

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2209519

压电陶瓷执行器迟滞非线性补偿与最优控制^{*}

高源蓬^{1,2,3}, 张 泉^{1,2,3}, 李清灵^{1,2,3}, 尹达一^{1,2,3}

(1. 中国科学院红外探测与成像技术重点实验室 上海 200083; 2. 中国科学院上海技术物理研究所 上海 200083;
3. 中国科学院大学 北京 100039)

摘 要:为提高空间望远镜精密稳像系统中压电驱动快摆镜(FSM)的摆动精度,对压电陶瓷执行器迟滞非线性补偿和控制技术进行研究。针对压电迟滞的非对称性以及 Duhem 模型求逆过程复杂的问题,对 Duhem 模型中的微分方程进行变换,直接建立 Duhem 非对称迟滞模型作为迟滞前馈补偿器,并利用免疫差分进化算法辨识模型参数。在 Duhem 逆模型补偿压电静态迟滞非线性的基础上,引入基于优化参考跟踪的线性二次型高斯(LQG-ORT)控制方法进一步提高压电执行器的动态定位精度,采用动态迟滞率相关自回归各态历经模型(ARX)建立状态空间方程,用于卡尔曼滤波器预测状态变量和控制器计算状态变量的最优控制系数矩阵。实验结果表明:直接建立的 Duhem 非对称迟滞模型能有效描述压电执行器非对称迟滞曲线,拟合均方根误差为 0.635 9 V(0.5 Hz),相对误差为 0.79%(0.5 Hz);实时跟踪幅值为 24 μm ,频率范围 1~80 Hz 的目标位移信号,LQG-ORT 算法的跟踪误差为 0.065 5 μm ,相对误差为 0.27%。

关键词:迟滞非线性;率相关性;Duhem 模型;免疫差分进化算法;最优控制

中图分类号: TP273+.1 TN384 TH751 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.80

Hysteresis nonlinear compensation and optimal control of piezoelectric actuators

Gao Yuanpeng^{1,2,3}, Zhang Quan^{1,2,3}, Li Qingling^{1,2,3}, Yin Dayi^{1,2,3}

(1. CAS Key Laboratory of Infrared System Detection and Imaging Technology, Chinese Academy of Science, Shanghai 200083, China; 2. Shanghai Institute of Technical Physics, Chinese Academy of Science, Shanghai 200083, China;
3. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

Abstract: To improve the swing accuracy of the piezoelectrically driven fast steering mirror (FSM) in the precise image stabilization system of the space telescope, the hysteresis nonlinear compensation and control technology of the piezoelectric actuator are studied. Aiming at the asymmetry of piezoelectric hysteresis and the complex inversion process of the Duhem model, the differential equation of the Duhem model is transformed, and the asymmetric Duhem inverse hysteresis model is directly formulated as a hysteresis feedforward compensator, and the immune differential evolution algorithm is used to identify model parameters. On the basis of compensating piezoelectric static hysteresis nonlinearity with Duhem inverse model, a linear quadratic Gaussian with optimal reference tracking (LQG-ORT) control method is introduced to further improve the dynamic performance of piezoelectric actuators. The dynamic hysteresis rate-dependent auto-regressive exogenous (ARX) model is used to establish the state space equation, which is used for the Kalman filter to predict the state variable and the controller to calculate the optimal control coefficient matrix of the state variable. Experimental results show that the directly established asymmetric Duhem inverse hysteresis model can effectively describe the asymmetric inverse hysteresis curve of the piezoelectric actuator. The fitting root mean square error is 0.635 9 V (0.5 Hz), and the relative error is 0.79% (0.5 Hz). Real-time tracking of target displacement signals with an amplitude of 24 μm and a frequency range of 1 to 80 Hz. The tracking error of the LQG-ORT algorithm is 0.065 5 μm , and the relative error is 0.27%.

Keywords: hysteretic nonlinearity; rate-dependent; Duhem model; immune differential evolution algorithm; optimal control

0 引言

二维快摆镜机构是空间天文望远镜精密稳像系统中的关键运动部件,其利用反射镜面的高精度、实时摆动对光束进行精确控制来对像移进行补偿,以达到望远镜稳定观测的目的^[1]。压电陶瓷执行器(piezoelectric actuators, PZT)作为快摆镜机构的促动器,具有响应速度快,谐振频率高,位移分辨率高等优点^[2],但其固有的迟滞特性会严重影响定位精度。

学界普遍采用建立前馈补偿器的方法进行压电迟滞补偿,前馈补偿器与被控对象级联构成整体线性化系统。压电迟滞模型的建立与辨识对提高压电陶瓷执行器的控制精度起着关键作用。Preisach 模型^[3]与 PI(Prandtl-Ishlinskii)模型^[4]由算子叠加模拟迟滞曲线,模型参数多,难以辨识,且逆模型求解复杂。Bouc-Wen 模型^[5]和 Duhem 模型^[6]以微分方程的形式模拟迟滞曲线,既能表征迟滞的数学特性,还能描述压电陶瓷执行器的动态特性。Bouc-Wen 模型以质量-弹簧-阻尼系统为基础,不能很好的描述由多片压电陶瓷晶片和电极叠合而成的压电陶瓷叠堆执行器的动态特性^[7]。传统 Duhem 模型微分方程中的 $f(\cdot)$ 和 $g(\cdot)$ 选取较为困难,通常以多项式逼近^[8],导致逆模型求解困难。

通常情况下,直接使用迟滞前馈补偿开环控制很难达到较高的定位精度,并且会受到各种扰动和模型不确定性的影响。于志亮等^[9]提出了一种改进 PI 模型与增量式 PID 相结合的复合控制方法,实验结果表明该复合控制方法的动态跟踪性能明显优于传统 PID 方法。徐子睿等^[10]采用 Duhem 逆模型前馈补偿结合自适应滑模控制,相较 Duhem 前馈控制相对误差下降 27%。王贞艳等^[11]在基于 Bouc-Wen 模型的 Hammerstein 模型的基础上,设计了内模控制器,在 1~100 Hz 频率范围内,跟踪相对误差小于 4.1%。复合控制策略的有效性均由实验结果得到证明。

Duhem 模型最大的优点是具有明确的函数表达式,通过调整模型参数可以准确反应不同情况下的压电陶瓷驱动器的迟滞非线性,符合实际应用的要求。但多项式的引入导致其逆模型求解过程非常复杂。本文对 Duhem 迟滞模型中的微分方程进行变换,直接建立了 Duhem 迟滞模型作为迟滞非线性前馈补偿器。采用免疫差分进化算法(immune differential evolution, IDE)分别对 Duhem 迟滞模型及动态迟滞模型进行辨识,辨识的 Duhem 迟滞模型能够有效的描述迟滞非线性,动态迟滞模型能够有效描述频率范围 80 Hz 以下的压电非对称迟滞曲线。在压电静态迟滞非线性补偿的基础上,提出了迟滞补偿与基于优化参考跟踪的

