

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2209628

直线轴热定位误差解耦与分步建模研究^{*}

徐 凯¹, 李国龙², 李喆裕², 王志远², 苗恩铭¹
(1. 重庆理工大学机械工程学院 重庆 400054; 2. 重庆大学机械传动国家重点实验室 重庆 400044)

摘 要:针对直线轴热定位误差同时与位置、温度相关,传统建模方法工作量大、效率低且变工况下预测精度较差等问题,本文提出一种直线轴热定位误差解耦与分步建模方法。首先,基于最小二乘线性拟合对多工况下测量的热定位误差解耦,获得仅与温度相关的斜率参数与截距参数;其次,分别使用绝对温度和相对温度作为输入变量对斜率参数和截距参数回归建模,得到二者与温度的映射关系,结合斜率与截距,建立热定位误差模型;最后,基于建立的模型对全新工况下的热定位误差进行了预测,可实现最大残差 1.6 μm ,相比直接建模方法预测精度显著提升,表明了模型的有效性。
关键词: 直线轴;热定位误差;斜率;截距
中图分类号: TH161 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.40

Research on decoupling and step-by-step modelling of thermal positioning error of the linear axis

Xu Kai¹, Li Guolong², Li Zheyu², Wang Zhiyuan², Miao Enming¹
(1. School of Mechanical Engineering, Chongqing University of Technology, Chongqing 400054, China;
2. State Key Laboratory of Mechanical Transmission, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: The thermal positioning error of linear axis is related to position and temperature at the same time, and the traditional modelling method has a heavy workload, low efficiency and poor prediction accuracy under variable condition. To address this issue, a decoupling and step-by-step modelling method for thermal positioning error of linear axis is proposed in this article. Firstly, the thermal positioning error measured is decoupled, and the slope parameters and intercept parameters only related to the temperature are obtained based on least square linear fitting. Secondly, the absolute temperature and relative temperature are used to build the slope parameter model and intercept parameter model step by step, and the mapping relationship is obtained. Combined with the slope and intercept, the thermal positioning error model is formulated. Finally, based on the established model, the thermal positioning error in a new working condition is predicted, and the maximum residual error can be realized as 1.6 μm . Compared with the direct modelling method, the prediction accuracy of the proposed method is improved greatly, which shows its effectiveness.
Keywords: linear axis; thermal positioning error; slope; intercept

0 引 言

热变形是影响机床加工精度的重要因素。直线轴作为机床的关键部件,其热变形直接引起工件相对刀具位姿上的偏差,进而导致加工质量下降^[1-2]。与主轴相比,直线轴在其运动行程内各点热误差不同,且与运动轴本

身静态几何误差耦合作用,导致数控系统自带的螺距误差补偿功能补偿精度退化。
国内外学者对直线轴的热误差进行了大量研究,建立了多种热误差模型,可大致分为两个方面:机理解析模型^[3-4]和数据驱动模型^[5-6]。机理解析模型可解释热误差产生的原因,分析热误差的变化趋势,一般具有更高的鲁棒性。但机理模型需要确定直线轴丝杠导轨的具体结

构、材料热膨胀系数、丝杠与空气换热系数等条件,建模难度较大^[7-8]。且在确定具体数值时,由于存在诸多未被考虑到的外界因素,如空气湿度、测试人员体温等,致使机理解析模型往往不能取得非常准确的精度。在实际复杂的工况中,仅依赖解析模型通常难以取得很好的效果。而数据驱动模型在大量的实验数据的基础上,通过各种回归算法建立热误差与输入变量的映射关系,如多元线性回归(multiple linear regression, MLR)^[9-10]、神经网络^[11-12]、支持向量机(support vector regression, SVR)^[13-14]等。相比机理解析模型,数据驱动模型不需要严格明确输入输出关系的物理意义,但因此常常会面临鲁棒性低等问题。综合来看,数据驱动模型仍然是近些年热误差建模的主流方法。

进行热特性测试实验,获取热误差数据与温度数据,建立热误差与各输入变量的回归映射关系,是数据驱动热误差建模的基本流程步骤^[15-16]。在使用数据驱动模型时,建模精度和预测精度混淆是热误差建模中常存在的一个问题。具体而言,很多研究将建模时的拟合精度作为评价模型好坏的指标,这是不够准确的。热误差建模根据最小二乘原理,将方差和最小作为目标优化各个模型中的参数,如多元线性回归算法中的系数、支持向量机回归的中惩罚因子等。在单次实验中,工况较为单一,这种模型往往可以取得很好的效果,当工况改变时,这种模型往往难以继续适用^[2]。

另一方面,很多针对直线轴热误差的研究中,测量及建模不完全,更多地是针对热膨胀的研究。文献[1,17]明确指出直线轴的热变形包括热膨胀与热漂移两部分。热膨胀与直线轴的运动位置有关,在解耦时可视为线性定位误差的斜率为位置的乘积^[18-19];而热漂移在数值上表现为与直线轴运动位置无关,通常因难以直接测量或测量不合理而少被关注。

综合现有的研究,直线轴的热误差建模存在以下问题:

1) 模型不完整。大量的研究都忽略了进给系统的热漂移现象,只建立了进给系统的热膨胀模型。

2) 建模工况单一。大量直线轴的研究中仅在一次工况中研究直线轴的热特性,或者工况单一,在恒温车间进行,环境温度几乎不变化,当工况复杂多变时,模型适用性降低。

针对上述问题,本文开展了变工况下直线轴热误差建模研究,在传统建模方法难以适用的情况下提出了直线轴热误差的先解耦再分步建模方法,对测量的热误差先解耦为斜率和截距两参数,然后对两参数分别建模,结合二者构建热误差模型,实现直线轴热误差的建模与预测。

1 热误差建模方法

1.1 热误差建模基础

多元线性回归和支持向量机是热误差建模领域常用的建模算法,本文采用这两种基础建模算法对热误差与温度数据进行建模。在热误差实验中通常需要测量多点的温度变化,选择合适的温度点用于建模的输入是建立准确、高鲁棒性热误差模型的基础。模糊聚类结合灰色关联度理论是筛选温度敏感点最常用的方法之一。通俗而言,模糊聚类根据温度变化曲线的相似规律将各个温度进行分类,而灰色关联度则用于计算每类中热误差与各个温度点之间的关联度。最终,筛选出每类中与热误差关联度最大的温度点,即可实现温度敏感点的筛选。该方法常用且典型,因此本文沿用该方法对直线轴的温度测点优化,筛选合适的温度敏感点用于后续建模,具体可分为4个步骤。

