

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2210021

非线性压电振动能量采集器与非线性接口转换电路的耦合动力学特性研究*

朱强国^{1,2}, 王光庆^{1,2}, 刘周龙^{1,2}, 郑友成^{1,2}, 周 铄^{1,2}

(1. 浙江工商大学信息与电子工程学院 杭州 310018; 2. 浙江工商大学萨塞克斯人工智能学院 杭州 310018)

摘要:压电振动能量采集器是实现低功耗电子产品无线自供电的核心部件,其与非线性接口转换电路的耦合机理是提升无线自供电系统输出性能的关键理论。以非线性三稳态压电振动能量采集器及其4种非线性接口转换电路为对象,建立动力学模型,利用谐波平衡方法求解不同接口电路下系统耦合动态响应的稳态解;仿真分析了系统参数对接口电路输出特性的影响。研究表明,当机电耦合系数较小时,串联同步电感开并接口电路(S-SSHI)适合于频率小于7 Hz、负载电阻小于 $7.4 \times 10^6 \Omega$ 的场合,而并联同步电感开关接口电路(P-SSHI)则相反;当机电耦合系数较大时,直流电(DC)电路具有优势,功率达到 4.5×10^{-3} mW;交流电(AC)电路和DC电路具有较宽的机电耦合系数范围,而P-SSHI电路和S-SSHI电路却较窄但输出功率高,最大输出功率可达到 19.0×10^{-3} 和 14.3×10^{-3} mW。实验验证了仿真结果的正确性。

关键词:无线自供电;压电振动能量采集器;谐波平衡法;非线性电路;耦合动力学特性

中图分类号: TH825 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 460.40

Harmonic analysis of coupling dynamics between the nonlinear piezoelectric vibration energy harvester and the nonlinear power extraction circuits

Zhu Qiangguo^{1,2}, Wang Guangqing^{1,2}, Liu Zhoulong^{1,2}, Zheng Youcheng^{1,2}, Zhou Shuo^{1,2}

(1. School of Information and Electronic Engineering, Zhejiang Gongshang University, Hangzhou 310018, China;

2. Sussex Artificial Intelligence Institute, Zhejiang Gongshang University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: Piezoelectric vibration energy harvester is the important component of wireless self-power supply for low-power electronic products, and its coupling mechanism with nonlinear power extraction circuit is the key theory to improve the output performance of the wireless self-power supply system. Taking the nonlinear tristable piezoelectric vibration energy harvester and four different power extraction circuits as the object, the coupling dynamic model of the presented system is firstly formulated, and the steady state solutions of the coupled dynamic response of the system under different interface circuits are obtained by using the harmonic balance method. The effects of system parameters on the output characteristics of the interface circuit are simulated and analyzed. Results show that when the electromechanical coupling coefficient is too small, the S-SSHI circuit is suitable for occasions with frequency less than 7 Hz and load resistance less than $7.4 \times 10^6 \Omega$, while P-SSHI circuit is opposite. The DC circuit has advantages when electromechanical coupling coefficient is too large, and the output power is 4.5×10^{-3} mW. AC and DC circuits have a wide range of electromechanical coupling coefficients, while P-SSHI and S-SSHI circuits have a narrow range but have high output power, and the maximum output power can reach 19.0×10^{-3} and 14.3×10^{-3} mW. The simulation results are verified by experiments.

Keywords: wireless self-power supply; piezoelectric energy harvester; harmonic balance; nonlinear circuit; coupling dynamics

0 引言

近年来,微机器人技术、无线传感技术和物联网技术

的飞速发展,使得诸如无线传感器节点等低功耗电子产品得到广泛的应^[1-3]。当前,大部分低功耗电子产品主要以电池供电,传统电池供电不仅成本高、体积大、使用寿命短、更换不方便,且回收不当对环境造成污染。因此,

研制一种能够取代电池为泛在低功耗电子产品实现自供电的功能器件成为亟待解决的技术难题。

压电能量采集器一种是将低功耗电子产品工作环境中的振动能转化为电能的新型机电耦合器件。具有体积小、能量密度高、环保等优点,非常适合于微电子设备的供电需求。如何高效的将环境中的振动能量转换为电能是微能源领域研究的热点^[4-6]。当前,压电能量采集器的研究主要集中于两个方面:1)压电能量采集器机械结构的优化设计与性能提升;2)压电能量采集器电路结构的拓扑优化。前者大部分研究是将压电能量采集装置直接外接负载电阻,将其等效成为纯电阻,实现交流电(AC)供电^[7-10]。然而在实际应用中,电子设备一般需要的是直流电(DC)供电。Ottman等^[11]提出了标准能量回收接口,通过接口电路的整流桥可以将交流电转换为直流电,为了保证直流化后的电压平整问题,在整流桥并联一个较大的电容 C_r 使得直流电压平整化,这是最简单的能量收集技术,易于实现但是其存在的效率不高以及匹配性不好。在全波整流桥的基础上,Lefevre^[12]和Lallart等^[13]分别提出了同步电荷提取接口电路(SCE)电路和并联同步电感开关接口电路(P-SSHI)来提高机械能到电能转换的效率,区别在于前者标准整流桥的前面添加一个与压电内部电容并联的开关和电感,而后者是在标准整流桥的后面添加的。Taylor等^[14]提出了串联同步电感开关接口电路(S-SSHI),连接方式是开关和电感与电路是串联的,上述接口电路一定程度上都提高了能量的回收效率。然而上述研究是基于线性能量采集器与非线性接口电路^[15],如文献[16-19]根据非线性接口转换电路对单稳态能量采集器建模,提出了3个评估因子(收集因子、耗散因子和损耗因子),有助于量化不同PEH设备中的能量流的每个分支,定量分析揭示了能量收集和能量耗散的共存关系,以及它们对结构阻尼的综合影响。在SSHI中,有报道称该技术可以显著提高采集效率,也增加了能量耗散。Zhang等^[20]基于线性能量采集器研究了在弱、中、强耦合下,对不同的接口转换电路进行了比较和讨论。

至今,非线性压电能量采集器与非线性接口转换电路的耦合动力学特性研究较少。Chen等^[21]使用工作周期方法比较了与开关和标准电路接口的双稳态能量采集器的转换效率。文献[22-24]确定了当电路与双稳态能量采集器连接时,机械和电路非线性响应之间的相互影响。非线性压电振动能量采集器具有工作频带宽、能量采集效率高等优点,是实现低功耗电子产品无线自供电的核心部件,研究与非线性接口转换电路的耦合机理是提升无线自供电系统输出性能的关键理论。深入分析表征非线性压电能量采集器及其非线性接口转换电路相互作用产生的耦合动力学特性有助于提升低功耗电子产品无线自供电的综合性能^[25-26]。

本文以非线性双自由度三稳态压电振动能量采集器及其4种非线性接口转换电路为对象,基于能量法建立了系统的机电耦合动力学方程。利用谐波平衡法仿真分析激励频率、耦合系数以及电路中的转换系数等因素对系统整流电压和输出功率的影响,同时比较了4种不同接口转换电路,即纯电阻负载电路(AC电路)、标准二极管整流滤波电路(DC电路)、P-SSHI电路和S-SSHI电路对系统采集输出电特性影响,并利用实验进行验证。

1 系统理论模型

图1所示是非线性双自由度三稳态压电能量采集器(PEH)及其4种非线性接口转换电路。非线性采集器由图1(a)所示,由三稳态压电能量采集器和一个弹簧放大器组成,弹簧放大器置于三稳态压电能量采集器与基座之间,且它们之间为理想粘结。两片长度为 L_1 且极化方向相反的压电片粘结于长度 L 的悬臂梁根部上下表面,磁铁A位于悬臂梁末端,压电片与接口转换电路串联。在基座的右侧粘结关于 x 轴对称的磁铁B、C,其竖直距离为 d_g ,与磁铁A水平距离为 d 。 $u_0(t)$ 为基础激励振动位移,其中 $\ddot{u}_0(t) = U_0 \cos \omega t$ 为激振加速度, U_0 为振幅, ω 为激振频率。

图1(b)~(e)分别是4种非线性接口转换电路,即P-SSHI电路、S-SSHI电路、DC电路和AC电路。P-SSHI电路包括一个全桥整流器,一个存储电容 C_r (远大于PEH内部电容 C_p)且与之并联的负载电阻 R ,一个构成串联关系的开关 K 和电感 L ,然后并联在PEH上。对于S-SSHI电路,其与P-SSHI电路之间区别在于将开关 K 和电感 L 串联在PEH的输出端上。DC电路是在P-SSHI电路的基础上去掉开关 K 和电感 L ,因此该电路不具备将陶瓷电压进行翻转。AC电路是最简单的电路结构,在PEH的输出端上直接外接纯负载电阻 R 。

假设图1(a)中压电悬臂梁满足欧拉-伯努利梁理论,则采集器的振动位移由变量分离原理为:

$$w(x, t) = \phi_1(x) r(t) \quad (1)$$

式中: $w(x, t)$ 表示 t 时刻距离悬臂梁根部 x 处采集器相对于U型框的振动位移; $r(t)$ 表示广义模态坐标。对于模态振型 $\phi_1(x)$ 如式(2)所示:

$$\phi_1(x) = \begin{cases} \phi_{11}(x), & 0 \leq x \leq L_1 \\ \phi_{12}(x), & L_1 \leq x \leq L \end{cases} \quad (2)$$

