

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2107956

# 基于 Tikhonov 和 TV 混合正则化的接地网电阻抗成像算法研究\*

闫孝姮, 吕秋皓, 林晓雪, 陈伟华

(辽宁工程技术大学电气与控制工程学院 葫芦岛 125105)

**摘要:**电阻抗成像技术(EIT)是解决接地网腐蚀定位问题的方法之一,为了改善接地网 EIT 逆问题的病态性,提高求解稳定性以及重建图像清晰度,提出了经典吉洪诺夫正则化(Tikhonov)和全变差正则化(TV)相结合的混合正则化(Tikhonov-TV)接地网成像算法。首先,在循环测量原理的基础上,创新地借助 COMSOL 与 MATLAB 联合仿真求取接地网 EIT 正问题模型电压数据;其次,在理论分析基础上,通过 Tikhonov-TV 正则化的 EIT 算法分别求解基于先验拓扑信息和未知拓扑信息的两种接地网逆问题模型的场域电阻率分布;最后仿真和实验对比了 Tikhonov、TV 以及 Tikhonov-TV 3 种正则化算法的接地网 EIT 重建图像,并采用电阻率均方误差(Resistivity MSE)和截线电阻率曲线图来衡量图像质量,实验得出基于先验拓扑信息的 1 处和 2 处腐蚀情况下 Resistivity MSE 分别达到  $1.27 \times 10^{-15}$  和  $1.59 \times 10^{-15}$ ,电阻率均方误差最小。结果表明,提出的 Tikhonov-TV 正则化算法有效地改善了 EIT 逆问题的病态性,收敛性能最优,重建图像效果优于 Tikhonov 和 TV 正则化算法。

**关键词:** 接地网;电阻抗成像;Tikhonov-TV 正则化;病态性

**中图分类号:** TM12 TH701 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 470.40

## Research on grounding grid electrical impedance tomography algorithm based on Tikhonov and TV hybrid regularization

Yan Xiaoheng, Lyu Qiuhaohao, Lin Xiaoxue, Chen Weihua

(Faculty of Electrical and Control Engineering, Liaoning Technical University, Huludao 125105, China)

**Abstract:** Electrical impedance tomography technology (EIT) is one of the methods to solve the corrosion localization problem of grounding grid. In order to improve the ill-posedness of EIT inverse problem of grounding grid, improve the stability of the solution and the clarity of the reconstructed image, a hybrid regularization (Tikhonov-TV) grounding grid imaging algorithm combining classical Tikhonov regularization and total variation regularization (TV) is proposed. Firstly, on the basis of cyclic measurement principle, this paper innovatively uses COMSOL and MATLAB co-simulation to obtain the voltage data of grounding grid EIT forward problem model. Secondly, on the basis of theoretical analysis, the field resistivity distributions of the two grounding grid inverse problem models based on prior topological information and unknown topological information are solved respectively with Tikhonov-TV regularization EIT algorithm. Finally, the EIT reconstruction images of grounding grid for Tikhonov, TV and Tikhonov-TV three regularization algorithms were compared with simulation and experiment, and the resistivity mean square error (resistivity MSE) and transversal resistivity curve were adopted to measure the image quality, the experiment results show that the resistivity MSE in corrosion condition at locations 1 and 2 places based on prior topological information reaches  $1.27 \times 10^{-15}$  and  $1.59 \times 10^{-15}$  respectively, and the resistivity mean square error is the minimum. The results show that the Tikhonov-TV regularization algorithm proposed can effectively improve the ill-posedness of EIT inverse problem, and achieve the best convergence performance. The reconstructed images are better than those of Tikhonov and TV regularization algorithms.

**Keywords:** grounding grid; electrical impedance tomography; Tikhonov-TV regularization; ill-posedness

收稿日期:2021-05-19 Received Date: 2021-05-19

\* 基金项目:辽宁省教育厅科学技术研究创新团队项目(LT2019007)、辽宁省科技厅面上项目(2021-MS-338)、辽宁工程技术大学学科创新团队项目(LNTU20TD-02,29)资助

## 0 引言

接地网是确保电气设备和人身安全的重要设施,也是电力系统安全可靠运行的基础,作为变电站重要组成部分,需要定期对接地网进行故障检测来确保其良好的工作性能,因此接地系统的安全性成为当前电力运行和设计部门重点评估问题<sup>[1-3]</sup>。

电阻抗成像(electrical impedance tomography, EIT)作为近年来一种新兴成像技术,它能够通过边界电流注入和电压数据测量,非侵入性地重建被测物体内的电阻率分布。由于 EIT 具有便携式、非侵入式、非电离和廉价等优点,目前已经被广泛应用于工业过程中多相流检测和生物医学成像领域。在多相流应用中,EIT 边界测量除了可以实现内部分布的可视化外,还用于多相流参数的流态识别和检测<sup>[4-5]</sup>,在生物医学领域中,EIT 可以实时、长期监测人肺呼吸系统<sup>[6-7]</sup>。