1) 建立模糊相似矩阵。

利用温度变量之间的相似系数建立模糊相似矩阵,相似系数可采用常用的相关系数计算方法如式(1)所示。

$$r_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^m |x_i(k) - \bar{x}_i| |x_j(k) - \bar{x}_j|}{\sqrt{\sum_{k=1}^m (x_i(k) - \bar{x}_i)^2} \cdot \sqrt{\sum_{k=1}^m (x_j(k) - \bar{x}_j)^2}} \quad (1)$$

$$\bar{x}_i = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m x_i(k), \bar{x}_j = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m x_j(k)$$

其中, $x_i(i=1,2,\dots,m)$ 表示机床 m 个温度变量数据, $x_i(k)(k=1,2,\dots,n)$ 为第 i 个温度点的第 k 个测量数据。

2) 建立模糊等价矩阵。

通过平方法求解相似矩阵 R 的传递闭包 $t(R)$:

$$R \rightarrow R^2 \rightarrow (R^2)^2 \rightarrow \dots \rightarrow R^{2^k} \quad (2)$$

直至找到整数 k ,使得 $R^{2^k} = R^{2^{k+1}}$ 成立,则 $t(R) = R^{2^k}$,称之为相似矩阵 R 的模糊等价矩阵。

3) 聚类分析。

选取 $\eta \in [0,1]$ 作为阈值,将矩阵 $t(R)$ 中大于阈值 η 的元素置为1,反之置为0,进一步得到关于 η 的布尔矩阵 $t(R(\eta))$,计算规则可表示为式(3)。

$$t(R(\eta)) = \begin{cases} 1, & r_{ij} \geq \eta \\ 0, & r_{ij} < \eta \end{cases} \quad (3)$$

将 $t(R) = 1$ 对应的原始元素分为一类,将 $t(R) = 0$ 对应的原始元素分为另一类。

4) 灰色关联度计算。

本文直接采用灰色绝对关联度计算,计算各个温度

变化曲线与位移变化曲线的几何形状的相似程度。

本文采用邓氏关联度计算公式,计算公式如下:

$$\psi(x_0, x_i) = \frac{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n r(x_0(k), x_i(k))}{\min_k |x_0(k) - x_i(k)| + \rho \max_k |x_0(k) - x_i(k)|} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \times}{\min_k |x_0(k) - x_i(k)| + \rho \max_k |x_0(k) - x_i(k)|} \quad (4)$$

式中, x_0 表示测量的热误差, x_i 表示待筛选的温度, $x_i(k)$ 表示热误差和第 i 个温度测点的第 k 个测量值, $\psi(x_0, x_i)$ 为热误差和第 i 个温度测点的灰色关联度, ρ 为分辨系数, $\rho \in [0, 1]$, 一般取值 0.5。

基于上述步骤,可从直线轴温度测量的多个测点中筛选出合适数量的温度点。此外,最佳聚类数即为最终的输入变量的个数,在一定程度上会影响建模和预测的精度,目前也存在很多关于确定最佳聚类数的研究。而本文主要侧重于对建模方法的研究,根据经验,聚类数直接选取 3,不再进行额外的讨论。

1.2 热定位误差解耦与分步建模

线性定位误差表示被测轴在不同运动位置处实际位置与理论位置的偏差。当机床温度变化时,定位误差的测量结果也会发生变化。本文研究由机床发热导致的直线轴定位误差的变化规律,将发热影响下的线性定位误差称之为热定位误差。与主轴不同,直线轴不同位置处的热误差数值不同。按照定位误差的分段测量方式,热定位误差建模时应对各个位置处的误差分别建模,如 $y(T, x_1)$ 、 $y(T, x_2)$ 、 $y(T, x_n)$ 分别表示 x_1 、 x_2 、 x_n 位置处的热误差模型,而最终的热误差模型 $y(T, x)$ 可表示以上热误差模型的集合,如式(5),这种逐个位置建模的方法称为逐点建模法。

$$y(T, x) = \{y(T, x_1), y(T, x_2), \dots, y(T, x_n)\} \quad (5)$$

当分段点较多时,往往需要建立足够数量的热误差模型。为简化建模工作量,本文提出了热定位误差的解耦分步建模方法。定位误差又称之为线性定位误差,其数值大小与坐标位置具有较强的线性关系。因此,本文基于最小二乘线性拟合对热定位误差进行解耦,如式(6),得到与温度有关的斜率参数 $k(T)$ 和截距参数 $b(T)$ 。

$$\begin{cases} k(T) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \\ b(T) = \bar{y} - k(T) \cdot \bar{x} \end{cases} \quad (6)$$

式中: x_i 、 y_i 分别表示单次定位误差测量中第 i 个点的坐标位置与对应的线性定位误差, $\bar{x}$ 、 $\bar{y}$ 分别表示坐标位置与线性定位误差的均值。

在此基础上,对 k 和 b 分别建模,构建两参数与温度的模型 $k=f_k(T)$ 、 $b=f_b(T)$ 。进而,可得到最终的热定位误差模型,如式(7)。相比逐点建模法,解耦分步建模方法极大减少了建模工作量。

$$y(T, x) = k \cdot x + b = f_k(T) \cdot x + f_b(T) \quad (7)$$

2 热定位误差测量实验

2.1 实验设置

直线轴有丝杠螺母、滑块等结构组成,其发热特点决定其热变形主要沿其运动方向。蜗杆砂轮磨齿机加工齿轮过程中, X 方向的误差对于齿轮加工精度较为重要,因此,本文主要研究直线轴 X 轴 X 方向的热变形。线性定位误差通过激光干涉仪进行测量,如图 1 所示使用雷尼绍 XL-80 双频激光干涉仪(线性测量精度为 $\pm 0.5 \mu\text{m/m}$)对重庆某机床厂家生产的蜗杆砂轮磨齿机的 X 轴线性定位误差测量,结果如图 2 所示。

