

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2108691

基于通道压缩的原子范数最小化 DOA 估计算法*

陈 涛¹, 申梦雨¹, 史 林¹, 杨 健^{1,2}

(1. 哈尔滨工程大学信息与通信工程学院 哈尔滨 150001; 2. 北京遥感设备研究所 北京 100854)

摘 要:针对波达方向(DOA)估计算法的精度以及分辨率受通道数目影响的问题,本文提出了基于通道压缩的原子范数最小化(CC-ANM)无网格 DOA 估计算法。该算法首先对通道数进行压缩,然后对压缩之后数据的协方差矩阵进行特征值分解,利用分解得到的特征值和特征向量构建新的观测向量,以此来构建单快拍模型下的 ANM 问题,最后根据半正定规划问题的最优解建立 Toeplitz 矩阵,通过其 Vandermonde 分解获得信号 DOA 参数的估计结果。仿真实验验证了 CC-ANM 算法在阵元数为 20,压缩率为 2,信噪比为 20 dB,快拍数为 200 时,估计精度可以达到 0.1° 以下。对于角度间隔 2° 以上的信号可以达到 100% 的测量。对仪器接收入射角度为 0° 实测数据进行测试,该算法估计精度在 0.3° 以下,要优于同等条件下的压缩感知类算法。

关键词: 原子范数最小化;半正定规划;无网格 DOA 估计算法;通道压缩;网格失配

中图分类号: TH73 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 510.40

A channel compression DOA estimation algorithm based on atomic norm minimization

Chen Tao¹, Shen Mengyu¹, Shi Lin¹, Yang Jian^{1,2}

(1. College of Information and Communication Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China;
2. Beijing Institute of Remote Sensing Equipment, Beijing 100854, China)

Abstract: The accuracy of the direction of arrival (DOA) estimation algorithm and the resolution are limited by the number of channels. To address these issues, this article proposes a meshless DOA estimation algorithm based on channel compression-atomic norm minimization (CC-ANM). First, the algorithm compresses the number of channels. Then, the eigenvalue decomposition is performed on the covariance matrix of the compressed data. The decomposed eigenvalues and eigenvectors are used to construct a new observation vector to solve the ANM problem under the single snapshot model. Finally, the Toeplitz matrix is established according to the optimal solution of the positive SDP problem. The DOA parameter estimation result of the signal is achieved through its Vandermonde decomposition. Simulation experiments show that the CC-ANM algorithm can achieve an estimation accuracy below 0.1° when the number of array elements is 20, the compression rate is 2, the SNR is 20 dB, and the number of snapshots is 200. The 100% measurement is possible for signals with an angular separation of more than 2° . The test data received by the instrument with an incident angle of 0° show that the estimation accuracy of the algorithm is below 0.3° , which is better than the compressed sensing algorithm under the same condition.

Keywords: atomic norm minimization; semi-definite programming; off-grid DOA estimation algorithm; channel compression; grid mismatch

0 引 言

作为阵列信号处理的一个重要分支,DOA 估计算法

一直以来受到了国内外众多学者的研究,并且其被广泛应用在雷达、水声以及无线通信等众多领域中^[1]。多重信号分类(multiple signal classification, MUSIC)算法^[2]和旋转不变子空间(estimation of signal parameters via

rotation invariant technique, ESPRIT)算法^[3]作为传统的子空间类DOA估计算法的代表,对于相干信源无法直接进行DOA估计,且在低信噪比和少快拍情况下,其鲁棒性较差。随着压缩感知理论的迅速发展,基于压缩感知的DOA估计算法逐渐受到了学者的广泛关注与研究。这其中比较有代表性的稀疏类DOA估计算法有 ℓ_1 -svd算法^[4-5]。

传统的稀疏类DOA估计算法是假设信号能够完美的落在划分的空间角度网格上,然后将DOA估计问题转换为信号的稀疏重构问题,最后利用凸优化等方法获得所需的DOA估计参数。这种稀疏类DOA估计问题在一定程度上改善了子空间类算法的问题,提高了DOA估计的精度。但是稀疏类算法会带来网格失配^[6-7]问题,严重影响了DOA估计算法的性能^[8]。

为解决稀疏类算法中的网格失配问题,以OCSBL(off-grid sparse Bayesian learning, OGSBL)算法^[9]为代表的off-grid类DOA估计算法利用网格点处的一阶泰勒级数展开来提高网格失配情况下的估计性能^[10]。但off-grid类DOA估计算法并没有从根本上解决网格失配问题。

以原子范数概念为基础的基于原子范数最小化^[11-12](atomic norm minimization, ANM)的无网格DOA估计算法,在后文中简记为ANM-DOA算法,进一步推动了稀疏类DOA估计算法的发展。该方法是将原子范数最小化问题转化为一个等价的半正定规划(semi-definite programming, SDP)问题^[13-14],然后利用SDP问题的最优解构建半正定的Toeplitz矩阵,并通过对此Toeplitz矩阵的Vandermonde分解^[15-16],得到DOA估计所需的参数。

虽然原子范数能够提高DOA的估计精度,但受原子范数中最小分离准则的限制,增加天线阵列中的阵元个数可以提高信号的估计分辨率,但这必然会增加射频前端的通道数量,导致系统设计复杂度以及设计成本的提高。