为此,国内外学者受多相流检测和生物医学领域应用启发,由于接地网场域中扁钢和土壤的电阻率高对比度,重庆大学众多学者将 EIT 技术应用到电力接地网领域,对该网络模型通过计算机技术获取接地网场域内的电阻率(电导率)分布,进而对目标体特征进行图像重建<sup>[8-9]</sup>。2012 年刘杰<sup>[10]</sup>将 EIT 技术应用于接地网故障检测中,设计了基于 EIT 原理的接地网腐蚀诊断自动测量系统,该系统由于电极采集数量与场域剖分数量相差甚多导致了 EIT 病态性问题,目前只能判断接地网腐蚀区域,还不能精确定位。因此提高 EIT 算法成像精度,克服逆问题病态性是当前接地网领域内研究的热点问题<sup>[11-12]</sup>。2015 年代锋<sup>[13]</sup>对接地网 EIT 系统进行研究,引入 Tikhonov 正则化的牛顿-拉夫逊迭代法实现接地网图像重建,在一定程度上改善了逆问题的病态性。2019 年李星等<sup>[14]</sup>提出将 Tikhonov 正则化和对角权重正则化相结合的改进正则化算法,接地网成像的稳定性和抗噪声能力均有所提高,但收敛精度以及图像边界对比度不够。针对 Tikhonov 正则化算法偏重于解决其适定性问题而导致图像过于平滑的缺陷,国内外研究学者将全变差正则化(total variation, TV)方法应用于 EIT 技术中。2006 年黄嵩等<sup>[15]</sup>将变差函数引入 EIT 算法中,重构图像边界的对比度和锐度显著增加。2012 年范文茹等<sup>[16]</sup>通过 TV 迭代算法提高非连续分布介质区域成像分辨能力。文献[17-18]将 TV 正则化算法应用在图像恢复、重建和去噪等多种图像处理中,边缘特性效果显著。此外,文献[19-20]介绍的 TV 正则化算法进一步证明了 TV 正则化的重建图像边缘特性适用于 EIT 的目标检测。

因此,为了提高图像的收敛稳定性,并保留图像边界的对比度和锐度,本文提出了 Tikhonov 正则化和 TV 正则

化相结合的混合正则化(Tikhonov-TV)接地网 EIT 方法。针对基于先验拓扑信息和未知拓扑信息的两种接地网逆问题模型进行仿真图像重建,实现场域内电阻率分布的图像化,最后通过模拟实验清晰直观地找到接地网故障支路位置,进一步验证该方法改善 EIT 病态问题的可行性。

## 1 接地网电阻抗成像模型

实际上,二维接地网区域  $\Omega$  内的 EIT 问题是通过麦克斯韦(Maxwell)方程组求解,在理想情况下,接地网模型表面注入连续的电流密度,并测量接地网边界上的电压,其数学模型描述为:

$$\nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho} \nabla \varphi \right) = \nabla \frac{1}{\rho} \cdot \nabla \varphi + \frac{1}{\rho} \cdot \nabla^2 \varphi = 0 \quad (1)$$

在边界条件下的模型描述为:

$$\varphi = V_\rho, \quad \rho \in \Omega \quad (2)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial V_\rho}{\partial v} = J_v, \quad \rho \in \Omega \quad (3)$$

其中,  $\nabla$  为拉普拉斯(Laplace)算子,  $\rho$  为  $\Omega$  内的电阻率分布;  $\varphi$  为边界的电位分布;  $V_\rho$  为边界激励处的测量电压;  $v$  为边界外法线方向;  $J_v$  为边界处激励的电流密度。

如果给定电阻率分布,式(1)的求解即为 EIT 的正问题;如果从已知边界处的  $J_v$  和  $V_\rho$  求解电阻率的分布情况,式(2)和(3)即为求解 EIT 非线性逆问题。

### 1.1 接地网电阻抗成像正问题模型

目前,国内变电站的接地网呈网格状,一般使用镀锌扁钢作为接地网导体<sup>[21]</sup>,为了对接地网支路进行故障定位,本文在现有研究基础上,以  $2 \times 2$  网格为例,借助仿真软件 COMSOL 建立接地网正问题模型(包含扁钢和土壤),图 1 为接地网电阻抗成像正问题二维仿真模型。

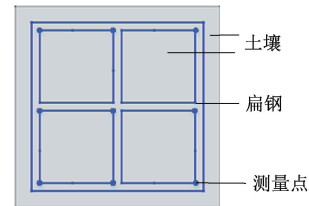


图 1 EIT 正问题仿真模型

Fig. 1 EIT forward problem simulation model

为了进一步说明循环测量模式,本文通过 COMSOL 与 MATLAB 联合仿真求解接地网循环测量的电压值,避免了单次测量人工更改激励电流注入和流出通道,使得求解速度更快,在本文中,共选择 16 个节点,假设第 16 点为参考节点,循环测量的注入节点电流方式共有 105 种,分别为节点  $1 \sim 2$ 、 $1 \sim 3$ 、 $\dots$ 、 $1 \sim 15$ 、 $2 \sim 3$ 、 $\dots$ 、 $2 \sim 15$ 、 $\dots$ 、 $14 \sim 15$ ,

以测量节点 1 注入为例,图 2(a)为接地网几何模型,图 2(b)为网格剖分图,图 2(c)~(h)只展示了电流注入节点方式分别按照 1~2、1~3、1~4、1~5、1~6、1~7 的电流激励图。