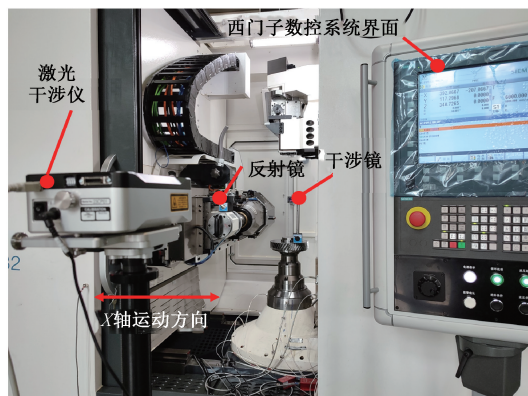


图1 激光干涉仪测量 X 轴线性定位误差

Fig. 1 Measurement of linear positioning error of the X-axis with laser interferometer

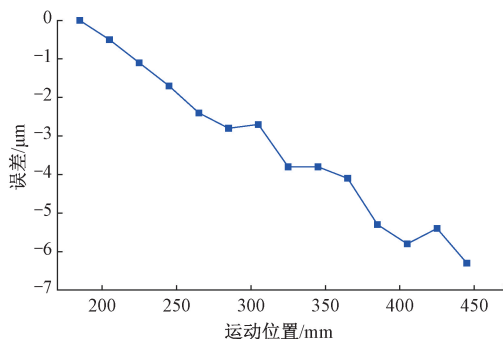


图2 X 轴线性定位误差

Fig. 2 Linear positioning error of the X-axis

为研究不同工况下机床的热变形,共进行 4 次实验,不刻意控制车间温度,4 次环境温度变化曲线如图 3 所示。其中第 3 次和第 4 次实验中环境温度有所降低,是

由于车间冷却系统开启。此外,4 次实验中设置 4 种进给速度往复运动模拟机床运动的产热过程,速度分别为 2 000、4 000、6 000、8 000 mm·min⁻¹。每隔约 20 min 使用激光干涉仪测量 1 次热定位误差,共测量 8 次,约 160 min。4 次实验设置如表 1 所示。需要注意的是,与常规线性定位误差测量不同,热定位误差的测量仅在每次实验中的第 1 次测量对激光干涉仪清零处理,后续的测量均不清零。

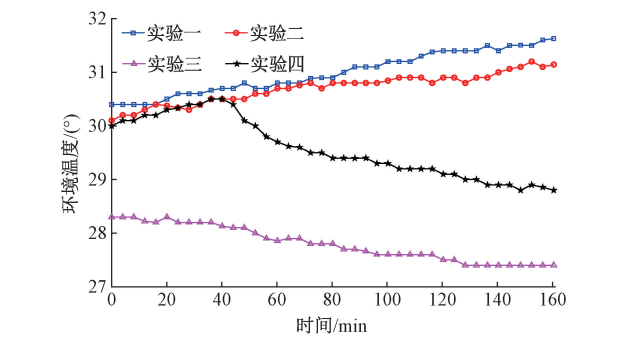


图 3 4 次实验环境温度变化

Fig. 3 Ambient temperature change in 4 experiments

表 1 直线轴进给速度设置

Table 1 Feed speed setting of the linear axis			
实验次数	速度/(mm·min ⁻¹)	测量次数	环境温度/(°C)
1	2 000	8	30.4~31.6
2	4 000	8	30.1~31.2
3	6 000	8	27.4~28.3
4	8 000	8	28.8~30.5

温度测量方面,采用 PT100 热电阻磁吸式温度传感器对 X 轴相关位置进行测量,如图 4 所示。对温度测点进行编号,具体位置如表 2 所示。其中 T1~T10 温度由采集箱直接采集,T11 为螺母温度,采用无线温度传感器,T12 为电机内部温度,通过二次开发的人机界面直接读取。

表 2 X 轴测量温度测点布置说明

Table 2 Details of the temperature sensor locations of X-axis			
测点	安装位置	测点	安装位置
T1	丝杠套筒-左侧	T7	电机壳上方
T2	丝杠套筒-右侧	T8	床身内侧
T3	丝杠套筒-前侧	T9	床身外侧
T4	左侧滑块	T10	环境温度
T5	右侧滑块	T11	螺母
T6	近电机轴承座	T12	电机

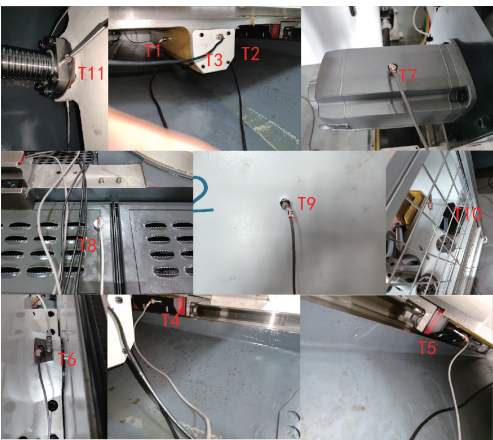


图 4 传感器安装位置

Fig. 4 Installation locations of the temperature sensor

2.2 测量结果分析

以进给速度 $F=2\,000\text{ mm}\cdot\text{min}^{-1}$ 下进行的 X 轴温升实验结果为例,8 次热定位误差测量结果如图 5 所示,误差曲线由热机 0 min 曲线向热机 23 min 曲线过渡,曲线的起始点与斜率均发生了明显变化,具体表现为:曲线初值随着时间逐渐减小,斜率数值随着时间逐渐增大。

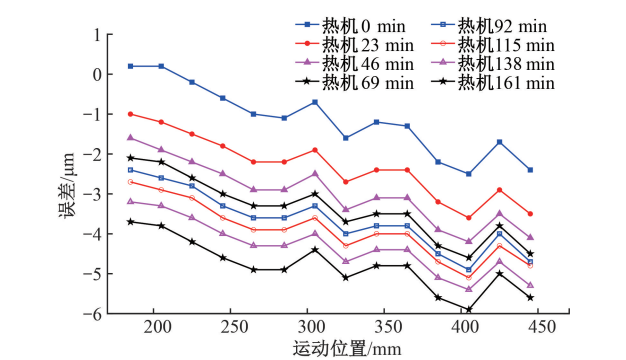


图 5 X 轴热定位误差

Fig. 5 Thermal positioning error of X-axis

在描述运动轴热变形特性的时候,建立热误差与时间的关系也是常见的建模方法。将时间作为自变量,图 6 描述了 X 轴不同位置各点随着时间变化的特性曲线。此外,为同时表达热定位误差与轴运动时间及位置的关系,可采用三维图对 X 轴的热变形进行表达,图 7 中 X 坐标表示 X 轴的运动位置,Y 坐标表示 X 轴的运行时间,Z 坐标表示 X 轴各点在各个时刻的热变形。