式中: $\phi_{11}(x)$ 和 $\phi_{12}(x)$ 分别表示含压电片和不含压电片悬臂梁的振型函数。利用能量守恒原理和拉格朗日方程

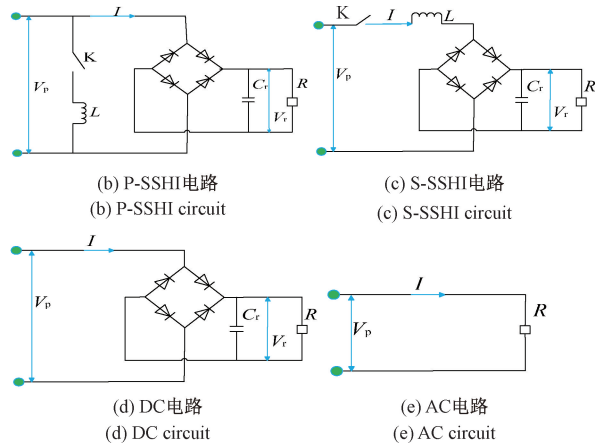
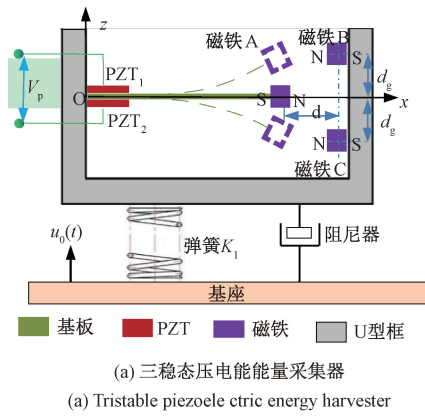


图1 压电能量采集器及其4种非线性接口转换电路

Fig. 1 Piezoelectric energy harvester and its four nonlinear interface conversion circuits

可以建立非线性压电能量采集器的机电耦合动力学方程为:

$$\begin{cases} M_2 \ddot{r}(t) + C_2 \dot{r}(t) + K_2 r(t) + B_2 \ddot{y}(t) + \\ F_m(t) - \theta V_p(t) = -B_2 \ddot{u}_0(t) \\ M_3 \ddot{y}(t) + K_1 y(t) + B_2 \ddot{r}(t) = -M_3 \ddot{u}_0(t) \\ \theta \dot{r}(t) + C_p \dot{V}_p(t) + i(t) = 0 \end{cases} \quad (3)$$

式中: M_2 和 B_2 分别表示悬臂梁、压电陶瓷片和悬梁臂末端磁铁构成压电发电系统的模态质量和输入质量; M_3 表示弹簧放大器(包括U型框和两个外部磁铁)以及压电发电系统的模态质量总和; K_1 和 K_2 分别表示弹簧放大器和悬臂梁的模态刚度; C_2 表示悬臂梁的模态阻尼; θ 为系统机电耦合系数; V_p 为采集器输出电压; C_p 为压电片等效夹持电容; $F_m(t)$ 为三稳态采集器非线性磁力。

$$F_m(t) = k_1 r(t) + k_2 r^2(t) + k_3 r^3(t) + k_4 r^4(t) + k_5 r^5(t)$$

其中, $k_i (i=1, 2, \dots, 5)$ 可由磁铁A、B和C之间的几何位置关系和磁化强度获得。

2 谐波平衡分析法

利用谐波平衡法对式(3)求解,假设机电耦合方程的稳态解为:

$$\begin{aligned} r(t) &= a_0(t) + a_1(t) \cos \omega t + a_2(t) \sin \omega t \\ y(t) &= b_1(t) \cos \omega t + b_2(t) \sin \omega t \end{aligned} \quad (4)$$

式中: a_0 为平衡位置。振动位移幅值可表示为: $A_0 = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$

2.1 采集器外接 P-SSHI 接口转换电路

如图2(a)所示,该电路可分为充电阶段、放电阶段和翻转过程。在充电阶段中 $t \in (0^+, \theta_1)$, 压电陶瓷输出电压 V_p 的绝对值低于整流电压 V_r 时,电压 V_p 是随着位移线性变化的,此时通过整流桥的电流 i 为0;在放电阶

段中 $t \in (\theta_1, \pi^-)$, 当压电电压 V_p 绝对值大于 V_r 时,整流电桥导通,为一固定值,此时电流 i 为 $C_p \dot{V}_p + V_r/R$; 在翻转过程中 $t \in (\pi^-, \pi^+)$, K 在大部分时间内是开路,当位移 $|A_0|$ 减小时,即当位移达到极值时, K 就关闭, L 两端的电压开始翻转,整流电桥停止导通,开关关闭的持续时间远远要比 PEH 的振动周期要短,在这个时间段内, PEH 两端的电压 V_p 是从反转 V_r 到 $-\gamma V_r$, 反转后,由于 K 和 L 的能量损失,从而导致 $|V_p| < V_r$ 。对应于通过充电期间 V_p 的公式如下:

$$V_p = \begin{cases} \frac{\theta A_0}{C_p} (1 - \cos \omega \tau) + \gamma V_r, & \omega \tau \in [0^+, \theta_1) \\ V_r, & \omega \tau \in [\theta_1, \pi^-] \\ -\frac{\theta A_0}{C_p} (1 + \cos \omega \tau) - \gamma V_r, & \omega \tau \in [\pi^+, \pi + \theta_1) \\ -V_r, & \omega \tau \in [\pi + \theta_1, 2\pi^-] \end{cases} \quad (5)$$

式中:转换系数 $\gamma = e^{-\frac{\pi}{2Q}}$, Q 为电学品质因数; θ_1 为二极管整流桥关断角。

$$\cos \theta_1 = 1 - \frac{(1 - \gamma) V_r C_p}{\theta A_0} \quad (6)$$

由于流经二极管的电荷量与消耗在负载电阻上的电荷量是相等的,则在半个周期内根据能量守恒原理得:

$$V_r = \frac{2\omega \theta R A_0}{(1 - \gamma) \omega C_p R + \pi} \quad (7)$$

对陶瓷输出电压 V_p 进行傅里叶变换,然后取其基波信号,用基谐波分量 $V_{p,f}$ 代替 V_p 进行求解, $V_{p,f}$ 可以近似为:

$$V_{p,f} = \frac{\theta A_0}{2\pi C_p} \left((2\theta_1 - \sin 2\theta_1) \cos \omega t - (1 - \cos \theta_1) \left(\frac{4}{1 - \gamma} - 1 + \cos \theta_1 \right) \sin \omega t \right) \quad (8)$$

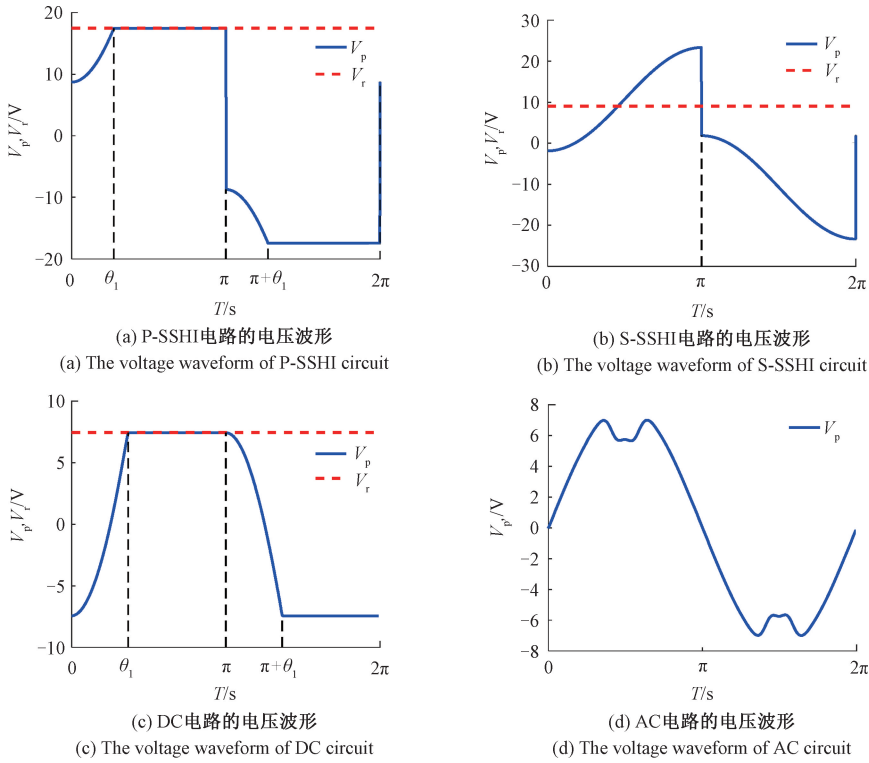


图2 4种电路陶瓷输出电压和整流电压波形

Fig.2 Waveform of ceramic output voltage and rectified voltage

将式(4)和(8)代入到动力学方程式(3)中的第1式,令方程两边的常数项、 $\cos\omega t$ 和 $\sin\omega t$ 项系数分别相等并忽略高次谐波即可得到:

$$C_2 \dot{a}_0 = -k_s \left(\frac{15}{8} a_0 A_0^4 + 5 a_0^3 A_0^2 + a_0^5 \right) - k_4 \left(\frac{3}{8} A_0^4 + 3 a_0^2 A_0^2 + a_0^4 \right) - k_3 \left(\frac{3}{2} a_0 A_0^2 + a_0^3 \right) - k_2 \left(a_0^2 + \frac{1}{2} A_0^2 \right) - (k_1 + K_2) a_0 \quad (9)$$

$$C_2 \dot{a}_1 + 2M_2 \omega \dot{a}_2 + 2B_2 \omega \dot{b}_2 = B_2 \omega^2 b_1 + B_2 U_0 - \left[\left(\frac{5}{8} A_0^4 + \frac{15}{2} a_0^2 A_0^2 + 5 a_0^4 \right) k_5 + (3 a_0 A_0^2 + 4 a_0^3) k_4 + \left(\frac{3}{4} A_0^2 + 3 a_0^2 \right) k_3 + 2 a_0 k_2 + k_1 - (M_2 \omega^2 - K_2) + \frac{\theta^2}{2\pi C_p} (2\theta_1 - \sin 2\theta_1) \right] a_1 - \left(C_2 \omega + \frac{\theta^2}{\pi C_p} (1 - \cos \theta_1) \left(\frac{4}{1 - \gamma} - 1 + \cos \theta_1 \right) \right) a_2 \quad (10)$$

$$C_2 \dot{a}_2 - 2M_2 \omega \dot{a}_1 - 2B_2 \omega \dot{b}_1 = B_2 \omega^2 b_2 - \left[\left(\frac{5}{8} A_0^4 + \frac{15}{2} a_0^2 A_0^2 + 5 a_0^4 \right) k_5 + (3 a_0 A_0^2 + 4 a_0^3) k_4 + \left(\frac{3}{4} A_0^2 + 3 a_0^2 \right) k_3 + 2 a_0 k_2 + k_1 - (M_2 \omega^2 - K_2) + \right.$$

$$\left. \frac{\theta^2}{2\pi C_p} (2\theta_1 - \sin 2\theta_1) \right] a_2 + \left(C_2 \omega + \frac{\theta^2}{\pi C_p} (1 - \cos \theta_1) \left(\frac{4}{1 - \gamma} - 1 + \cos \theta_1 \right) \right) a_1 \quad (11)$$

