位置误差约为 0.6 mm,姿态误差中,  $\alpha$  方向误差大于 $\beta$  方向误差。 $T_4P_4R_1$  零点长度存在误差 时,位置误差中,x 方向误差最大、z 方向次之、y 方向最 小;姿态误差中, $\alpha$  方向误差大于 $\beta$ 方向误差。

3) 4条支链均存在误差

4条支链均存在误差,分为7种情况,即: $dL_i \neq 0$ 、



图 6 单条支链存在误差时对位姿误差的影响

Fig. 6 Influence of single branch chain error on pose error







 $dT_{ix} \neq 0$ 、 $dT_{iy} \neq 0$ 、 $dT_{iz} \neq 0$ 、 $dB_{ix} \neq 0$ 、 $dB_{iy} \neq 0$ 和  $dB_{iz} \neq 0$ ( $i = 1 \sim 4$ );现在分别对这7种误差的误差项取1个单位的误差,以同图4的方法取横纵坐标,得出7种情况下所选取的30个位姿点对应的位姿误差如图8所示,平均误差如图9所示。

4条支链均存在误差时,驱动杆长度 dL<sub>i</sub> 对位置误差 z值影响较大,静平台参数 dT<sub>ix</sub> 对位置误差 x值影响较大、 dT<sub>iy</sub> 和 dT<sub>i</sub>z 对位置误差 y 值和 z 值影响较大,动平台参数 dB<sub>ix</sub> 对位置误差 x 值影响较大、dB<sub>iy</sub> 对位置误差 y 值影响 较大,而动平台参数 dB<sub>ix</sub> 对位姿误差均有明显影响,其余 误差可忽略。

对 28 个误差项取 1 个单位的误差值分 3 种情况来 分析,得出了各情况下机构参数误差与机器人末端位姿 误差的关系,为误差补偿、参数辨识以及原有机构改进提 供了理论依据。











# 4 补偿算法

#### 4.1 基于逆解的补偿算法

位姿精度是评价机器人性能好坏的一个重要指标, 而机械误差直接影响了机器人的位姿精度。要提高机器 人的位姿精度,首先是在机器人加工和组装过程中减小 误差,其次是建立有效的补偿算法。本文建立的补偿算 法是基于逆解的补偿算法,首先定义机器人的机械参数 理论值θ\*,给出机器人的30个位姿P\*,通过逆解计算出 驱动杆长  $L_i^* = F^*(\theta^*, P^*)$ 。控制机器人的驱动杆到达 相应位置,测量机器人的实际位姿 P,实际位姿 P 经过逆 解得出所对应的驱动杆长  $L_i$ 。 定义机器人的补偿函 数为:

$$E = \sqrt{\sum_{i=1}^{4} \left( L_i^* - L_i - \Delta L_i \right)^2}$$
(18)

其中,  $L_i^*$  为理想状态下的驱动杆长度,  $L_i$  为实测位置下对应的驱动杆长,  $\Delta L_i$  为杆长补偿量。

求误差函数最小值时能得到驱动杆补偿量  $\Delta L_i$  和位 姿补偿量  $\Delta P, \Delta P$  与测量位姿叠加即得补偿后位姿。

#### 4.2 补偿算法验证

1)位置误差测量

在完成补偿算法的建立后,在该机器人的工作空间 内随机选取 30 个位姿点,30 个位姿点通过该机器人的 逆解后得出相应的驱动杆长度,控制机器人的驱动杆到 达相应位置,测量该机器人的实际位置坐标,得出机器人 的位置误差。由于激光跟踪仪仅能测量机器人的位置坐 标,所以选取的 30 个位姿点都将姿态值取为0,不进行分 析。如图 10 所示,测量时将激光跟踪仪的靶球放置于机 器人的动平台坐标系原点处,以定平台上定坐标系的原 点为基准点,进行后续位姿点的测量和误差分析。

2)算法验证

2TPR&2TPS并联机构的位姿误差主要是由结构参数误差和驱动杆长度误差造成的。结构参数误差难以补



图 10 基于激光跟踪仪的末端位置测量 Fig. 10 End position measurement based on laser tracker

偿,所以将它转化为易于测量、易于控制的驱动杆长度变 量进行补偿。通过调整驱动杆补偿量,使驱动杆补偿函 数误差达到最小值,补偿函数为式(18)。将杆长调整量 作为补偿量,与理想位姿对应杆长叠加得到补偿后的驱 动杆长度。