在进行直线轴的热误差测量中,很多研究中在每次测量时都将激光干涉仪读数清零,保证测量时第 1 个点的误差均为 0。但经过实验和分析后发现,这样的做法是不妥的。而对于很多机床而言,尤其是床身结构尺寸较大的机床,直线轴定位误差的测量结果表示干涉镜相

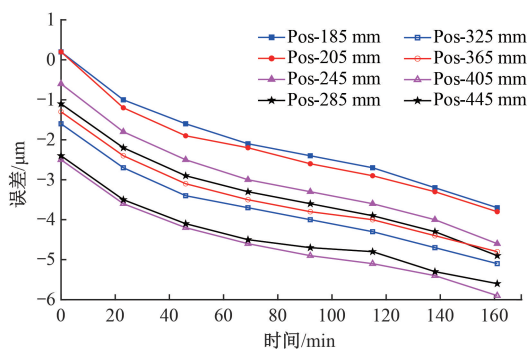


图6 各点热变形与时间的关系

Fig. 6 Relationship between thermal error of different positions and time

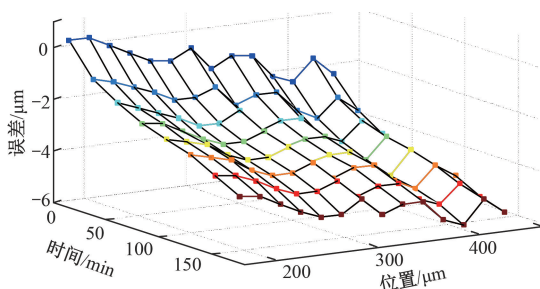


图7 X轴热误差与时间、位置的关系

Fig. 7 Relationship between thermal error and time, positions of the X-axis

对反射镜的相对位置。实际上,除了文献[1]和[17]中描述的热膨胀和热漂移,测量结果实际上还包含一部分由于床身变形导致的干涉镜相对发射镜的位置变化量。对图5中的激光干涉仪测量清零,如图8所示,各个时刻测量得到的X轴的热定位误差相比清零前数值明显减小。清零后的热误差曲线可以理解滚珠丝杆系统在测量行程内的热变形。对比图5中不清零的结果,可见热膨胀在蜗杆砂轮磨齿机X轴的热误差中占比较小。因此,在进行X轴的测量时,必须采用不清零的操作方法。

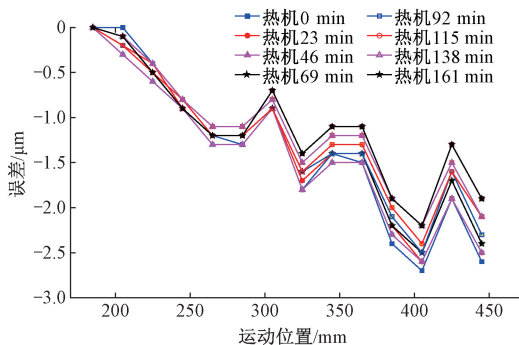


图8 清零后X轴热定位误差

Fig. 8 Thermal positioning error of X-axis with zero clearing

其余3次的热定位误差测量结果如图9(a)~(c)所示,趋势与进给速度 $2\,000\text{ mm}\cdot\text{min}^{-1}$ 下的热定位误差变化趋势接近,但误差范围不同。总体来说,热定位误差数值随运动时间增大,但并非绝对,如图9(b)中,热机140 min的热定位误差数值较热机161 min大。

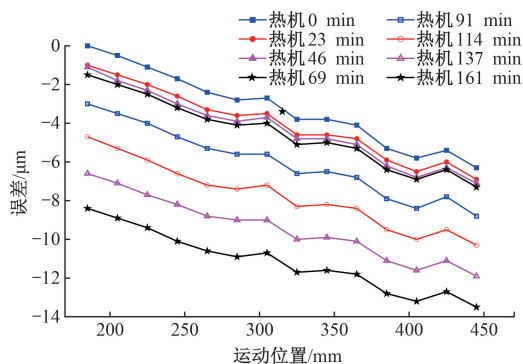
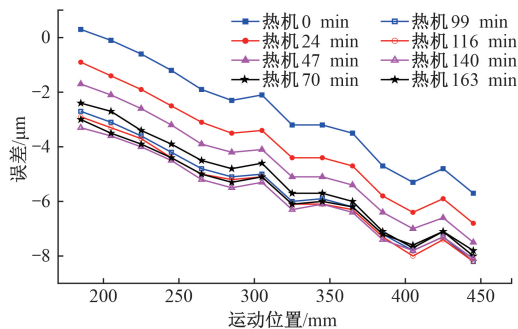
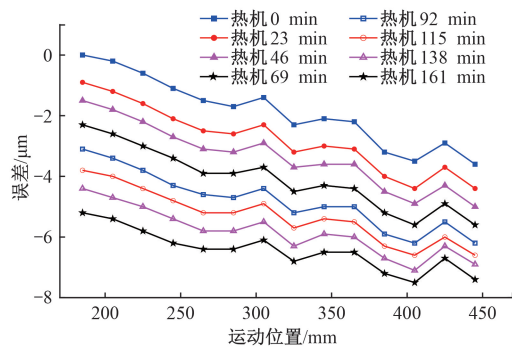
(a) 进给速度 $4\,000\text{ mm}\cdot\text{min}^{-1}$
(a) Feed speed at $4\,000\text{ mm}\cdot\text{min}^{-1}$ (b) 进给速度 $6\,000\text{ mm}\cdot\text{min}^{-1}$
(b) Feed speed at $6\,000\text{ mm}\cdot\text{min}^{-1}$ (c) 进给速度 $8\,000\text{ mm}\cdot\text{min}^{-1}$
(c) Feed speed at $8\,000\text{ mm}\cdot\text{min}^{-1}$