Gu等^[17]和Zhou等^[18]首次提出了一种通道压缩的方法。该方法的应用使得射频前端通道数量的使用得到了大大减少,从而在一定程度上,减少了系统设计的复杂度。本文利用这一思想提出了基于通道压缩(channel compression)的ANM-DOA估计算法。该算法首先通过在DOA估计系统中引入一个由移相器和累加器构成的压缩矩阵^[19]。然后,利用经过通道压缩的接收数据构建适用于ANM-DOA估计的模型。即首先利用经过压缩之后的数据协方差矩阵的特征值和特征向量的加权和构建了新的适用于ANM算法的模型^[20]。然后通过SDP问题最优解的Toeplitz矩阵的Vandermonde分解获得DOA参数的估计结果。

虽然本文引入了压缩矩阵,但并没有受网格失配的影响,解决的依然是连续域上的稀疏类DOA估计问题。

所以相较于压缩感知类算法仍具有较好的估计效果。且由于引入了压缩矩阵,所以相同通道下的估计分辨率得到了显著的改善。

1 信号模型

假设 K 个空间远场窄带相互独立的信号,以角度 $\theta_k \in [-\pi/2, \pi/2], k=1, \dots, K$ 入射到如图1所示的微波通道前的 L 个均匀线阵上,假设各阵元之间的间距为 $\lambda/2$ 。

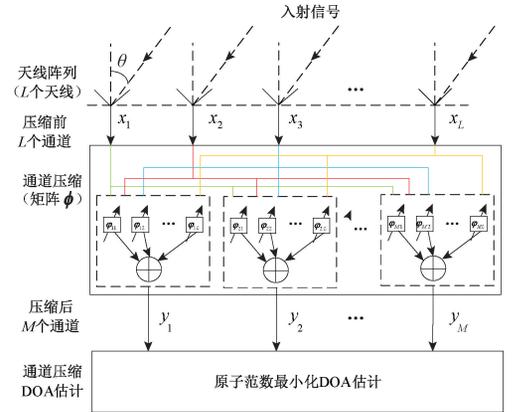


图1 通道压缩系统结构框图

Fig. 1 Block diagram of the channel compression system

均匀线阵接收信号 $x_L(t)$ 表示为:

$$x_L(t) = A_L s(t) + n(t) \quad (1)$$

式中: $s(t)$ 为单快拍下的信号向量, $n(t)$ 为单快拍下各天线阵元接收到的加性高斯白噪声向量。

$A_L = [a(\theta_1), \dots, a(\theta_k), \dots, a(\theta_K)] \in \mathbb{C}^{L \times K}$ 为由 L 个阵元组成的导向矢量矩阵,具体的, $a(\theta_k) \in \mathbb{C}^L$ 可以被表示为:

$$a(\theta_k) = [1, e^{-j\pi \sin(\theta_k)}, \dots, e^{-j\pi(L-1)\sin(\theta_k)}]^T \quad (2)$$

其中, j 为虚数单位。

则多快拍下的阵列接收信号为:

$$X = A_L S + N \quad (3)$$

其中, $S = [s_1, \dots, s_k, \dots, s_K]^T \in \mathbb{C}^{K \times T}$,为信号矩阵, T 为快拍数, s_k 表示第 k 个信号的数据。 $N = [n_1, \dots, n_L, \dots, n_L]^T \in \mathbb{C}^{L \times T}$ 噪声矩阵, n_l 为第 l 个阵元的噪声数据。

之后通过图1所示的组合网格 $\phi \in \mathbb{C}^{M \times L}$ 之后,可以得到射频前端数据 $Y \in \mathbb{C}^{M \times T}$,其具体形式为:

$$Y = \phi X = \phi(A_L S + N) \quad (4)$$

则经过压缩之后数据的协方差矩阵为:

$$R_Y = E[YY^H] = \phi R_X \phi^H = \phi A_L R_S A_L^H \phi^H + \phi \sigma^2 I_L \phi^H \quad (5)$$

式中: $\mathbf{R}_Y \in \mathbb{C}^{M \times M}$ 表示经过通道压缩之后的数据协方差矩阵。 $\mathbf{R}_X \in \mathbb{C}^{L \times L}$ 为天线接收数据协方差矩阵。 $E(\cdot)$ 表示求 \cdot 的期望。

在快拍数有限情况下,式(5)中的协方差矩阵又可以表示为:

$$\hat{\mathbf{R}}_Y = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mathbf{y}(t)\mathbf{y}(t)^H = \boldsymbol{\Phi} \hat{\mathbf{R}}_X \boldsymbol{\Phi}^H \quad (6)$$

针对式(4)、(5)和(6)中的压缩矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$, 我们作如下的解释:

- 1) 压缩矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 是维度为 $M \times L$ 的随机矩阵, 其中 $M < L$, 从而实现通道的压缩;
- 2) 压缩矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 中的每一项随机选取, 并均服从高斯分布。
- 3) 压缩矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 是行正交的, 即满足 $\boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Phi}^H = \mathbf{I}_M$ 。