同理将式(4)代入式动力学方程式(3)中第2式,并令等式两边的 $\cos\omega t$ 、 $\sin\omega t$ 项分别相等得:

$$2M_3 \omega \dot{b}_2 + 2B_2 \omega \dot{a}_2 = (M_3 \omega^2 - K_1) b_1 + B_2 \omega^2 a_1 + U_0 M_3 \quad (12)$$

$$-2M_3 \omega \dot{b}_1 - 2B_2 \omega \dot{a}_1 = (M_3 \omega^2 - K_1) b_2 + B_2 \omega^2 a_2 \quad (13)$$

令 $\dot{a}_1 = \dot{a}_2 = \dot{b}_1 = \dot{b}_2 = 0$,则式(12)、(13)解得 $b_1(t)$ 和 $b_2(t)$ 的稳态值为:

$$b_1 = -\frac{B_2 \omega^2}{M_3 \omega^2 - K_1} a_1 - \frac{M_3}{M_3 \omega^2 - K_1} U_0 \quad (14)$$

$$b_2 = -\frac{B_2 \omega^2}{M_3 \omega^2 - K_1} a_2 \quad (15)$$

将式(14)、(15)代入式(10)、(11),且两边同时平方相加得:

$$A_0^2 (G_1^2 + G_2^2) = \mathbf{F}^2 U_0^2 \quad (16)$$

其中:

$$G_1 = \left(D_1 - \frac{(B_2 \omega^2)^2}{M_3 \omega^2 - K_1} \right)$$

$$G_2 = D_2$$

$$F = B_2 - \frac{B_2 \omega^2 M_3}{M_3 \omega^2 - K_1}$$

$$D_1 = - \left[\left(\frac{5}{8} A_0^4 + \frac{15}{2} a_0^2 A_0^2 + 5 a_0^4 \right) k_5 + (3 a_0 A_0^2 + 4 a_0^3) k_4 + \left(\frac{3}{4} A_0^2 + 3 a_0^2 \right) k_3 + 2 a_0 k_2 + k_1 - (M_2 \omega^2 - K_2) - \frac{\theta^2}{2 \pi C_p} (2 \theta_1 - \sin 2 \theta_1) \right]$$

$$D_2 = C_2 \omega + \frac{\theta^2}{\pi C_p} (1 - \cos \theta_1) \times \left(\frac{4}{1 - \gamma} - 1 + \cos \theta_1 \right)$$

通过求解式(16)幅值 A_0 的 10 次幂方程,将求解的位移幅值代入整流电压式(7),那么 P-SSHI 接口转换电路的有效输出功率为:

$$P = \frac{V_r^2}{R} = \frac{4 \omega^2 \theta^2 R A_0^2}{((1 - \gamma) \omega C_p R + \pi)^2} \quad (17)$$

2.2 采集器外接 S-SSHI 接口转换电路

如图 2(b) 所示,在一个周期内,开关 K 大部分时间都是开的,当陶瓷电压 V_p 达到极值时关闭,即 $t \in (\pi^-, \pi^+)$ 和 $t \in (2\pi^-, 2\pi^+)$, 闭合持续时间远小于 PEH 的振动周期,如果 $|V_p| > V_r$, 则电流流入存储电容。在其他时间 $t \in [0^+, \pi^-]$ 和 $t \in [\pi^+, 2\pi^-]$, 电流 i 始终为 0, V_p 的关系式如下:

$$V_p = \begin{cases} -\frac{\theta A_0}{C_p} (\cos \omega \tau) + \frac{1 + \gamma}{1 - \gamma} \left(\frac{\theta A_0}{C_p} - V_r \right), & \omega \tau \in [0^+, \pi^-] \\ -\frac{\theta A_0}{C_p} (\cos \omega \tau) - \frac{1 + \gamma}{1 - \gamma} \left(\frac{\theta A_0}{C_p} - V_r \right), & \omega \tau \in [\pi^+, 2\pi^-] \end{cases} \quad (18)$$

同 P-SSHI 电路推导方式一样,解得整流电压 V_r 以及陶瓷输出电压 $V_{p,f}$ 分别为:

$$V_r = \frac{2 \theta R (1 + \gamma)}{2 R C_p \omega (1 + \gamma) + \pi (1 - \gamma)} \omega A_0 \quad (19)$$

$$V_{p,f} = \frac{\theta}{C_p} \left[\left(-a_1(t) - \frac{4}{\pi} \frac{1 + \gamma}{1 - \gamma} \left(1 - \frac{V_r C_p}{\theta A_0} \right) a_2(t) \right) \times \cos \omega t + \left(\frac{4}{\pi} \frac{1 + \gamma}{1 - \gamma} \left(1 - \frac{V_r C_p}{\theta A_0} \right) a_1(t) - a_2(t) \right) \sin \omega t \right] \quad (20)$$

将式(4)和(19)也代入动力学方程式(3)中第 1 和第 2 行,解得:

$$D_1 = - \left[\left(\frac{5}{8} A_0^4 + \frac{15}{2} a_0^2 A_0^2 + 5 a_0^4 \right) k_5 + (3 a_0 A_0^2 + 4 a_0^3) k_4 + \left(\frac{3}{4} A_0^2 + 3 a_0^2 \right) k_3 + 2 a_0 k_2 + k_1 - (M_2 \omega^2 - K_2) - \frac{\theta^2}{C_p} \right]$$

$$D_2 = C_2 \omega - \frac{4}{\pi} \frac{1 + \gamma}{1 - \gamma} \left(1 - \frac{V_r C_p}{\theta A_0} \right)$$

将 D_1, D_2 代入式(16),即可求出位移幅值 A_0 , 式(16)其他值均未改变,则 S-SSHI 的功率为:

$$P = \frac{4 \theta^2 R (1 + \gamma)^2}{(2 R C_p \omega (1 + \gamma) + \pi (1 - \gamma))^2} \omega^2 A_0^2 \quad (21)$$

2.3 采集器外接二极管整流滤波(DC)电路

如图 2(c) 所示,在一个周期中,当输出电压 $|V_p|$ 小于整流电压 V_r 时,整流桥关断,流入电路中的电流为 0; 当 $|V_p|$ 达到 V_r 时,整流桥就会导通,输出电压与整流电压保持一致,电路中有电流流过, V_p 的关系式如下:

$$V_p(t) = \begin{cases} \frac{\theta A_0}{C_p} (\cos \omega t - 1) + V_r, & \omega t \in [0, \theta_1) \\ -V_r, & \omega t \in [\theta_1, \pi) \\ \frac{\theta A_0}{C_p} (\cos \omega t + 1) - V_r, & \omega t \in [\pi, \pi + \theta_1) \\ V_r, & \omega t \in [\pi + \theta_1, 2\pi) \end{cases} \quad (22)$$

同理得到整流电压 V_r 、陶瓷输出电压 $V_{p,f}$ 以及式(16)中的系数 D_1 和 D_2 分别为:

$$V_r = \frac{2 \theta A_0}{2 C_p + \frac{\pi}{\omega R}} = \frac{\omega \theta R A_0}{\omega C_p R + \frac{\pi}{2}} \quad (23)$$

$$V_{p,f} = \frac{\theta}{2 \pi C_p} (a_1(t) (2 \theta_1 - \sin 2 \theta_1) + 2 a_2(t) \sin^2 \theta_1) \cos \omega t + \frac{\theta}{2 \pi C_p} (-2 a_1(t) \sin^2 \theta_1 + a_2(t) (2 \theta_1 - \sin 2 \theta_1)) \sin \omega t \quad (24)$$

$$D_1 = - \left(\frac{5}{8} A_0^4 + \frac{15}{2} a_0^2 A_0^2 + 5 a_0^4 \right) k_5 - (3 a_0 A_0^2 + 4 a_0^3) k_4 - \left(\frac{3}{4} A_0^2 + 3 a_0^2 \right) k_3 - 2 a_0 k_2 - k_1 + (M_2 \omega^2 - K_2) - \frac{\theta^2}{2 \pi C_p} (2 \theta_1 - \sin 2 \theta_1)$$

$$D_2 = \left(C_2 \omega + \frac{\theta^2}{2 \pi C_p} \sin^2 \theta_1 \right)$$

则 DC 电路的输出功率为:

$$P = \frac{V_r^2}{R} = \frac{\omega^2 R \theta^2}{\left(C_p \omega R + \frac{\pi}{2} \right)^2} A_0^2 \quad (25)$$

2.4 采集器外接纯电阻(AC)电路

如图 2(d) 所示,设压电片两端电压可以表示为:

$$V_p(t) = p_1(t) \cos \omega t + p_2(t) \sin \omega t \quad (26)$$

将式(4)和(26)代入式(3)的第 1 和第 2 行,得:

$$D_1 = - \left[\left(\frac{5}{8} A_0^4 + \frac{15}{2} a_0^2 A_0^2 + 5 a_0^4 \right) k_5 + (3 a_0 A_0^2 + 4 a_0^3) k_4 + \left(\frac{3}{4} A_0^2 + 3 a_0^2 \right) k_3 + 2 a_0 k_2 + k_1 - M_2 \omega^2 + K_2 + \frac{\omega^2 R^2 \theta^2 C_p}{C_p^2 R^2 \omega^2 + 1} \right]$$

$$D_2 = C_2\omega + \frac{\omega R\theta^2}{C_p^2 R^2 \omega^2 + 1}$$

则 AC 电路有效输出功率为:

$$P = \frac{\omega^2 R^2 \theta^2}{2R(C_p^2 \omega^2 R^2 + 1)} A_0^2 \tag{27}$$

2.5 系统解稳定性分析与判断

对于 4 种接口转换电路,用谐波平衡法得到的实数解的稳定性可由雅克比矩阵判断。以 P-SSHI 接口转换电路为例,将式(9)~(13)转换成 $L \times \dot{q} = F(q)$ 的形式,其中向量 $q = [a_0 \ a_1 \ a_2 \ b_1 \ b_2]^T$, $F(q)$ 是式(9)~(13)中的右边各项所构成的 5×1 矩阵, L 矩阵如下:

$$L = \begin{bmatrix} C_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_2 & 2M_2\omega & 0 & 2B_2\omega \\ 0 & -2M_2\omega & C_2 & -2B_2\omega & 0 \\ 0 & 0 & 2B_2\omega & 0 & 2M_3\omega \\ 0 & -2B_2\omega & 0 & -2M_3\omega & 0 \end{bmatrix} \tag{28}$$