图9 不同进给速度下的热定位误差

Fig. 9 Thermal positioning error at different feed speed

温度变化方面,进给速度 $2\,000\text{ mm}\cdot\text{min}^{-1}$ 下部分温度测量结果如图10所示。其余3组除环境温度外各点温度变化趋势与图10趋势类似,限于篇幅,不在文中一一展示。

在后续的热误差建模和误差预测中,将第1、2、3测量的温度数据和误差数据用于建模,第4组测量的温度

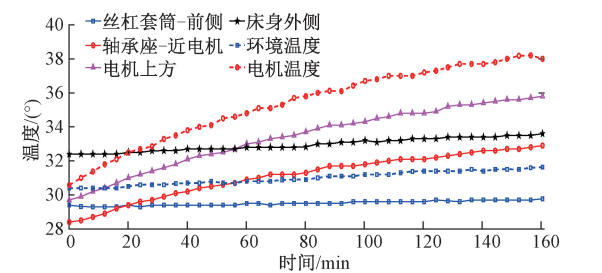


图 10 进给速度 2 000 mm·min⁻¹时升温曲线

Fig. 10 Temperature change at feed speed of 2 000 mm·min⁻¹

数据作为自变量代入模型,对热误差进行预测,测量的误差数据作为比较。

3 热定位误差建模案例

3.1 热定位误差逐点建模

实验中 X 轴测量行程为 185 ~ 445 mm,测量间距 20 mm,对各点的热误差数据分别聚类,聚类结果如表 3 所示。

表 3 温度敏感点筛选结果			
Table 3 Screening results of temperature sensitive points			
位置/mm	敏感点	位置/mm	敏感点
185	{ T2, T7, T11 }	325	{ T1, T6, T12 }
205	{ T2, T7, T11 }	345	{ T1, T6, T12 }
225	{ T1, T7, T11 }	365	{ T1, T6, T12 }
245	{ T4, T7, T12 }	385	{ T1, T7, T11 }
265	{ T4, T7, T11 }	405	{ T1, T11, T12 }
285	{ T1, T11, T12 }	425	{ T1, T6, T7 }
305	{ T1, T11, T12 }	445	{ T1, T11, T12 }

从表 3 中选择出现次数最多的 3 个温度点, T_1 、 T_{11} 、 T_{12} 作为统一的温度敏感点。以多元线性回归算法为例,对 X 轴的热误差建模,可获得各个位置处热变形与温度的表达式,如式(8)所示。

$$\begin{cases} dx_1 = -0.421 - 7.417 \cdot T_1 - 2.961 \cdot T_{11} + 1.180 \cdot T_{12} \\ dx_2 = -0.708 - 7.288 \cdot T_1 - 2.706 \cdot T_{11} + 1.066 \cdot T_{12} \\ dx_3 = -1.131 - 7.237 \cdot T_1 - 2.548 \cdot T_{11} + 1.001 \cdot T_{12} \\ \vdots \\ dx_{14} = -4.544 - 4.908 \cdot T_1 + 2.436 \cdot T_{11} - 1.032 \cdot T_{12} \end{cases} \quad (8)$$

用式(8)模型预测第 4 次的各点热误差,对比实际测量结果如图 11 所示,部分预测指标如均方根误差 (RMSE)、最大残差 ($\delta_{\max}$) 以及平均绝对误差 (MAE) 如表 4 所示。逐点建模方法总体预测精度一般,其中起测

点的预测精度相对较高,最大残差为 1.3 μm 。而其余位置处的热变形预测较易失真,且随着位置的增大预测残差逐渐增大,最大残差 4.3 μm ,预测精度较差。

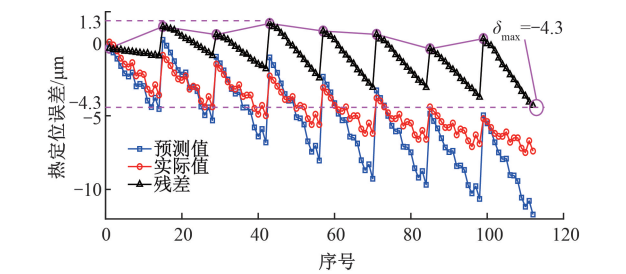


图 11 逐点法模型的预测结果

Fig. 11 Prediction results with point-point method

表 4 逐点法模型的预测性能评价指标			
Table 4 Prediction performance evaluation index of point-point method model			
目标	RMSE	$\delta_{\max}$	MAE
热定位误差	1.6	4.3	1.3

此外,尽管间距取 20 mm,在测量的行程内仍有 14 个测量点。逐点建模方法需要进行 14 次回归建模,工作量较大。综合来看,该方法并不完全适用于直线轴热误差的建模。

3.2 热定位误差解耦分步建模

表 5 和图 12 给出了 4 次实验中共 32 次热定位误差测量结果线性拟合所得的斜率参数 k 、截距参数 b 。需要说明的是,按照截距的概念,应为横坐标为 0 时纵坐标的数值,而测量行程范围为 185 ~ 445 mm,因此,在建模时,将测量行程等效为 0 ~ 260 mm。

表 5 热定位误差解耦所得斜率参数 k 与截距参数 b								
Table 5 Slope parameter k and intercept parameter b obtained by decoupling thermal positioning error								
测试	实验 1		实验 2		实验 3		实验 4	
	k	b	k	b	k	b	k	b
1	-9.8	0.1	-23.7	-0.2	-22.9	0.2	-13.5	-0.1
2	-9.0	-1.1	-22.1	-1.2	-22.1	-1.1	-12.8	-1.1
3	-8.8	-1.8	-22.1	-1.4	-21.8	-1.8	-12.6	-1.7
4	-8.6	-2.3	-21.7	-1.7	-21.3	-2.5	-11.9	-2.5
5	-8.2	-2.6	-21.5	-3.2	-20.5	-2.8	-11.0	-3.4
6	-7.7	-2.9	-20.4	-5.1	-20.1	-3.0	-10.0	-4.0
7	-7.5	-3.4	-19.6	-6.9	-18.3	-3.4	-8.8	-4.7
8	-6.6	-4.0	-18.7	-8.7	-18.0	-3.2	-7.3	-5.5

