DOI: 10. 19650/j. cnki. cjsi. J2109030

# 基于改进 ICA-OMP 优化原子分解的谐波和 间谐波检测方法\*

李雅鑫,滕召胜,计志勇,张雷鹏,黄丹阳 (湖南大学电气与信息工程学院 长沙 410082)

摘 要:针对原子分解中匹配追踪类算法存在的问题,提出一种结合帝国竞争算法(ICA)和正交匹配追踪算法(OMP)优化原子 分解的电网谐波和间谐波信号检测方法。首先根据谐波和间谐波信号的特征,将 Gabor 原子库简化为正弦原子库。然后采用 OMP 算法对谐波和间谐波信号进行原子分解,通过设置合理的相关性阈值确定终止迭代次数。最后,根据搜寻出的最佳匹配 原子的索引参数实现谐波和间谐波信号参数估计。在 OMP 算法迭代过程中引入 ICA,可实现在连续参数空间中搜索最佳匹配 原子,避免索引参数步长对检测精度的限制。算例仿真与实测表明本文提出的算法能够在噪声干扰情况下准确检测出各次谐 波和间谐波分量,频率、幅值和相位的最大检测误差分别为 0.015 4%、0.722 4% 和 1.512 6°,可有效分辨出频率相近的间谐波 分量,实现时变谐波和间谐波分量的精确定位。与正交匹配追踪算法相比,计算复杂度缩减率在 99% 以上。 关键词:谐波;间谐波;原子分解;正交匹配追踪;帝国竞争

中图分类号: TM71 TM935 TH89 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 470.40

## An approach to detect harmonics and inter-harmonics using improved ICA-OMP optimized atomic decomposition

Li Yaxin, Teng Zhaosheng, Ji Zhiyong, Zhang Leipeng, Huang Danyang

(College of Electrical and Information Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

**Abstract**: In view of the problems of matching pursuit algorithms in signal sparse decomposition, we propose a method to detect harmonics and inter-harmonics based on atomic decomposition, which is optimized by the imperialist competitive algorithm (ICA) and orthogonal matching pursuit algorithm (OMP). First, the Gabor dictionary is simplified to the sinusoidal dictionary according to the characteristics of harmonics and inter-harmonics. Then, the signals are decomposed by using the OMP algorithm. In which, the number of iterations is determined by the reasonable threshold of correlation and energy. Finally, the estimation of parameters is obtained based on the index parameters of the most matching atoms. The introduction of ICA in the iterative process of OMP can search for the best matching atoms in the continuous parameter space, which avoids the limitation of index parameter step size on detection accuracy. Simulation results show that the proposed algorithm can detect each harmonic and inter-harmonic component with high accuracy, even under noisy conditions. The error of frequency, amplitude, and phase are less than 0.015 4%, 0.722 4%, and 1.512 6°, respectively. In addition, the proposed algorithm has the ability to detect inter-harmonics with closing frequencies and locate the time-varying harmonics and inter-harmonics. Compared with the orthogonal matching pursuit algorithm, the computational complexity is reduced by more than 99%.

Keywords: harmonic; inter-harmonic; atomic decomposition; orthogonal matching pursuit; imperialist competitive

收稿日期:2021-12-15 Received Date: 2021-12-15

<sup>\*</sup>基金项目:国家自然科学基金项目(52077067)、教育部产学合作协同育人项目(202002066032)资助

## 0 引 言

随着电力电子设备在电力系统中的广泛应用,大量 冲击性、非线性负荷接入电网,导致电网中的谐波和间谐 波日趋复杂<sup>[1-2]</sup>。谐波和间谐波的存在会增加电力设备 的损耗,增加能量损失,降低测量设备的计量精度,降低 电力系统可靠性,严重影响电网安全和电能质量。谐波 和间谐波的准确有效检测对于电力系统的监控与保护具 有重大意义<sup>[3]</sup>。

传统的谐波和间谐波检测方法有快速傅里叶变换 (fast Fourier transform, FFT)、小波变换(wavelet transform, WT)、希尔伯特-黄变换(Hilbert-Huang transform, HHT)、现代谱估计法、局部均值分解等<sup>[48]</sup>。 FFT 对整数次谐波分析很精准,但频率分辨率受限制,且 由于间谐波的存在很难实现同步采样,各次谐波、间谐波 的频谱之间会相互干扰,引起严重的频谱泄露和栅栏效 应,导致谐波检测失效。WT 对小波基函数的选择要求 较高,不同的小波基对检测结果影响很大,而且进行谐波 分解时存在频带混叠现象。HHT 算法由经验模态分解 和希尔伯特变换组成,可以对非平稳、非线性信号进行自 适应分解,但在信号分解过程中易出现欠包络、过包络的 现象,对于频率相近的谐波信号进行分解时会出现模态 混叠。现代谱估计方法具有频率分辨率高的特点,但无 法估计谐波和间谐波的幅值和相位。

