

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2209324

一种基于 D-H 参数的 7 自由度机械臂 机构精度综合方法研究*

高 跃¹, 房立金², 姜雪洁¹, 巩云鹏¹

(1. 东北大学机械工程与自动化学院 沈阳 110819; 2. 东北大学机器人科学与工程学院 沈阳 110819)

摘 要:提出了一种基于最佳精度模型的机械臂机构精度综合的方法,利用遗传算法对 D-H 参数公差优化分配,为机械臂的精度设计提供理论依据。以一种基于双电机伺服驱动关节的 7 自由度协作机械臂为研究对象,机械臂的几何定位精度的设计目标为 1.4 mm,建立该型机械臂末端执行器的几何定位误差模型;对参数误差进行敏感性分析,找出对机械臂末端执行器几何定位误差影响相对较大的参数误差;根据最佳精度数学模型,利用遗传算法对 D-H 参数公差优化分配;经过对误差仿真计算分析,机械臂的最大几何定位误差为 1.226 7 mm,均值为 0.485 9 mm,方差为 0.216 5 mm,满足设计要求。为该机械臂的制造装配提供了理论参考依据。与基于最小成本模型的精度综合法相比,提出的精度综合方法不需要统计加工制造成本信息,能够确保机械臂的设计精度满足设计要求,可用于单个或者小批量生产制造机械臂的精度设计。

关键词: 7 自由度机械臂;几何定位误差;敏感性分析;精度综合;遗传算法

中图分类号: TH115 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 460.20

Research on the precision synthesis method of a 7 DOF manipulator based on D-H parameters

Gao Yue¹, Fang Lijin², Jiang Xuejie¹, Gong Yunpeng¹

(1. School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China;

2. School of Robot Science & Engineering, Northeastern University, Shenyang 110819, China)

Abstract: A precision synthesis method of manipulator mechanism based on the optimal precision model is proposed. The genetic algorithm is used to optimize the tolerance allocation of D-H parameters, which provides a theoretical basis for the precision design of the manipulator. Taking a 7DOF cooperative manipulator based on the dualmotor servo drive joint as the research object, the geometric positioning accuracy of the manipulator is designed to be 1.4 mm. The geometric positioning error model of the end-effector of the manipulator is established. The sensitivity analysis of parameter errors is implemented to find out the parameter errors which have a relatively great influence on the geometric position errors of the end-effector of the manipulator. According to the optimal precision mathematical model, the genetic algorithm is used to optimize the tolerance allocation of D-H parameters. After error simulation calculation and analysis, the maximum geometric positioning error of the manipulator is 1.226 7 mm, with an average value of 0.485 9 mm and variance of 0.216 5 mm. This result meets the design requirements and provides a theoretical reference for the manufacturing and assembly of the manipulator. Compared with the precision synthesis method based on the minimum cost model, the precision synthesis method proposed in this paper does not need statistical manufacturing cost information and can ensure that the design precision of the manipulator meets the design requirements. It can be used for the precision design of single or small-batch manufacturing manipulators.

Keywords: 7DOF manipulator; geometric positioning error; sensitivity analysis; precision synthesis; genetic algorithm

0 引言

随着机械臂的应用领域不断的拓展与深入,在磨削和自动焊接等高精度作业领域,对机械臂的精度提出了更高要求^[1-3]。机械臂末端执行器的期望位姿不再通过人工示教获得,而是由离线编写的程序指定,而执行离线程序时机械臂的定位精度依赖于绝对定位精度^[4]。研究表明,引起机械臂末端执行器绝对定位误差的原因可以分为几何参数误差、动力学参数误差、热效应产生的误差和系统误差4大类。其中,几何参数误差是引起机械臂绝对定位误差的主要影响因素^[5]。机械臂的精度设计和运动学标定及误差补偿是提高机械臂绝对定位精度的两个途径。精度设计是提高机械臂精度的先验方法,运动学标定是解决精度问题的后验方法^[6]。目前对于提高机械臂绝对定位精度方法的研究主要是侧重于实际机器人系统的试验研究^[7],通过运动学标定技术对参数修正补偿。运动学标定并不能够从误差产生的根源上消除误差,并且使机械臂的逆运动学求解变得更加复杂化,不利于对机械臂的控制。因此,提高机械臂精度的最佳途径是正确地设计^[8],研究机械臂精度的设计方法,合理分配参数公差,对提高机械臂的绝对定位精度具有重要的意义。

精度分析与精度综合是对机械臂的机构精度设计的主要内容。精度分析是为了揭示机械臂的各个构件上的原始误差对末端精度的影响程度。精度综合是根据给定机械臂的定位精度要求,制定其零部件或装配尺寸公差,是机构精度分析的逆问题。同时,对机械臂的精度分析也可以作为精度综合准确性的一个验证。在机械臂精度分析方面,Wu^[8-9]和 Veitschegger 等^[10],通过正运动学建立了串联机械臂几何定位误差数学建模;Shiakolas 等^[11]通过对机械臂的定位精度分析得到机器人构件结构参数的几何误差是引起机器人绝对定位误差的主要影响因素;文献^[12-13]等对并联机器人进行了几何误差建模及灵敏度分析,找出了对并联机器人精度影响到的主要因素。在机械臂精度综合方面,丁建^[14]提出了一种基于正交设计和均匀设计相结合的6自由度并联机构精度综合方法;Ni 等^[15]设计了一种全回转并联机器人并对其误差建模,通过最小成本模型进行了参数公差设计;刘海涛等^[16]以制造成本最小化为目标函数,以精度需求为约束条件,对 TriMule 混联机器人进行了精度综合;韩春杨^[6]在对各参数对并联调整机构末端精度的灵敏度分析的基础上,建立构型优化设计指标,对并联调整机构的主要结构参数进行多目标精度优化设计。