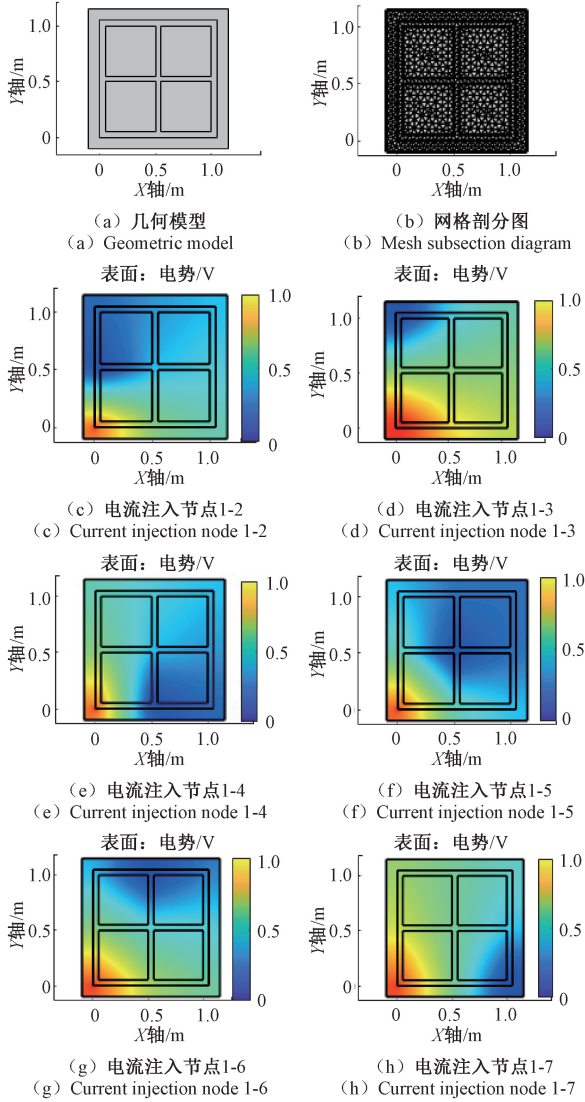


图 2 COMSOL-MATLAB 联合仿真电压循环测量图

Fig. 2 Voltage cycle measurement diagram of COMSOL-MATLAB co-simulation

## 1.2 接地网电阻抗成像逆问题模型

由于接地网常年埋于地下,实际变电站可通过施工图样获取拓扑结构,但一些变电站接地网图纸可能丢失,无法获得其结构。针对以上两种情况,本文提出了基于先验拓扑信息和未知拓扑信息的两种接地网逆问题模型。如图 3(a)和(b)为基于先验拓扑信息的几何模型和网格剖分模型,图 4(a)和(b)为基于未知拓扑信息的几何模型和网格剖分模型。

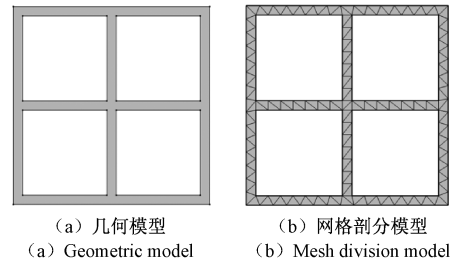


图 3 基于先验拓扑信息的接地网逆问题模型

Fig. 3 Inverse problem model of grounding grid based on prior topological information

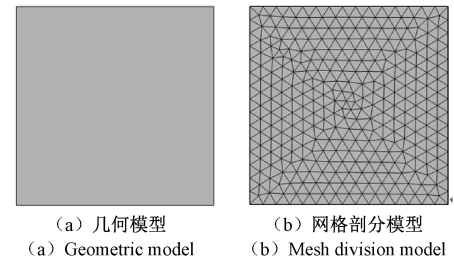


图 4 基于未知拓扑信息的接地网逆问题模型

Fig. 4 Inverse problem model of grounding grid based on unknown topological information

## 2 基于 Tikhonov-TV 正则化的接地网电阻抗成像逆问题研究

### 2.1 Tikhonov 正则化算法

接地网 EIT 逆问题可以抽象的理解为已知接地网测量节点电压  $\mathbf{V}$  求解场域内电阻率  $\boldsymbol{\rho}$  的过程。由于实验的测量电压  $\mathbf{V}$  存在一定的误差,导致计算电压  $\mathbf{U}(\boldsymbol{\rho})$  与测量电压  $\mathbf{V}$  无法相等。因此构造一个误差函数,求解真实电阻率  $\boldsymbol{\rho}$ ,使得误差函数最小,具体公式如下:

$$\min UV(\boldsymbol{\rho}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{U}(\boldsymbol{\rho}) - \mathbf{V}\|^2 =$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \frac{1}{2} (U_{ij}(\boldsymbol{\rho}) - V_{ij})^2 \quad (4)$$

式中:  $i = 1, 2, 3, \dots, m, m$  为循环测量的注入方式次数。  
 $j = 1, 2, 3, \dots, n, n$  为测量电压的个数。

$$\mathbf{U}(\boldsymbol{\rho}) = [U_{11} \ U_{12} \ \dots \ U_{1n} \ U_{21} \ \dots \ U_{2n} \ \dots \ U_{m1} \ \dots \ U_{mn}]^T \quad (5)$$

$$\mathbf{V} = [V_{11} \ V_{12} \ \dots \ V_{1n} \ V_{21} \ \dots \ V_{2n} \ \dots \ V_{m1} \ \dots \ V_{mn}]^T \quad (6)$$

对误差函数  $UV(\boldsymbol{\rho})$  求极值,得到的高斯牛顿 (Gauss-Newton) 迭代公式:

$$\boldsymbol{\rho}^{k+1} = \boldsymbol{\rho}^k - [\mathbf{J}^T \cdot \mathbf{J}]^{-1} \cdot \mathbf{J}^T \cdot [\mathbf{U}(\boldsymbol{\rho}^k) - \mathbf{V}] \quad (7)$$