则系统的稳定性可以通过雅克比矩阵 J 的特征值来判断:

$$J = \frac{d(L^{-1} \times F(q))}{dq} \tag{29}$$

根据式(16)求解的位移幅值 A_0 以及给定系统参数代入式(29),计算矩阵特征值,若特征值具有负实部,则系统响应解为稳定的,否则为不稳定。基于此方法,其他 3 种接口电路情形下采集器响应解的稳定性也可以得到。

3 系统仿真分析

本文采用 MATLAB 软件重点仿真分析了激励频率、机电耦合系数、外接电阻以及转换系数等参数对 4 种采集接口电路器输出性能的影响规律,进一步揭示采集器与接口之间的耦合动力学机理,取磁铁间距 $d = 20 \text{ mm}$,外部磁铁间距 $d_g = 10 \text{ mm}$ 时,则式(3)动力学方程具体参数可计算得到如表 1 所示。

表 1 压电能量采集器的仿真参数

Table 1 Parameters of the piezoelectric energy harvester			
参数	数值	参数	数值
M_2/g	1.91×10^{-1}	C_t/F	4.70×10^{-5}
$C_2/(\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1})$	1.60×10^{-4}	$k_1/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	1.93
$K_2/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	3.63×10^{-1}	$k_2/(\text{N} \cdot \text{m}^{-2})$	8.88×10^{-16}
B_2/g	9.25×10^{-1}	$k_3/(\text{N} \cdot \text{m}^{-3})$	-2.43×10^3
M_3/g	7.59	$k_4/(\text{N} \cdot \text{m}^{-4})$	1.70×10^{-13}
$K_1/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	5.80	$k_5/(\text{N} \cdot \text{m}^{-5})$	4.89×10^5
C_p/F	3.00×10^{-9}	$U_0/(\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$	5.00

3.1 激励频率 f 对系统输出性能的影响

在机电耦合系 $\theta = 5.38 \times 10^{-7}$, 负载电阻 $R = 7 \times 10^6 \ \Omega$, 由于低机电耦合下对外接转换电路对悬梁臂的位移振幅 A_0 是几乎没有影响,所以只分析其整流电压 V_r 和输出功率 P 。 $\gamma = 0.3$ 和 $\gamma = 0.8$ 时的 4 种接口转换电路之间的整流电压 V_r 与输出功率 P 的频响如图 3 所示(线型和带有标记符号线型分别为系统的稳定响应和不稳定响应),由于只有 P-SSHI 电路和 S-SSHI 电路的整流电压以及输出功率有转换系数 γ 参数,所以 γ 对 AC 电路和 DC 电路并没有影响。由图 3 可知,当激励频率较小时 ($f < 8 \text{ Hz}$), 阱间运动的输出电压和输出功率最大的是 S-SSHI 电路,紧接着为 AC 电路和 P-SSHI 电路,最小为 DC 电路;但当激励频率较大时 ($f > 8 \text{ Hz}$), P-SSHI 电路随着频率 f 增大而增大的速度明显超过 S-SSHI 电路,所以 P-SSHI 电路的整流电压和输出功率达到了最大。对于阱内运动,整流电压与输出功率大小关系与阱间运动相同,比较图 3(a)、(b) 和 (c)、(d) 可知,随着转换系数 γ 的增大, S-SSHI 电路在频率较小时变化明显的增大,而 P-SSHI 电路在频率较高点,明显优于其他 3 种电路。

为了更加清楚的分析转换系数 γ 对 P-SSHI 电路和 S-SSHI 电路的影响,如图 4 和 5 所示。图 4 为 $\gamma = 0.3, 0.5, 0.8$ 时 P-SSHI 电路和 S-SSHI 电路的整流电压与输出功率频响。由图 4(a)、(b) 能够看出,其电路随着激励频率 f 增大,转换系数 γ 的值越大,整流电压与输出功率也就越大,也就是说 P-SSHI 电路对激励频率 f 越高越敏感,而在较小频率下几乎没有变化; S-SSHI 电路的与 P-SSHI 电路正好相反,由图 4(c)、(d) 可知, S-SSHI 电路随着激励频率 f 的增大,当转换系数 γ 不断增大,其整流电压与输出功率变化越不明显,在低频率下具有较大的差别,频率越小影响越大。

图 5 为 4 种外接转换电路在激励频率 $f = 10 \text{ Hz}$ 时,转换系数 γ 与整流电压和输出功率之间的关系。能够看出当转换系数 $\gamma = 0$ 时,即电学品质因数 $Q = 0$, S-SSHI 电路与 DC 电路的整流电压和输出功率相同,为 5.8 mV 和 $4.8 \times 10^{-3} \text{ mW}$,接着是 AC 电路,为 7.1 mV 和 $7.2 \times 10^{-3} \text{ mW}$,最大的是 P-SSHI 电路,为 7.47 mV 和 $7.9 \times 10^{-3} \text{ mW}$ 。随着转换系数 γ 的变化, AC 电路和 DC 电路的输出电压和输出功率为一常数, P-SSHI 电路和 S-SSHI 电路都是随着转换系数 γ 的增大而不断增大,但前者增长速度低于后者, S-SSHI 电路在转换系数 $\gamma = 0.21$ 时其整流电压与输出功率与 AC 电路相等, $\gamma = 0.42$ 时与 P-SSHI 电路相等, $\gamma > 0.42$ 时其电路超过其他 3 个电路的整流电压和输出功率。当转换系数 $\gamma = 1 (Q = \infty)$ 时, P-SSHI 和 S-SSHI 电路的输出电压和输出功率分别为 10.5 mV 和 $15.8 \times 10^{-3} \text{ mW}$ 以及 12.5 mV 和 $22.5 \times 10^{-3} \text{ mW}$ 。

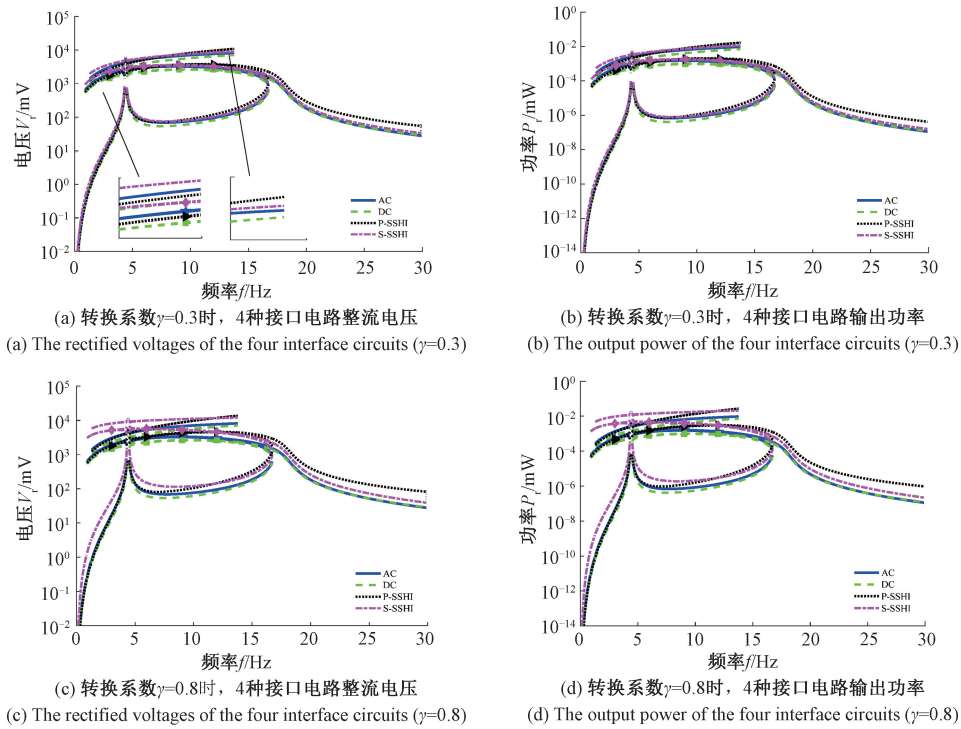


图3 不同转换系数下, 四种电路整流电压和输出功率的频率响应曲线

Fig. 3 Frequency responses curves of rectified voltage and power of four circuits under different conversion coefficients