目前,国内外学者对对机械臂机构精度综合方法的研究还相对较少。本文主要分析机械臂本体结构 D-H 参数的几何误差,提出了一种基于最佳精度模型的机械

臂机构精度综合的方法。方法主要步骤如下:1)对机械臂 D-H 参数误差的敏感性系数和显著度分析,找出对末端几何定位精度影响较大的参数误差,根据 D-H 参数误差的敏感性系数,基于极限偏差法构建参数公差优化分配的数学模型;2)根据最佳位姿配置利用遗传算法(GA)优化计算分配 D-H 参数的公差。该方法不需要统计制造成本信息,可用于单个或者小批量生产制造机械臂的精度设计。

1 机械臂的精度建模

1.1 机械臂结构

双电机伺服驱动关节具有启动转矩小,附加载荷小、寿命长、噪音小、成本低等优点^[17]。基于双电机伺服驱动关节,设计了一款7自由度机械臂样机,该机械臂的腰关节、肩关节、肘关节拟采用双电机伺服驱动关节。其他关节拟采用重量轻、结构紧凑等带有谐波减速器的关节,以提高灵活性。机械臂的结构和系统坐标如图1所示,D-H 参数如表1所示。

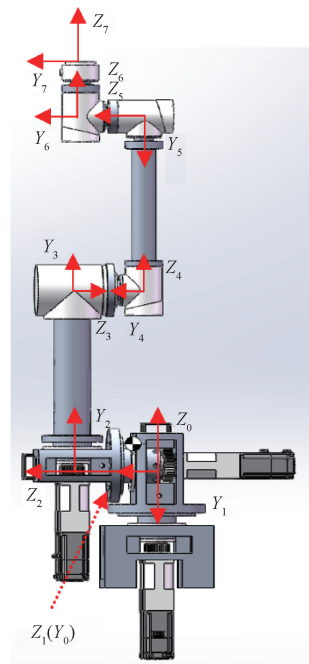


图1 机械臂的结构和系统坐标图

Fig. 1 Structure diagram of the 7R manipulator

1.2 精度建模

机械臂的每个连杆可以用4个运动学参数来描述,这4个运动学参数包括连杆长度、连杆转角、连杆偏移量和关节角度^[18]。 α_i 为绕着 X_i 轴,从 Z_{i-1} 旋转到 Z_i 的角度; a_i 为沿着 X_i 轴,从 Z_{i-1} 移动到 Z_i 的距离; θ_i 为绕着 Z_{i-1} 轴,从 X_{i-1} 旋转到 X_i 的角度; d_i 为沿着 Z_{i-1} 轴,从

表1 机械臂的D-H参数
Table 1 D-H parameters of the manipulator

i	a/mm	α/rad	d/mm	θ/rad
1	0	$\pi/2$	0	θ_1
2	0	$-\pi/2$	177	θ_2
3	0	$-\pi/2$	415	θ_3
4	0	$\pi/2$	147.8	θ_4
5	0	$\pi/2$	403.62	θ_5
6	0	$-\pi/2$	130.62	θ_6
7	0	0	91.12	θ_7

X_{i-1} 移动到 X_i 的距离^[8]。如果定义了连杆坐标系和相应的连杆参数,每个关节的齐次变换矩阵如下:

$$T_i^{i-1} = \text{Trans}_z(d_i) \text{Rot}_z(\theta_i) \text{Trans}_x(a_i) \text{Rot}_x(\alpha_i) \quad (1)$$

式中: T_i^{i-1} 是坐标系 $i-1$ 到坐标系 i 的变换。当第 i 个关节是转动关节时,有:

$$T_i^{i-1} = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i c\alpha_i & s\theta_i s\alpha_i & a_i c\theta_i \\ s\theta_i & c\theta_i c\alpha_i & -c\theta_i s\alpha_i & a_i s\theta_i \\ 0 & s\alpha_i & c\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

坐标系 $\{7\}$ 相对于坐标系 $\{0\}$ 的变换矩阵,即7自由度型机械臂的正运动学方程为:

$$T = T_1^0 T_2^1 \dots T_i^{i-1} \dots T_7^6 \quad (2)$$

其中, $T = \begin{pmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 。

由于机械臂零件的加工制造、装配等原因,D-H参数的实际值与名义值都会有一定偏差,由机械臂的正运动学方程,末端执行器的几何定位误差可以表示为:

$$\Delta P = [\Delta P_x \quad \Delta P_y \quad \Delta P_z]^T \quad (3)$$

式中: ΔP_x 、 ΔP_y 、 ΔP_z 是矩阵 T 前3行最后一列实际值与名义值的差值。

根据原始误差独立作用原理,末端执行器的几何定位误差可以表示为位置对各原始误差的偏导数和,忽略高阶误差的影响,式(3)可以表示为:

$$\Delta P = \frac{\partial P}{\partial a} \cdot \Delta a + \frac{\partial P}{\partial d} \cdot \Delta d + \frac{\partial P}{\partial \alpha} \cdot \Delta \alpha + \frac{\partial P}{\partial \theta} \cdot \Delta \theta \quad (4)$$

令 $X = [a_1, \dots, d_1, \dots, \alpha_1, \dots, \theta_1, \dots]^T$, 其中 Δa_i 、 Δd_i 、 $\Delta \alpha_i$ 和 $\Delta \theta_i$ 分别表示连杆长度、转角、偏移量和关节角的线性微分误差,则 $\Delta X = [\Delta a_1, \dots, \Delta d_1, \dots, \Delta \alpha_1, \dots, \Delta \theta_1, \dots]^T$ 。式(4)可以写成:

$$\Delta P \approx \sum_{j=1}^N \left(\frac{\partial P}{\partial X_j} \right) \Delta X_j \quad (5)$$