本文采用粒子群算法作为并联机器人的位置补偿的仿真验证算法,以驱动杆补偿函数为目标函数,以目标函数值最小进行寻优,实现并联机器人的位置误差补偿。粒子群算法具有原理简单、参数易调、全局搜索能力强等优点,在机器人误差补偿中易获得补偿量最优解。使用粒子群算法补偿机器人的位置误差,首先需要初始化机器人参数和群粒子,每个粒子代表误差补偿量的一个潜在解,每个粒子都有两个特征,速度和位置。粒子以适应值来衡量自身的优劣,以速度来确定飞行的方向和距离,并在搜索空间中不断移动,多次迭代找到补偿量最优解。每次迭代中,粒子群通过跟踪个体极值 pBest 和群体极值 gBest 更新适应度值,最后通过比较个体极值 pBest 和群体极值 gBest 和适应度值多次迭代,得到最优解。粒子更新自己速度和位置的公式为:

$$\begin{cases} v_{id}^{(k+1)} = \omega v_{id}^{(k)} + c_1 rand_1 (pBest_{id}^{(k)} - x_{id}^{(k)}) + \\ c_2 rand_2 (gBest_{id}^{(k)} - x_{id}^{(k)}) \\ x_{id}^{(k+1)} = x_{id}^{(k)} + v_{id}^{(k+1)} \end{cases}$$
(19)

其中, d 为空间维数, i = 1, 2, ..., N, N 为粒子数,  $\omega$  为 惯性权重,  $c_1, c_2$  为学习因子,  $rand_1, rand_2$  为[0,1] 区间 上的随机数, pBest 为个体极值, gBest 为群体极值。

本文参数设置如下: $N = 100, c_1 = c_2 = 1.5, \omega = 0.8,$ 最大迭代次数 T = 200。通过粒子群算法对误差函数最小 值寻优, 仿真得出该机器人的平均位置精度提升了 98.148%,将驱动杆补偿量与理想位姿对应的驱动杆长 叠加作为机器人的杆长输入量进行实验验证,得出机器





粒子群算法的适应度函数值是衡量补偿效果的重要 指标,迭代过程如图 13 所示,由图可知大约迭代至第 17 次时目标函数值趋近于 0,说明已经找到最优解。



采用本文的补偿算法,选取 30 个点来做算法验证, 通过粒子群算法对误差函数的最小值寻优,得到了机器 人驱动杆补偿量和位姿补偿量,仿真得出该机器人的平 均位置精度提升了 98.148%;并将驱动杆补偿量与理想 位姿对应的杆长叠加作为机器人的杆长输入量进行实验 验证,实验验证得出机器人的平均位置精度提升了 87.457%,补偿效果显著。

# 5 结 论

本文以一种 2TPR&2TPS 少自由度并联机器人为研 究对象,建立了基于逆解的补偿算法。首先,通过基于正 解的误差模型,分析了动、静平台位置参数误差及驱动杆 零点长度误差与机器人末端位姿误差的量化关系。然后 通过激光跟踪仪测出该机器人 30 个位姿下的位置误差, 接着通过粒子群算法对误差函数最小值寻优,得到了机 器人驱动杆补偿量和位姿补偿量,仿真得出该机器人的 平均位置精度提升了 98.148%;并将驱动杆补偿量与理 想位姿对应的杆长叠加作为机器人的杆长输入量进行实 验验证,实验验证得出机器人的平均位置精度提升了 87.457%,补偿效果显著,在并联机器人的位置误差补偿 中具有很好的参考价值。

# 参考文献

 [1] 侯雨雷,张国兴,张继永,等. 3PSS/S 并联机构运动误差预估与补偿[J]. 燕山大学学报,2020,44(1): 11-17.

> HOU Y L, ZHANG G X, ZHANG J Y, et al. Motion error prediction and compensation of 3PSS/S parallel mechanism [J]. Journal of Yanshan University, 2020,

44 (1): 11-17.

- [2] HE Z, ZHANG R, ZHANG X, et al. Absolute positioning error modeling and compensation of a 6-DOF industrial robot[C]. 2019 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO), IEEE, 2019: 840-845.
- [3] 张俊,蒋舒佳,池长城. 2UPR&2RPS 型冗余驱动并联 机器人的运动学标定[J]. 机械工程学报, 2021, 57(15):62-70.
  ZHANG J, JIANG SH J, CHI CH CH. Kinematic calibration of 2UPR & 2RPS redundant driven parallel robot[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2021, 57 (15): 62-70.
- [4] XU P, LI B, HUANG H, et al. Error modeling and identification of a parallel robot in a hybrid machine for polishing [J]. 2017 IEEE International Conference on Real-time Computing and Robotics (RCAR), 2017, 229-233.
- [5] 赵磊,闫照方,栾倩倩,等.大空间运动 3-RRRU 并联 机器人运动学标定与误差分析[J].农业机械学报, 2021,52(11):411-420.
  ZHAO L, YAN ZH F, LUAN Q Q, et al. Kinematics calibration and error analysis of 3-RRRU parallel robot with large space motion [J]. Journal of Agricultural Machinery, 2021,52 (11): 411-420.
- [6] 周旭,鲁墨武,姜春英,等.改进的 PSO-BP 算法在工业机器人末端位姿误差补偿中的应用[J].信息与控制,2021,50(4):505-512.