近年来原子稀疏分解技术在信号处理领域成为热 点,该方法源于 Mallat 等<sup>[9]</sup>提出的将信号在过完备的非 正交基上分解的思想。信号的原子分解极大地提高了信 号表达的简洁性和灵活性,逐步应用于语音识别、信号消 噪、系统辨识、信号特征提取等领域<sup>[10-15]</sup>。Hoang 等<sup>[16]</sup>为 原子稀疏分解理论在电能质量扰动特征提取中的应用提 供了理论依据。文献[17-18]将原子分解算法用于谐波 和间谐波的检测分析,采用匹配追踪(matching pursuit, MP)算法搜寻最佳匹配原子。匹配追踪类算法是原子稀 疏分解技术中最常用的求解稀疏系数的方法。每次迭代 从过完备的原子库中搜索出最佳匹配原子。然而由于原 子库中各原子参数是连续的,因此不可能遍历整个搜索 空间。为了解决这个问题,传统的方法是对原子参数进 行离散化处理,以形成有限的原子库。缩短参数的索引 步长可以提高检测精度,但同时也会导致计算复杂度以 指数形式增加,需要选择合适的索引步长来实现检测精 度和效率的平衡。

帝国竞争算法(imperialist competitive algorithm, ICA)由学者 Atashpaz 等<sup>[19]</sup>于 2007 年提出,具有在连续 参数空间中搜索最优解的能力,较已有粒子群优化算法 (partical swarm optimization, PSO)、遗传算法等优化算法 收敛速度更快、收敛精度更高、全局收敛性能更好。但和 其他优化算法一样,在求解复杂问题优化解时,易出现 "早熟"现象<sup>[20-21]</sup>,使结果出现较大误差。

基于过完备原子库的原子分解技术能够提高信号稀 疏表示的简洁性和灵活性,适用于谐波和频率随机的间 谐波信号的检测,因此,本文提出一种基于改进 ICA 和正 交匹配追踪(orthogonal matching pursuit, OMP)算法优化 原子分解的谐波和间谐波检测算法。在 OMP 算法中引 入 ICA,可以实现在连续参数空间中搜索近似最佳匹配 原子,避免了索引参数步长对检测精度的限制。同时,在 ICA 同化方程中添加搜索函数,解决了 ICA 由于种群多 样性不足而容易陷入局部最优的问题,增强了算法的搜 索能力。仿真和实测结果表明该方法在保留了匹配追踪 算法优良的重构性能的基础上,有效地降低了信号分解 的计算复杂度,同时具有检测频率相近的间谐波和定位 时变谐波和间谐波分量的能力。

#### 1 原子稀疏分解

#### 1.1 过完备原子库

对于一个信号,若能构造足够密集的展开函数,构建 足够过完备的展开函数集合,就可根据信号特征选择一 组最佳展开函数表示该信号,实现信号的稀疏表示。这 种过完备的展开函数称为原子,由原子组成的过完备集 合称为原子库。Gabor 时频原子因具有良好的时频聚集 特性和时频分辨率而得到广泛应用。Gabor 原子由高斯 函数伸缩、平移、调制而成,其实数形式如下:

$$g_{\gamma}(t) = \frac{k_{\gamma}}{\sqrt{s}}g\left(\frac{t-\tau}{s}\right)\cos(\omega t + \varphi) \tag{1}$$

式中: $g(t) = e^{-\pi t^2}$ 为高斯窗函数; $\gamma = (s, \tau, \omega, \phi)$ 为时频参数组;s为伸缩因子; $\tau$ 为位移因子; $\omega$ 为原子的频率; $\phi$ 为原子的相位; $k_{\gamma}$ 为使  $|| g_{\gamma}(t) = 1 ||$ 的系数。

用来分解信号的原子库中原子的时频特性应与被分 解信号的局部结构相适应,电力系统中谐波源信号一般 可表示为:

$$f(t) = \sum_{h=0}^{H} A_{h} \cos(2\pi f_{h} t + \varphi_{h}) + e(t)$$
 (2)

式中: $A_h$ 、 $\varphi_h$ 、 $f_h$ 分别为谐波或间谐波的幅值、相位和频 率;e(t)为随机噪声。由式(2)可以看出谐波和间谐波均 为正弦波,为达到原子与信号的最佳匹配,本文将 Gabor 原子简化为一种正弦原子,可以使原子分解算法更好地 适应谐波和间谐波信号。正弦原子的表达式为:

 $g_{\gamma}(t) = k_{\gamma} \cos(\omega t + \varphi) [u(t - t_s) - u(t - t_e)]$  (3) 式中: $\gamma = (\omega, \varphi, t_s, t_e)$ 为原子的时频参数组; $\omega$ 为原子的 频率; $\varphi$ 为原子的相位; $t_s$ 和 $t_e$ 分别为谐波和间谐波分量 的起始时刻和结束时刻;u(t)为单位阶跃函数; $k_{\gamma}$ 为使  $||g_{\gamma}(t)=1||$ 的系数。

对于以上连续参数的过完备原子库,其原子数量是 无限的,实际情况并不可用,需要对原子的索引参数进行 离散化处理,以形成有限的原子库。参照文献中对 Gabor 原子参数的离散化方法,对索引参数组  $\gamma = (\omega, \phi, t_s, t_e)$ 做如下离散化处理:

$$\begin{split} \gamma &= (\omega, \varphi, t_s, t_e) = (k2^{-j} \Delta \omega, i\Delta \varphi, n_s/f_s, n_e/f_s) \quad (4) \\ \text{式中:} &\Delta \varphi = \pi/6; \Delta \omega = \pi; 0 \leq k < 2^{j+1}; 0 \leq i \leq 12; \\ 0 < j \leq \log_2 N; 0 \leq n_s < n_e \leq N - 1; f_s$$
为采样频率; N为 信号长度。