线性二次型高斯(linear quadratic Gaussian with optimal reference tracking, LQG-ORT)相结合的复合控制策略,采用动态迟滞率相关自回归各态历经模型(auto-regressive exogenous, ARX)建立状态空间方程,用于卡尔曼滤波器预测状态变量和控制器计算状态变量的跟踪系数矩阵。该复合控制策略进一步提高压电陶瓷执行器的动态定位精度,实现了 80 Hz 以下较低的跟踪误差。

1 压电陶瓷执行器迟滞模型建立

1.1 压电陶瓷执行器迟滞特性分析

从数学特点上来说,压电迟滞曲线具有如下 4 点性质。

1) 多值映射性,压电执行器相同的输入电压,在升压阶段和降压阶段,对应不同的位移输出;在相同的位移量输出时,对应有不同的电压输入^[12]。

2) 非局部记忆性,压电陶瓷执行器的输出位移既和输入电压的瞬时值相关,又和输出位移的历史极值有关^[13]。

3) 非对称性,压电执行器的升压阶段位移曲线和降压阶段位移曲线不是对称的^[14]。

4) 率相关特性,在较低(0~5 Hz)频率的输入电压条件下,迟滞曲线比较接近,表现出率无关性;随着输入电压频率的增加,迟滞曲线表现出率相关性^[15]。

对于压电陶瓷迟滞曲线的建模要从这 4 点性质出发才能保证拟合精度。目前,压电迟滞模型的建立和改进基本都是围绕这四点性质进行的。压电陶瓷执行器在几种不同频率下的迟滞曲线如图 1 所示。

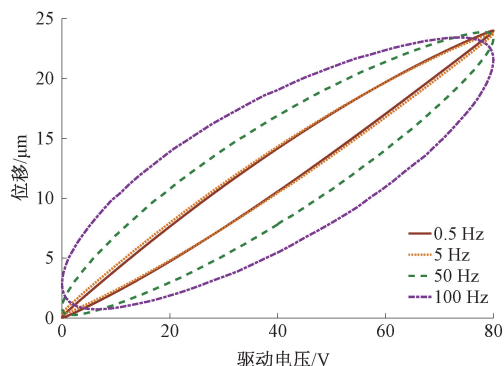


图1 压电陶瓷执行器在不同频率下的迟滞曲线
Fig. 1 Hysteresis curves of piezoelectric ceramic actuators at different frequencies

本文采用 Duhem 迟滞模型来补偿压电陶瓷执行器的迟滞非线性,关键是准确建立迟滞模型。

1.2 Duhem 非对称迟滞模型

Duhem 模型由物理学家 Duhem 和 Stefanini 在 1897 年提出,是一种微分方程描述的迟滞模型。1986 年, Coleman 和 Hodgdon 将一维、率无关的 Duhem 模型特例写成了以下形式的微分方程^[16]:

$$\dot{y} = \alpha |\dot{u}| [f(u) - y] + \dot{u}g(u) \quad (1)$$

式中: u 为驱动电压; y 为位移; α 为常数; $f(u)$ 和 $g(u)$ 是关于 u 的分段连续函数。

利用 Weierstrass 第一逼近定理可知,连续函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 内,对于任意给定的逼近精度 $\varepsilon > 0$,都存在多项式^[8]:

$$q(x) = \sum_{i=0}^N a_i x^i \quad (2)$$

使得 $f(x)$ 到 $q(x)$ 的距离 $\leq \varepsilon$, 即式(3)成立。

$$\|f(x) - q(x)\|_{\infty} = \sup_{a \leq x \leq b} |f(x) - q(x)| \leq \varepsilon \quad (3)$$

因此可以对 Duhem 模型中的连续函数 $f(u)$ 和 $g(u)$ 进行多项式逼近,多项式表达式为:

$$f = \sum_{i=0}^N p_i u^i, g = \sum_{i=0}^M q_i u^i \quad (4)$$

式中: f 和 g 是关于 u 的多项式; p_i 和 q_j 分别是多项式 f 和 g 的系数。

现实中,实际控制系统为离散系统,当采样率很高时,式(1)的差分形式为:

$$y(k) - y(k-1) = \alpha |u(k) - u(k-1)| [f(k) - y(k)] + [u(k) - u(k-1)]g(k) \quad (5)$$

进一步推导得:

$$y(k) = \frac{y(k-1) + \alpha |u(k) - u(k-1)| [f(k) + [u(k) - u(k-1)]g(k)]}{1 + \alpha |u(k) - u(k-1)|} \quad (6)$$

$$f(k) = \sum_{i=0}^N p_i u^i(k), g(k) = \sum_{i=0}^M q_i u^i(k) \quad (7)$$

本文提出一种可以直接建立的 Duhem 迟滞模型,不进行逆模型求解运算。根据逆函数定理,得到以位移为自变量,以驱动电压为因变量的 Duhem 迟滞模型,表达式为:

$$\dot{u} = \alpha' |\dot{y}| [f'(y) - u] + \dot{y}g'(y) \quad (8)$$

其中, $f'(y)$ 和 $g'(y)$ 在满足一定精度条件下也可使用多项式函数逼近:

$$f' = \sum_{i=0}^N p'_i y^i, g' = \sum_{i=0}^M q'_i y^i \quad (9)$$

对式(8)和(9)离散化处理,当采样率很高时, Duhem 逆模型离散化表达式为:

$$u(k) = \frac{u(k-1) + \alpha' |y(k) - y(k-1)| [f'(k) + [y(k) - y(k-1)]g'(k)]}{1 + \alpha' |y(k) - y(k-1)|} \quad (10)$$

$$f'(k) = \sum_{i=0}^N p'_i y^i(k), g'(k) = \sum_{i=0}^M q'_i y^i(k) \quad (11)$$

从式(10)和(11)可以看出,不用额外的计算,只需要采用智能优化算法辨识出参数 α' 、 p'_i 、 q'_j 即可得到非对称迟滞模型,该模型可以直接作为压电陶瓷执行器控制系统的静态非线性前馈补偿器。

2 模型参数辨识与验证

2.1 免疫差分进化算法

差分进化算法(DE)^[17]最早由 Storn 和 Price 提出,具有收敛速度快和鲁棒性好等优点,但是随着种群个体之间的差异性减小逐渐收敛于一点,容易陷入局部最优,即早熟收敛现象。免疫算法^[18]由意大利学者 Burnet 提出,利用自身产生的多样性和维持机制的特点,保证了种群的多样性,克服了一般寻优过程中的早熟现象。本文提出了一种对差分进化算法结果进行免疫操作的算法,在不降低收敛速度的同时,按照激励度排序,刷新种群,保证种群的多样性。