2 CC-ANM 算法

为降低系统运算复杂度, 首先对压缩之后的多快拍数据进行降维处理。由于压缩矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 是高斯随机且是正交矩阵, 所以式(6)中的协方差矩阵又可以表示为:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_Y &= \boldsymbol{\Phi} \mathbf{A}_L \mathbf{R}_S \mathbf{A}_L^H \boldsymbol{\Phi}^H + \boldsymbol{\Phi} \sigma^2 \mathbf{I}_L \boldsymbol{\Phi}^H = \\ &\boldsymbol{\Phi} \mathbf{A}_L \mathbf{R}_S \mathbf{A}_L^H \boldsymbol{\Phi}^H + \sigma^2 \mathbf{I}_M = \mathbf{A}_M \mathbf{R}_S \mathbf{A}_M^H + \sigma^2 \mathbf{I}_M \end{aligned} \quad (7)$$

式中: $\mathbf{A}_M = \boldsymbol{\Phi} \mathbf{A}_L$, $\mathbf{A}_M \in \mathbb{C}^{M \times K}$ 为经过压缩之后的导向矢量矩阵。 σ^2 表示噪声能量。

首先对式(6)中的协方差矩阵进行特征值分解, 可以得到:

$$\mathbf{R}_Y = [\mathbf{U}_S \ \mathbf{U}_N] \boldsymbol{\Sigma} [\mathbf{U}_S \ \mathbf{U}_N]^H \quad (8)$$

式中: \mathbf{U}_S 和 \mathbf{U}_N 分别为信号特征向量矩阵和噪声特征向量矩阵。 $\boldsymbol{\Sigma} = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_K, \lambda_{K+1}, \dots, \lambda_M)$, $\text{diag}(\cdot)$ 表示取 \cdot 向量的对角矩阵。其中 λ 按照从大到小的顺序排列。 $\lambda_1 \dots \lambda_K$ 为信号所对应的特征值, $\lambda_{K+1} \dots \lambda_M$ 为噪声所对应的特征值。

之后, 利用特征分解得到的信号特征值和特征向量构建新的观测向量:

$$\mathbf{q} = \sum_{i=1}^K \lambda_i \mathbf{e}_i \quad (9)$$

其中, $\mathbf{q} \in \mathbb{C}^M$ 为新构建的观测向量。 \mathbf{e}_i 为第 i 个特征值对应的特征向量。

之所以可以这样构建新的观测向量, 是因为, 根据参考文献[20], 经过特征分解之后的特征值向量的形式可以表示为:

$$\mathbf{e}_i = \frac{1}{\lambda_i - \sigma^2} \sum_{k=1}^K \boldsymbol{\Phi} \mathbf{a}_k v(k, i), i = 1, 2, \dots, K \quad (10)$$

其中, $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_K]^T = \mathbf{R}_S \mathbf{A}_M^H \mathbf{U}_S \in \mathbb{C}^{K \times K}$, 元素 $v(k, i)$ 是矩阵 \mathbf{V} 中的一个值。 λ_i 为第 i 个特征值。

$\mathbf{a}_k = \mathbf{a}(\theta_k)$, $\mathbf{a}_k \in \mathbb{C}^L$ 为第 k 个信号的导向矢量。

将式(10)带入式(9)中, 观测向量 \mathbf{q} 可以进一步表示为:

$$\begin{aligned} \mathbf{q} &= \sum_{i=1}^K \lambda_i \mathbf{e}_i = \sum_{i=1}^K \lambda_i \frac{1}{\lambda_i - \sigma^2} \sum_{k=1}^K \boldsymbol{\Phi} \mathbf{a}_k v(k, i) = \\ &\sum_{i=1}^K \frac{\lambda_i}{\lambda_i - \sigma^2} v(k, i) \sum_{k=1}^K \boldsymbol{\Phi} \mathbf{a}_k = \sum_{k=1}^K p_k \boldsymbol{\Phi} \mathbf{a}_k = \boldsymbol{\Phi} \sum_{k=1}^K p_k \mathbf{a}_k \end{aligned} \quad (11)$$

其中:

$$p_k = \sum_{i=1}^K \frac{\lambda_i v(k, i)}{\lambda_i - \sigma^2} \quad (12)$$

令 $\mathcal{A} = \{\mathbf{a}(\theta, \varphi) \mid \theta \in [-\pi/2, \pi/2], \varphi \in [0, 2\pi)\}$ 为原子集合。原子集合上的原子 $\mathbf{a}(\theta, \varphi)$ 可以表示为 $\mathbf{a}(\theta, \varphi) = [e^{j\varphi}, \dots, e^{-j[\pi(L-1)\sin(\theta) - \varphi]}]^T$ 。由此可知, 当不考虑矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 时, 新观测向量是符合原子范数模型的。又因为 $\boldsymbol{\Phi}$ 是随机且确定的, 所以在利用原子范数进行 DOA 估计时可以构建如下的原子范数最小化模型, 即:

$$\begin{aligned} \min_z \|\mathbf{z}\|_{\mathcal{A}}, \\ \text{s. t.}, \|\mathbf{q} - \boldsymbol{\Phi} \mathbf{z}\| \leq \varepsilon \end{aligned} \quad (13)$$

此原子范数最小化的过程可以等价于如下的 SDP 求解过程:

$$\begin{aligned} \arg \min_{\mathbf{u} \in \mathbb{C}^L, t \geq 0} \frac{1}{2L} \text{tr}[\text{toep}(\mathbf{u})] + \frac{1}{2} t, \\ \text{s. t.}, \begin{bmatrix} \text{Toep}(\mathbf{u}) & \mathbf{z} \\ \mathbf{z}^H & t \end{bmatrix} \succeq 0 \\ \|\mathbf{q} - \boldsymbol{\Phi} \mathbf{z}\|_2 \leq \varepsilon \end{aligned} \quad (14)$$