令 $J_{jk} = \frac{\partial P_k}{\partial X_j}$ 为误差传递系数($k = x, y, z, j = 1, 2, \dots, n$), J_{jk} 的值与机械臂的结构参数和姿态变量关节角 θ 有关,定义误差雅克比矩阵 J 为:

$$J = \begin{bmatrix} J_{1x}, \dots, J_{1y}, \dots, J_{1z} \\ J_{2x}, \dots, J_{2y}, \dots, J_{2z} \\ \dots \\ J_{nx}, \dots, J_{ny}, \dots, J_{nz} \end{bmatrix} \quad (6)$$

机械臂末端执行器的几何定位误差矢量可以表示为:

$$\Delta P = J \Delta X \quad (7)$$

机械臂末端执行器的综合几何定位误差为:

$$|\Delta P| = \sqrt{\Delta P_x^2 + \Delta P_y^2 + \Delta P_z^2} \quad (8)$$

1.3 误差合成

1) 概率法

机械臂D-H参数的几何误差是由装配尺寸链中组成环误差引起的封闭环误差,属于随机误差。假设D-H参数随机误差变量 ΔX 相互独立,服从标准正态分布,其数学期望为0,标准差分别为 $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$ 。基于概率统计标准差的运算规则,由式(7)、(8)可知,机械臂末端执行器几何定位误差的标准差为:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{j=1}^n J_j^2 \sigma_j^2}, \quad k = x, y, z \quad (9)$$

式中: J_j 为误差传递系数, $J_j^2 = \sum_{k=1}^3 J_{kj}^2$ 。

基于概率统计的机械臂末端执行器几何定位误差的极限值为:

$$\Delta_p = \sqrt{\sum_{j=1}^n J_j^2 \delta_j^2} \quad (10)$$

式中: δ_j 是参数误差的极限值, $\delta_j = \pm K_j \sigma_j$, K_j 是参数误差的置信系数。如果随机误差服从正态分布,当置信度为99.73%时, $K_j = 3$ 。

2) 极值法

实际工程问题很复杂,加工尺寸因受设备精度、工艺参数、操作技术水平诸多方面的影响,往往会偏离正态分布。当某些参数误差接近极限值时,机械臂本体结构的精度往往不能满足设计要求。极值法又称最坏情况分析法,即把所有D-H参数的误差都取最大偏差,机械臂末端执行器几何定位误差的极限值为:

$$\Delta_E = |J \delta| \quad (11)$$

式中: $\delta = [\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n]^T$ 。该方法通常要求零件有较小的公差带以满足设计要求,按照这种方法确定的零件公差偏小,常常导致产品成本升高。为了能够确保机械臂本体结构的设计精度满足设计要求,适当增加加工成本来提高机械臂的精度是必要的。本文采用极值法确定的误差来评估机械臂本体结构的设计精度。

2 敏感性分析

参数误差敏感性反映的是各个参数有微小误差时,机械臂几何定位误差变化的程度。对几何定位误差影响程度较大的参数,在设计阶段应严格控制其公差范围,不易对其进行大幅度的调节。由式(10)可知,机械臂末端执行器几何定位误差 ΔP 和关于 ΔX_j 的灵敏度系数可以表示为:

$$\mu_{p_j} = \sqrt{J_j^2} \quad (12)$$

式(12)表征了由第 j 个参数误差的单位标准差所引末端执行器几何定位误差标准差。灵敏度系数随着机械臂的位姿变化而不同,因此,用其在机械臂在整个工作空间 V 中的均值作为几何定位误差灵敏度的评价指标^[15],该指标表示为:

$$\bar{\mu}_{p_j} = \left(\int_V \mu_{p_j} dV \right) / V \quad (13)$$

机械臂的工作空间体积复杂难以计算,依据数理统计大数定律,可以通过数值计算的方法来估计灵敏度评价指标:

$$\bar{\mu}_{p_j} = \sum_{i=1}^m \mu_{p_j} / m \quad (14)$$

式中: m 是一个足够大的正整数,表示机械臂在工作空间中位姿的采样数。

为了便于分析,将各误差的灵敏度系数归一化处理,采用敏感性的显著度来表征机械臂末端几何位置受各项误差因素的影响程度。显著度数值越大,表明其所对应的误差项对机械臂末端执行器几何定位误差的影响越显著。当机械臂全域工作空间内,第 j 项误差的显著度 D_{pj} 为:

$$D_{pj} = \bar{\mu}_{p_j} / \sum_{j=1}^n \bar{\mu}_{p_j} \quad (15)$$

根据式(14)和(15),在机械臂的关节空间内随机选取足够多(1 000组)关节角服从均匀分布,通过蒙特卡洛数值计算的方法,分别计算28个D-H参数的几何误差 $\Delta X = [\Delta a_1, \dots, \Delta d_1, \dots, \Delta \alpha_1, \dots, \Delta \theta_1, \dots]^T$ 对机械臂末端几何定位误差的显著度。各参数误差显著度的计算结果如图2所示,其中1~14项是误差 Δa 和 Δd 的显著度,15~28项是误差 $\Delta \alpha$ 和 $\Delta \theta$ 的显著度。

由计算结果可知, D_{p21} 和 D_{p28} 的值为0,说明关节连杆偏角误差 $\Delta \alpha_7$ 和关节角误差 $\Delta \theta_7$ 对机械臂腕关节的几何定位误差没有影响。第 i 个关节的连杆偏角误差和关节角误差对几何定位误差影响程度大小几乎相同,影响程度由大到小依次为 $\Delta \alpha_2$ 和 $\Delta \theta_2$ 、 $\Delta \alpha_1$ 和 $\Delta \theta_1$ 、 $\Delta \alpha_4$ 和 $\Delta \theta_4$ 、 $\Delta \alpha_3$ 和 $\Delta \theta_3$ 、 $\Delta \alpha_5$ 和 $\Delta \theta_5$ 、 $\Delta \alpha_6$ 和 $\Delta \theta_6$ 。其中前4个关节的连杆偏角误差和关节角误差对末端位置误差影响程