ZHOU X, LU M W, JIANG CH Y, et al. Application of improved PSO-BP algorithm in end pose error compensation of industrial robot [J]. Information and Control, 2021,50 (4): 505-512.

- [7] 李国江,张飞,李露,等. 基于多种群协同进化算法的 绳索牵引并联机器人末端位置误差补偿[J]. 机器 人,2021,43(1):81-89.
  LIGJ, ZHANGF, LIL, et al. End position error compensation of rope traction parallel robot based on multi population coevolution algorithm[J]. Robot, 2021, 43 (1): 81-89.
- [8] YE L, ZHENG D. Stable grasping control of robot based on particle swarm optimization [J]. 2021 IEEE 2nd International Conference on Big Data, Artificial Intelligence and Internet of Things Engineering (ICBAIE), 2021: 1020-1024.
- [9] ZHAO H, ZHAO J, LIN Y, et al. A new calibration method and experimental study for kinematic parameters of industrial robot[J]. 2020 International Conference on Artificial Intelligence and Electromechanical Automation

- [10] CHEN Q, LOU Y. Compensated iterative learning control of industrial robots [J]. 2018 IEEE International Conference on Real-time Computing and Robotics (RCAR), 2018; 52-57.
- [11] HAN Z, PAN Y, ZHANG Y, et al. A method for calibration and compensation of kinematic parameters for recycling robot in nuclear power plant [J]. 2020 IEEE International Conference on Real-time Computing and Robotics (RCAR), 2020; 171-176.
- [12] 李冰冰. 基于粒子群算法的并联机器人位姿误差建模 与补偿方法研究[D]. 沈阳:东北大学,2014.

LI B B. Research on pose error modeling and compensation method of parallel robot based on particle swarm optimization[D]. Shenyang: Northeastern University, 2014.

[13] 孙剑萍, JEFF X, 汤兆平. 近似度加权平均插值的机器
 人精度补偿方法研究[J]. 仪器仪表学报, 2019, 40(11):128-137.

SUN J P, JEFF X, TANG ZH P. Research on robot accuracy compensation method of approximation weighted average interpolation [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2019, 40 (11): 128-137.

- [14] 李帅,张学科. 6-UPS 并联机器人运动反解误差建模及补偿[J]. 机械工程师,2020(2):32-33,36.
  LI SH, ZHANG X K. Error modeling and compensation of inverse kinematics of 6-UPS parallel robot [J]. Mechanical Engineer, 2020 (2): 32-33,36.
- [15] 张春涛,王勇.工业机器人六维力传感器在线标定方法研究[J].电子测量与仪器学报,2021,35(6): 161-168.

ZHANG CH T, WANG Y. Research on online calibration

method of six axis force sensor of industrial robot [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2021,35 (6): 161-168.

[16] 伞红军. 新型五轴并串联机床的运动学分析与结构参数设计[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2009.

SAN H J. Kinematic analysis and structural parameter design of a new five axis parallel series machine tool[D]. Harbin: Harbin University of Technology, 2009.

## 作者简介



**陈明方**,2006年于沈阳工业大学获得硕 士学位,2015年于东北大学获得博士学位, 现为昆明理工大学副教授,主要研究方向为 机器人控制理论及应用。

E-mail: mfchen\_robot@126.com

Chen Mingfang received his M. Sc. degree

from Shenyang University of Technology in 2006, and received his Ph. D. degree from Dongbei University in 2015. He is currently an associate professor at Kunning University of Science and Technology. His main research interests include robot control theory and application.



何朝银(通信作者),2021年于昆明理 工大学获得学士学位,现为昆明理工大学在 读硕士研究生,主要研究方向为机器人技术 及应用。

E-mail: hecy2022@163.com

He Chaoyin (Corresponding author) received his B. Sc. degree from Kunning University of Science and Technology in 2021. He is currently pursuing his M. Sc. degree from Kunning University of Science and Technology. His main research interests include robotics and applications.