#### 1.2 正交匹配追踪算法

过完备原子库下的 MP 分解是一种贪婪迭代分解算 法,其目的是用原子库中尽量少的原子组合,以尽量小的 误差表达信号。在 MP 算法的基础上,对分解每一步所 选择的全部原子进行正交化处理,这使得在精度要求相 同的情况,收敛速度更快,该方法称之为 OMP 算法。假 设 G 为离散后的过完备原子库,对于长度为 N 的谐波和 间谐波信号 f,算法具体流程如下:

1) 从原子库 G 中选出与当前残余信号  $r_{f}^{m}$  匹配的最 佳原子  $g_{\gamma(m)}$ ,满足

$$\left|\left\langle r_{f}^{m}, g_{\gamma(m)}\right\rangle\right| = \max_{\gamma \in \Gamma} \left|\left\langle r_{f}^{m}, g_{\gamma}\right\rangle\right|$$

$$(5)$$

式中:  $g_{\gamma} \in \mathbf{G}$ ,初次迭代,残余信号  $r_{f}^{m} = f, s_{0} = g_{\gamma(0)}, u_{0} = s_{0} / \| s_{0} \|$ 。

2)将搜索到的最佳原子  $g_{\gamma(m)}$  与已选择出的所有原 子做施密特正交化处理:

$$s_{m} = g_{\gamma(m)} - \sum_{i=0}^{m-1} \frac{\langle g_{\gamma(m)}, s_{i} \rangle}{\langle s_{i}, s_{i} \rangle} s_{i}$$
(6)

对 $s_m$ 做归—化处理得 $u_m = s_m / || s_m ||_o$ 

此时,信号  $r_f^m$  被分解为最佳原子  $g_{\gamma(m)}$ 上的分量和残余信号两部分,即:

$$r_f^m = \langle r_f^m, u_m \rangle u_m + r_f^{m+1} \tag{7}$$

3) 重复以上步骤, 对新的残余信号进行迭代分解, 当 满足迭代停止条件时迭代停止, 信号 f 可表示为 n 个原 子的线性展开:

$$f = \sum_{m=1}^{n} \langle r_f^m, u_m \rangle u_m + r_f^{m+1}$$
(8)

## 2 基于改进 ICA 优化的 OMP 算法

由式(5)可见,每次搜寻最佳原子,均需在 G 中进行 高维内积运算。但过完备原子库是高度冗余的,式(3) 所示正弦原子库中含有 26N(N-1)<sup>2</sup> 个原子,其中 N 为 信号采样点数,这导致 OMP 算法具有非常大的计算量。 缩短索引参数的步长可以提高检测精度,但同时会导致 计算量以指数形式增加。ICA 作为一种智能算法,具有在 连续参数空间中搜索最优解的能力,因此本文采用 ICA 对 OMP 进行优化。ICA-OMP 算法可以在连续参数过完备原 子库中搜索最佳匹配原子,无需对原子参数进行离散化处 理,避开了 OMP 算法中索引参数步长对匹配精度的限制, 也就解决了检测精度和搜索效率的取舍问题。

ICA 将总群优化问题分为多个子群,引入帝国与殖 民地概念,通过帝国同化、竞争及淘汰对搜索范围进行搜 索,最终收敛到最优解,是目前全局寻优能力最高的新型 智能优化算法。针对帝国之间缺乏有效的信息交互,群 体多样性不明显造成的搜索范围小、陷入局部最优、信号 重构出现"早熟"的问题,本文在 ICA 同化方程中添加搜 索函数以增强算法的搜索能力。

ICA 优化 OMP 的核心思想是将原子与谐波、间谐波 信号或残差的内积  $| < r_f^m, g_{\gamma(m)} > |$ 的绝对值的相反数作为 代价函数,每个原子看作一个国家,每个国家的  $N_{var}$  维变 量作为待寻优参数。具体步骤如下:

 初始化帝国。确定最大迭代次数 N<sub>iter</sub>、国家数量 N<sub>pop</sub>、帝国主义国家数量 N<sub>imp</sub>、殖民地数量 N<sub>col</sub>。

根据过完备原子库中原子参数 ω, φ 的上下限取值 范围,随机产生 N<sub>pop</sub> 个国家。计算每个国家的代价函数 值,代价函数值越小,其势力越大。从中选出势力较大的 前 N<sub>imp</sub> 个国家作为帝国主义国家, 剩余的 N<sub>col</sub> 个国家作 为殖民地。

根据国家的势力大小,从 N<sub>col</sub> 个殖民地中随机选择 相应的个数分配给每个帝国主义国家。每个帝国的殖民 地个数根据式(10)计算:

$$C_n = cost(imp_n) - \max_i \{ cost(imp_i) \}$$
(9)

$$N. C._{n} = \operatorname{round} \left\{ \left| \frac{C_{n}}{\sum_{i=1}^{N_{imp}} C_{i}} \right| N_{col} \right\}$$
(10)

式中: $cost(imp_n)$ 是第 n 个帝国的代价函数值; $C_n$  是标准 化代价; $N. C._n$ 是第 n 个帝国的初始殖民地个数。

2):殖民地同化。这个阶段,殖民地开始向他们相对 应的帝国主义国家移动。位置更新方程如下所示:

 $col_{new} = col_{old} + U(0,\beta \times d) \times V_1$  (11) 式中: $col_{new}$ 和  $col_{old}$ 分别表示移动前后殖民地的位置; $\beta$ 为同化系数,通常取 $\beta=2;d$ 为殖民地国家与其所属帝国 之间的距离; $V_1$ 表示该殖民地向帝国移动方向的一个单 位向量。为了增加算法的搜索能力,本文引入一个与 $V_1$ 正交的随机单位向量 $V_2$ ,改进的同化方程为:

 $col_{new} = col_{old} + U(0,\beta \times d) \times V_1 + U(-1, +1) \times tan\theta \times d \times V_2$  (12) 式中:  $\theta$  为移动的随机角度偏移量;  $V_2$  为与  $V_1$  正交的随 机单位向量。

3):殖民地革命。在殖民地向其所属帝国靠近的过程中,可能出现某个殖民地的代价函数值小于其所属帝国的代价函数值的情况,这时该殖民地与其所属帝国交换位置成为新的帝国。

4):帝国竞争。计算每个帝国的总代价:

$$T. C._{n} = \cot(imp_{n}) + \xi \times \frac{\sum_{i=1}^{N.C._{n}} \cot(col_{i})}{N. C._{n}}$$
(13)

式中:*T.C.*<sub>*n*</sub>是第*n*个帝国的总代价; $\xi$ 是权系数,取值范围为 $0 < \xi < 1$ 。计算帝国的标准化代价:

$$M. T. C._{n} = T. C._{n} - \max_{i} \{T. C._{i}\}$$

$$(14)$$

确定每个帝国的势力:

$$p_{p_n} = \left| \frac{M. T. C._n}{\sum_{i=1}^{N_{imp}} M. T. C._i} \right|$$
(15)

根据各帝国的势力大小重新划分殖民地,各帝国 获得最弱帝国中最弱殖民地的概率按式(16)~(18) 计算:

$$P = [p_{p_1}, p_{p_2}, \cdots, p_{p_{N_{imp}}}]$$
(16)  
$$R = [r_1, r_2, \cdots, r_{N_{imp}}] r_1, r_2, \cdots, r_{N_{imp}} \sim U(0, 1)$$
(17)

$$\boldsymbol{D} = \boldsymbol{P} - \boldsymbol{R} = [D_1, D_2, \cdots, D_{N_{\text{true}}}]$$
(18)

其中, P 为所有帝国的占有率, R 为和向量 P 同维的随机向量。向量 D 中值越大,则对应帝国的势力越大,因此,将殖民地分配给向量 D 中最大值相对应的帝国。

5):帝国灭亡。当一个帝国失去所有殖民地时,该帝 国灭亡。经过 N<sub>iter</sub> 次迭代后,如果只剩下一个帝国,则算 法终止。由该帝国对应的 N<sub>var</sub> 维变量构成的原子即为选 择出的最佳匹配原子 g<sub>v</sub>(m)。

6):依据式(6)对g<sub>y</sub>(m)原子进行施密特正交化处
 理,更新式(7)。

7):当满足 OMP 迭代终止条件时停止迭代。

迭代过程中每一次迭代提取出的最佳匹配原子  $g_{\gamma}(m)$ 对应于一个谐波或间谐波分量,频率和相位参数 可以由正弦原子索引参数组 $\gamma_{m} = (\omega_{m}, \phi_{m}, t_{sm}, t_{em})$ 直接 计算得到。幅值由残差信号与最佳匹配原子的内积计算 得出:

$$A_{m} = \langle r_{f}^{m}, u_{m} \rangle k_{\gamma_{m}}$$
(19)  
谐波或间谐波分量的表达式为:  

$$f_{m} = A_{m} \cos(\omega_{m} + \varphi_{m}) [u(t - t_{sm}) - u(t - t_{em})]$$
(20)

本文提出的基于改进 ICA-OMP 优化原子分解的谐 波和间谐波检测方法的流程如图 1 所示。



图 1 基于改进 ICA-OMP 优化原子分解的谐波和 间谐波检测方法流程

Fig. 1 Flow chart of the method based on the improved ICA-OMP optimized atomic decomposition

## 3 仿真算例分析

)

#### 3.1 迭代终止条件

一般来说,确定 OMP 算法迭代终止有两种方法: 1)设置最大迭代次数。然而由于检测信号中谐波和间谐 波的含量是未知的,无法准确确定迭代次数。迭代次数 过小导致无法完全提取出所有谐波分量,迭代次数过大 会引入噪声,影响重构精度。2)当残差信号能量小于某 个阈值时迭代终止。如果检测信号信噪比较小,则信号 中噪声的方差相比于有用信号的方差较大,这种情况下 残差的阈值不易设置。

对谐波信号进行分解时,每一次迭代分解均提取与 原始信号或残差信号最匹配的原子。由于本文算法采用 的正弦原子库中不含有与随机噪声或其他电能质量扰动 相匹配的原子,随着迭代次数的增加,提取出的信号分量 的能量越来越低,与原始信号的相关性越来越弱。基于 上述分析,本文提出一种基于相关性的 OMP 迭代终止方 法。设原始信号为*f*, 第*m* 次迭代提取出的信号分量为 f...相关性定义为:

$$c_{m} = \frac{\|(f_{m} - f_{m})(f - f)\|_{1}}{\|(f_{m} - f_{m})\|_{2} \|(f - f)\|_{2}}$$
(21)

式中: $\bar{f}_m = \|f_m\|_1, \bar{f} = \|f\|_1$ 。

为验证本文所提迭代终止条件的有效性,利用 MATLAB 根据式(2) 随机产生 5 个包含不同谐波分量的 测试信号,分别加入不同水平的随机噪声,用改进 ICA-OMP 算法对信号进行分解,相关性随迭代次数的变化情 况如图2所示。由图2可知,不同谐波信号随着迭代次 数的增加,相关性都能稳定在某一确定值附近,因此本文 提出的迭代终止方法是可行的。