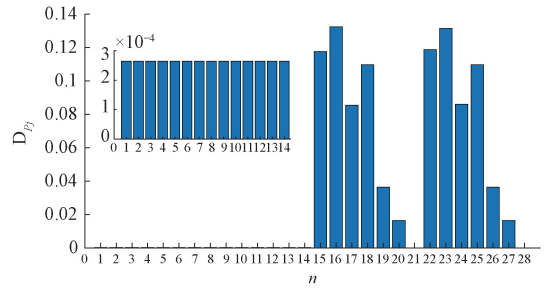


图2 D-H参数误差对机械臂末端位置精度影响的显著度
Fig. 2 The salience of D-H parameters on the geometric error of the end position of the manipulator

度相对较大,在D-H参数公差分配中应该严格控制它们的公差范围;关节的连杆长度和偏距误差对机械臂末端执行器几何定位误差的影响程度相同,与角度误差相比,相对较小,可以适当放宽它们的公差范围。

3 精度综合的数学模型

精度综合是一个多目标多变量的非线性优化问题,精度与成本是机构精度综合的主要矛盾,在精度和成本之间寻求一种平衡,使机构具有令人满意的精度并尽可能的减少加工成本,是精度综合的主要目标^[19]。

3.1 最小成本数学模型

最小成本模型追求的目标是在不超过一定误差条件下的最小加工成本。设 Mc 表示机构的加工制造成本, $[Mc]$ 为许用成本, Me 表示机构从动件的误差, $[Me]$ 为许用误差,最小成本模型可以表示为:

$$\begin{cases} \min Mc \\ \text{s. t. } Me \leq [Me] \end{cases} \quad (16)$$

假设机械臂的制造成本与公差的关系可以用倒数幂指数模型来计算^[15],那么最小成本精度综合的目标函数为:

$$\begin{cases} \min Mc = \sum_{j=1}^n K_j (\delta_j)^{-\alpha_j} \\ \text{s. t. } \begin{cases} \tau_j \leq \delta_j \leq \Delta_j \\ \Delta_E \leq [\Delta] \end{cases} \end{cases} \quad (17)$$

式中: α_j 是加工成本特征指数,一般取值0.7~1, K_j 为工艺性系数, δ_j 为参数误差的极限值; τ_j 为预先给定的结构尺寸允许的最小值,由加工制造成本、最大加工能力等决定; Δ_j 为参数公差的极限值; $[\Delta]$ 为机械臂的设计精度。当除参数几何误差 ΔX_j 之外的所有 $\Delta X_r (r=1, 2, \dots, n)$ 均为0时,由式(10)可得第 j 个参数几何误差 ΔX_j 的最大值^[19]。

$$\Delta_j = \frac{[\Delta]}{\max J_j} \quad (18)$$

3.2 最佳精度模型

通常最佳精度模型追求的目标是在不超过一定加工制造成本的前提下机械臂串联机构的最小误差,基于极值法的机械臂精度综合的最佳精度目标函数为:

$$\begin{aligned} \min Me = \sup \{ |J\delta| \} \\ \text{s. t. } \begin{cases} \tau_j \leq \delta_j \leq \Delta_j \\ \sum_{j=1}^N K_j(\delta_j)^{-\alpha_j} \leq [Mc] \end{cases} \end{aligned} \quad (19)$$

在实际工程中成本信息难以统计,很难估计加工制造的绝对成本,并且机械臂的应用领域对其精度的要求越来越高,根据最小成本条件对机械臂的机构精度综合并没有实际意义。本文提出一种最佳精度模型,该方法不需要统计成本信息,它追求的目标是在机械臂串联机构的最佳精度的上确界满足精度要求条件下,尽可能的降低加工成本,目标函数为:

$$\begin{aligned} \min Me = | \sup \{ |J\delta| \} - [\Delta] | \\ \text{s. t. } \tau_j \leq \delta_j \leq \Delta_j \end{aligned} \quad (20)$$

如何分配 δ_j ,使机械臂的末端的几何定位误差不超过 $[\Delta]$,是一个不确定问题,有无穷多组 δ 满足式(20)。随着公差带的放宽,相应的制造成本会随之降低,我们希望从无穷多解组中选取最佳解,即满足精度要求的前提下,使 δ_j 尽可能的大。在精度综合的优化计算过程中,根据极限偏差法构建评价指标 I 来评价所得解组的相对成本, I 越小,相对成本越低。

$$I = \sum_{j=1}^n w_j |\delta_j - \Delta_j| \quad (21)$$

式中: w_j 为权因子,某一误差对从机械臂的定位精度影响较大,则相应的权因子应取较大值,由参数误差敏感性分析可知,敏感系数 μ_{pj} 的最大值作为权因子是合适的,即:

$$w_j = \max \mu_{pj} \quad (22)$$

4 精度综合

4.1 位姿配置的选取指标

在机械臂的设计阶段,需要找到能够很好地反映 D-H 参数几何误差和机械臂几何定位误差映射关系的位姿状态,对 D-H 参数误差的公差进行优化分配。由式(7)可知,机械臂末端执行器的几何定位误差可以表示为:

$$|\Delta P| = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \left(\sum_{j=1}^n J_{ij} \Delta X_j \right)^2} \quad (23)$$

当所有的 D-H 参数几何误差 $\Delta X_j = 1$ 时,式(23)可以写为:

$$|\Delta P| = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \left(\sum_{j=1}^n J_{ij} \right)^2} \quad (24)$$