式中: $\text{tr}(\cdot)$ 表示求 \cdot 的迹, $\text{Toep}(\mathbf{u})$ 表示以向量 \mathbf{u} 为第 1 行所构成的 Toeplitz 矩阵, $\mathbf{A} \succeq 0$ 表示矩阵 \mathbf{A} 半正定, ε 为噪声容限, t 为原子范数。

式(13)和(14)相较于原始的原子范数模型的区别为, 在约束项中引入了通道压缩矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 。虽然压缩矩阵的引用没有降低待恢复矩阵的维度, 但是它减少了通道数的使用, 降低了系统设计的复杂度, 从而减少了设计的成本。式(14)中 SDP 问题的最优解 $\tilde{\mathbf{u}}$ 包含了 Toeplitz 矩阵的所有信息。所以接下来可以直接利用 $\tilde{\mathbf{u}}$ 来进行待估计参数的恢复。

向量 $\tilde{\mathbf{u}}$ 理论上满足的结构为:

$$\tilde{\mathbf{u}} = [u_1, u_2, \dots, u_L]^T \in \mathbb{C}^L \quad (15)$$

其中, $u_l = \sum_{k=1}^K |p_k| e^{-j\pi(l-1)\sin(\theta_k)}$, $l = 1, \dots, L$ 。

构建如下的方程:

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^K c_n u_{n+i} = \sum_{n=0}^K c_n \sum_{k=1}^K |p_k| e^{-j\pi(n+i-1)\sin(\theta_k)} = \\ \sum_{k=1}^K |p_k| |g_k^{i-1} C(g_k) \end{aligned} \quad (16)$$

其中, $i = 1, \dots, L - K$, 多项式:

$$C(b) = \prod_{k=1}^K (1 - g_k^{-1}b) = \sum_{n=0}^K c_n b^n \quad (17)$$

$c_n (n = 0, \dots, K)$ 为多项式 $C(b)$ 的系数,且 $c_0 = 1$, $g_k = e^{-j\pi \sin(\theta_k)}$ 为多项式的根。根据式(16)和(17)可以得到如下的非齐次线性方程组:

$$\begin{bmatrix} u_2 & u_3 & \cdots & u_{K+1} \\ u_3 & u_4 & \cdots & u_{K+2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{L-K+1} & u_{L-K+2} & \cdots & u_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -u_1 \\ -u_2 \\ \vdots \\ -u_{L-K} \end{bmatrix} \quad (18)$$

通过求解此非线性方程组,可以得到多项式系数 c 的值,然后将其带入式(17)求解此多项式的根,记求得的根为 \tilde{g}_k 。利用 $\sin(\theta_k) = -\text{angle}(\tilde{g}_k)/\pi$ 即可得到待估计参数 θ_k 。CC-ANM 算法的实现流程如表 1 所示。

表 1 CC-ANM 估计算法流程

Table 1 CC-ANM estimation algorithm flow

输入:	天线阵列接收的多快拍数据 \mathbf{X} ; 随机产生的正交高斯压缩矩阵 Φ ;
初始值:	噪声容限参数 $\varepsilon \geq 0$;
输出:	入射信号的 DOA 参数 θ_k ;
1):	产生经过压缩之后的数据 $\mathbf{Y} = \Phi\mathbf{X}$;
2):	计算 \mathbf{Y} 的协方差矩阵,并对此协方差矩阵进行特征分解;
3):	根据式(9)构建新的观测向量 \mathbf{q} ;
4):	求解式(14)所对应的 SDP 问题的最优解;
5):	利用步骤 4)得到的最优解建立 Toeplitz 矩阵,然后利用式(17)和(18)得到 \tilde{g}_k ;
6):	将步骤 5)中的 \tilde{g}_k 用于 $\sin(\theta_k) = -\text{angle}(\tilde{g}_k)/\pi$, 从而得到 DOA 的待估计参数 θ_k ;

3 算法仿真实验验证

在本文中通过均方根误差 (root mean square error, RMSE) 来衡量算法的估计精度,其计算方法为:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{KP} \sum_{p=1}^P \|\boldsymbol{\theta}_p - \boldsymbol{\theta}\|_2^2} \quad (19)$$

其中, $P \in \mathbb{R}_+$ 是 Monte-Carlo 的实验次数, $\boldsymbol{\theta}_p$ 是第 p 次实验中信号源 DOA 参数的估计结果, $\boldsymbol{\theta}$ 为真实的入射角度。

首先对通道压缩的压缩率进行选择,通过仿真实验选择一个较优的压缩率。该仿真条件为:用于接收空间中 4 个独立的远场窄带信号源数据的天线阵列的阵元数为 36,分别对压缩率为 4、3 和 2(即通道数分别为 9、12 和 18)在不同信噪比以及不同快拍数下的估计精度进行仿真对比。