式中:  $\mathbf{J}$  为雅可比矩阵,  $k$  为迭代次数,  $k=0, 1, 2, \dots$ 。

在实际求解中  $\mathbf{J}$  的广义逆矩阵条件数大,进而导致

$J^T \cdot J$  的条件数巨大,在迭代过程中不断加重逆问题的病态性,导致求解不准确。因此采取广泛应用的 Tikhonov 正则化<sup>[22]</sup> 罚函数项来改善逆问题病态性,基于 Tikhonov 正则化的最小二乘法形式为:

$$\min UV(\boldsymbol{\rho}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{U}(\boldsymbol{\rho}) - \mathbf{V}\|^2 + \frac{\alpha}{2} \|\mathbf{L}(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}^0)\|^2 \quad (8)$$

式中:  $\alpha$  为正则化系数,本文  $\alpha$  取值采用加滤波函数的  $L$  曲线<sup>[23]</sup> 求解;  $\mathbf{L}$  为正则化矩阵,本文取单位阵;  $\boldsymbol{\rho}^0$  为初始电阻率。

Tikhonov 正则化使用连续二次函数作为罚函数项,通过对解的滤波作用使逆问题解更具稳定性,重建图像整体较为清晰,但其对解有着较强的平滑效应,导致图像的边界不清晰,失去实际应用中扁钢和土壤的边界对比度。

## 2.2 TV 正则化算法

全变差正则化(TV)<sup>[24]</sup> 在最初最小二乘法基础上添加有界变差函数项,有效地解决图像边界不清晰的问题,提高图像边缘对比度和清晰度。TV 正则化应用到 EIT 逆问题中最小二乘法形式为:

$$\min UV(\boldsymbol{\rho}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{U}(\boldsymbol{\rho}) - \mathbf{V}\|^2 + \beta \mathbf{V}_T \quad (9)$$

式中:  $\beta$  为 TV 正则化系数;  $\beta \mathbf{V}_T$  为罚函数项,在接地网实际应用中的表达式为:

$$\mathbf{V}_T(\boldsymbol{\rho}) = \sum_{i=1}^{N_{\text{edge}}} \sqrt{|\mathbf{M}_i \boldsymbol{\rho}|^2 + \gamma} \quad (10)$$

式中:  $\mathbf{M}$  是一个  $N_{\text{edge}} \times N_{\text{element}}$  的关系矩阵;  $N_{\text{edge}}$  为接地网剖分单元中公共边的总个数,但不包括边界边,  $N_{\text{element}}$  为剖分单元的个数;  $\boldsymbol{\rho}$  为  $N_{\text{element}} \times 1$  的矩阵,即  $\boldsymbol{\rho} = [\rho_1 \ \rho_2 \ \cdots \ \rho_{N_{\text{element}}}]^T$ ;  $\gamma$  为尽量小的正数。

TV 正则化技术用表征图像分布函数波动情况的离散变差函数作为正则化罚函数项,适用于离散分布函数正则化处理,使得图像更好保持对比度和清晰度,但求解稳定性不高。

## 2.3 基于 Tikhonov-TV 正则化的逆问题算法

鉴于此,本文提出 Tikhonov 正则化和 TV 正则化相结合的 Tikhonov-TV 正则化的接地网电阻抗成像方法,通过基于 Tikhonov-TV 正则化的 Gauss-Newton 迭代法更新最终的电阻率以获取稳定解。基于 Tikhonov-TV 正则化的接地网 EIT 的最小二乘法为:

$$\min UV(\boldsymbol{\rho}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{U}(\boldsymbol{\rho}) - \mathbf{V}\|^2 + \frac{\alpha}{2} \|\mathbf{L}(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}^0)\|^2 + \beta \mathbf{V}_T \quad (11)$$

式中:  $\alpha \|\mathbf{L}(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}^0)\|^2$ 、 $\beta \mathbf{V}_T$  分别为 Tikhonov 正则化、

TV 正则化罚函数项。

对于非线性方程组的逆问题,通常采用迭代算法求解,对目标函数式(11)在初始值  $\boldsymbol{\rho}^0$  处 Taylor 二阶展开:

$$UV(\boldsymbol{\rho}) \approx UV(\boldsymbol{\rho}^0) + UV'(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}^0) + \frac{1}{2}(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}^0)^T \cdot UV''(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}^0) \quad (12)$$

对  $UV(\boldsymbol{\rho})$  求极值,即令  $UV(\boldsymbol{\rho})$  一阶导数为 0,因此推导出最终的基于 Tikhonov-TV 正则化的 Gauss-Newton 迭代公式为:

$$\boldsymbol{\rho}^{k+1} = \boldsymbol{\rho}^k - [\mathbf{H}(\boldsymbol{\rho}^k) + \alpha \mathbf{L}^T \mathbf{L} + \beta \cdot \mathbf{M}^T \cdot \mathbf{P}^{-1} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{M}]^{-1} \cdot [\mathbf{F}(\boldsymbol{\rho}^k) + \alpha \mathbf{L}^T \mathbf{L}(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}^0) + \beta \cdot \mathbf{M}^T \cdot \mathbf{P}^{-1} \cdot \mathbf{M} \cdot \boldsymbol{\rho}^k] \quad (13)$$

$$\mathbf{H}(\boldsymbol{\rho}^k) = \mathbf{J}^T \cdot \mathbf{J} \quad (14)$$

$$\mathbf{F}(\boldsymbol{\rho}^k) = \mathbf{J}^T \cdot [\mathbf{U}(\boldsymbol{\rho}^k) - \mathbf{V}] \quad (15)$$