由式(24)可知,为了使机械臂末端执行器几何定位

误差与 D-H 参数误差的关系显著,可以用如下指标在关节空间内搜索最佳位姿作为 D-H 参数公差优化分配的位姿配置:

$$F = \max \sqrt{\sum_{i=1}^3 \left(\sum_{j=1}^n J_{ij} \right)^2} \quad (25)$$

4.2 基于遗传算法的最小成本的精度综合

最小成本精度综合该问题是一个多维非线性约束优化问题,一般优化理论难以解决,遗传算法是一个很好的选择。机械臂的最小成本模型精度综合的适应度函数采用惩罚约束的思想,如果计算出的位置误差满足给定的精度要求,则适应度函数等于制造成本函数。否则,通过惩罚项增加一个增量。机械臂的机构精度综合的适应度函数定义为:

$$\text{fit} = \begin{cases} \sum_{j=1}^N K_j(\delta_j)^{-\alpha_j}, & \Delta_E \leq [\Delta] \\ \sum_{j=1}^N K_j(\delta_j)^{-\alpha_j} + k(\Delta_E - g), & \text{其他} \end{cases} \quad (26)$$

式中: k, g 为常数。假设 D-H 参数的加工成本特征指数 α_j 为 1,角度误差的工艺性系数 $K_j = 1.5$,长度误差的工艺性系数 $K_j = 1$ 。

假设机械臂本体结构几何精度的设计目标为 2 mm,机械臂末端执行器定位误差的 70%是由机械臂构件的结构参数的几何误差引起的,则只考虑结构参数几何误差的精度设计目标为 $[\Delta] = 1.4$ mm。根据位姿配置选取指标选取 50 个位姿配置,基于最小成本模型利用遗传算法对 D-H 参数公差优化分配,遗传算法的参数设置如表 2 所示(项目 P_1)。适应度函数优化结果如图 3 所示,D-H 参数误差的优化结果如表 3 所示(δ_1)。

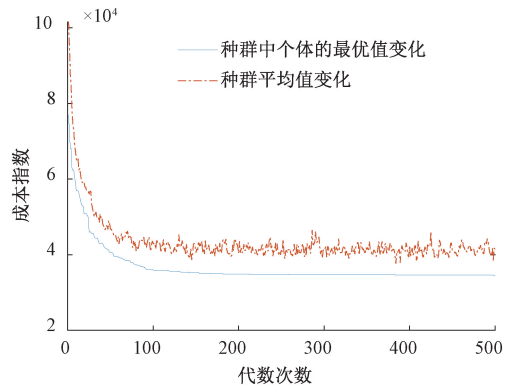


图 3 最小成本精度综合的适应度函数优化过程

Fig. 3 Optimization process of fitness function for precision synthesis of minimum cost

4.3 基于遗传算法的最佳精度的精度综合

基于遗传算法的最佳精度模型的机械臂精度综合程序步骤如下所示。

表 2 遗传算法的参数设置

Table 2 Parameter setting of GA

项目	种群规模	变量维数	遗传代数	交叉概率	变异概率
P ₁	30	30	500	0.8	0.02
P ₂	30	30	200	0.8	0.02
P ₃	30	30	30	0.8	0.02

1) 初始化: 输入 $\tau_j, \omega_j, \Delta_j, [\Delta], Tol, k=1$;

2) 根据位姿配置选取指标, 利用遗传算法在机械臂关节空间选取最佳优化位姿 θ_{kopt} ;

3) $m=1$, 令 $I_{min} = \sum_j \omega_j |\tau_j - \Delta_j|$;

4) 根据最佳精度模型, 利用遗传算法优化求解 δ_m ,

$$I_m = \sum_j \omega_j |\delta_{mj} - \Delta_j|;$$

5) if $I_m \leq I_{min}$ then $I_{min} = I_m, \delta_{kopt} = \delta_m$;
else $m = m + 1$, back to 步骤 4); end

6) $\delta_{opt} = [\min\delta_{1opt}, \min\delta_{2opt}, \dots, \min\delta_{nipt}]^T, i = 1, 2, \dots, k$;

7) 利用遗传算法搜索机械臂末端执行器的最大几何定位误差 $\max |\Delta P|$;

8) if $\max |\Delta P| \leq [\Delta]$ then output δ_{opt} ;
else $k = k + 1$, back to 步骤 2); end

9) 结束程序

利用上述优化算法对机械臂 D-H 参数公差优化分配, Tol 取值 1 000, 当第 j 项误差是距离误差时, τ_j 取值 0.05 mm, 当第 j 项误差是角度误差时, τ_j 取值 0.000 3 rad. 遗传算法的参数设置如表 2 中所示(项目 P₂), 最佳精度机构精度综合的适应度函数优化过程如图 4 所示, 收敛于 1.4 mm. 利用遗传算法搜索最大误差的参数设置如表 2 所示(项目 P₃). 当 $k=20$ 时, 机械臂末端执行器的最大几何定位误差 $\max |\Delta P| = 1.391 9$ mm, 满足设计要求, 利用遗传算法搜索最大误差的适应度函数优化过程如图 5 所示. D-H 参数公差优化分配的结果如表 3 所示(δ_2).