参考文献 [21] 给出了经过压缩之后的平均费舍尔信息矩阵 (Fisher information matrix, FIM) 的表达式如式(20)所示。

$$E[\hat{\mathbf{J}}] = \frac{M}{L} \mathbf{J} \quad (20)$$

式中: M 为射频前端通道数, L 为天线阵元数。假设通道未被压缩,即当 $M = L$ 时的 FIM 矩阵为 \mathbf{J} 。由式(20)可以看出,当天线阵元数 L 不变时, M 越小, $E[\hat{\mathbf{J}}]$ 越小,即射频前端接收到的数据关于未知参数的信息量越小,所以在 DOA 估计中,就会导致未知参数 θ 的估计精度降低。即在相同阵元数时,理论上压缩率 (YSL) 越小估计精度越高。

实验 1:不同压缩率下,DOA 估计精度随快拍数变化情况实验。

信噪比以间隔 5 dB 在 0~20 dB 之间均匀变化。快拍数固定为 200。信号的入射角度在 $-60^\circ \sim 60^\circ$ 之间随机选取,最小角度间隔为 10° 。阵元数取 36,然后分别对压缩率为 2、3 和 4(即通道数为 18、12 和 9) 3 种情况下相同信号入射角度时所提算法的估计精度进行对比。每个信噪比下做 500 次 Monte-Carlo 实验。图 2 反映了不同信噪比下不同压缩率的估计精度。

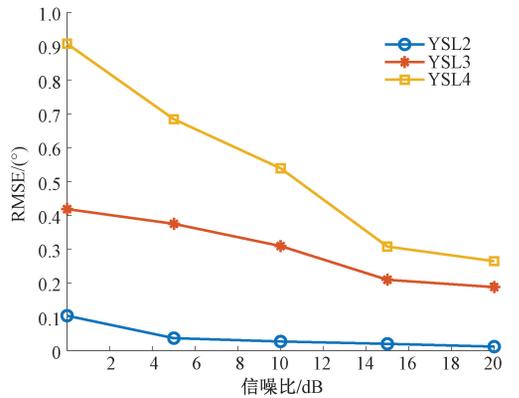


图 2 不同信噪比下不同压缩率下的估计精度对比
Fig. 2 Comparison of estimation accuracy under different compression ratios under different SNR

实验 2:不同压缩率下,DOA 估计精度随快拍数变化情况实验。

信噪比固定为 20 dB,快拍数选择为 10、50、100、200 和 300,信号的入射角度在 $-60^\circ \sim 60^\circ$ 之间随机选取,最小角度间隔为 10° 。阵元数与压缩率的选择与实验 1 相同。同样采用本文所提算法对 DOA 估计精度进行仿真。每种仿真条件下做 500 次 Monte-Carlo 实验。图 3 反映了不同快拍数下不同压缩率的估计精度。

图 2 和 3 中的 YSL4, YSL3, YSL2 分别代表压缩率为 4、3 和 2。从图 2 与 3 的仿真结果图上可以看出,随着信噪比和快拍数的增大,这 3 种压缩率的估计精度都逐渐提高。且在压缩率为 2,即当天线阵元为 36,通道数为 18 时,在信噪比为 10 dB,快拍数为 200 的情况下,DOA

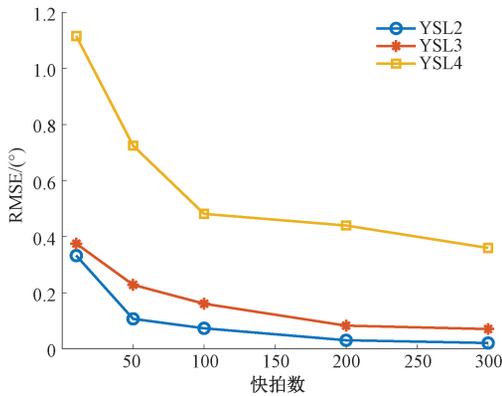


图3 不同快拍数下不同压缩率下的估计精度对比
Fig. 3 Comparison of estimation accuracy under different number of snapshots under different compression ratios

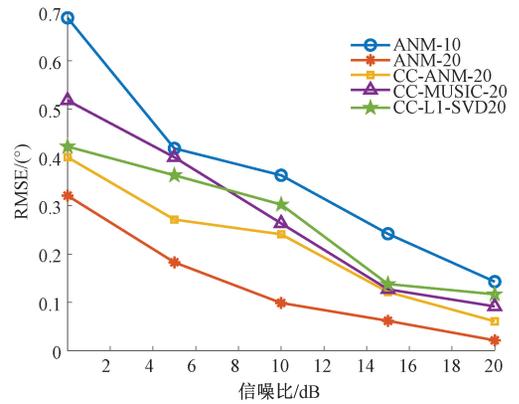


图4 不同信噪比3种通道下估计精度对比
Fig. 4 Comparison of estimation accuracy under three channels with different SNR

估计精度可以达到 0.1° 以下,要优于其他两种情况。这也进一步验证了在接收天线阵列数目不变的情况下,随着射频前端通道数目的增多,DOA 估计精度随之增高,与射频前端通道数目越多,其接收数据关于未知参数的信息量越多,估计精度越高的理论相符合。

为了更好地验证基于通道压缩算法的有效性,本文接下来的实验综合考虑 DOA 算法估计中的估计精度要求与通道压缩的有效性,利用压缩率为 2 的通道压缩数据与其他不经过压缩的数据进行 DOA 估计精度的仿真对比。