图 2 不同仿真信号相关性变化曲线 Fig. 2 Curves of correlation with different signals

#### 3.2 复杂谐波和间谐波信号检测性能分析

为评价本文所提改进 ICA-OMP 算法优化原子分解 的谐波和间谐波检测方法的性能,利用 MATLAB 牛成 300 组包含 8 个谐波分量和 2 个间谐波分量的测试信号, 加入 30 dB 的随机高斯白噪声,基波频率为 50 Hz,各分

量相位和幅值均随机产生,采样频率为5.12 kHz,数据长 度为1024点。本文采用的改进 ICA 算法模型国家数量 N<sub>pop</sub>=200,帝国数量 N<sub>imp</sub>=8,最大迭代次数 N<sub>iter</sub>=100。

FFT 算法是谐波分析的经典算法,但由于间谐波的 存在很难实现同步采样,各次谐波、间谐波的频谱之间会 相互干扰,引起严重的频谱泄露和栅栏效应。针对 FFT 算法的不足,国内外学者提出了一系列加窗插值 FFT 算 法,可以提高谐波频率、幅值和相位的检测精度,减小栅 栏效应带来的误差。PSO 算法是由 Kennedy 等<sup>[22]</sup>提出 的一种模拟鸟类觅食行为的寻优搜索算法,原理简单,易 于实现,且需调整的参数较少。在原子分解算法中,最普 遍的做法是将 PSO 与 OMP 算法相结合,以达到在连续 参数过完备原子库中搜索最佳原子的目的。

本文利用汉宁窗双谱线插值 FFT 算法,基于 PSO 优 化的 OMP 算法和基于改进 ICA 优化 OMP 算法对测试信 号进行自适应分解,各次谐波、间谐波分量参数的平均检 测误差如表1所示,其中频率和幅值的检测结果为相对误 差,相位的检测结果为绝对误差。由检测结果可知,本文 提出的改进 ICA-OMP 算法在各分量参数检测精度上均优 于其他算法,在30 dB噪声下,对频率、幅值和相位的最大 检测误差分别为 0.015 4%、0.722 4% 和 1.512 6°, 完全满足 谐波监测系统的检测精度要求。加窗插值 FFT 算法易受 噪声的影响,且间谐波分量的存在导致相近谐波分量的检 测精度大大降低。原子分解算法在原子库中搜索与信号 最匹配的原子,不易受噪声和间谐波分量的影响。PSO 算 法全局搜索能力较强,在求解优化问题的初期收敛速度较 快,但后期由于群体失去多样性,易陷入局部最优,导致原 子的搜索失败。与 PSO 算法相比,本文提出的改进 ICA 算 法同时具有较好的全局搜索能力和局部搜索能力。

表1 不同噪声水平下测试信号参数估计结果

	加窗插值 FFT 算法			PSO-OMP			改进 ICA-OMP		
频率/Hz	频率估计 偏差/%	幅值估计 偏差/%	相位估计 偏差/(°)	频率估计 偏差/%	幅值估计 偏差/%	相位估计 偏差/(°)	频率估计 偏差/%	幅值估计 偏差/%	相位估计 偏差/(°)
50	0.0114	0.1077	0. 222 4	0.1206	0.125 4	2.210 6	0.003 0	0.102 2	1. 180 3
150	0.027 9	0.755 1	2.657 5	0.1789	0.923 5	8.3809	0.014 8	0.722 4	1.410 0
250	0.0518	1.049 1	4.6578	0.3909	1.122 6	7.3910	0.015 4	0.649 3	1.246 0
267	0.011 0	0.924 3	1.1521	0.4789	0.8672	9.5850	0.015 1	0.6997	1.360 6
350	0.011 3	0.8699	1.560 6	1.069 6	0.908 3	8.3712	0.013 4	0.665 5	1.498 1
450	0.011 3	0.8567	2.074 3	0.425 6	0.949 2	4.2654	0.008 8	0.502 8	1.393 4
473	0.006 3	0.844 2	1.2917	0.126 2	0.9109	6.323 2	0.008 4	0.662 8	1.290 8
550	0.007 1	0.7894	1.563 0	0.177 0	0.963 8	2.224 6	0.007 0	0.545 0	1.355 3
650	0.0067	0.854 2	1.625 6	0.0117	0.9719	4.302 8	0.005 7	0.627 3	1.4897
750	0.005 7	0.789 9	1.6393	0.012 3	1.289 3	8.435 9	0.005 7	0.5606	1.512 6
850	0.004 9	0.804 0	1.5790	0.008 5	0.6578	9.5550	0.003 8	0.6961	1.501 1

 Table 1
 Results of parameter estimation under different noise levels for test signal

#### 3.3 频率相近谐波和间谐波检测性能分析

与传统的整数次谐波相比,间谐波的频率存在不确 定性,可以是直流到高次谐波间的任意频率。因此,电力 系统谐波信号中很可能存在频率相近的谐波和间谐波分 量。FFT 算法中,加窗插值技术的引入可以抑制频谱泄 漏和栅栏效应,但无法解决频率相近谐波和间谐波分量 的主瓣干扰问题。原子分解算法在原子库中搜索与信号 最匹配的原子,检测结果不受频率分辨率的影响,可有效 处理频率相近的谐波和间谐波信号。