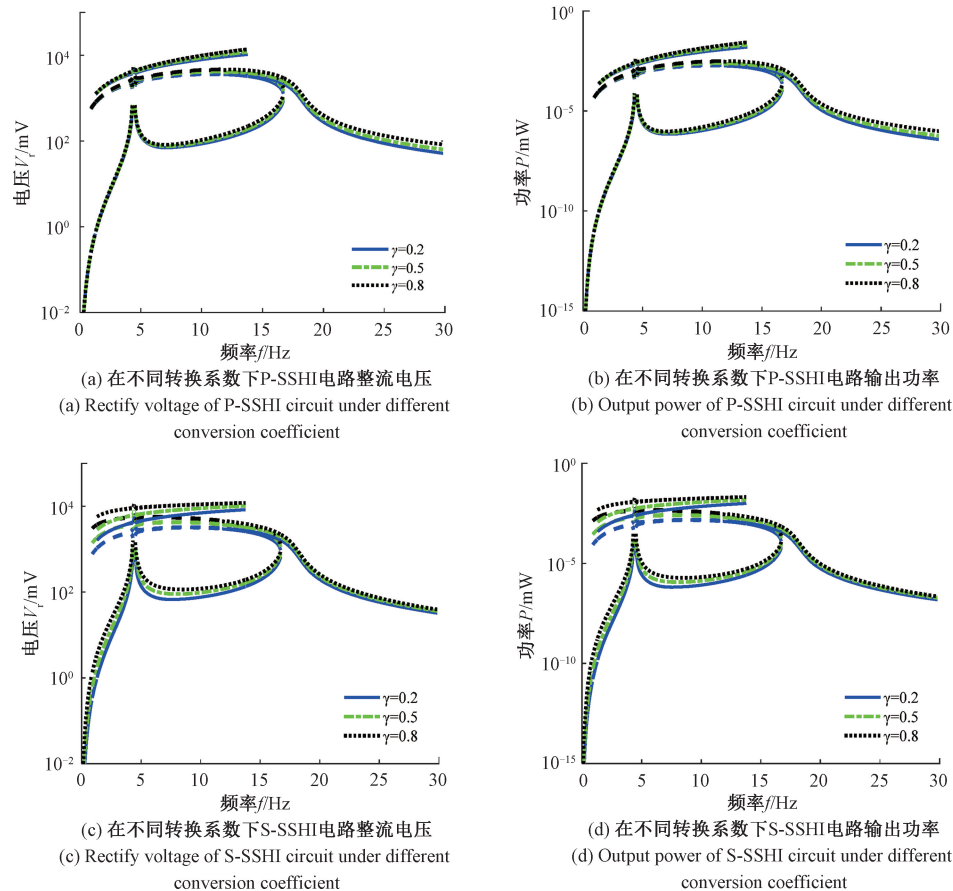


图4 在不同转换系数下整流电压和输出功率的频率响应

Fig. 4 Frequency response curves of rectifier voltage and output power at different conversion factors

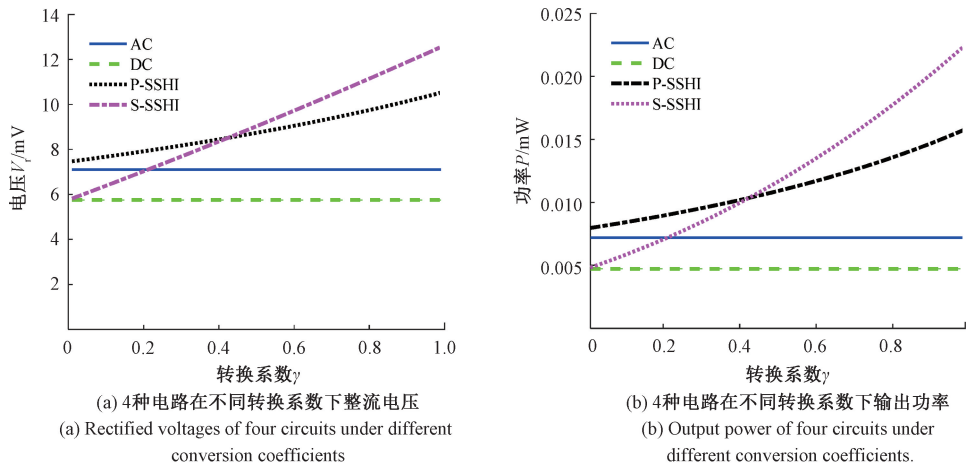


图 5 4 种不同电路下,转换系数与整流电压和输出功率之间关系

Fig. 5 Relationship between conversion coefficient and voltage and output power under four different circuits

3.2 负载电阻 R 对输出性能的影响

当激励频率 $f=10\text{Hz}$, 转换系数 $\gamma=0.5$ 时, 4 种不同接口转换电路的整流电压和输出功率与负载电阻之间关系如图 6 所示。由图 6(a) 能够看出, 整流电压随着电阻的增大首先是不断增大, 然后负载电阻达到一定值时 ($R=1\times 10^8\ \Omega$), 整流电压趋于一个稳定值。当电阻 R 较小时 ($R<7.4\times 10^6\ \Omega$), S-SSHI 电路的整流电压明显优于其他 3 个电路, 顺序依次是 S-SSHI 电路、AC 电路、P-SSHI 电路和 DC 电路, 但是当电阻 R 过大时 ($R>7.4\times 10^6\ \Omega$), P-SSHI 在一定范围内继续增大, 而其他 3 种电路较早的趋于稳定, 最终 P-SSHI 电路的整

流电压最大, 且 S-SSHI 电路和 DC 电路稳定值几乎相同, 低于 P-SSHI 电路, AC 电路最小。图 6(b) 为不同接口转换电路的输出功率都是随着电阻的增大先是增大然后再减小的过程, 可以看出 AC 电路、DC 电路、P-SSHI 电路和 S-SSHI 电路的最优负载电阻分别为 5.3×10^6 、 8.5×10^6 、 3.3×10^7 和 $2.8\times 10^6\ \Omega$, 其对应的最大输出功率依次为 7.48×10^{-3} 、 4.76×10^{-3} 、 19.0×10^{-3} 和 $14.3\times 10^{-3}\ \text{mW}$ 。在低电阻的情况下, S-SSHI 的输出功率更高, 在高负载阻抗下, P-SSHI 的输出功率明显高于其他 3 者。同时不管电阻多大, S-SSHI 电路的输出功率始终要优于 AC 电路和 DC 电路。

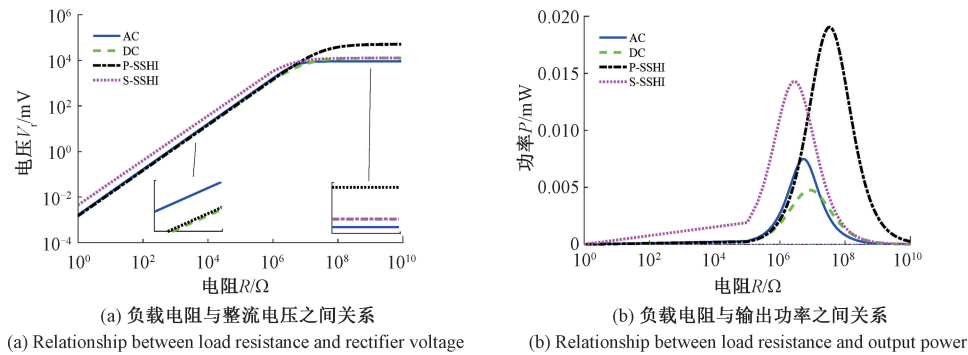


图 6 4 种不同电路下,负载电阻与整流电压和输出功率之间关系

Fig. 6 Relationship between load resistance and rectifier voltage and output power under four different circuits

在不同转换系数 γ 下, 进一步分析负载电阻 R 对 P-SSHI 电路和 S-SSHI 电路的影响。如图 7 所示, 在激励频率 $f=10\ \text{Hz}$ 下, 其电路不同转换系数 $\gamma=0.2, 0.5, 0.8$ 时, 负载电阻与整流电压以及输出功率之间的关系。对于 P-SSHI 电路, 当负载电阻 $R<1\times 10^6\ \Omega$ 时, 转换系数 γ 对其

电路几乎没有影响; 当负载电阻 $R>1\times 10^6\ \Omega$ 时, 随着转换系数 γ 的增大, 其整流电压和输出功率也在增大。而 S-SSHI 电路与之相反, 当负载电阻 $R<1\times 10^7\ \Omega$ 时, 随着转换系数 γ 的增大, 其整流电压和输出功率也再不断增大, 而负载电阻 $R>1\times 10^7\ \Omega$ 时, 转换系数 γ 对其不再有影响。

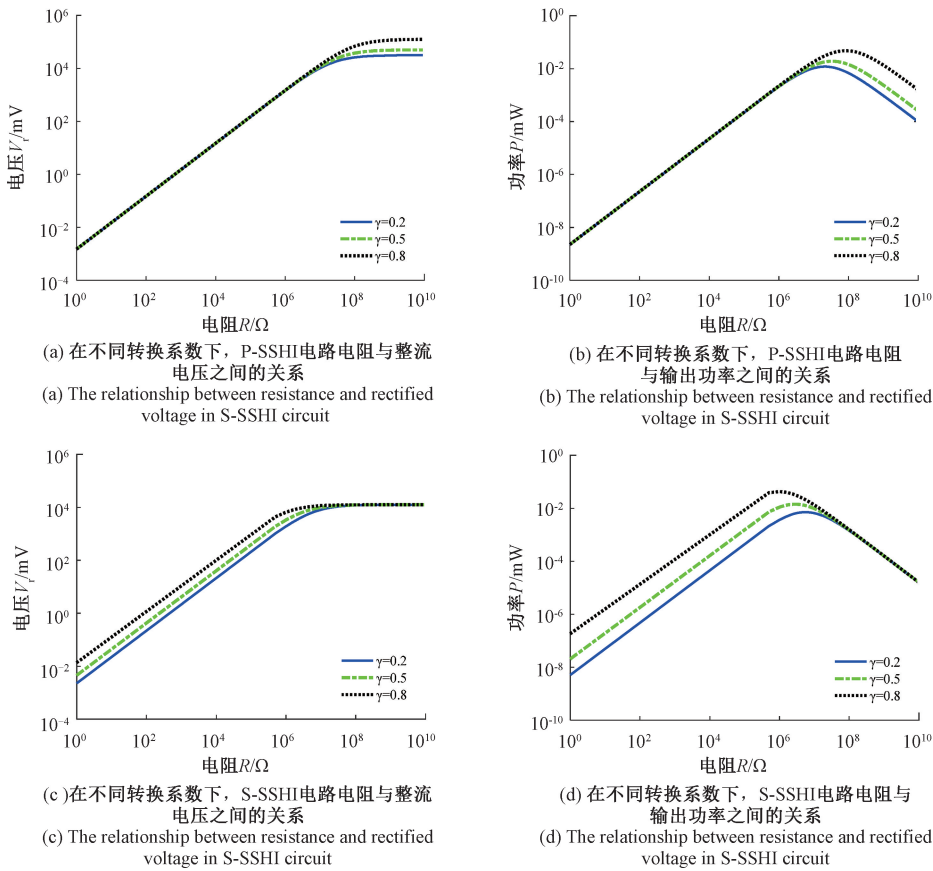


图7 在不同转换系数下负载电阻与整流电压和输出功率之间的关系

Fig. 7 Relationship between load resistance, rectifier voltage and output power under different conversion coefficients