实验 3 与 4,一方面,对比压缩矩阵的维度为 10×20 (即阵列天线数为 20,通道数为 10)与阵列天线数和通道数同为 10 和 20 时不同信噪比,不同快拍数下的 DOA 估计精度;另一方面,在保证压缩矩阵维度为 10×20 ,然后对比 ℓ_1 -svd, MUSIC 和 ANM 3 种算法在信噪比和快拍数变化时的 DOA 估计精度情况。

实验 3:不同信噪比下,不同算法的估计精度对比。

在快拍数为 200 的条件下,使信噪比在 $0 \sim 20$ dB 之间间隔 5 dB 均匀变化。阵元数取 20,压缩率取 2。此实验同样对空间中的 4 个信源进行 DOA 估计,信源的入射角度同实验 1,即在 $-60^\circ \sim 60^\circ$ 之间随机选取,最小角度间隔为 10° 。每个信噪比下做 500 次 Monte-Carlo 实验,仿真结果如图 4 所示。

实验 4:不同快拍数下,不同算法的精度对比。

此实验的信噪比为 10 dB,快拍数分别为 10、50、100、200 和 300。阵元数 20,压缩率取 2。对空间中的 4 个信源进行 DOA 估计,入射角在 $-60^\circ \sim 60^\circ$ 之间随机选取,最小角度间隔为 10° 。每个信噪比下做 500 次 Monte-Carlo 实验,仿真结果如图 5 所示。

从实验 3 和 4 的仿真结果中可以看出,随着快拍数和信噪比的增大,一方面,3 种不同算法在相同条件下

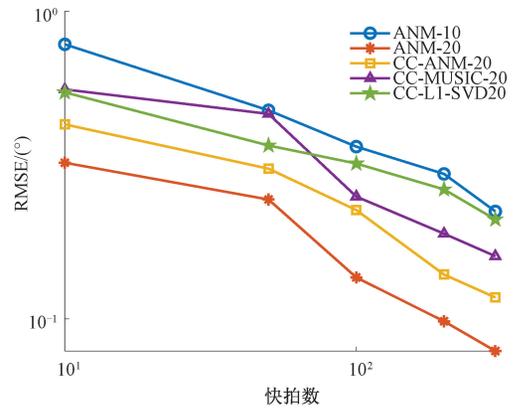


图5 不同快拍数下3种通道下的估计精度对比
Fig. 5 Comparison of estimation accuracy under three channels under different snapshots

估计精度都逐渐增大,并且 ANM 算法在信噪比为 10 dB,快拍数为 200 的情况下估计精度可以达到 0.1° 左右,估计效果最优。这是因为,相较于 ℓ_1 -svd 算法,ANM 算法摆脱了网格失配的影响;而相对于 MUSIC 算法,ANM 算法不用谱峰搜索,所以不用考虑搜索步长的影响,所以综合来看,相同情况下 ANM 算法的估计精度最高。

另一方面,当通道数不同时,在信噪比为 10 dB,快拍数为 200 的情况下,CC-ANM-20 的估计精度为 0.1° 左右,要优于 ANM-10,次于 ANM-20。这说明,在不增加通道数的情况下,通过增加天线数,可以达到提高估计精度的目的。在保证天线数相同的情况下,经过通道压缩的 DOA 估计精度没有不经过通道压缩的 DOA 估计精度高。这是由于通道压缩矩阵 ϕ 是随机选取的,经过压缩之后会丢失一部分的信息,从而给 DOA 的估计精度带来一定的损失。

最后对上述3种情况下的DOA估计的分辨率进行仿真。其分辨率的计算方法为:统计500次Monte-Carlo实验中估计角度小于 0.5° 和 1° 的次数,将估计角度小于 0.5° 和 1° 的视为估计成功。

实验5:角分辨率仿真。

仿真条件为:阵列选择通道数为20和10以及经过压缩率为2,通道数为10的3种情况。对空间中的两个信号进行DOA估计,两个信号的入射角度为 $10^\circ + \Delta\theta$ 和 $10^\circ - \Delta\theta$,其中 $\Delta\theta$ 在 $0.286^\circ \sim 2.86^\circ$ 之间间隔 0.286° (此角度间隔随机)均匀选取。在信噪比为20 dB,快拍数为200的条件下进行仿真。仿真结果如图6和7所示。

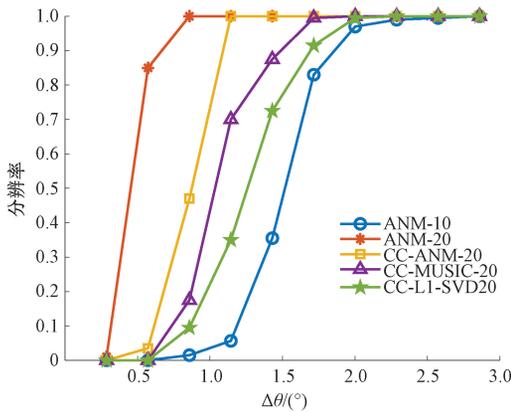


图6 0.5° 标准下不同通道下分辨率的对比

Fig. 6 Comparison of resolutions under different channels under the standard 0.5°