式中:  $\mathbf{H}(\boldsymbol{\rho}^k)$  为忽略其高阶项的海瑟(Hessian)矩阵,  $\mathbf{Q}$ 、 $\mathbf{P}$  均为含有  $M$  的表达式;  $\alpha$  为 Tikhonov 正则化系数;  $\beta$  为 TV 正则化系数。

基于 Tikhonov-TV 算法充分发挥了 Tikhonov 正则化和 TV 正则化罚函数项作用,该算法兼具了 Tikhonov 正则化算法求解稳定性高的优点,同时重建图像保留了 TV 正则化算法的图像边界高对比度和锐度的性能,有效改善接地网 EIT 逆问题的病态性。

为了实现基于 Tikhonov-TV 正则化算法的接地网电阻抗成像,需要如下过程:

- 1) 给定初始电压误差  $e=1$ ,精度  $p=1 \times 10^{-12}$ ,迭代次数为 30 次、雅克比矩阵  $\mathbf{J}$  以及接地网设定的初始电阻率  $\boldsymbol{\rho}^0$ ,并令  $\boldsymbol{\rho}^k = \boldsymbol{\rho}^0$ ;
- 2) 确定测量电压  $\mathbf{V}$ ,求解计算电压  $\mathbf{U}(\boldsymbol{\rho}^k)$ ;
- 3) 求取计算电压与测量电压的电压误差  $e$ ;
- 4) 通过  $L$  曲线求出 Tikhonov 正则化参数  $\alpha$  和正则化矩阵  $\mathbf{L}$ ;
- 5) 求取 TV 正则化的关系矩阵  $\mathbf{M}$  及其函数项  $\mathbf{Q}$ 、 $\mathbf{P}$ ;
- 6) 通过式(13)更新电阻率  $\boldsymbol{\rho}^{k+1}$ ;
- 7) 判断  $e$  是否小于  $p$ ,如果不满足,则进行步骤 2),用步骤 6)更新的电阻率求解计算电压继续迭代;如果满足,则输出电阻率  $\boldsymbol{\rho}^k$ 。

通过执行以上步骤输出最终的电阻率,实现基于 Tikhonov-TV 正则化的接地网电阻抗成像。

## 3 接地网逆问题仿真成像

为了验证 Tikhonov 正则化、TV 正则化、Tikhonov-TV 正则化的接地网成像效果,针对基于先验拓扑信息和未知拓扑信息的逆问题模型,利用 MATLAB 进行图像重建,验证基于 Tikhonov-TV 正则化算法的接地网电阻抗成像方法的可行性。

3.1 基于先验拓扑信息的接地网模型

该部分通过仿真软件 COMSOL 对 2×2 和 3×3 的接地网模型进行正问题建模,分别设置 1 处腐蚀和 2 处腐蚀情况,设置正常扁钢电导率为  $6 \times 10^6$  S/m, 腐蚀扁钢的电导率为  $6 \times 10^5$  S/m, 土壤的电导率为 0.005 S/m。接地网拓扑可通过微分法<sup>[25]</sup>、基于形态滤波<sup>[26]</sup>等方法获得,因此本节逆问题采用基于先验拓扑结构的接地网模型(只有扁钢,不包含土壤),其中 2×2 接地网逆问题模型有限元剖分单元数 179 个,节点数 170 个,3×3 接地网逆问题模型有限元剖分单元数 324 个,节点数 308 个。

由于逆问题模型(不包含土壤)中接地扁钢与腐蚀区域电阻率相差不大,其算法迭代过程病态性相对较轻,因此针对该模型经过多次仿真试验得出最佳正

则化参数  $\alpha$  和  $\beta$ , 其重构图像较为理想,具体参数取值如表 1,图 5 和 6 分别为 2×2 和 3×3 的接地网腐蚀示意图以及 3 种正则化算法在最佳参数下的归一化成像图。

表 1 最佳正则化参数  
Table 1 Optimal regularization parameters

网格类型	正则化参数	
	$\alpha$	$\beta$
2×2 网络 1 处腐蚀	0.1	0.000 1
2×2 网络 2 处腐蚀	0.01	0.000 1
3×3 网络 1 处腐蚀	0.1	0.000 1
3×3 网络 2 处腐蚀	0.01	0.000 1