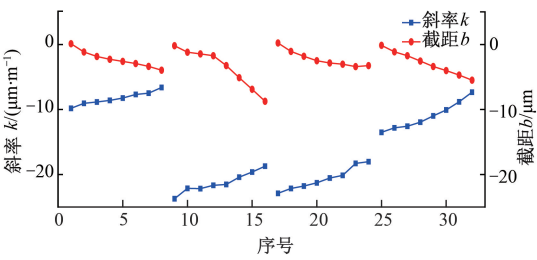


图 12 斜率参数 k 与截距参数 b

Fig. 12 Slope parameter k and intercept parameter b

斜率通常可以表示为进给系统随温度变化的膨胀性质,该性质与测量时刻无关;而截距表示进给系统随着温度变化相对起始点的漂移,这与测量时刻或初始状态有关。假设进给系统的温度场处于两个完全相同的状态,但在不同的测量时刻对定位误差进行测量,如图 13 所示。在进行线性拟合之后,两者斜率相同,但截距不同。因此,截距的数值不仅与进给系统的温度场有关,还与测量的初始状态有关。

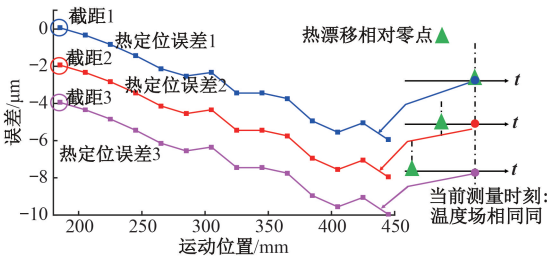


图 13 不同初始初始状态下的热定位误差

Fig. 13 Thermal positioning error under different initial condition

因此,在进行斜率 k 的建模及预测时,均采用绝对温度数值;而对截距 b 的有关建模和预测时,均采用相对温度数值。在筛选温度点时,考虑斜率与初值的差异性,分别进行聚类筛选温度敏感点,最终结果如表 6 所示,由于选择了不同的温度输入变量, k 和 b 的聚类结果存在一定的差异性。

表 6 斜率 k 和截距 b 的温度敏感点筛选结果

Table 6 Screening results of temperature sensitive points of slope parameter k and intercept parameter b

目标	聚类结果	敏感点
k	$\{T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_8, T_{10}\},$ $\{T_6, T_9, T_{11}\}, \{T_{12}\}$	T_1, T_6, T_{12}
b	$\{T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_8, T_9, T_{10}\},$ $\{T_6, T_{11}\}, \{T_7, T_{12}\}$	T_2, T_7, T_{11}

基于筛选的温度敏感点采用多元线性回归建模可得到 k 和 b 关于温度的回归模型,如式 (9) 所示,上式中, T_2^0, T_7^0, T_{11}^0 表示 T_2, T_7, T_{11} 在初始时刻的温度值。

$$\begin{cases} k = -306.494 + 13.247 \cdot T_1 - 6.629 \cdot T_6 + 3.326 \cdot T_{12} \\ b = -0.576 - 11.058 \cdot (T_2 - T_2^0) + 0.974 \cdot (T_7 - T_7^0) - 1.915 \cdot (T_{11} - T_{11}^0) \end{cases} \quad (9)$$

仅使用第 4 次实验中的温度数据,基于前 3 次实验数据建立的模型,对第 4 次实验中的热定位误差线性拟合的斜率和截距进行预测,结果如图 14 所示。其中斜率与截距的最大预测残差分别为 $3.6 \mu\text{m} \cdot \text{m}^{-1}$ 、 $0.8 \mu\text{m}$,斜率残差数值远大于截距残差,但因其是比值单位,表明直线轴每运动 1 m 将产生 $3.6 \mu\text{m}$ 的预测误差,当测量行程为 260 mm 时,由斜率残差导致的最大预测误差为 $0.94 \mu\text{m}$,数值处于可接受范围。

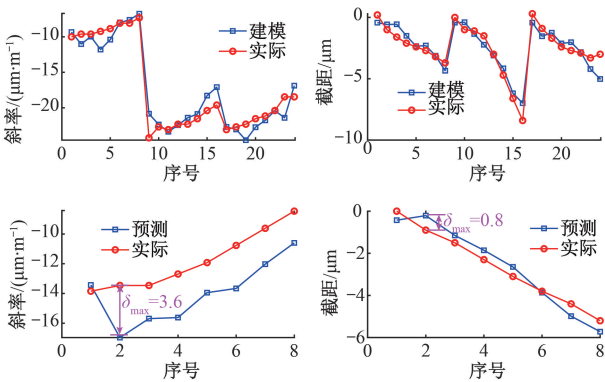


图 14 斜率参数 k 与截距参数 b 的预测结果

Fig. 14 Prediction results of slope parameter k and intercept parameter b

根据预测的斜率 k 和截距 b ,代入线性模型,与第 4 次实际测量的热定位误差比较如图 15 所示。第 4 次实验最大热定位误差数值为 $7.5 \mu\text{m}$,而预测结果残差分布在 $-1.6 \sim 0.9 \mu\text{m}$ 范围内,整体而言,预测精度较高。斜率 k 、截距 b 以及热定位误差的预测性能指标如表 7 所示。

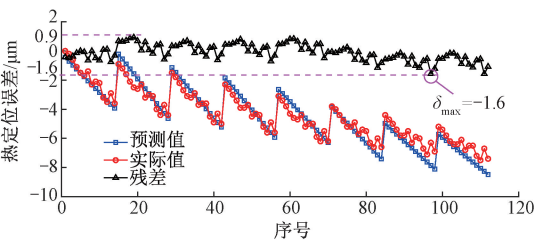


图 15 热定位误差的预测结果

Fig. 15 Prediction results of thermal positioning error

表 7 多元线性回归的预测性能评价指标

Table 7 Prediction performance evaluation index of MLR

目标	RMSE	$\delta_{\max}$	MAE
斜率/ $(\mu\text{m}\cdot\text{m}^{-1})$	2.6	3.6	2.5
截距/ μm	0.5	0.8	0.5
热定位误差/ μm	0.6	1.6	0.5

类似的,使用支持向量机回归算法对第四次实验中热定位误差进行预测。同样,先对斜率 k 和截距 b 预测,结果如图 16 所示。其中斜率和截距的最大预测残差分别为 $3.3\ \mu\text{m}\cdot\text{m}^{-1}$ 、 $0.5\ \mu\text{m}$,数值与多元线性回归模型接近。