为了验证本文所提算法检测频率相近谐波和间谐波 的能力,设仿真信号基波频率为50 Hz,含有6个谐波分 量和2个间谐波分量,其中53 Hz与基波频率接近,各分 量的幅值和相位如表2所示,其余仿真参数同3.2节。 原子分解结果如图3所示,其中u<sub>0</sub>为测试信号,u<sub>1</sub>为提 取出的基波分量,u<sub>2</sub>为提取出的频率为53 Hz的间谐波 分量,u<sub>3</sub>~u<sub>0</sub>为提取出的3~6次谐波分量和频率为 375 Hz的间谐波分量。各次分量的参数估计结果如表3 所示。由表2和图3可知,53 Hz间谐波分量的存在导致 本文算法检测精度有所下降,但仍能有效地分辨出基波 和各次谐波、间谐波分量。除基波分量和53 Hz间谐波 分量的参数估计误差较大外,其余各频率参数估计精度 均在0.08%以内,各幅值参数的估计精度都在1.25%以 内,相位参数估计误差均小于1.3°。

## 表 2 频率相近谐波和间谐波信号参数估计结果 Table 2 Results of parameter estimation for harmonics and inter-harmonic with close frequencies

狈	刘试信号参	数	参数估计偏差			
频率/Hz	幅值/V	相位/(°)	频率/%	幅值/%	相位/(°)	
50	1.00	0	0.2187	1.688 0	2.215 1	
53	0.12	40	1.2091	2.713 0	3.424 8	
150	0.30	75	0.0791	0.326 6	1.230 5	
250	0.25	110	0.025 8	0.2901	1.147 5	
350	0.20	45	0.054 0	0.568 1	1.1157	
375	0.10	30	0.004 3	1.246 7	0.803 6	
450	0.15	63	0.004 4	0.502 8	0.8004	
550	0.08	100	0.003 9	0.8115	0.662 8	
650	0.05	20	0.006 9	1.1579	1.003 0	

## 3.4 非平稳时变谐波和间谐波检测性能分析

在实际的电力系统中,负载大多是动态的,如电弧炉 启停时、电力机车启动时都会产生短时间的冲击电流,即 短时间的谐波电流或快速变化的谐波电流。FFT 算法在 整体上将信号分解为不同的频率分量,对非平稳的时变





谐波和间谐波无法进行精确的检测和分析。本文设计的 过完备原子库中的原子索引参数包含开始时刻 t<sub>s</sub>和结束 时刻 t<sub>e</sub>,能够获取各次分量的时域信息,实现对谐波和间 谐波分量的定位。

为了有效说明本文提出的改进 ICA-OMP 优化的原 子分解算法在检测非平稳时变谐波和间谐波中的应用效 果,利用 MATLAB 生成一个包含 6 个谐波分量和 2 个间 谐波分量的测试信号,加入 30 dB 的随机高斯白噪声,各 分量的频率、幅值、相位参数如表 3 所示,其余仿真参数 同 3.2 节。利用本文所提算法对测试信号进行自适应分 解,结果如图 4 所示。其中 u<sub>0</sub> 为测试信号,u<sub>1</sub> 为提取出 的基波分量,u<sub>2</sub>~u<sub>9</sub> 为提取出的各次谐波和间谐波分量。 各次分量的参数估计结果如表 3 所示。由图 4 和表 3 可 看出,本文所提检测算法可以精确实现时变谐波和间谐 波分量的定位,起始时刻和结束时刻的最大检测误差为 0.608 4 ms。在 30 dB 噪声下,除 13 次谐波的幅值和相 位的误差较大外,其他分量的频率、幅值和相位的估计值 与理论值相差都较小,也进一步验证了本文所提方法具 有良好的抗噪性。





harmonics and inter-harmonics

#### 3.5 计算复杂度分析

OMP 算法将信号在 G 中展开,每次迭代需要对过完 备原子库中的每个时频原子做内积运算,选取与原始信 号或残差信号的内积最大的时频原子为每次迭代的最佳 匹配原子。对于长度为 N 的扰动信号,OMP 算法的复杂 度为 O( $26N(N-1)^2$ )。若要提高匹配精度,则需缩短索 引参数的步长,会导致计算复杂度以指数形式增加。 ICA-OMP 算法利用随机产生的国家代替搜寻最佳匹配 原子的子空间,其原子库个数由国家数量和迭代次数的 乘积决定,与 N 无关。对于 N=1 024 的信号,G 中包含 2.786 3×10<sup>10</sup> 个时频原子,即每一次 OMP 迭代共需做 2.786 3×10<sup>10</sup> 个时频原子,即每一次 OMP 迭代共需做 2.786 3×10<sup>10</sup> 次内积运算。在本文仿真参数下,每次迭 代 ICA-OMP 算法的计算量最大为 2×10<sup>4</sup>,相对 OMP 算 法,计算复杂度缩减率在 99%以上。

#### 4 实验分析

为验证本文所提方法的有效性,设计如图 5 所示的 实验。该实验装置由可编程三相标准源 PSA6000、信号 调理电路、基于 AD7606 和 STM32F4 的数据采集系统、示 波器和上位机组成。

本实验利用三相标准源 PSA6000 生成包含 6 个谐 波分量和 2 个间谐波分量的测试信号,各分量频率、幅

表 3	非平稳时变谐波和间谐波信号参数估计结果	

Table 3 Results of parameter estimation for non-stationary time-varying harmonics and inter-harmonics