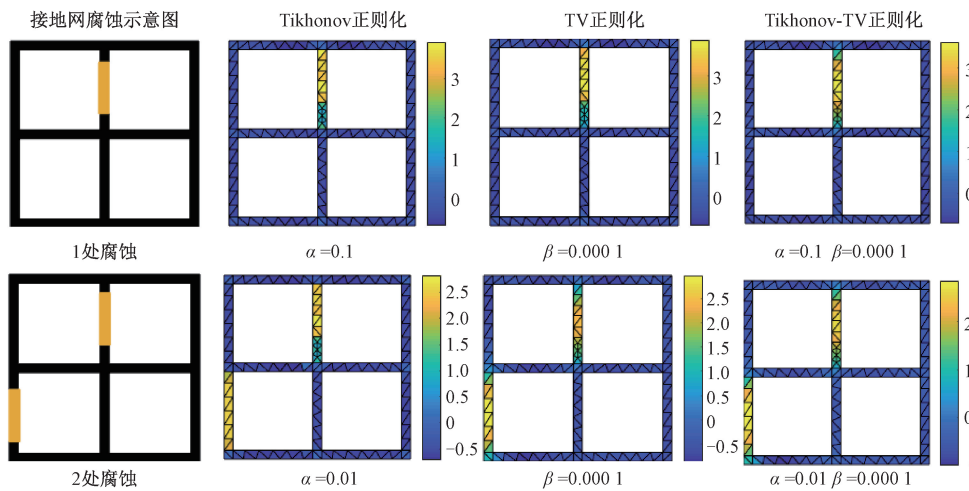


图 5 2×2 网格成像结果比较  
Fig. 5 Comparison of 2×2 mesh imaging results

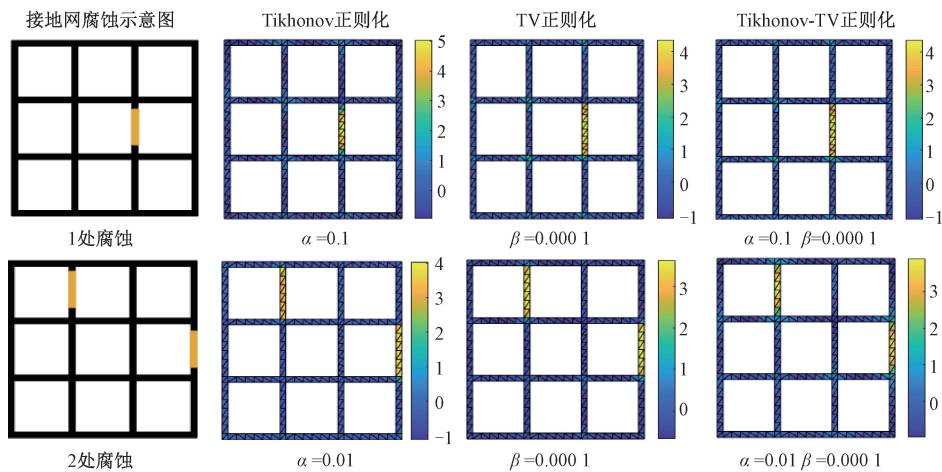


图 6 3×3 网格成像结果比较  
Fig. 6 Comparison of 3×3 mesh imaging results

从图 5 和 6 成像结果看出,3 种正则化均能反映出接地网故障支路位置和个数。为了比较 3 种正则化迭代收敛速度,本文对 3 种算法的迭代次数进行统计,具体情况见表 2。由表可见,针对 2×2 和 3×3 接地网模型,无论是 1 处腐蚀还是 2 处腐蚀,Tikhonov 正则化的迭代次数最少,收敛最快;Tikhonov-TV 正则化迭代次数次之,收敛速度适中;而 TV 正则化迭代次数最多,收敛最慢。

表 2 3 种正则化算法迭代次数

Table 2 The numbers of iteration of three regularization algorithms

网格类型	迭代次数		
	Tikhonov	TV	Tikhonov-TV
2×2 网络 1 处腐蚀	2	11	5
2×2 网络 2 处腐蚀	2	7	5
3×3 网络 1 处腐蚀	2	6	4
3×3 网络 2 处腐蚀	2	7	5

为了进一步验证 Tikhonov-TV 正则化改善逆问题病态性的优越性以及重构图像中腐蚀支路的反映情况,3.2 节将主要针对未知拓扑信息的接地网逆问题模型进行图像重建。

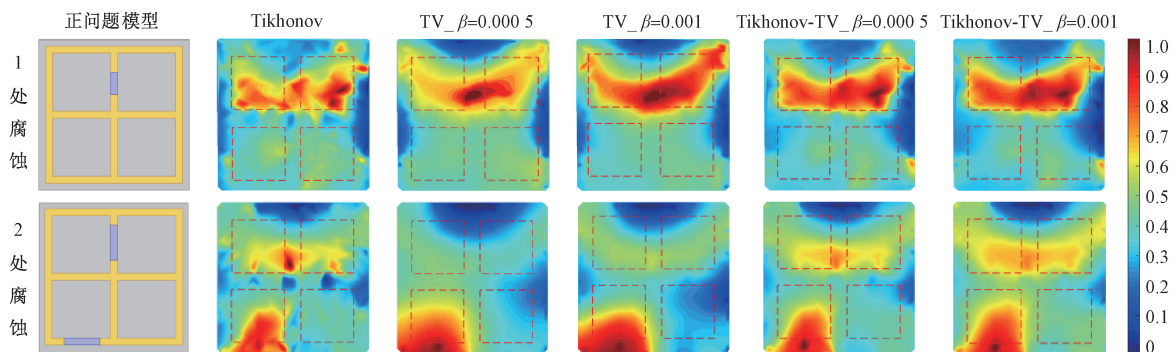


图 7 2×2 未知拓扑信息的接地网成像比较

Fig. 7 Comparison of 2×2 grounding grid imaging with unknown topological information

从图 7 的两种情况可以看出:Tikhonov 正则化的成像区域边缘过于分散,不能清晰的分辨出土壤与扁钢的边界;TV 正则化的成像边界对比度较高,且正则化参数  $\beta = 0.001$  的成像效果优于  $\beta = 0.0005$ , 但该算法成像的求解不稳定,导致上半部分成像出现重心“上漂”现象<sup>[27]</sup>;Tikhonov-TV 正则化的成像综合 Tikhonov 正则化和 TV 正则化的优点,在选取最优正则化参数  $\alpha$  前提下, $\beta = 0.001$  的成像边界轮廓更清晰,且目标区域的大小和形状与正问题模型基本吻合,初步说明了 Tikhonov-TV 正则化算法不仅保证了求解的稳定性,而且图像边界对比度进一步提高。