免疫差分进化算法的具体步骤如下。

1) 参数与种群初始化。假设待辨识的模型参数个数为 D , 种群数为 N_p , G 表示当前进化代数,群体中第 i 个个体 $\mathbf{X}_i$ 为:

$$\mathbf{X}_{i,G} = \{x_i(1), x_i(2), \dots, x_i(D)\} \quad (i = 1, 2, \dots, N_p) \quad (12)$$

其中, $x_i(j)$ 是闭区间 $[x_j^L, x_j^U]$ 内随机均匀实数, $j = 1, 2, \dots, D$; x_j^L 和 x_j^U 分别为参数范围上界和下界。

2) 差分变异操作。将两个随机个体向量差变异,与待变异个体结合,如式(13)所示。

$$\mathbf{V}_{i,G+1} = \mathbf{X}_{r1,G} + F \times (\mathbf{X}_{r2,G} - \mathbf{X}_{r3,G}) \quad (13)$$

式中: $r1$ 、 $r2$ 和 $r3$ 为随机选择的互不相同的个体序号,与目标向量序号 i 也不同; F 是自适应变异算子。

$$\lambda = e^{1 - \frac{G_m}{G_m + 1 - G}}, F = F_0 \times 2^\lambda \quad (14)$$

式中: G_m 表示最大进化代数; F_0 表示变异算子的初值。可以看出 F 会随着迭代次数增加逐渐减小,从而保留优良信息。为了使变异的个体每个参数均满足约束条件 $[x_j^L, x_j^U]$, 超出约束条件的个体重新在范围内随机生成。

3) 杂交操作。二项式杂交所得的子个体每个维度来自变异个体或目标个体,如式(15)所示。

$$u_{i,G+1}(j) = \begin{cases} x_{i,G}(j), & \text{rand}(j) > CR \text{ and } j \neq jrand(i) \\ v_{i,G}(j), & \text{其他} \end{cases} \quad (15)$$

式中: $rand(j)$ 表示产生 $[0, 1]$ 随机数发生器的第 j 个估计值; $jrand(i) \in (1, 2, \dots, D)$ 表示一个随机选择的序列,

确保 $u_{i,G+1}(j)$ 至少从 $v_{i,G+1}(j)$ 获取一个参数; CR 表示交叉算子。

4) 选择操作。按照贪婪准则将试验个体与种群中的目标个体进行比较,具有较小目标函数值的个体将被保留进行免疫选择,如式(16)所示。

$$w_{i,G+1}(j) = \begin{cases} u_{i,G+1}(j), & f[u_{i,G+1}(j)] < f[x_{i,G}(j)] \\ x_{i,G}(j), & \text{其他} \end{cases} \quad (16)$$

5) 免疫选择。将种群按照激励度升序排列,判断选择操作保留的个体是否全局最优。如果具有最小目标函数值的个体位于激励度序列的前 $Np/2$,则输出最优个体,否则选取按照激励度升序排列的种群的前 $Np/2$ 进行克隆变异操作。激励度是对个体质量的最终评价,通常使用亲和度和浓度加权求和而得。激励度评价算子如式(17)所示。

$$\text{sim}(ab_i) = \alpha \times \text{aff}(ab_i) - \beta \times \text{den}(ab_i) \quad (17)$$

式中: ab_i 是种群中第 i 个个体; α 和 β 分别为亲和度系数和浓度系数; $\text{aff}(ab_i)$ 是亲和度评价算子,通过个体向量之间的欧氏距离来计算亲和度。

$$\text{aff}(ab_i, ab_j) = \sqrt{\sum_{k=1}^L (ab_{i,k} - ab_{j,k})^2} \quad (18)$$

式中: $ab_{i,k}$ 和 $ab_{j,k}$ 分别表示个体 i 的第 k 维和个体 j 的第 k 维; L 表示个体的总维度。

$\text{den}(ab_i)$ 是浓度评价算子,表征种群的多样性,浓度过高表示类似个体大量存在,需要对其进行抑制,保证个体的多样性,如式(19)和(20)所示。

$$S(ab_i, ab_j) = \begin{cases} 1, & \text{aff}(ab_i, ab_j) < \delta_s \\ 0, & \text{aff}(ab_i, ab_j) \geq \delta_s \end{cases} \quad (19)$$

$$\text{den}(ab_i) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N S(ab_i, ab_j) \quad (20)$$

式中: $S(ab_i, ab_j)$ 表示个体间的相似度; δ_s 为相似度阈值。

6) 克隆变异操作。将免疫选择选中的个体进行复制,对克隆结果进行变异操作,采用实数编码算法,在变异源个体中加入一个小扰动,实现变异源邻域的搜索,如式(21)和(22)所示。

$$\text{clone}_m(T_{i,G+1}(j)) = \begin{cases} \text{clone}_m(w_{i,G+1}(j)) + \delta(\text{rand} - 0.5), & \text{rand} < p_m \\ \text{clone}_m(w_{i,G+1}(j)), & \text{其他} \end{cases} \quad (21)$$

$$\delta = \delta_0 / G \quad (22)$$

式中: $\text{clone}_m(w_{i,G+1}(j))$ 是个体 $w_{i,G+1}(j)$ 的第 m 个克隆体的第 j 维; δ_0 为邻域范围初值; δ 为邻域范围,随着迭代次数逐渐减小; rand 是 $[0,1]$ 随机数; p_m 为变异概率。同时变异的个体每个参数均满足约束条件 $[x_j^L, x_j^U]$ 。对