测试信号参数							参数估计误差		
频率/Hz	幅值/pu	相位/(°)	开始时刻/s	结束时刻/s	频率/%	幅值/%	相位/(°)	开始时刻/ms	结束时刻/ms
50	1.00	0	0	0.20	0.003 2	0.122 2	0	0	0
150	0.30	30	0	0.20	0.014 9	0.3233	1.2547	0	0
175	0.15	25	0.09	0.14	0.237 1	0.936 6	1.440 2	0.1861	0. 576 9
250	0.25	100	0.04	0.16	0.031 4	0.600 9	1.094 0	0.012 1	0.139 5
350	0.20	45	0	0.20	0.002 6	1.058 4	0.5806	0	0
450	0.15	105	0.06	0.14	0.036 6	0.6687	1.349 1	0.532 2	0.608 4
483	0.12	33	0.06	0.11	0.2001	1.281 6	1.409 9	0.5475	0.3554
550	0.10	165	0	0.20	0.016 9	1.194 5	1.243 8	0	0
650	0.08	57	0.05	0.15	0.021 2	1.768 2	2. 551 1	0.013 1	0.089 5

值和相位参数如表 4 所示。采样频率设置为 8 kHz,数据长度为 1 600 点。实验过程中,信号调理电路和数据 采集系统会引入随机高斯噪声,导致测试信号具有随 机性。因此,进行 50 次重复实验,各参数的平均检测 误差如表4所示。

由表4可知,本文算法对频率、幅值和相位的最大检测误差分别为0.1019%、1.3409%和1.6439°,完全满足谐波监测系统的检测精度要求。



图 5 谐波和间谐波检测硬件平台 Fig. 5 Harmonic and inter-harmonic detection hardware platform

Table 4 parameter estimation for realistic signals								
测	试信号参	数	参数估计偏差					
频率/Hz	幅值/V	相位/(°)	频率/%	幅值/%	相位/(°)			
50	220. 0	0	0.058 2	0.093 4	0			
150	35.0	30	0.0627	0.053 9	0. 512 9			
250	28.5	45	0.042 3	0.755 1	1.152 3			
287	15.2	100	0. 101 9	1. 149 0	1.5970			
350	25.0	64	0.016 5	0. 101 2	0.7801			
450	21.2	33	0.004 4	0.238 0	0.619 2			
550	16.3	120	0.047 2	0.978 2	1.643 9			
575	14. 5	150	0.022 0	1.3409	1.222 6			
650	11.0	20	0.003 6	0.6054	1.483 0			

## 表 4 实测信号参数估计结果

Table 4 parameter estimation for realistic signals

## 5 结 论

本文对原子分解算法在电网谐波和间谐波信号检测 中的应用作了分析,针对原子分解采用 OMP 计算量大, 难以满足电网信号实时分析的问题,提出了一种用改进 ICA 优化 OMP 的算法。根据电网谐波和间谐波信号,将 Gabor 原子库简化为正弦原子库。在 OMP 算法中引入改 进 ICA 优化原子搜索过程,在保持 OMP 优良的重构性能 的前提下,实现了在连续参数空间中搜索最佳匹配原子, 避免了索引参数步长对检测精度的限制,极大地降低了 算法的计算复杂度。仿真和实测结果表明本文提出的算 法可以实现对谐波和间谐波信号的幅值、频率和相位的 检测,具有较好的抗噪性,并可有效分辨出频率相近的谐 波和间谐波分量,实现时变谐波和间谐波分量的精确 定位。

#### 参考文献

- [1] MARISCOTTI A. Impact of harmonic power terms on the energy measurement in ac railways [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2020, 69(9): 6731-6738.
- [2] AHMED H, BIERHOFF M, BENBOUZID M. Multiple nonlinear harmonic oscillator-based frequency estimation for distorted grid voltage [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2020, 69 (6): 2817-2825.
- [3] 肖先勇,胡誉蓉,王杨,等. 基于非同步电能质量监测系统的谐波状态估计[J]. 中国电机工程学报,2021,41(12):4121-4132.
  XIAO X Y, HU Y R, WANG Y, et al. Harmonic state estimation based on asynchronous power quality

estimation based on asynchronous power quality monitoring system[J]. Proceedings of the CSEE, 2021, 41(12): 4121-4132.

[4] 吴建章,梅飞,潘益,等.基于改进经验小波变换的
 电能质量扰动检测新方法[J].电力自动化设备,
 2020,40(6):142-151.

WU J ZH, MEI F, PAN Y, et al. Novel detection method of power quality disturbance based on IEWT[J].Electric Power Automation Equipment, 2020, 40(6): 142-151.

[5] 尉怡青,赵伟,陈全,等. 计及间谐波的重分组小波
 包变换功率电能测算新方法[J]. 中国电机工程学
 报,2020,40(22):7480-7490.

YU Y Q, ZHAO W, CHEN L, et al. New power and electric energy measurement algorithm in consideration of interharmonics based on regrouped wavelet packet transform [J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(22): 7480-7490.

[6] 徐艳春,高永康,李振兴,等.改进LMD 算法在微电 网电能质量扰动信号检测中的应用[J].电网技术,

2019, 43(1): 332-341.

XU Y CH, GAO Y K, LI ZH X, et al. Application of improved LMD algorithm in signal detection of power quality disturbance in microgrid [J]. Power System Technology, 2019, 43(1): 332-341.

 [7] 蔡星月,高云鹏,李云峰,等.基于自适应 TLS-ESPRIT 和改进全相位多密集谱间谐波检测[J].仪器 仪表学报,2020,41(12):199-207.