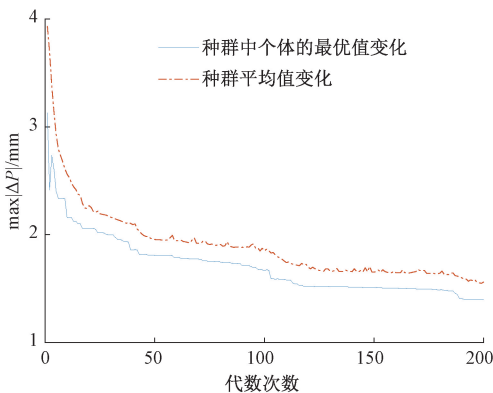


图 4 最佳精度机构精度综合的适应度函数优化过程
Fig. 4 Optimization process of fitness function for precision synthesis of optimal precision mechanism

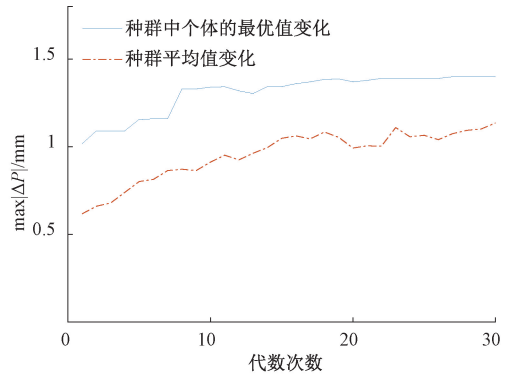


图 5 利用遗传算法搜索最大误差的适应度函数优化过程
Fig. 5 The optimization process of fitness function using genetic algorithm to search maximum error

表 3 D-H 参数误差的极限值

Table 3 Error limits of D-H parameters

误差项	Δ_j	δ_1	δ_2
$\Delta a_1/\text{mm}$	1.4	0.099 6	0.053 9
$\Delta a_2/\text{mm}$	1.4	0.099 7	0.054 8
$\Delta a_3/\text{mm}$	1.4	0.050 3	0.050 2
$\Delta a_4/\text{mm}$	1.4	0.050 8	0.050 7
$\Delta a_5/\text{mm}$	1.4	0.081 4	0.050 5
$\Delta a_6/\text{mm}$	1.4	0.096 3	0.050 9
$\Delta a_7/\text{mm}$	1.4	0.050 6	0.052 1
$\Delta d_1/\text{mm}$	1.4	0.050 6	0.050 1
$\Delta d_2/\text{mm}$	1.4	0.051 6	0.050 5
$\Delta d_3/\text{mm}$	1.4	0.051 0	0.051 2
$\Delta d_4/\text{mm}$	1.4	0.099 7	0.051 5
$\Delta d_5/\text{mm}$	1.4	0.098 7	0.051 8
$\Delta d_6/\text{mm}$	1.4	0.050 0	0.050 5
$\Delta d_7/\text{mm}$	1.4	0.097 7	0.050 5
$\Delta \alpha_1/\text{rad}$	0.001 4	0.000 3	0.000 3
$\Delta \alpha_2/\text{rad}$	0.001 5	0.000 3	0.000 3
$\Delta \alpha_3/\text{rad}$	0.002 5	0.000 4	0.000 3
$\Delta \alpha_4/\text{rad}$	0.002 7	0.000 4	0.000 3
$\Delta \alpha_5/\text{rad}$	0.008 8	0.000 9	0.000 5
$\Delta \alpha_6/\text{rad}$	0.015 4	0.001 0	0.001 1
$\Delta \theta_1/\text{rad}$	0.001 4	0.000 4	0.000 3
$\Delta \theta_2/\text{rad}$	0.001 5	0.000 5	0.000 5
$\Delta \theta_3/\text{rad}$	0.002 5	0.000 8	0.000 3
$\Delta \theta_4/\text{rad}$	0.002 7	0.000 4	0.000 3
$\Delta \theta_5/\text{rad}$	0.008 8	0.001 7	0.001 0
$\Delta \theta_6/\text{rad}$	0.015 4	0.004 8	0.002 5

5 精度分析

5.1 误差分析

根据两种方法精度综合的优化计算结果,取D-H参数误差的最大值作为仿真计算的数据,利用蒙特卡洛法在关节空间内随机选取足够多的关节角(10 000个位姿)服从均匀分布,仿真计算分析机械臂末端执行器的几何定位误差。

机械臂末端执行器的几何定位误差的分布如图6所示,其中图6(a)、(b)是基于最小成本精度综合后的误差分布和频率分布,图6(c)、(d)是基于最佳精度模型精度综合后机械臂几何定位误差分布和频率分布。不同优化结果的成本指数、精度的合格率和几何定位误差的特征值如表4所示。通过误差分析可知,基于最佳精度模型的精度综合方法,与最小成本模型的精度综合相比,能保证机械臂末端执行器的设计精度满足设计要求,增加了制造成本。

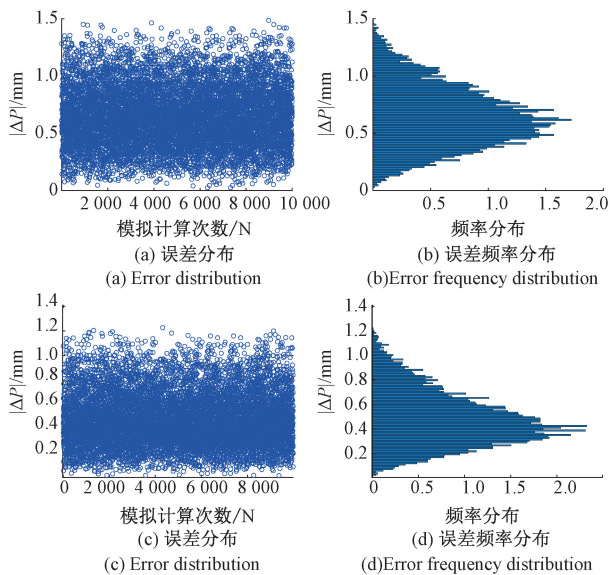


图6 几何定位误差分布

Fig. 6 The geometric positioning errors distribution

表4 精度综合优化结果的性能分析

Table 4 Performance analysis of optimization results for precision synthesis

项目	成本指数	合格率 /%	$ \Delta P _{\max}$ /mm	$ \Delta P _{\text{mean}}$ /mm	$ \Delta P _{\text{RMSE}}$ /mm
δ_1	34 459	99.85	1.484 5	0.645 7	0.260 3
δ_2	44 736	100	1.226 7	0.485 9	0.216 5