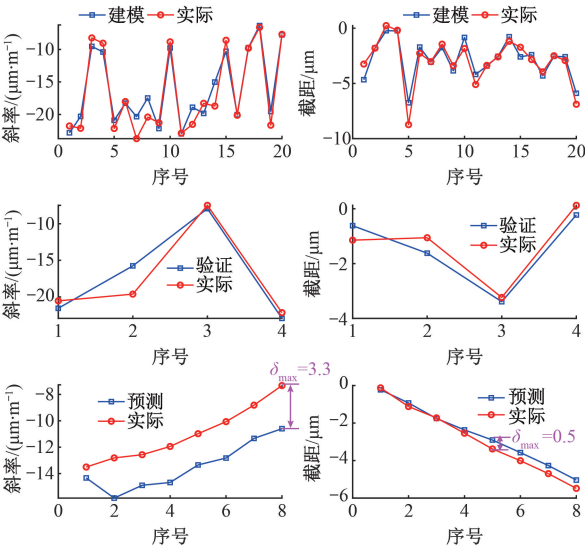


图 16 斜率参数 k 与截距参数 b 的预测结果

Fig. 16 Prediction results of slope parameter k and intercept parameter b

将预测的斜率和截距代入线性模型,可计算得到热定位误差的预测值,如图 17 所示。其中,预测残差分布在 $-1.0\sim 0.6\ \mu\text{m}$ 之间,具体预测指标如表 8 所示。

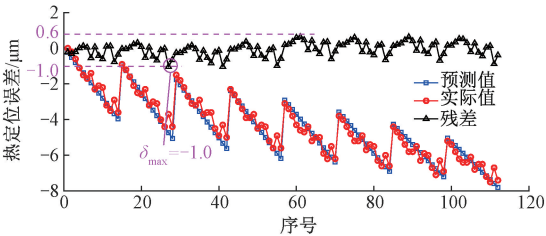


图 17 热定位误差的预测结果

Fig. 17 Prediction results of thermal positioning error

在直线轴热定位误差解耦的基础上,通过多元线性回归和支持向量机两种典型建模算法分别进行了建模和预测,最大预测残差分别为 1.6 、 $1.0\ \mu\text{m}$,对比逐点建模

中最大预测残差 $4.3\ \mu\text{m}$,预测精度显著提升,表明所提解耦方法在常规的建模算法中均可以取得较好效果。

表 8 支持向量回归的预测性能评价指标

Table 8 Prediction performance evaluation index of SVR

目标	RMSE	$\delta_{\max}$	MAE
斜率/ $(\mu\text{m}\cdot\text{m}^{-1})$	2.6	3.3	2.5
截距/ μm	0.3	0.5	0.3
热定位误差/ μm	0.4	1.0	0.3

4 优缺点与局限性分析

本文实验是在变工况下进行的,不刻意控制环境温度变化,预测数据与建模数据独立,在预测热定位误差中仅使用预测组的温度数据。对比逐点建模方法,解耦分步建模方法将热定位误差解耦为斜率参数和截距参数,本质上是将其分解为热膨胀和热漂移,而热膨胀与运动位置相关,可表示为斜率与位置的乘积;热漂移与位置无关,可直接等效为截距。在一定程度上,解耦过程可视为机理解析模型的一部分,在此基础上进一步构建数据驱动模型。这种结合了机理解析模型与数据驱动模型的特点的热定位误差模型,在变工况的环境下,具有较强的预测精度。

与逐点法建立 14 个模型相比,所提方法在解耦基础上只需建立两个模型:斜率模型与截距模型,二者复合形成热定位误差模型。逐点法建立的模型相互独立,一个模型的预测失真不会对其他模型精度产生影响,14 个位置处的预测结果相互独立;而解耦分步建模方法最终的热定位误差预测结果同时依赖于斜率与截距模型,且存在先后顺序,先截距后斜率。在预测中,一旦截距模型出现了较大的预测误差,将大概率导致整体的热定位误差预测失真,当斜率预测准确时,预测定位误差相比实际定位误差将发生整体的偏移。

另一方面,本文测量的热定位误差具有较强的线性关系,因此本文的解耦建模方法的效果较为显著。尽管大部分进给系统总体上的热定位误差也是符合线性分布,但依旧存在少数线性程度不高的情况。对此,其一,可继续采用线性模型,牺牲一部分固有精度;其二,可尝试分段线性模型或者二阶、三阶多项式模型,但可能会面临鲁棒性降低的问题。

5 结 论

直线轴热定位误差同时与位置、温度相关,传统逐点建模方法建模效率低、预测精度差,在变工况中难以适

用。对此,本文提出了解耦分步建模方法,相比逐点建模方法具有更高的建模效率和预测精度。

1) 提出了先解耦后分步建模方法,将热定位误差解耦为斜率参数与截距参数,与热变形的热膨胀和热漂移一一对应,并分步建模;

2) 针对斜率参数和截距参数,分别使用绝对温度和相对温度作为输入变量,符合热定位误差的测量规律;

3) 应用多元线性回归算法和支持向量机算法对热定位误差进行建模及预测,可实现最大残差分别为 1.6、1.0 μm ,对比逐点建模方法最大残差 4.3 μm 具有显著优势。

参考文献

[1] 刘阔,韩伟,王永青,等. 数控机床进给轴热误差补偿技术研究综述[J]. 机械工程学报, 2021, 57(3): 156-173.

LIU K, HAN W, WANG Y Q, et al. Review on thermal error compensation for feed axes of CNC machine tools [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2021, 57(3): 156-173.

[2] 魏新园,钱牧云,冯旭刚,等. 基于偏最小二乘的数控机床热误差稳健建模算法[J]. 仪器仪表学报, 2021, 42(5): 34-41.

WEI X Y, QIAN M Y, FENG X G, et al. Robust modeling method for thermal error of CNC machine tools based on partial least squares algorithm [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021, 42(5): 34-41.

[3] LI T, ZHAO C, ZHANG Y. Adaptive real-time model on thermal error of ball screw feed drive systems of CNC machine tools [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2018, 94(9): 3853-3861.

[4] LI Z, ZHAO C, LU Z. Thermal error modeling method for ball screw feed system of CNC machine tools in x-axis [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2020, 106(11): 5383-5392.