### 3.2 基于未知拓扑信息的接地网模型

该部分通过仿真软件 COMSOL 对 2×2 的接地网模型进行正问题建模,分别设置 1 处腐蚀和 2 处腐蚀,3 种介质电导率数值与 3.1 设置相同。逆问题模型采用边长为 1 m 正方形的未知拓扑结构(扁钢和土壤信息均未知),如图 4 中(a)和(b)所示,其中 1 处腐蚀模型的有限元剖分单元个数为 299 个,节点数为 170 个。2 处腐蚀模型的有限元剖分单元个数为 322 个,节点数为 186 个。

针对未知拓扑信息的接地网模型,电阻抗成像逆问题病态性较重,因此 Tikhonov 正则化和 TV 正则化结合过程中的正则化参数选取至关重要。本文 Tikhonov 正则化参数采用 L 曲线法求得,其最优化参数  $\alpha$  在 1 处腐蚀和 2 处腐蚀分别对应 0.512 和 0.346。TV 正则化系数  $\beta$  在参数  $\alpha$  不变的前提下,经过多次仿真调节得到  $\beta$  在 0.0005 至 0.001 之间的成像效果最为理想。图 7 分别显示了 1 处腐蚀和 2 处腐蚀的接地网正问题仿真模型、Tikhonov 正则化算法成像、 $\beta = 0.0005$  和  $\beta = 0.001$  时的 TV 正则化算法成像以及  $\beta = 0.0005$  和  $\beta = 0.001$  时的 Tikhonov-TV 正则化算法成像,其中接地网正问题仿真模型中浅色框架部分为正常扁钢,深色框架部分为腐蚀扁钢,灰色部分代表土壤。

### 3.3 图像质量评价

为了分析比较 3 种正则化成像效果,本文针对未知拓扑信息的接地网模型进行电阻抗成像,选择电阻率均方误差<sup>[28]</sup>和截线电阻率曲线图<sup>[29]</sup>作为衡量图像质量的评定标准。

1) 采用图像剖分单元的电阻率均方误差(resistivity MSE)对成像结果进行对比分析,具体公式为:

$$RMSE = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (\rho'_k - \rho_k)^2 \quad (16)$$

式中: $N$  为逆问题模型场域剖分单元数; $\rho'_k$  为第  $k$  个单元的电阻率; $\rho_k$  为第  $k$  个计算单元的初始电阻率,其计算公

式为:

$$\boldsymbol{\rho} = (\rho_1 \rho_2 \cdots \rho_k \cdots \rho_N)^T = c\mathbf{L} = c(1, 1, \cdots, 1)^T \quad (17)$$

$$c = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (V_{ij} U_{ij}(\mathbf{L}))}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (U_{ij})^2} \quad (18)$$

式中:  $i = 1, 2, 3, \dots, m, m$  为循环测量的注入方式次数。  
 $j = 1, 2, 3, \dots, n, n$  为测量电压的个数。

图 8 为对应图 7 两种腐蚀情况下的电阻率均方误差曲线图,其中图 8(a)代表 1 处腐蚀,图 8(b)代表 2 处腐蚀,横坐标为迭代次数,纵坐标为电阻率的均方误差大小。

从图 8 可以看出,无论 1 处腐蚀还是 2 处腐蚀,和其他两种正则化算法相比,Tikhonov-TV 正则化的图像迭代电阻率均方误差最小,其具体数值见表 3,并且当  $\beta$  取 0.001 时,无论是 Tikhonov-TV 正则化还是 TV 正则化,其 Resistivity MSE 均小于各自算法在  $\beta = 0.0005$  时的成像效果。

2) 为了进一步比较最优参数  $\alpha$  一定情况下,  $\beta = 0.001$  时的 3 种正则化算法成像效果,本文采用基于像素图的截线电阻率曲线反映腐蚀区域与背景区域的电阻率分布情况,即两种腐蚀情况中 Tikhonov 正则化参数分别取 0.512 和 0.346,对应 TV 和 Tikhonov-TV 正则化参数  $\beta$  取 0.001。整体像素图具有  $180 \times 180 = 32400$  个

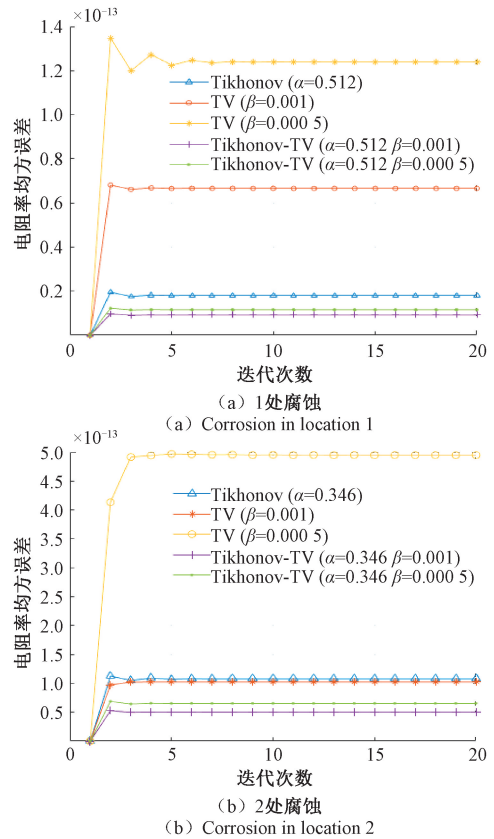


图 8 接地网电阻率均方误差曲线

Fig. 8 Resistivity MSE curves of grounding grid resistivity

表 3 3 种正则化电阻率均方误差

Table 3 Resistivity MSE of three regularization algorithms

腐蚀类型	正则化的电阻率均方误差				
	Tikhonov 正则化	TV 正则化 $\beta = 0.001$	TV 正则化 $\beta = 0.0005$	Tikhonov-TV 正则化 $\beta = 0.001$	Tikhonov-TV 正则化 $\beta = 0.0005$
1 处腐蚀	$1.80 \times 10^{-14}$	$6.66 \times 10^{-14}$	$1.24 \times 10^{-13}$	$9.20 \times 10^{-15}$	$1.16 \times 10^{-14}$
2 处腐蚀	$1.08 \times 10^{-13}$	$1.02 \times 10^{-13}$	$4.95 \times 10^{-13}$	$5.04 \times 10^{-14}$	$6.53 \times 10^{-14}$