5.2 误差传递系数的相关性分析

相关系数 ρ_{ij} 是描述两个原始误差传递系数 J_i 和 J_j 之间线性紧密程度的量,误差传递系数的相关系数可以通过下式求得:

$$\rho_{ij} = \frac{\text{cov}(J_i, J_j)}{\sqrt{D(J_i)} \sqrt{D(J_j)}} \quad (27)$$

式中: $\text{cov}(J_i, J_j) = E[(J_i - E(J_i))(J_j - E(J_j))]$, $D(J_j) = E(J_j^2) - E(J_j)^2$ 。

误差雅克比矩阵各列间的相关系数 ρ_{ij} 构成相关系数矩阵 R 为:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \cdots & \rho_{1n} \\ \rho_{21} & 1 & \cdots & \rho_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{n1} & \rho_{n2} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (28)$$

式中:元素 $\rho_{ij} = \rho_{ji}$, $i, j = 1, 2, \dots, n$ 。

当误差传递系数间相关系数 ρ 的绝对值在0.8以上,认为两误差的传递系数有强的相关性,在0.3~0.8,可以认为有弱的相关性,0.3以下,认为没有相关性。在机械臂的关节空间内随机选取足够多的服从均匀分布的关节角,利用蒙特卡洛数值计算的方法对误差传递系数相关性进行数值计算分析,其中, $\rho_{2,23} = -0.73$, $\rho_{4,25} = 0.96$, $\rho_{5,26} = 0.95$, $\rho_{6,27} = -1$, $\rho_{9,16} = 0.72$, $\rho_{11,18} = -0.96$, $\rho_{12,19} = -0.94$, $\rho_{13,20} = 1$ 。

在机械臂误差仿真计算分析的基础上,控制相关参数的偏差方向,正相关的偏差方向相反,负相关的偏差方向相同,仿真计算分析机械臂末端执行器的几何定位误差,机械臂几何定位误差的特征值如表5所示。由仿真计算结果可知,机械臂的精度有显著的提高。在机械臂的制造装配过程中,控制传递系数具有相关性的参数误差的偏差方向,来减小彼此对机械臂末端执行器的几何定位误差产生的影响,对提高机器人的精度具有一定实际意义。

表5 机械臂末端执行器的几何定位误差

Table 5 The geometric positioning errors of the manipulator end-effector mm

项目	$ \Delta P _{\max}$	$ \Delta P _{\text{mean}}$	$ \Delta P _{\text{RMSE}}$
δ_1	1.271 7	0.536 8	0.225 3
δ_2	1.006 8	0.396 6	0.189 0

5.3 样机制作

根据精度综合的优化计算结果,在样机的零件制造过程中严格要求相关参数的公差范围,在装配过程中控制误差传递系数相关项的偏差方向。样机装配过程中,利用千分尺测量零件的长度尺寸和千分表测量装配好的关节输出轴的径向圆跳动,确保样机能够顺利装配成功。

图7所示为样机装配过程中测量关节输出轴的径向圆跳动,图8所示为样机的装配体。

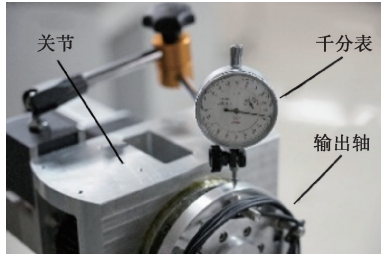


图7 样机的装配过程中的误差测量

Fig. 7 Error measurement during prototype assembly

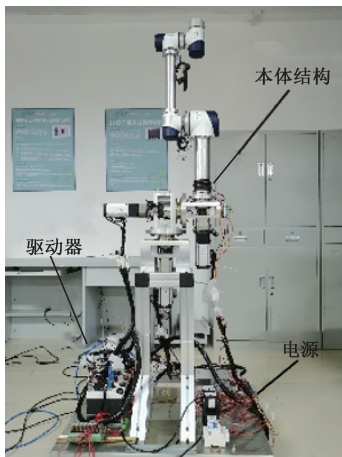


图8 样机

Fig. 8 The prototype

6 结 论

本文提出了一种基于最佳精度模型的机械臂机构精度综合的方法,该方法以基于极值法的合成误差作为机械臂精度的检验标准,利用遗传算法对D-H参数公差优化分配。该方法追求的目标是在机械臂串联机构的最佳精度的上确界满足精度要求条件下,尽可能的降低加工成本,为机械臂的设计制造提供理论依据。

通过对精度综合优化计算的结果分析可知,与最小成本精度综合法相比,本文提出的优化方法不需要统计加工制造的成本信息,能够确保机械臂的设计精度满足设计要求,但是成本相对较高,适用于单个或者小批量机械臂的制造。