克隆个体进行克隆抑制,如式(23)所示。

$$A_{i,G+1}(j) = \text{clone}_{\min(f)}(T_{i,G+1}(j)) \quad (23)$$

式中: $\text{clone}_{\min(f)}(T_{i,G+1}(j))$ 是克隆个体中使目标函数值最小的克隆个体。

7) 种群刷新。随机生成 $Np/2$ 个满足约束条件 $[x_j^L, x_j^U]$ 的新个体。免疫种群与新生种群合并,计算全局最优解。

2.2 Duhem 逆迟滞模型参数辨识

被控对象是德国 PI 公司 P-845.20 型,编号 116038668 的压电陶瓷执行器,其最大位移量是 $30 \mu\text{m}$,最大驱动电压是 100 V 。由 $0 \sim 5 \text{ Hz}$ 频率范围内压电陶瓷呈率无关性可知,迟滞曲线在低频条件下非常接近,建立模型的参数仅具有较小差异,该差异可通过控制器调参消除。因此,对压电陶瓷执行器施加最大幅值为 80 V ,频率 0.5 Hz 的变幅单频正弦信号,采集其输出位移,采样频率为 10 kHz 。同时,为了不引入过多参数,且更易于片上实现,本文将 Duhem 逆迟滞模型中的多项式阶数分别取 $1 \sim 5$ 阶进行模型辨识的对比试验。使用免疫差分进化算法辨识模型参数 α' 、 p'_i 、 q'_i 。设免疫差分进化算法的迭代次数为 200,种群数 $Np = 100$,个体范围区间为 $[-15, 15]$,差分变异算子的初值 $F_0 = 0.5$,交叉概率 $CR = 0.9$,亲和度系数 $\alpha = 1$,浓度系数 $\beta = 1$,相似度阈值 $\delta_s = 0.8$,克隆个数 10 个,邻域范围初值 $\delta_0 = -15$,免疫变异概率 $p_m = 0.5$ 。目标函数如下所示:

$$f = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |U_n - U_n^{\text{Inverse_Duhem}}|^2} \quad (24)$$

式中: U_n 为压电陶瓷执行器的实际驱动电压; $U_n^{\text{Inverse_Duhem}}$ 为模型计算出的驱动电压; N 为数据样本数; f 为均方根误差函数。分别使用免疫差分进化算法,差分进化算法和自适应权重粒子群算法 (self-adaptive weight particle swarm optimizer, SAWPSO) 对目标函数进行寻优,如图 2 所示。

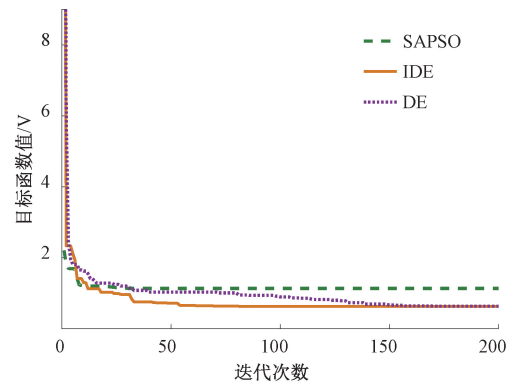


图2 3种寻优算法的收敛曲线

Fig. 2 Convergence curves of three optimization algorithms

将 0.5 Hz 变幅正弦驱动电压条件下的压电陶瓷执行器位移量作为 Duhem 逆模型的输入,驱动电压作为输出。多项式阶数分别为 1~5 的 Duhem 逆迟滞模型识别均方根误差 (RMSE) 和相对误差 (RE) 如表 1 所示。

表 1 不同多项式阶数的 Duhem 逆模型识别误差
Table 1 Identification error of the inverse Duhem model with different polynomial orders

多项式阶数	RMSE/V	RE/%
1	0.635 9	0.79
2	0.790 4	0.99
3	0.869 5	1.09
4	0.863 6	1.08
5	1.684 9	2.11

通过比较不同多项式阶数的模型辨识结果,选取多项式阶数为 1 的 Duhem 逆迟滞模型,即 $f(k) = p'_0 + p'_1y(k)$, $g(k) = q'_0 + q'_1y(k)$ 。拟合的逆迟滞模型参数结果如表 2 所示。

表 2 Duhem 逆迟滞模型参数
Table 2 Parameters of the Duhem inverse hysteresis model

模型参数	参数值
α'	0.123 3
p'_0	4.054 7
p'_1	2.930 0
q'_0	3.856 7
q'_1	0.010 6

将表 2 辨识出的逆模型参数值代入式 (10) 和 (11) 得到逆迟滞拟合曲线,如图 3 所示,拟合误差为 0.635 9 V,相对误差为 0.79%。可以看出 Duhem 逆迟滞模型有效的描述了压电陶瓷执行器在 0.5 Hz 条件下的逆迟滞特性。

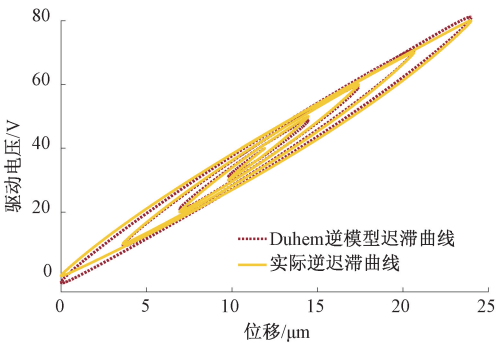


图 3 驱动电压频率为 0.5 Hz 的实际逆迟滞曲线与 Duhem 逆模型得到的逆迟滞曲线

Fig.3 The actual inverse hysteresis curve with driving voltage frequency of 0.5 Hz and inverse hysteresis curve of the Duhem inverse model

3 压电陶瓷执行器复合控制

本文采用迟滞前馈补偿结合基于优化参考跟踪的线性二次型高斯复合控制策略。使用 Duhem 逆模型对压电执行器的静态迟滞非线性进行补偿。控制器通过状态空间方程分别计算最优前馈系数矩阵和反馈系数矩阵,控制器的状态空间方程采用 ARX 动态迟滞率相关模型进行描述。卡尔曼滤波器对动态率相关性的状态变量进行预测。由于选择点前移,需乘入 Duhem 模型得到迟滞非线性部分的输出。通过积分消除目标位移量与压电执行器输出位移量的剩余稳态误差;使用微分改善系统的动态性能。完整的压电陶瓷执行器复合控制原理如图 4 所示。

3.1 压电迟滞率相关模型

压电陶瓷执行器在驱动频率较低时,呈现出迟滞非线性;当驱动频率不断增加时,呈现出迟滞线性率相关。

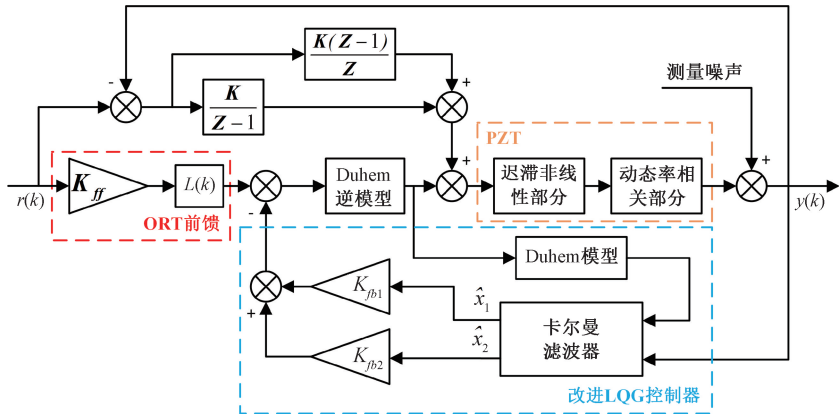


图 4 压电陶瓷执行器的复合控制结构

Fig.4 Composite control structure of piezoelectric ceramic actuators

为了对压电执行器的率相关性进行观测及优化控制,本文通过求解 ARX 模型得到线性部分的状态空间方程,从而预测状态变量和计算最优控制系数矩阵。ARX 模型是一种常用来描述有外生输入变量的动态线性模型^[19],其离散传递函数形式如下:

$$G(z^{-1}) = \frac{Y(z^{-1})}{V(z^{-1})} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \cdots + b_m z^{-m}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \cdots + a_n z^{-n}} \quad (25)$$