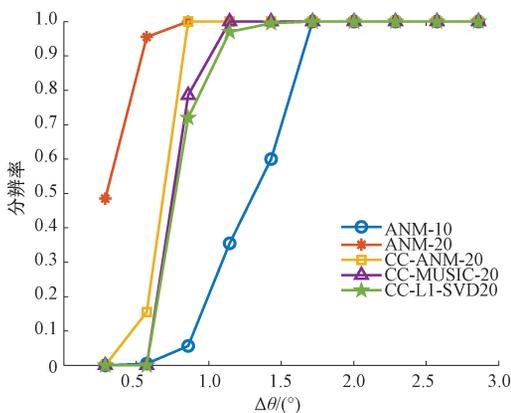


图7 1° 标准下不同通道下分辨率的对比

Fig. 7 Comparison of resolutions under different channels under the standard 1°

从图6和7的仿真结果可以看出,对比天线数为10、天线数为20,和将通道压缩为10,3种情况的分辨率曲线可以看出,对于判别标准为 0.5° 和 1° 的情况,入射角度

间隔为 2° 以上时,CC-ANM算法分辨率都可以达到100%。除此之外,对比相同压缩情况的3种算法,也可以得出ANM算法的角分辨率要优于其他两种算法。与实验3和4的实验结论相同。

4 仪器实测数据验证

本节在有限的实验环境下(即用于采集信号数据的设备仅有一台4通道USRP-2955)通过搭建一个实际的DOA估计系统(包括信号的发射与接收以及采样处理并进行DOA估计)来验证算法的有效性(如图8(a)所示)。其中,天线阵列摆放如图8(b)所示,图中4个平面螺旋天线摆成均匀阵列,天线之间的阵元间距为信号的半波长。

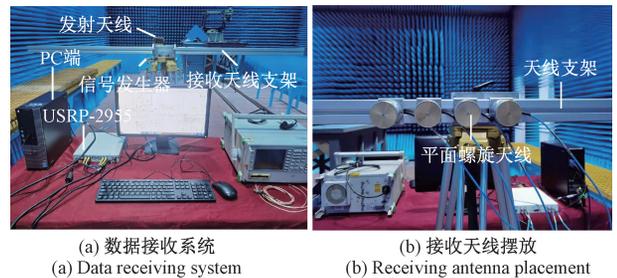


图8 数据接收系统及天线摆放

Fig. 8 Data receiving system and receiving antenna placement

此系统是由4通道USRP-2955、PC机、信号源、4个平面螺旋天线、天线支架以及喇叭发射天线构成。信号数据的采集是通过LabVIEW搭配USRP-2955实现的,USRP-2955接收信号的带宽为10 MHz~6 GHz。其中平面螺旋天线的接收信号带宽为2~18 GHz,信号接收端与信号发射端之间的距离为10 m。将线衰以及信号在空间传播时的衰减都作为考虑对象,该系统满足USRP-2955对信号接收时的功率要求。

信号源发射频率为3 GHz,功率为20 dBm的单信号,此处通过将4通道压缩成3通道来验证所提算法的有效性。实际对信号采样时,信号的采样点数为3 000。分别对信号入射角度为 $-10^\circ, 0^\circ, 15^\circ$ 进行角度测量。统计了50次蒙特卡洛循环下的估计精度如图9所示。

从图9的测试结果看,随着信号入射角度绝对值的变大,DOA估计的精度有所降低,这与理论结果相吻合。此外当入射信号角度为 0° 时,从测试结果可看出本文所提算法在实际DOA估计系统中估计结果为 0.3° 以下,也要优于未经压缩的10通道的DOA估计系统。且在相同条件下,ANM算法相较于其他两种算法也能表现出良好的估计性能,进一步验证了该算法的有效性。

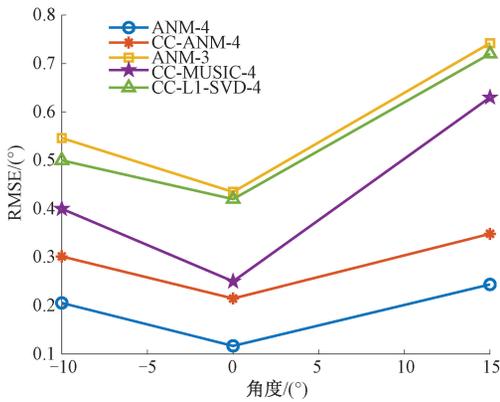


图9 不同角度下3种算法估计精度对比

Fig. 9 Comparison of estimation accuracy of three algorithms of different angles

5 结 论

针对目前天线阵列中阵元使用情况受通道数目限制的问题,本文提出了基于通道压缩的无网格 DOA 估计算法。该算法首先对射频前端的通道数进行压缩,然后再对压缩之后的通道数据进行协方差矩阵的求解,之后对求解的协方差矩阵进行特征值分解,得到对应的特征向量和特征值,利用此特征向量和特征值构建新的观测向量,最后利用原子范数最小化与 Toeplitz 矩阵的 Vandermonde 分解相结合的方法实现入射信源 DOA 参数的估计。仿真实验验证了本文所提算法在提高估计精度以及分辨率的条件下可以节省通道的使用。此外通过对 USRP-2955 搭建的实测仪器系统接收的实测数据进行处理,并利用实测数据进行 DOA 估计时,其估计效果与仿真实验相符,从而进一步验证了该算法的有效性。

参考文献

[1] 石屹然,赵晓晖,单泽彪,等. 基于 FLOCC-ESPRIT 的极化阵列参数估计方法[J]. 仪器仪表学报, 2016, 37(9): 2076-2083.
SHI Y R, ZHAO X H, SHAN Z B, et al. FLOCC-ESPRIT based polarization array parameter estimation method [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2016, 37(9): 2076-2083.