3.3 机电耦合系数 θ 对系统输出性能的影响

当激励频率 $f=10\text{ Hz}$, 转换系数 $\gamma=0.5$, 负载电阻 $R=7\times10^6\ \Omega$ 时, 4 种不同接口转换电路的位移幅值 A_0 和输出功率 P 与机电耦合系数之间的关系如图 8 所示。从图 8 可以看出, AC 电路、DC 电路、P-SSHI 电路和 S-SSHI 电路能够产生胫间运动的机电耦合系数范围 θ 分别小于 6.01×10^{-6} 、 7.01×10^{-6} 、 4.01×10^{-6} 和 4.01×10^{-6} , 当机电耦合系数 $\theta<4.01\times10^{-6}$ 时, 4 种电路的胫间和胫内运动

的位移幅值 A_0 都相等且为一固定值, 虽然 AC 电路和 DC 电路的机电耦合系数 θ 范围较宽, 但是 P-SSHI 电路和 S-SSHI 电路的输出功率 P 要更高, 对于 P-SSHI 电路和 S-SSHI 电路之间, 两者机电耦合系数 θ 范围以及输出功率 P 都是几乎相等; 当耦合系数过大时 ($\theta>2\times10^{-5}$), 胫内运动位移幅值 A_0 不再相同 (只有胫内运动), 位移幅值 A_0 和输出功率 P 从大到小的顺序为 DC 电路、AC 电路、P-SSHI 电路和 S-SSHI 电路。

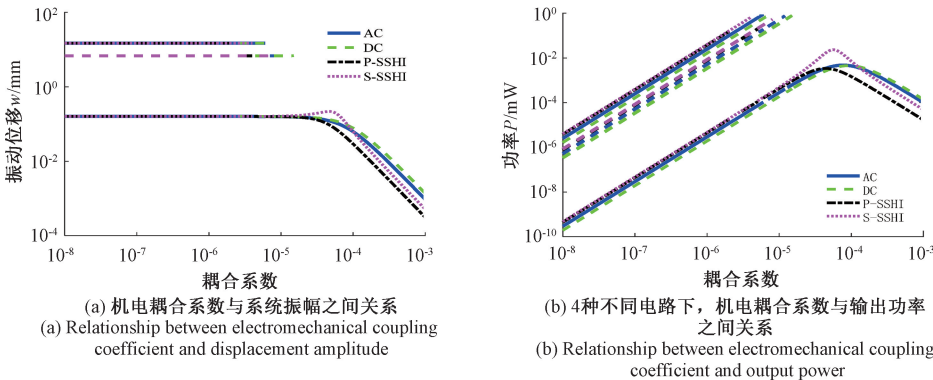


图8 4 种不同电路下, 机电耦合系数与位移振幅和输出功率之间关系

Fig. 8 Relationship between electromechanical coupling coefficient and amplitude and power under four different circuits

在不同转换系数 γ 下,进一步分析机电耦合系数 θ 对 P-SSHI 电路和 S-SSHI 电路的影响。如图 9 所示,对于 P-SSHI 电路,在转换系数 $\gamma=0.2, 0.5, 0.8$ 时,其阌间运动的机电耦合系数范围 θ 几乎相同,为 4.01×10^{-6} ;对于 S-SSHI 电路,其范围分别小于 4.01×10^{-6} 、 $4.01 \times$

10^{-6} 和 3.01×10^{-6} 。可以看出两种电路随着转换系数 γ 的增大其机电耦合系数 θ 的变化范围很小,但是其功率却不断增大;不管机电耦合系数 θ 为多少,随着转换系数 γ 的增大,P-SSHI 电路和 S-SSHI 电路的位移振幅、整流电压和输出功率都是不断增大的。

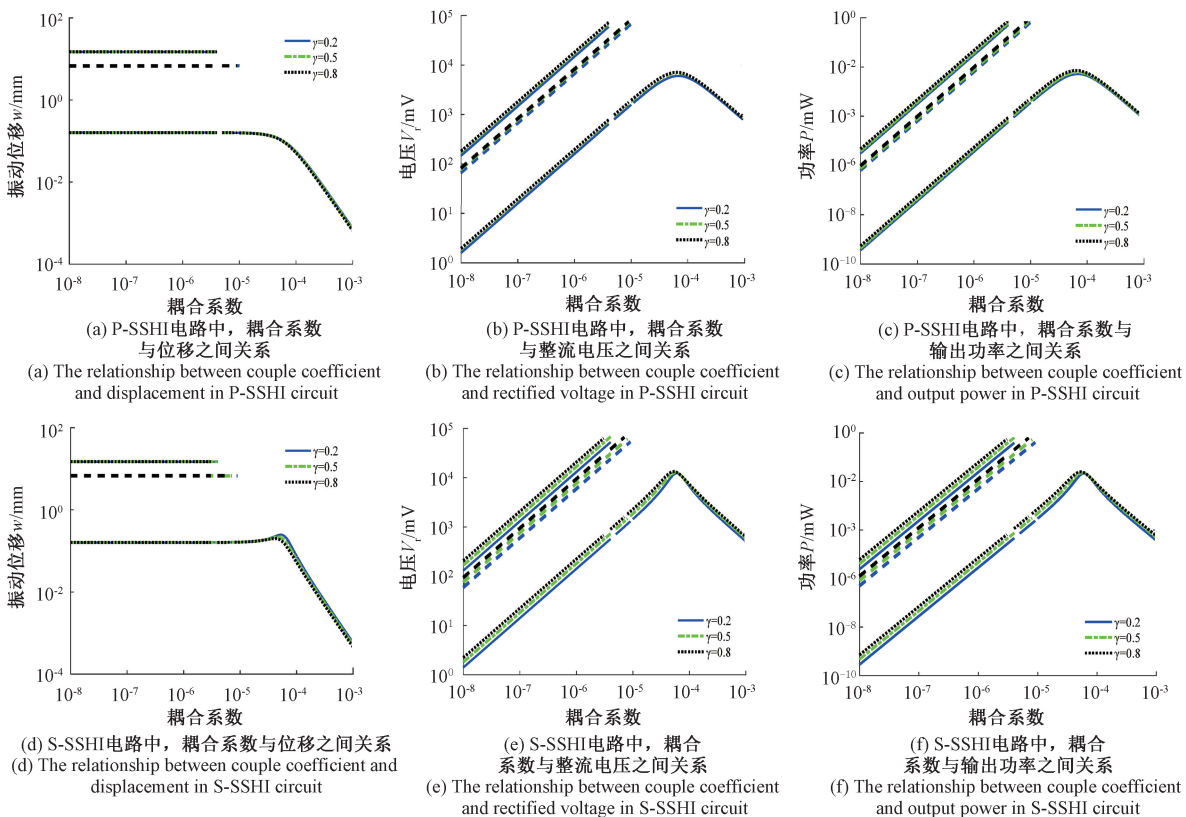


图9 在不同转换系数下,机电耦合系数与位移、整流电压以及输出功率之间的关系

Fig. 9 Relationship between electromechanical coupling coefficient and displacement, rectified voltage and output power under different conversion coefficients

耦合系数过大时,不同负载电阻对系统有影响。当激励频率 $f=10$ Hz,转换系数 $\gamma=0.5$,机电耦合系数 $\theta=2 \times 10^{-4}$ (只有阌内运动)时,负载电阻 R 与整流电压 V_r 和输出功率 P 之间关系如图 10 所示。对于整流电压 V_r ,如图 10(a)所示,变化最明显的是 DC 电路,当电阻较小时,DC 电路从最小位置上升到仅次于 S-SSHI 电路的位置(同图 6 中 4 种电路顺序作比较);当电阻较大时,AC 电路、DC 电路、P-SSHI 电路和 S-SSHI 电路整流电压的稳定值分别为 990、1 930、2 020 和 898 mV,DC 电路仅次于 P-SSHI 电路。对于输出功率而言,如图 10(b)所示,DC 电路明显优于其他 3 种电路,只有在负载电阻 $R < 2.04 \times 10^6 \Omega$ 时,DC 电路略低于 S-SSHI 电路,而 P-SSHI 电路变化最明显,由原来的最大变成最小。

4 实验研究与结果分析

为了验证模型仿真结果的正确性,研制了双自由度三稳态能量采集器实验样机。如图 11(a)所示,U 形槽与基座之间连接一弹簧,为弹性放大器,在 U 形槽的右端用高强度胶粘结两个永磁铁,悬梁臂末端也粘结一个永磁铁,用两块压电片(PZT-5A)粘结在悬梁臂的上下表面,在压电片表面通过金属铜电极串联连接在 4 种不同的电路上。采集器实验系统如图 11(b)所示,信号发生器产生的正弦信号经功率放大器放大后,使振动器来模拟简谐运动。悬臂梁的末端位移由激光位移传感器测量得到通过软件在电脑上显示,输出电压经过接口转换电路,压电陶瓷电压以及整流后的电压可以通过示波器获取。