式(25)的差分方程如下所示:

$$y(k) + a_1 y(k-1) + a_2 y(k-2) + \cdots + a_n y(k-n) = b_0 v(k) + b_1 v(k-1) + \cdots + b_m v(k-m) + \varepsilon(k) \quad (26)$$

式中: $y(k)$ 是输出位移; $y(k-1)$ 是前一时刻采样的输出位移; $v(k)$ 是输入迟滞分量; $v(k-1)$ 是前一时刻采样的输入迟滞分量; $\varepsilon(k)$ 为残差。

Hsu 和 Ngo 提出一种非线性静态模块串联线性动态模块的 Hammerstein 模型来描述动态非线性系统^[20]。本文采用 Duhem 模型串联 ARX 线性模型描述压电陶瓷执行器,其中,Duhem 模型表征其的迟滞非线性,ARX 模型表征其迟滞的率相关特性。通过 ARX 模型建立状态空间方程,用于卡尔曼滤波器预测状态变量和控制器计算状态变量的最优控制系数矩阵。对压电陶瓷执行器施加幅值为 80 V,频率范围为 1~80 Hz 的扫频正弦驱动信号,采集其输出位移。将 Duhem 迟滞模型的输出代入 ARX 模型的输入 $v(k)$, ARX 模型的输出为 1~80 Hz 的扫频位移 $y(k)$ 。动态线性系统的阶次选择 2 阶,利用免疫差分进化算法辨识出式(25)的 ARX 动态迟滞率相关模型,如下所示:

$$G(z^{-1}) = \frac{Y(z^{-1})}{V(z^{-1})} = \frac{0.1006 - 0.0949z^{-1}}{1 - 1.8513z^{-1} + 0.8570z^{-2}} \quad (27)$$

将试验采集的迟滞曲线与辨识出的 Hammerstein 模型得到的迟滞曲线对比如图 5 所示。

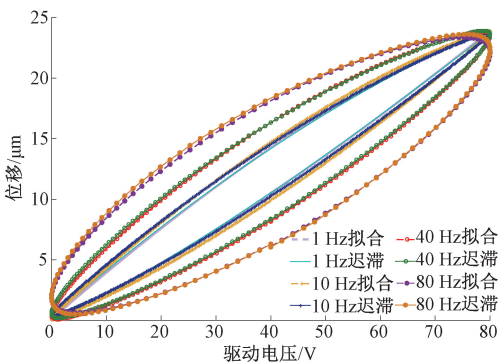


图 5 不同驱动电压频率的实际迟滞曲线与 Hammerstein 模型得到的迟滞曲线

Fig.5 Actual hysteresis curves with different drive voltage frequencies and hysteresis curves of the Hammerstein model

不同频率下模型辨识的均方根误差和相对误差如表 3 所示。

表 3 模型辨识误差

Table 3 Model identification errors

频率/Hz	RMSE/ μm	RE/%
1	0.091 4	0.38
10	0.236 3	0.98
40	0.140 0	0.58
80	0.200 3	0.83

3.2 卡尔曼滤波器预测状态变量

压电陶瓷执行器的迟滞率相关部分由 ARX 模型描述,因此将式(27)转化为离散状态空间方程形式:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{B}u_k \\ y_{k+1} = \mathbf{C}\mathbf{x}_{k+1} \end{cases} \quad (28)$$
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1.8513 & 0.2154 \\ -3.9787 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0.1006 \\ -0.4408 \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{C} = [1 \quad 0]$$

式中: $\mathbf{x}_k$ 为线性时不变系统的状态变量; u_k 为输入的迟滞分量; y_k 为输出位移量。

使用离散卡尔曼滤波器对状态变量 $\mathbf{x}_k$ 进行预测,则式(28)可表示为:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{B}u_k + \boldsymbol{\omega}_k \\ y_{k+1} = \mathbf{C}\mathbf{x}_{k+1} + \nu_{k+1} \end{cases} \quad (29)$$

其中, $\boldsymbol{\omega}_k$ 和 ν_k 分别是过程噪声和测量噪声,且为零均值,不相关的高斯白噪声,其方差分别为 $\mathbf{Q}$ 和 R :

$$\boldsymbol{\omega}_k \sim (0, \mathbf{Q}), \nu_k \sim (0, R)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 10^{-4} & 0 \\ 0 & 10^{-4} \end{bmatrix}, R = 2.2$$

对状态变量 $\mathbf{x}_k$ 的后验估计 $\hat{\mathbf{x}}_k^+$ 递推公式如下:

$$\begin{cases} \mathbf{P}_k^- = \mathbf{A}\mathbf{P}_{k-1}^+ \mathbf{A}^T + \mathbf{Q} \\ \mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{C}^T (\mathbf{C}\mathbf{P}_k^- \mathbf{C}^T + R)^{-1} \\ \mathbf{P}_k^+ = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{C}) \mathbf{P}_k^- \\ \hat{\mathbf{x}}_k^- = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+ + \mathbf{B}u_{k-1} \\ \hat{\mathbf{x}}_k^+ = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k (y_k - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}_k^-) \end{cases} \quad (30)$$

$$\mathbf{P}_0^+ = \begin{bmatrix} 10^2 & 0 \\ 0 & 10^2 \end{bmatrix}, \hat{\mathbf{x}}_0^+ = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.1 \end{bmatrix}$$

式中: $\mathbf{P}_k^-$ 和 $\mathbf{P}_k^+$ 分别表示预测误差方差矩阵的先验和后验估计; $\mathbf{K}_k$ 是卡尔曼增益矩阵; $\hat{\mathbf{x}}_k^-$ 和 $\hat{\mathbf{x}}_k^+$ 分布表示状态变量 $\mathbf{x}_k$ 的先验和后验估计。

3.3 LQG-ORT 优化控制

设压电陶瓷执行器的目标位移量为 r_k , 输入的电压控制量为 u_k , 压电陶瓷执行器输出的位移量为 $y_k = Cx_k$, 跟踪误差 $e_k = y_k - r_k$ 。本文将优化问题的代价函数定义为:

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=k_0}^{k_f} (e_k^T Q_c e_k + u_k^T R_c u_k) \quad (31)$$

式中: k_0 和 k_f 分别为控制的起始与终止时间。取跟踪误差权重 $Q_c = 7$, 控制量输入权重 $R_c = 10^{-1}$ 。由代价函数得到 Hamiltonian 方程:

$$H = \frac{1}{2} [e_k^T Q_c e_k + u_k^T R_c u_k] + \lambda_{k+1} [Ax_k + Bu_k] \quad (32)$$

根据 Hamiltonian 方程得到协态方程, 如式(33)所示。

$$\lambda_k = A^T \lambda_{k+1} + C^T Q_c (Cx_k - r_k) \quad (33)$$

系统稳定条件和控制率分别为:

$$0 = B^T \lambda_{k+1} + R_c u_k \quad (34)$$

$$u_k = -R_c^{-1} B^T \lambda_{k+1} \quad (35)$$

设辅助矩阵 S_k 和 L_k , 将式(33) 化简为:

$$\lambda_k = S_k x_k - L_k \quad (36)$$

将式(36)代入式(35)可得:

$$u_k = -R_c^{-1} B^T (S_{k+1} x_{k+1} - L_{k+1}) \quad (37)$$

$$u_k = -R_c^{-1} B^T [S_{k+1} (Ax_k + Bu_k) - L_{k+1}] \quad (38)$$

将式(35)代入状态空间方程(28)可得:

$$x_{k+1} = Ax_k - BR_c^{-1} B^T \lambda_{k+1} \quad (39)$$

将式(36)和(39)代入式(33), 消去 λ 可分别推导出求解两个辅助矩阵的代数方程:

$$S_k = A^T S_{k+1} [I - B(R_c + B^T S_{k+1} B)^{-1} B^T S_{k+1}] A + C^T Q_c C \quad (40)$$

$$L_k = [A - B(R_c + B^T S_{k+1} B)^{-1} B^T S_{k+1} A]^T L_{k+1} + C^T Q_c r_k \quad (41)$$

式中: S_k 和 L_k 为正半定矩阵, 令初值 $S_N = C^T Q_c C$, 通过离线迭代至 $S_k \approx S_{k+1}$, 求解出 S 。分别将反馈系数矩阵 K_{fb} 和前馈系数矩阵 K_{ff} 定义为:

$$K_{fb} = (R_c + B^T S B)^{-1} B^T S A \quad (42)$$

$$K_{ff} = (R_c + B^T S B)^{-1} B^T \quad (43)$$

将式(38)移项, 代入解出的 S 及式(41)~(43), 可求得 LQG-ORT 优化控制的控制率 u_k 为:

$$u_k = -K_{fb} \hat{x}_k + K_{ff} L_{k+1} \quad (44)$$

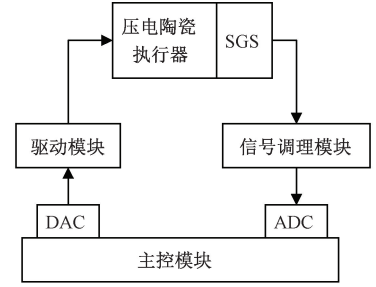
式中: $\hat{x}_k$ 为卡尔曼滤波器估计的状态变量。

4 实验与结果分析

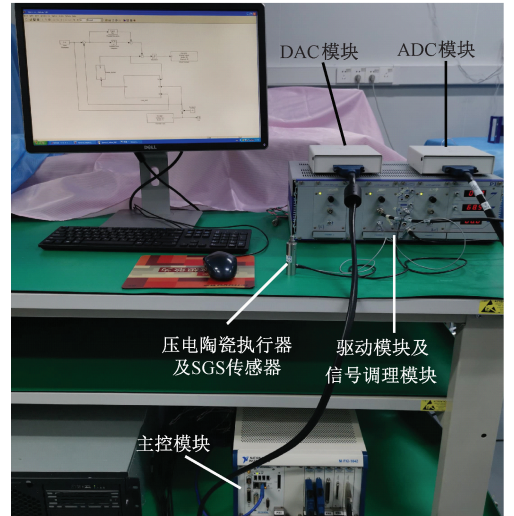
4.1 试验环境搭建

试验所使用的压电陶瓷执行器为 PI 公司的 P-845.20 型, 内部集成了电阻应变片传感器 (resistance

strain gauge sensor, SGS)。主控模块为 PXI-8109 控制器, 其根据复合控制算法通过驱动模块实时控制压电陶瓷执行器, SGS 通过信号调理模块实时向主控模块反馈压电陶瓷执行器的位移量。DAC 模块为 PXI-6733 板卡, 将数字控制量转化为模拟量, ADC 模块为 PXI-6281 采集卡, 将从信号调理模块采集的电压模拟量转化为数字信号。搭建的压电陶瓷执行器控制系统如图 6 所示。



(a) 控制系统框图
(a) Control system block diagram



(b) 实验环境搭建
(b) Experimental environment construction

图 6 压电陶瓷执行器控制系统

Fig. 6 Piezoelectric ceramic actuator control system

4.2 跟踪效果分析

试验输入幅值为 $24 \mu\text{m}$ 的正弦扫频目标位移, 频率范围为 $1 \sim 80 \text{ Hz}$, 以验证复合控制算法对目标信号跟踪的有效性。

分别使用迟滞非线性补偿结合 LQG-ORT 复合控制策略, 逆迟滞前馈补偿结合 PID 控制方法和直接前馈补偿开环控制。迟滞非线性补偿结合 LQG-ORT 复合控制策略的积分和微分系数分别取 2 000 和 0.001 2。PID 参数 K_p, K_i, K_d 根据 Ziegler Nichols^[21] 方法分别整定为 2.95、1.25、0.005。

3 种控制策略对目标位移量的跟踪误差如表 4 所示,跟踪及误差曲线如图 7 所示。

表 4 不同控制策略的跟踪误差

控制策略	频率范围/Hz	RMSE/ μm	RE/%
迟滞补偿 LQG-ORT 闭环控制		0.065 5	0.27
逆迟滞前馈补偿 PID 闭环控制	1~80	0.092 9	0.39
逆迟滞前馈开环控制		0.314 1	1.30