[2] WANG M, NEHORAI A. Coarrays, MUSIC, and the Cramér-Rao bound [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2017, 65(4): 933-946.

[3] ROY R, KAILATH T. ESPRIT-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques [J].

IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1989, 37(7): 984-99.

[4] 梁国龙,韩博,林旺生,等. 基于稀疏信号重构的近场源定位[J]. 电子学报, 2014, 42(6): 1041-1046.
LIANG G L, HAN B, LIN W SH, et al. Near-field source localization based on sparse signal reconstruction [J]. Chinese Journal of Electronics, 2014, 42(6): 1041-1046.

[5] VON GLADISS A, AHLBORG M, KNOPP T, et al. Compressed sensing of the system matrix and sparse reconstruction of the particle concentration in magnetic particle imaging [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2015, 51(2): 1-4.

[6] CHI Y, SCHARF L L, PEZESHKI A, et al. Sensitivity to basis mismatch in compressed sensing [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(5): 2182-2195.

[7] CHEN Z, CHEN P. Compressed sensing-based DOA and DOD estimation in bistatic coprime MIMO arrays [C]. IEEE Conference on Antenna Measurements & Applications (CAMA), Tsukuba, Japan, 2017: 297-300.

[8] ZHANG X, JIANG T, LI Y, et al. An off-grid DOA estimation method using proximal splitting and successive nonconvex sparsity approximation [J]. IEEE Access, 2019, 7: 66764-66773.

[9] LIU T, WEN F, ZHANG L, et al. Off-grid DOA estimation for colocated MIMO radar via reduced complexity sparse bayesian learning [J]. IEEE Access, 2019, 7: 99907-99916.

[10] ZHENG J, FANG Z. Real-valued sparse bayesian learning for off-grid DOA estimation [C]. 2019 6th International Conference on Information Science and Control Engineering (ICISCE), 2019: 434-438.

[11] BHASKAR B N, TANG G, RECHT B. Atomic norm denoising with applications to line spectral estimation [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 61(23): 5987-5999.

[12] ZHANG ZH, WANG Y, TIAN ZH. Efficient two-dimensional line spectrum estimation based on decoupled atomic norm minimization [J]. Signal Processing, 2019, 163: 95-106.

[13] TANG W, JIANG H, PANG S. Coprime array

- interpolation for direction of arrival estimation based on atomic norm minimization [C]. 2019 IEEE Radar Conference (RadarConf), Boston, MA, USA, 2019: 1-5.
- [14] CHEN T, SHI L, GUO L. Gridless direction of arrival estimation exploiting sparse linear array [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2020, 27: 1625-1629.
- [15] PAN Y. Underdetermined direction-of-arrival estimation with coprime array via atomic norm minimization [J]. Radio Engineering, 2020, 29(2): 405-413.
- [16] YANG Z, XIE L, STOICA P. Vandermonde decomposition of multilevel toeplitz matrices with application to multidimensional super-resolution [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2016, 62(6): 3685-3701.
- [17] GU J F, ZHU W P, SWAMY M N S. Compressed sensing for DOA estimation with fewer receivers than sensors [C]. 2011 IEEE International Symposium of Circuits and Systems (ISCAS), Rio De Janeiro, Brazil, 2011: 15-18.
- [18] ZHOU C, GU Y, ZHANG Y D, et al. Compressive sensing-based coprime array direction-of-arrival estimation [J]. IET Communications, 2017, 11(11): 1719-1724.
- [19] GUO M, ZHANG Y D, CHEN T. DOA estimation using compressed sparse array [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2018, 66(15): 4133-4146.
- [20] 陈涛,史林,申梦雨,等. 基于 M-FIPM 的无网格 DOA 估计算法 [J]. 系统工程与电子技术, 2022, 44(2): 427-433.
- CHEN T, SHI L, SHEN M Y, et al. Gridless DOA estimation algorithm based on M-FIPM [J]. System Engineering and Electronic Technology, 2022, 44(2): 427-433.
- [21] PAKROOH P, PEZESHKI A, SCHARF L L, et al. Analysis of fisher information and the cramer-rao bound for nonlinear parameter estimation after random compression [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2015, 63(23): 6423-6428.

作者简介



E-mail: chentao@hrbeu.edu.cn

Chen Tao received his B. Sc., M. Sc., and Ph. D. degrees all from Harbin Engineering University in 1997, 2001, and 2004, respectively. He is currently a professor in the School of Information and Communication Engineering at Harbin Engineering University. His main research interests include DOA estimation and broadband signal processing.



E-mail: shenmengyu@hrbeu.edu.cn

Shen Mengyu (Corresponding author) received her B. Sc. degree from Harbin Engineering University in 2020. She is currently pursuing her M. Sc. degree at Harbin Engineering University. Her research interests include array signal processing, direction of arrival estimation.

陈涛, 分别在 1997 年、2001 年和 2004 年于哈尔滨工程大学获得工学学士、硕士以及博士学位。现为哈尔滨工程大学信息与通信工程学院教授, 主要研究方向为波达方向估计、宽带信号处理。

申梦雨 (通信作者), 2020 年于哈尔滨工程大学获得工学学士学位, 现就读于哈尔滨工程大学, 攻读工学硕士学位, 研究方向为阵列信号处理、波达方向估计。