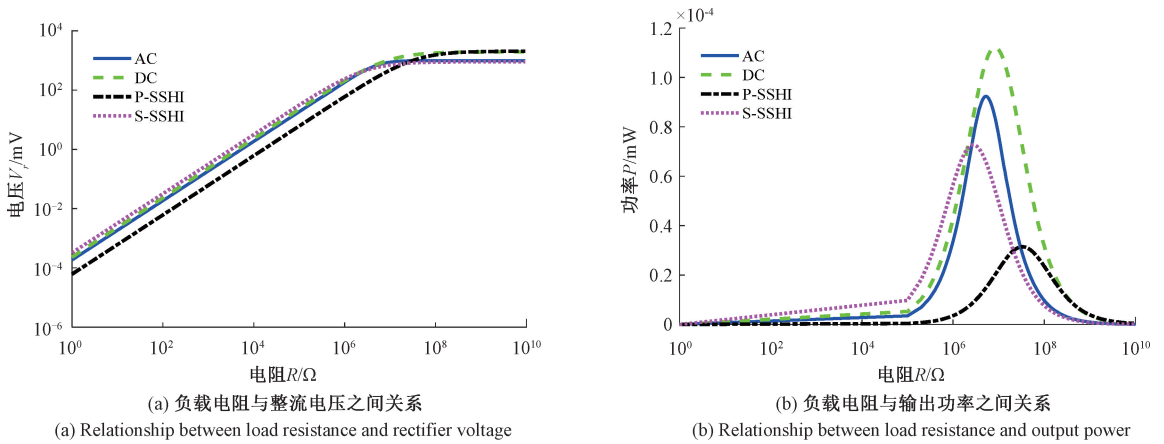


图 10 4 种不同电路下,负载电阻与整流电压和输出功率之间关系

Fig. 10 Relationship between load resistance and rectifier voltage and output power under four different circuits

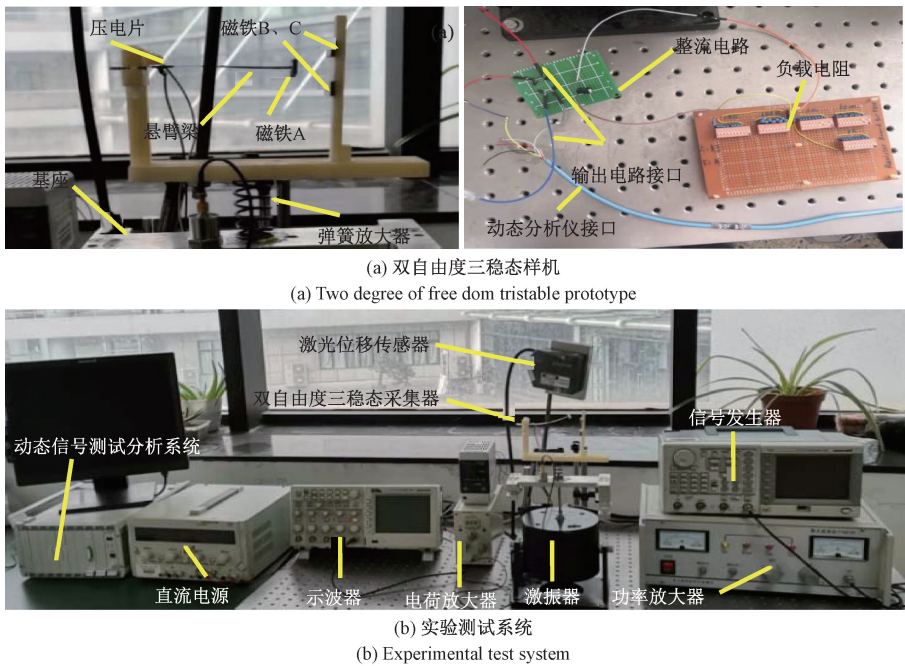


图 11 双自由度三稳态样机和实验测试系统

Fig. 11 Two degree of freedom tristable prototype and experimental test system

取激励频率 $f=10\text{ Hz}$, 激励加速度 $U_0=5\text{ m/s}^2$, 负载电阻 $R=7\times 10^6\ \Omega$ 时, 4 种电路的陶瓷电压以及整流电压的数值仿真与实验比较如图 12 所示。由图 12(a) 可以看出, P-SSHI 电路在一个振动周期中, 陶瓷输出电压可以分为放电阶段和充电阶段, 陶瓷输出电压高于整流输出电压, 整流二极管导通, 此时电路中电流存在, 当系统达到稳定状态后, 其整流电压基本保持不变, 数值仿真为 14.0 V , 实验为 12.5 V 。由图 12(b) 可知, S-SSHI 电路只有陶瓷输出电压翻转时, 压电电流 i 才不为 0, 为充电阶段, 其他时间都为放电阶段, 稳定时的整流电压的数值仿真为 9.0 V , 实验为 7.3 V 。由图 12(c) 可知, DC 电路压

电片在充放电的过程中, 当整流电压稳定时, 其仿真整流电压为 3.2 V , 实验为 2.6 V 。由图 12(d) 可知, AC 电路只有交流电压, 可以看出在一个振动周期内有两处存 3 个波峰和两个波谷, 最大的数值仿真为 5.8 V , 实验为 5 V 左右。

在其他参数不变情况下, 依次取系统激励频率 $f=3, 4, 5, \dots, 30\text{ Hz}$, 在每个激励频率下给与悬臂梁不同的初始速度, 当系统的位移幅值 A_0 稳定时, 多次测量其整流电压(功率通过相应的整流电压得出), 结果如图 13 所示。对于阱间运动, 在激励频率 $f<10\text{ Hz}$ 时, S-SSHI 电路的整流电压和输出功率优于其他 3 种电路, 且随着频

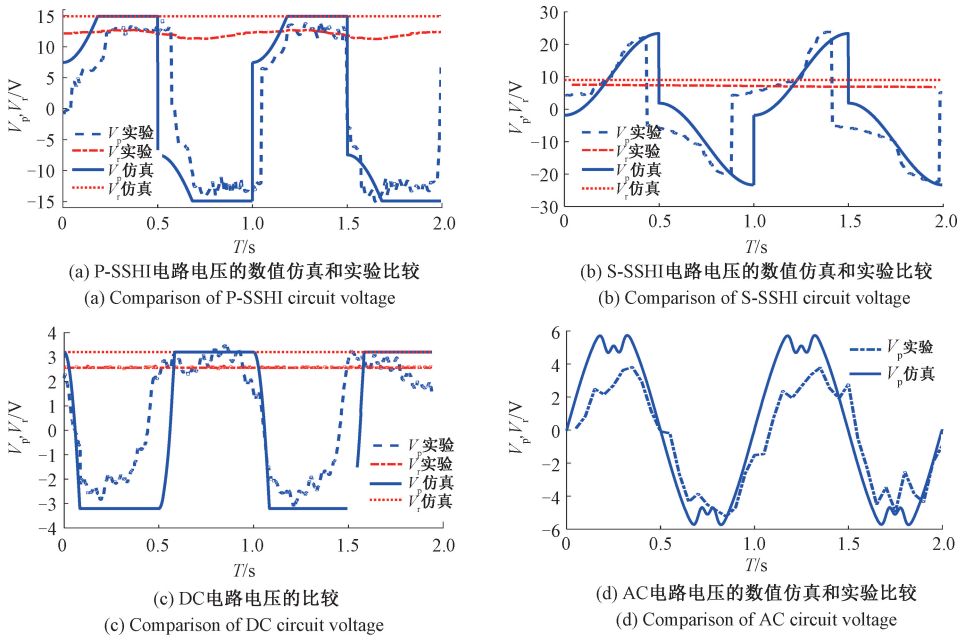


图 12 4 种接口电路采集器输出电压和整流电压的数值仿真和实验比较

Fig. 12 Numerical simulation and experimental comparison of output voltage and rectified voltage of four interface circuits

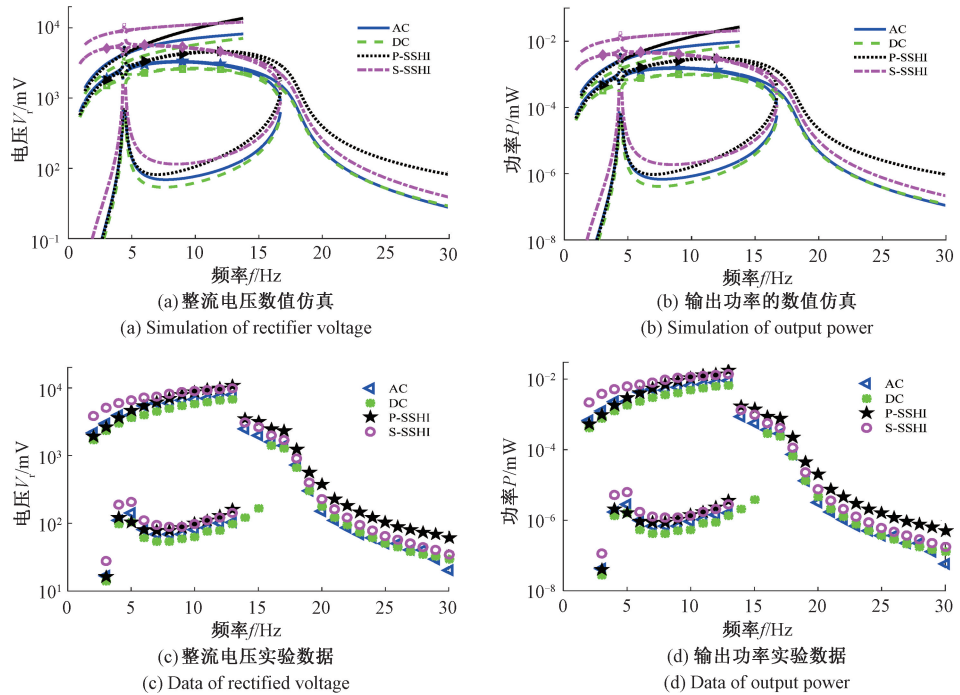


图 13 4 种不同电路下整流电压和输出功率的数值仿真与实验的频响特性对比

Fig. 13 Comparison of frequency response characteristics between numerical simulation and experiment of rectifier voltage and output power under four different circuits

率的增加,P-SSHI 电路的整流电压和功率增长速度明显优于 S-SSHI 电路,当激励频率超过 10 Hz 时,P-SSHI 电路就具有了优势。同时也能够看出 DC 电路的整流电压和功率在 4 种电路中基本上处于劣势。

进一步验证负载电阻对 4 种电路影响的实验与比较,系统参数条件与图 6 一致,其整流电压和输出功率的实验结果如图 14 所示,其中线性连接的为数值仿真,点标记的为实验数据。在较低的负载电阻下,S-SSHI 电路的

整流电压要高于其他电路,且随着电阻的不断增大,P-SSHI 电路的电压远超其他电路且 4 种电路的电压都趋于稳定。在功率方面 P-SSHI 电路的输出功率最大,其次为 S-SSHI 电路,且对于 AC 电路、DC 电路和 S-SSHI 电路的最优负载电阻都比较小,而 P-SSHI 电路的最优负载几