CAI X Y, GAO Y P, LI Y F, et al. Detection method of multidense spectrum inter-harmonics based on adaptive TLS-ESPRIT and improved all-phase [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41 (12): 199-207.

 [8] 丁晓慧,刘俊杰,邢强.基于自适应局部均值的 EMD 方法及其在谐波检测中的应用[J].电力系统保护与 控制,2017,45(14):17-25.

DING X H, LIU J J, XING Q. Adaptive local mean based empirical mode decomposition and its application in harmonic detections [J]. Power System Protection and Control, 2017, 45(14): 17-25.

- [9] MALLAT S G, ZHANG Z. Matching pursuits with timefrequency dictionaries [J]. IEEE Transactions on signal processing, 1993, 41(12): 3397-3415.
- [10] LI Y, TENG Z, LIANG C, et al. Detection and localization of short-duration variations using sliding window svd and sparse signal decomposition [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2020, 69(9): 6912-6920.
- [11] 李帅永,毛维培,程振华,等.基于 VMD 和 K-SVD 字 典学习的供水管道泄漏振动信号压缩感知方法[J]. 仪器仪表学报,2020,41(3):49-60.

LI SH Y, MAO W P, CHENG ZH H, et al. Compressed sensing method for leakage vibration signal in watersupply pipelines based on VMD and K-SVD dictionary learnin [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41(3): 49-60.

 [12] 周东旭,王丰华,党晓婧,等.基于压缩观测与判别 字典学习的干式变压器声纹识别[J].中国电机工程 学报,2020,40(19):6380-6390.

ZHOU D X, WANG F H, DANG X J, et al. Dry type

transformer voiceprint recognition based on compressed observation and discrimination dictionary learning [J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(19): 6380-6390.

- [13] LI X, YIN D, PAWAR S, et al. Sub-linear time support recovery for compressed sensing using sparse-graph codes[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2019, 65(10): 6580-6619.
- [14] 池博浩,江浩,钱慧,等.用于心电信号的能量最大 化模拟信息转换系统[J].仪器仪表学报,2021, 42(3):213-220.
  CHI B H, JIANG H, QIAN H, et al. Energy

chi b ii, jiAko ii, QiAk ii, et al. Energy maximization analog-to-information converter system for ECG signal[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021, 42(3): 213-220.

[15] 贾科,李论,杨哲,等.基于贝叶斯压缩感知理论的 配网故障定位研究[J].中国电机工程学报,2019, 39(12):3475-3486.
JIA K, LI L, YANG ZH, et al. Research on distribution

network fault location based on Bayesian compressed sensing theory [J]. Proceedings of the CSEE, 2019, 39(12): 3475-3486.

- [16] HOANG T, NGUYEN D. Matching pursuit for the recognition of power quality disturbances [C]. IEEE 33rd Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference. Cairns, Australia, 2002.
- [17] 王宁,李林川,贾清泉,等.应用原子分解的电能质量扰动信号分类方法[J].中国电机工程学报,2011, 31(4):51-58.
  WANG N, LI L CH, JIA Q Q, et al. Classification of power quality disturbance signals using atomic decomposition method [J]. Proceedings of the CSEE,

2011, 31(4): 51-58.

[18] 贾清泉,于连富,董海艳,等.应用原子分解的电能
 质量扰动信号特征提取方法[J].电力系统自动化,
 2009,33(24):61-64.

JIA Q Q, YU L F, DONG H Y, et al. Power quality disturbance features extraction based on atomic decomposition [ J ]. Automation of Electric Power Systems, 2009, 33(24): 61-64.

[19] ATASHPAZ G E, LUCAS C. Imperialist competitive

algorithm: An algorithm for optimization inspired by imperialistic competition [ C ]. IEEE Congress on Evolutionary Computation, Singapore, 2007.

- [20] SHIRZADI S, TAVAKKOLI-MOGHADDAM R, KIA R, et al. A multi-objective imperialist competitive algorithm for integrating intra-cell layout and processing route reliability in a cellular manufacturing system [J]. International Journal of Computer Integrated Manufacturing, 2017, 30(8); 839-855.
- [21] 张清勇,王皓冉,雷德明.求解分布式并行机调度的 新型帝国竞争算法[J].华中科技大学学报(自然科 学版),2019,47(8):86-91.

ZHANG Q Y, WANG H R, LEI D M. Novel imperialist competitive algorithm for distributed parallel machine scheduling problem [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2019, 47(8); 86-91.

[22] KENNEDY J, EBERHART R C. Particle swarm optimization [C]. IEEE International Conference on Neural Networks, New York, 1995.

#### 作者简介



李雅鑫,2013年于湖南大学获得学士学位,现为湖南大学博士研究生,主要研究方向为智能检测及电能质量分析。

E-mail: lyx\_hnu@ 126. com

**Li Yaxin** received her B. Sc. degree from Hunan University in 2013. She is currently a Ph. D. candidate at Hunan University. Her main research interests include intelligent detection and power quality analysis.



滕召胜(通信作者),分别于 1995 年和 1998 年在湖南大学获得硕士学位和博士学 位,现为湖南大学教授、博士生导师,主要研 究方向为智能检测与控制系统。

E-mail: tengzs@126.com

Teng Zhaosheng (Corresponding author) received his M. Sc. degree and Ph. D. degree both from Hunan University in 1995 and 1998, respectively. He is currently a professor and a Ph. D. advisor at Hunan University. His main research interests include intelligent detection and control system.