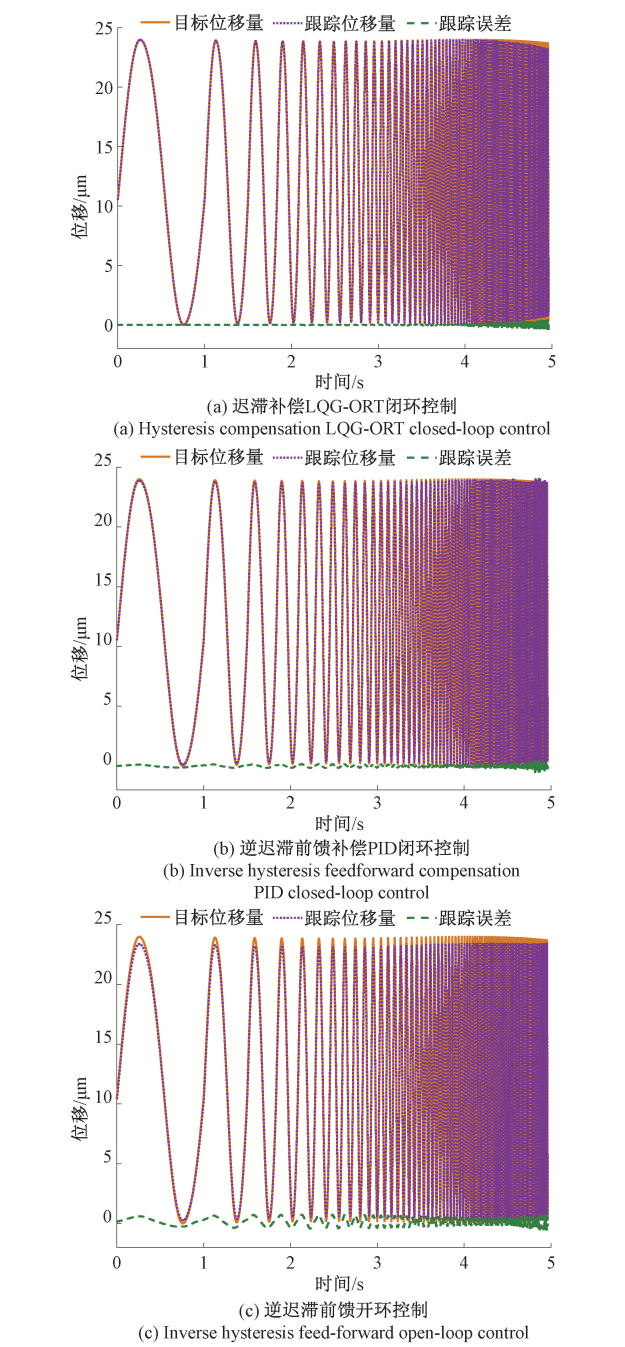


图 7 不同控制策略的跟踪曲线和误差曲线
Fig. 7 Tracking and error curves of different control strategies

迟滞静态非线性补偿与 LQG-ORT 相结合的复合控制策略相较迟滞前馈补偿与 PID 相结合的复合控制策略和直接前馈开环补偿控制策略分别提升了 29.49% 和 79.15%。从图 7 可以看出,迟滞非线性补偿结合 LQG-ORT 复合控制策略在 80 Hz 以下有很小的跟踪误差,对扰动的抑制能力较强。

5 结 论

针对 Duhem 迟滞模型求逆过程复杂的问题,本文对 Duhem 迟滞模型中的微分方程进行变换,直接建立了 Duhem 逆迟滞模型作为迟滞非线性前馈补偿器,并采用免疫差分进化算法对模型进行辨识,辨识的动态迟滞模型能够有效描述频率范围 0.5 Hz 压电非对称迟滞曲线,拟合均方根误差为 0.635 9 V (0.5 Hz),相对误差为 0.79% (0.5 Hz)。

在压电静态迟滞非线性补偿的基础上,提出了迟滞补偿与 LQG-ORT 相结合的复合控制策略进一步提高压电陶瓷执行器的动态定位精度,采用动态迟滞率相关 ARX 模型建立状态空间方程,用于卡尔曼滤波器预测状态变量和控制器计算状态变量的最优控制系数矩阵。实时跟踪幅值 24 μm ,频率范围 1~80 Hz 的目标位移信号, LQG-ORT 算法的跟踪误差为 0.065 5 μm ,相对误差为 0.27%,相较迟滞前馈补偿结合 PID 复合控制策略和直接前馈开环补偿控制策略分别提升了 29.49% 和 79.15%。

参考文献

[1] 张泉,尹达一,魏传新. 大口径压电快摆镜机构迟滞非线性补偿与控制[J]. 红外与激光工程,2019,48(2): 178-185.
ZHANG Q, YIN D Y, WEI CH X. Hysteresis nonlinear compensation and control for large-aperture piezoelectric fast steering mirror[J]. Infrared and Laser Engineering, 2019, 48(2): 178-185.

[2] 王昱棠,张宇鹏,徐钰蕾. 压电陶瓷驱动快速反射镜双闭环控制[J]. 仪器仪表学报,2014,35(S1):68-72.
WANG Y T, ZHANG Y P, XU Y L. Dual-loop control strategy for fast-steering mirror driven by PZT [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2014, 35(S1): 68-72.

[3] 郑文轩,唐志峰,杨昌群,等. 基于 Preisach 模型的磁致伸缩位移传感器迟滞补偿方法[J]. 仪器仪表学报, 2021,42(5):79-89.
ZHENG W X, TANG ZH F, YANG CH Q, et al. A hysteresis compensation method of magnetostrictive