在机械臂的制造装配过程中,控制误差传递系数有相关性的误差项的偏差方向,正相关的偏差方向相反,负相关的偏差方向相同,可以提高机械臂末端执行器的几何定位精度。

实际机械臂受自身重力的影响,关节角度会产生变形,影响机械臂的绝对定位精度。后续将对机械臂关节

的扭转刚度进行辨识,建立考虑机械臂自身重量的刚柔耦合的精度模型,探索提高机械臂精度的方法。

参考文献

- [1] 卢月品,张含阳. 破局七轴工业机器人发展[J]. 机器人产业, 2016(2):35-41.
LU Y P, ZHANG H Y. Break the seven axis industrial robot development [J]. Robotics Industry, 2016(2): 35-41.
- [2] SUN Y, GIBLIN J, KAZEROUNIAN K. Accurate robotic belt grinding of work pieces with complex geometries using relative calibration techniques [J]. Robotics and Computer Integrated Manufacturing, 2009, 25(1): 204-210.
- [3] 吴林,张广军,高洪明. 焊接机器人技术[J]. 中国表面工程, 2006, 19(5):29-35.
WU L, ZHANG G J, GAO H M. Technology of welding robot [J]. China Surface Engineering, 2006, 10(5): 29-35.
- [4] 高涵,张明路,张小俊,等. 基于最优测量结构选择的机械臂参数标定[J]. 仪器仪表学报, 2018, 39(9): 1-9.
GAO H, ZHANG M L, ZHANG X J, et al. Parameter calibration for manipulator based on optimal measurement structure selection [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2018, 39(9):1-9.
- [5] BRYAN G. Robot accuracy [J]. Industrial Robot, 2000, 27(4):257-265.
- [6] 韩春杨. 空间大型光学载荷用并联调整机构精度设计与运动学标定研究[D]. 长春:中国科学院大学, 2020.
HAN CH Y. Research on precision design and kinematic calibration of parallel adjusting mechanism for space large optical loads [D]. Changchun: University of Chinese Academy of Sciences, 2020.
- [7] 王伟, 负超. 机器人机构精度综合的正交试验法[J]. 机械工程学报, 2009, 45(11): 18-24.
WANG W, YUN CH. Orthogonal test method for precision synthesis of robot mechanism [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(11): 18-24.
- [8] WU C H. A Kinematic CAD tool for the design and control of a robot manipulator [J]. International Journal of Robotics Research, 1984, 3(1):58-67.
- [9] WU C H. The Kinematic error model for the design of robot manipulator [J]. Journal of Vascular Surgery, 1983(2): 497-502.
- [10] VEITSCHEGGER W, WU C H. Robot accuracy analysis based on kinematics [J]. IEEE Journal of Robotics and Automation, 1986, 2(3):171-179.

- [11] SHIAKOLAS P S, CONRAD K L, YIH T C. On the accuracy, repeatability, and degree of influence of kinematics parameters for industrial robots [J]. International Journal of Modelling & Simulation, 2002, 22(4):245-254.
- [12] 郑辉, 唐国宝. Delta 并联机械手几何误差建模及灵敏度分析[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2009, 41(7):252-255.
ZHENG H, TANG G B. Geometric error modeling and sensitivity analysis of delta parallel manipulator [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2009, 41(7):252-255.
- [13] LEE S, QIANG Z, EHMANN K F. Error modeling for sensitivity analysis and calibration of the tri-pyramid parallel robot[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2017, 93(5):1319-1332.
- [14] 丁建. 六自由度并联机构精度分析及其综合方法研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2015.
DING J. Research on precision analysis and synthesis method of 6-DOF parallel mechanism [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2015.
- [15] NI Y, SHAO C, ZHANG B, et al. Error modeling and tolerance design of a parallel manipulator with full-circle rotation [J]. Advances in Mechanical Engineering, 2016, 8(5):1-16.
- [16] 刘海涛, 潘巧, 尹福文, 等. TriMule 混联机器人的精度综合[J]. 天津大学学报(自然科学与工程技术版), 2019, 52(12):1245-1254.
LIU H T, PAN Q, YIN F W, et al. Precision synthesis of TriMule hybrid robot [J]. Journal of Tianjin University(Natural Science & Engineering Technology), 2019, 52(12):1245-1254.
- [17] 房立金, 孙龙飞. 双电机驱动系统消隙特性研究[J]. 中国机械工程, 2012, 23(24):2991-2996.
FANG L J, SUN L F. Research on clearance characteristics of dual motor drive system [J]. China Mechanical Engineering, 2012, 23(24):2991-2996.
- [18] CRAIG J J. Introduction to Robotics: Mechanics and Control[M]. London: Pearson Education, Inc, 1986.
- [19] 石则昌. 机构精确度[M]. 北京:高等教育出版社, 1995.

SHI Z CH. Institutional accuracy [M]. Beijing: Higher Education Press, 1995.

作者简介



高跃, 2013 年于沈阳理工大学获得学士学位, 2017 年于东北大学获得硕士学位, 现为东北大学博士研究生, 主要研究方向为机器人技术。

E-mail: imgaoyue@163.com

Gao Yue received his B. Sc degree from Shenyang Li-gong University in 2013 and his M. Sc degree from Northeastern University in 2017. He is currently a Ph. D. candidate at Northeastern University. His main research interests include robotics technology.



房立金(通信作者), 1988 年于西安交通大学获得学士学位, 1996 年于俄罗斯圣彼得堡国立技术大学获得博士学位, 现为东北大学机器人科学与工程学院教授, 博士生导师。主要研究方向为机器人仿生控制、高精度机器人和攀爬移动机器人等。

E-mail: ljfang@mail.neu.edu.cn

Fang Lijin (Corresponding author) received his B. Sc. degree from Xi'an Jiao-tong University in 1988, and Ph. D. degree from Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University in Russia in 1996. He is currently a professor and a Ph. D. advisor in the Faculty of Robot Science and Engineering at Northeastern University. His main research interests include robot bionic control, robot high precision control and climbing robot.



姜雪洁, 2013 年于沈阳理工大学获得学士学位, 2016 年于东北大学获得硕士学位, 现为东北大学博士研究生, 主要研究方向为机械臂参数辨识与优化。

E-mail: jxj901218@163.com

Jiang Xuejie received her B. Sc. degree from Shenyang Li-gong University in 2013 and her M. Sc. degree from Northeastern University in 2016. She is currently a Ph. D. student at Northeastern University. Her main research interests include parameters identification and optimization of manipulator.