[5] 林献坤,王益涵,朱琳. 应用潜变量回归在线补偿双直接进给轴热误差[J]. 光学精密工程, 2015, 23(2): 430-437.

LIN X K, WANG Y H, ZHU L. Online compensation of thermal error for dual direct feed drive system with latent variable model [J]. Optics and Precision Engineering, 2015, 23(2): 430-437.

[6] 林献坤,樊振华,王益涵,等. 混合 KPLS 与模糊逻辑的双直接进给轴全行程热误差建模及补偿[J]. 机械工程学报, 2017, 53(9): 164-169.

LIN X K, FAN ZH H, WANG Y H, et al. Online compensation of full-stroke thermal error for dual direct feed axis with hybrid kpls and fuzzy logic method [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(9): 164-169.

[7] SHI H, MA C, YANG J, et al. Investigation into effect of thermal expansion on thermally induced error of ball screw feed drive system of precision machine tools [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2015, 97: 60-71.

[8] LIU J, MA C, WANG S. Data-driven thermally-induced error compensation method of high-speed and precision five-axis machine tools [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2020, 138: 106538.

[9] JIANG H, FAN K, YANG J. An improved method for thermally induced positioning errors measurement, modeling, and compensation [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2014, 75(9): 1279-1289.

[10] LI Y, ZHAO J, JI S. A reconstructed variable regression method for thermal error modeling of machine tools [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2017, 90(9): 3673-3684.

[11] 陈诚,杨传民,张晨阳,等. 考虑运行条件的 Elman 网络丝杠驱动系统热误差建模[J]. 光学精密工程, 2014, 22(3): 704-711.

CHEN CH, YANG CH M, ZHANG CH Y, et al. Modeling on thermal errors of ball screw driving system on Elman network considering operating conditions [J]. Optics and Precision Engineering, 2014, 22(3): 704-711.

[12] HUANG Y, ZHANG J, LI X, et al. Thermal error modeling by integrating GA and BP algorithms for the high-speed spindle [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2014, 71(9): 1669-1675.

[13] 谭峰,萧红,张毅,等. 基于统一框架的数控机床热误差建模方法[J]. 仪器仪表学报, 2019, 40(10): 95-103.

TAN F, XIAO H, ZHANG Y, et al. Thermal error modeling method of CNC machine tool based on unified framework [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2019, 40(10): 95-103.

[14] 王新孟,杨军,梅雪松,等. 精密坐标镗床进给系统热误差分析与预测[J]. 西安交通大学学报, 2015, 49(10): 22-28.

WANG X M, YANG J, MEI X S, et al. Analysis and prediction for thermal error of precision coordinate boring machine[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2015, 49(10): 22-28.

[15] LI Y, ZHAO J, JI S. A reconstructed variable regression method for thermal error modeling of machine tools [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2017, 90(9-12): 3673-3684.

[16] LI Z Y, LI G L, XU K, et al. Temperature-sensitive point selection and thermal error modeling of spindle based on synthetical temperature information [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2021, 113(3): 1029-1043.

[17] LIU K, LIU Y, SUN M, et al. Comprehensive thermal compensation of the servo axes of CNC machine tools [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2016, 85(9): 2715-2728.

[18] 要小鹏,殷国富,李光明. 数控机床进给轴综合误差解耦建模与补偿研究[J]. 机械工程学报, 2016, 52(1): 184-192.

YAO X P, YIN G F, LI G M. Positioning error of feed axis decouple-separating modeling and compensating research for cnc machine tools[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(1): 184-192.

[19] 姜辉,杨建国,李自汉,等. 基于误差分解的数控机床热误差叠加预测模型及实时补偿应用[J]. 上海交通大学学报, 2013, 47(5): 744-749.

JIANG H, YANG J G, LI Z H, et al. Application of real time compensation with combinative thermal error prediction model based on error separation on cnc machine tools [J]. Journal of Shanghai Jiao Tong University, 2013, 47(5): 744-749.

作者简介



徐凯, 2016 年于重庆大学获得学士学位, 2022 年于重庆大学获得博士学位, 现为重庆理工大学讲师, 主要研究方向为机床误差测量、辨识。

E-mail: 1655341185@qq.com

Xu Kai received B. Sc. degree from Chongqing University in 2016, and received his Ph. D. degree in 2022 from Chongqing University. He is currently a lecturer at Chongqing University of Technology. His main research interests include error measurement and identification of machine tools.



李国龙, 1990 年于武汉科技大学获得学士学位, 1997 年于重庆大学获得硕士学位, 2001 年于重庆大学获得博士学位, 现为重庆大学教授、博士生导师, 主要研究方向为精密加工与装备。

E-mail: glli@cqu.edu.cn

Li Guolong received his B. Sc. degree from Wuhan University of Science and Technology in 1990, received his M. Sc. degree in 1997 from Chongqing University, received his Ph. D. degree in 2001 from Chongqing University. He is currently a professor and a Ph. D. advisor at Chongqing University. His main research interests include precision machining and equipment.



李喆裕, 2019 年于西南石油大学获得学士学位, 现为重庆大学博士研究生, 主要研究方向为热误差建模与补偿。

E-mail: 20190702038t@cqu.edu.cn

Li Zheyu received his B. Sc. degree from Southwest Petroleum University in 2019. He is currently a Ph. D. candidate at Chongqing University. His main research interests include thermal error modeling and compensation of machine tools.



王志远, 2020 年于西南石油大学获得学士学位, 现为重庆大学硕士研究生, 主要研究方向为热误差建模与补偿。

E-mail: 202007131185@cqu.edu.cn

Wang Zhiyuan received his B. Sc. degree from Southwest Petroleum University in 2020. He is currently a master student at Chongqing University. His main research interests include thermal error modeling and compensation of machine tools.



苗恩铭(通信作者), 1999 年于合肥工业大学获得硕士学位, 2004 年于合肥工业大学获得博士学位, 现为重庆理工大学教授, 主要研究方向为机械热变形理论、智能制造精度控制技术与稳健建模技术等。

E-mail: miaoem@163.com

Miao Enming (Corresponding author) received his M. Sc. degree from Hefei University of Technology in 1999, and received his Ph. D. degree from Hefei University of Technology in 2004. He is currently a professor at Chongqing University of Technology. His main research interests include mechanical thermal deformation theory, intelligent manufacturing precision control technology and robust modeling technology.