- displacement sensor based on the Preisach model[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021, 42(5): 79-89.
- [4] LI Z, XIONG X, WAN H, et al. Prandtl-Ishlinskii model identification strategy based on an improved particle swarm optimization algorithm[C]. 5th International Conference on Control, Robotics and Cybernetics (CRC), 2020: 61-65.
- [5] 顾寒烈,吴洪涛,杨小龙,等. 压电作动器非对称迟滞模型的建立和参数辨识[J]. 仪器仪表学报, 2017, 38(4): 903-909.
- GU H L, WU H T, YANG X L, et al. Modeling and parameter identification of asymmetric hysteresis for piezoelectric actuator[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2017, 38(4): 903-909.
- [6] KHUBAB A, YAN P, LI S. Duhem model-based hysteresis identification in piezo-actuated nano-stage using modified particle swarm optimization[J]. Micromachines 2021, 12(3): 315.
- [7] 朱炜. 压电陶瓷叠堆执行器及其系统的迟滞现象模拟、线性化及控制方法的研究[D]. 重庆:重庆大学, 2012.
- ZHU W. Hysteretic modeling, linearization and control method for piezoelectric ceramic stack actuators and piezoelectric ceramic stack actuators' based systems[D]. Chongqing: Chongqing University, 2012.
- [8] 陈辉,谭永红,周杏鹏,等. 压电陶瓷执行器的动态模型辨识与控制[J]. 光学精密工程, 2012, 20(1): 88-95.
- CHEN H, TAN Y H, ZHOU X P, et al. Identification and control of dynamic modeling for piezoceramic actuator[J]. Optics and Precision Engineering, 2012, 20(1): 88-95.
- [9] 于志亮,王岩,曹开锐,等. 压电陶瓷执行器迟滞补偿及复合控制[J]. 光学精密工程, 2017, 25(8): 2113-2120.
- YU ZH L, WANG Y, CAO K R, et al. Hysteresis compensation and composite control for Piezoelectric actuator[J]. Optics and Precision Engineering, 2017, 25(8): 2113-2120.
- [10] 徐子睿,许素安,富雅琼,等. 基于 Duhem 前馈逆补偿的压电陶瓷迟滞非线性自适应滑模控制[J]. 传感技术学报, 2019, 32(8): 1209-1214.
- XU Z R, XU S AN, FU Y Q, et al. Piezoelectric ceramic hysteresis nonlinear adaptive sliding mode control based on duhem feedforward inverse compensation[J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2019, 32(8): 1209-1214.
- [11] 王贞艳,贾高欣. 压电陶瓷作动器非对称迟滞建模与内模控制[J]. 光学精密工程, 2018, 26(10): 2484-2492.
- WANG ZH Y, JIA G X. Asymmetric hysteresis modeling and internal model control of piezoceramic actuator[J]. Optics and Precision Engineering, 2018, 26(10): 2484-2492.
- [12] ZHANG Q, GAO Y P, LI Q L, et al. Adaptive compound control based on generalized Bouc-Wen inverse hysteresis modeling in piezoelectric actuators[J]. Review of Scientific Instruments, 2021, 92: 115004.
- [13] BUTCHER M, GIUSTINIANI A, MASI A. On the identification of Hammerstein systems in the presence of an input hysteretic nonlinearity with nonlocal memory: Piezoelectric actuators-an experimental case study[J]. Physica B: Condensed Matter, 2016, 486: 101-105.
- [14] ZHANG G, ZHANG C, GU J. Modeling and control of rate-dependent hysteresis in piezoelectric actuators[C]. Proceedings of the 32nd Chinese Control Conference, 2013: 1929-1934.
- [15] TAO Y D, LI H X, ZHU L M. Rate-dependent hysteresis modeling and compensation of piezoelectric actuators using Gaussian process[J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2019, 295: 357-365.
- [16] IKHOUANE F. A survey of the hysteretic Duhem model[J]. Archives of Computational Methods in Engineering, 2018, 25(4): 965-1002.
- [17] 廉小亲,陈彦铭,刘钰,等. 基于差分进化算法的 ICP-AES 谱线重叠干扰校正方法研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2020, 34(11): 72-83.
- LIAN X Q, CHEN Y M, LIU Y, et al. Research on corrections method of ICP-AES spectral overlap interference based on differential evolution algorithm[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2020, 34(11): 72-83.
- [18] GONG T, WANG M. An improved immune algorithm for solving path optimization problem in deep immune learning of gene network[J]. Journal of Computer and Communications, 2019, 7(12): 166-174.
- [19] 汪静姝,郭杰,竺长安. 基于理论建模和 ARX 模型的定位平台系统辨识[J]. 振动与冲击, 2013, 32(13): 66-69.

- WANG J SH, GUO J, ZHU CH AN. Identification of positioning stage based on theoretical model and ARX model [J]. Journal of Vibration and Shock, 2013, 32(13): 66-69.
- [20] ASHRAF S, MOSTEFA M, SEREIN A. Nonlinear hammerstein model identification of amplified piezoelectric actuators (APAs): Experimental considerations [C]. 4th International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT), 2017: 0633-0638.
- [21] 杨辉跃,涂亚庆,彭钰钦. 科氏流量计仿人智能控制器参数的量子遗传优化[J]. 电子测量与仪器学报, 2020, 34(7): 112-118.
- YANG H Y, TU Y Q, PENG Y Q. Parameters optimization of human-simulated intelligent controller for Coriolis mass flowmeter based on quantum genetic algorithm [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2020, 34(7): 112-118.

作者简介



高源蓬, 2019 年于西北工业大学获得学士学位, 现为中国科学院上海技术物理研究所博士研究生, 主要研究方向为精密稳像系统星点目标微扫超分控制技术。

E-mail: gaoyuanpeng@mail.sitp.ac.cn

Gao Yuanpeng received his B. Sc. degree from Northwestern Polytechnical University in 2019. He is currently a Ph. D. candidate at Shanghai Institute of Technical Physics of the Chinese Academy of Science. His main research interests include micro-scanning super-resolution control technology of star target in precise image stabilization system.



张泉 (通信作者), 2014 年于武汉大学获得学士学位, 2019 年于中国科学院上海技术物理研究所获得博士学位, 现为中国科学院上海技术物理研究所博士后, 主要研究方向为空间望远镜精密稳像系统集成控制技术。

E-mail: zhangquan@mail.sitp.ac.cn

Zhang Quan (Corresponding author) received his B. Sc. degree from Wuhan University in 2014, and Ph. D. degree from Shanghai Institute of Technical Physics of the Chinese Academy of Science in 2019. He is currently a postdoc at Shanghai Institute of Technical Physics of the Chinese Academy of Science. His main research interests include precise image stabilization control technology of space telescope.



李清灵, 2014 年于复旦大学获得学士学位, 2019 年于中国科学院上海技术物理研究所获得博士学位, 现为中国科学院上海技术物理研究所工程师, 主要研究方向为偏振成像, 精密稳像控制和空间成像技术。

E-mail: lqljack@163.com

Li Qingling received his B. Sc. degree from Fudan University in 2014, and Ph. D. degree from Shanghai Institute of Technical Physics of the Chinese Academy of Science in 2019. He is currently an engineer at Shanghai Institute of Technical Physics of the Chinese Academy of Science. His main research interests include polarization imaging, precise image stabilization control and space imaging technology.



尹达一, 1999 年于兰州大学获得学士学位, 2009 年于中国科学院上海技术物理研究所获得博士学位, 现为中国科学院上海技术物理研究所研究员, 主要研究方向为空间紫外成像和光谱技术以及空间高精度稳像控制技术。

E-mail: yindayi@mail.sitp.ac.cn

Yin Dayi received his B. Sc. degree from Lanzhou University in 1999, and Ph. D. degree from Shanghai Institute of Technical Physics of the Chinese Academy of Science in 2009. He is currently a professor at Shanghai Institute of Technical Physics of the Chinese Academy of Science. His main research interests include space ultraviolet imaging, spectroscopy technology and space high precision image stabilization control technology.