乎高了一个数量级。从图 13(a)、(b)和 14(a)、(b)可以看出,实验的整流电压和输出功率低于数值仿真的结果,这是因为数值仿真将二极管视为理想二极管。尽管如此,实验结果与数值仿真结果基本吻合,验证了仿真模型的正确性。

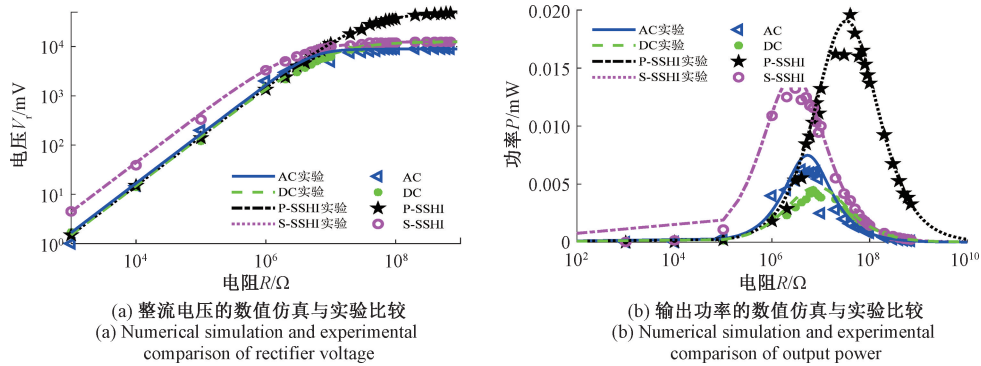


图 14 4 种不同电路下整流电压和输出功率的数值仿真与实验随负载电阻的变化对比

Fig. 14 Comparison between numerical simulation and experiment of rectifier voltage and output power with load resistance under four different circuits

5 结 论

基于 4 种接口转换电路,建立双自由度三稳态压电能量采集系统的非线性机电耦合运动方程,通过谐波平衡法对整流电压以及输出功率进行了研究分析,仿真实验验证了本文方法的正确可行性,得到如下结论。

- 1) 对于系统激励频率,在机电耦合系数较小时,转换系数越大,P-SSHI 电路的功率在较高频率上也不断增大,而在较低频率点无变化;对于 S-SSHI 电路的功率在较低频率点随着转换系数的增大而增大,而对较高频率并不敏感。所以在激励频率较低时,S-SSHI 电路要优于 P-SSHI 电路,激励频率较高时,P-SSHI 电路更具有优势。
- 2) 对于负载电阻,在机电耦合系数较小时,如果转换系数越大,对电路的输出功率也就越大,同时当负载电阻较大时,对 P-SSHI 电路的影响很大,且在该电阻下适合 P-SSHI 电路;相反负载电阻较小时,对 S-SSHI 电路的影响很大,此电阻下适合 S-SSHI 电路。
- 3) 对于机电耦合系数,在机电耦合系数较小时,对 4 种接口转换的位移几乎没有影响,但是 AC 电路和 DC 电路的具有阱间运动的机电耦合系数的范围较大,而 P-SSHI 电路和 S-SSHI 电路以缩小耦合系数范围为代价来提高其功率;在机电耦合系数过大时,能够对系统位移幅值产生影响,四种接口转换电路中,DC 电路最为适合。

参考文献

[1] ZEADALLY S, SHAIKH F K, TALPUR A, et al. Design architectures for energy harvesting in the internet

of things [J]. Renewable and Sustainable Energy Reviews, 2020, 128: 109901.

[2] 杜荣华,朱胜亿,魏克湘,等. 交通环境能量采集及自供能交通设施健康状态监测研究进展[J]. 仪器仪表学报, 2022,43(3):3-23.

DU R H, ZHU SH Y, WEI K X, et al. Research progress of energy harvesting in transportation environment and self-powered transportation infrastructure health monitoring [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2022, 43(3):3-23.

[3] 陆颢瓚,朱宇宸,刘琪才,等. 悬臂梁压电式能量收集器方向性效率的研究[J]. 仪器仪表学报, 2019, 40(3):181-187.

LU H Z, ZHU Y CH, LIU Q C, et al. Study on directional efficiency of piezoelectric VEH based on cantilever beam[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2019, 40(3): 181-187.

[4] WANG H Y, TANG L H. Modeling and experiment of bistable two-degree-of-freedom energy harvesting with magnetic coupling [J]. Mechanical System and Signal Process, 2017, 86: 29-39.

[5] HAFIZAH M A A, NORAZUWANA S, ROSZITA I. Internet of things energy system: Smart applications, technology advancement, and open issues [J]. International Journal of Energy Research, 2021, 45(6):

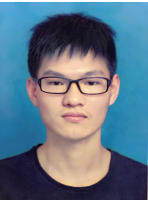
- 8389-8419.
- [6] ERTURK A, INMAN D J. An experimentally validated bimorph cantilever model for piezoelectric energy harvesting from base excitations[J]. *Smart Materials and Structures*, 2009, 18(2): 025009.
- [7] 唐炜, 王小璞, 曹景军. 非线性磁式压电振动能量采集系统建模与分析[J]. *物理学报*, 2014, 63(24): 76-89.
- TANG W, WANG X P, CAO J J. Modeling and analysis of piezoelectric vibration energy harvesting system using permanent magnetics[J]. *Acta Physica Sinica*, 2014, 63(24): 76-89.
- [8] FANG S T, CHEN K Y, XING J T, et al. Tuned bistable nonlinear energy sink for simultaneously improved vibration suppression and energy harvesting[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2021, 212(3): 106838.
- [9] ZHOU S X, CAO J Y, INMAN D J, et al. Harmonic balance analysis of nonlinear tristable energy harvesters for performance enhancement[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2016, 373: 223-235.
- [10] YAN Z M, SUN W P, TAN T, et al. Nonlinear analysis of galloping piezoelectric energy harvesters with inductive-resistive circuits for boundaries of analytical solutions[J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2018, 62: 90-116.
- [11] OTTMAN G K, HOFMANN H F, LESIEUTRE G A, et al. Optimized piezoelectric energy harvesting circuit using step-down converter in discontinuous conduction mode[J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2003, 18(2): 696-703.
- [12] LEFEUVRE E. Piezoelectric energy harvesting device optimization by synchronous electric charge extraction[J]. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2005, 16(10): 865-876.
- [13] LALLART M, GARBUIO L, PETIT L, et al. Double synchronized switch harvesting (DSSH): A new energy harvesting scheme for efficient energy extraction[J]. *IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control*, 2008, 55(10): 2119-2130.
- [14] TAYLOR G W, BURNS J R, KAMMANN S A, et al. The energy harvesting eel: A small subsurface ocean/river power generator[J]. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2001, 26(4): 539-547.
- [15] LIANG J R, LIAO W H. Energy flow in piezoelectric energy harvesting systems[J]. *Smart Materials and Structures*, 2010, 20(1): 015005.
- [16] LIAO Y B, LIANG J R. Unified modeling, analysis and comparison of piezoelectric vibration energy harvesters[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2019, 123: 403-425.
- [17] LAN C B, LIAO Y B, HU G B. A unified equivalent circuit and impedance analysis method for galloping piezoelectric energy harvesters[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2022, 165: 108339.
- [18] WANG J L, SUN SH K, HU G B, et al. Exploring the potential benefits of using metasurface for galloping energy harvesting[J]. *Energy Conversion and Management*, 2021, 243: 114414.
- [19] LIANG J, LIAO W H. Impedance modeling and analysis for piezoelectric energy harvesting systems[J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2012, 17(6): 1145-1157.
- [20] ZHANG Z W, XIANG H J, TANG L H. Modeling, analysis and comparison of four charging interface circuits for piezoelectric energy harvesting[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2021, 152: 107476.
- [21] CHEN Y Y, VASIC D, LIU Y P, et al. Study of a piezoelectric switching circuits for energy harvesting with bistable broadband technique by work-cycle analysis[J]. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2013, 24(2): 180-193.
- [22] SING K A, KUMAR R, WEBER R J. A broadband bistable piezoelectric energy harvester with nonlinear high-power extraction[J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2015, 30(12): 6763-6774.
- [23] ZHANG C L, HARNE R, LI B, et al. Harmonic analysis and experimental validation of bistable vibration energy harvesters interfaced with rectifying electrical circuits[J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2020, 82: 105069.
- [24] CAI W, HARNE R. Investigations on energy harvesting systems incorporating mechanical and electrical nonlinearities to charge reusable batteries[J]. *Energy*

Conversion and Management, 2021, 252: 115045.

[25] MA X Q, LI H T, ZHOU S X, et al. Characterizing nonlinear characteristics of asymmetric tristable energy harvesters [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2022, 168:108612.

[26] ZHU Q, WANG G, ZHENG Y, et al. Coupling nonlinearities and dynamic between the hybrid tri-stable piezoelectric energy harvester and nonlinear interface circuit [J]. Applied Energy, 2022, 323: 90-116.

作者简介



朱强国,2020 年于黄山学院获得学士学位,现为浙江工商大学硕士研究生,主要研究方向为压电能量采集技术。

E-mail: 1667727946@qq.com

Zhu Qiangguo received his B.Sc. degree

from Huangshan University in 2020. He is currently a M. Sc. candidate at Zhejiang Gongshang University. His main research interest is piezoelectric energy harvesting technology.



王光庆(通信作者),1999 年于沈阳航空工业学院获得学士学位,2003 年于浙江大学获得硕士学位,2006 年于浙江大学获得博士学位,现为浙江工商大学教授,主要研究方向为压电能量采集技术和超声波电机。

E-mail: kele76@163.com

Wang Guangqing (Corresponding author) received his B. Sc. degree from Shenyang Aerospace University in 1999, and M. Sc. degree and Ph. D. degree both from Zhejiang University in 2003 and 2006, respectively. He is currently a professor at Zhejiang Gongshang University. His main research interests include piezoelectric energy harvesting technology and ultrasonic motor.