像素点,图 9(a)为 1 处腐蚀情况下像素示意图,图 9(b)、(c)、(d)分别对应图 9(a)的垂直方向( $x = 90$  像素点)、水平方向( $y = 120$  像素点)和对角方向的 3 种正则化算法下的归一化截线电阻率曲线图。同理,图 10(a)为 2 处腐蚀情况下像素示意图,图 10(b)、(c)、(d)分别对应图 10(a)的垂直方向( $x = 60$  pixel)、水平方向( $y = 120$  pixel)和对角方向。

从图 9 和 10 可以看出,腐蚀区域的曲线呈现“凸”状,3 种正则化算法都能通过截线反映出腐蚀区域,但 3 种算法的截线电阻率分布不尽相同。Tikhonov 正则化算法求解电阻率比较稳定,但求解的平滑性导致图像边缘扩散,使得曲线边界处呈“锯齿状”,各方向截线电阻率图均有体现;TV 正则化图像的目标区与背景区域的边

界比较清晰,但求解存在不稳定的现象,目标区成像容易出现“上漂”现象。Tikhonov-TV 正则化算法相比前两种算法成像有了很大的改善,一方面腐蚀区域的电阻率分布曲线趋势比较稳定,保留了 Tikhonov 正则化的求解稳定性和图像边界的光滑性,另一方面能够更加清晰地反映腐蚀区域与背景区域,边缘对比度较高,保留了 TV 正则化算法重构图像具有高对比度和锐度的优势。

#### 4 接地网模拟实验

变电站接地网大多呈网状,因此为了模拟实际接地网,实验室利用截面积为  $50 \text{ mm} \times 5 \text{ mm}$  的镀锌扁钢焊成一个  $4 \times 6$  的接地网,每个网格支路长度  $0.5 \text{ m}$ ,接地网

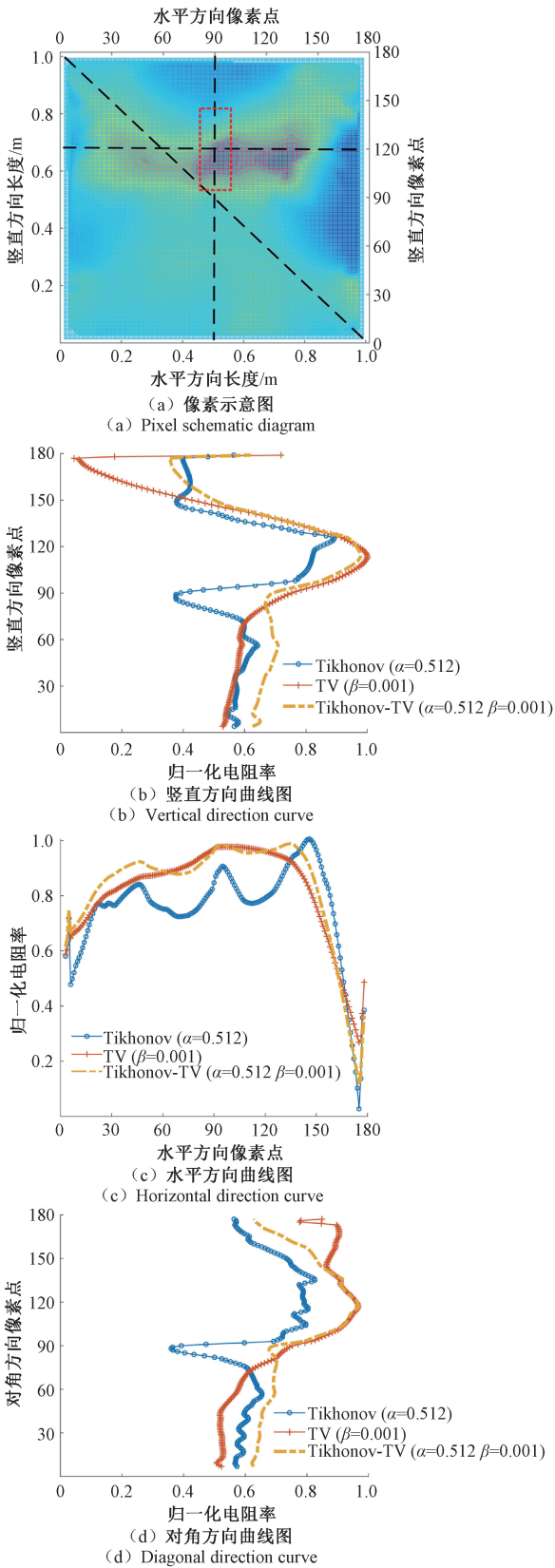


图 9 1 处腐蚀归一化截线电阻率曲线

Fig. 9 Resistivity curve diagram of normalized section line for corrosion in location 1

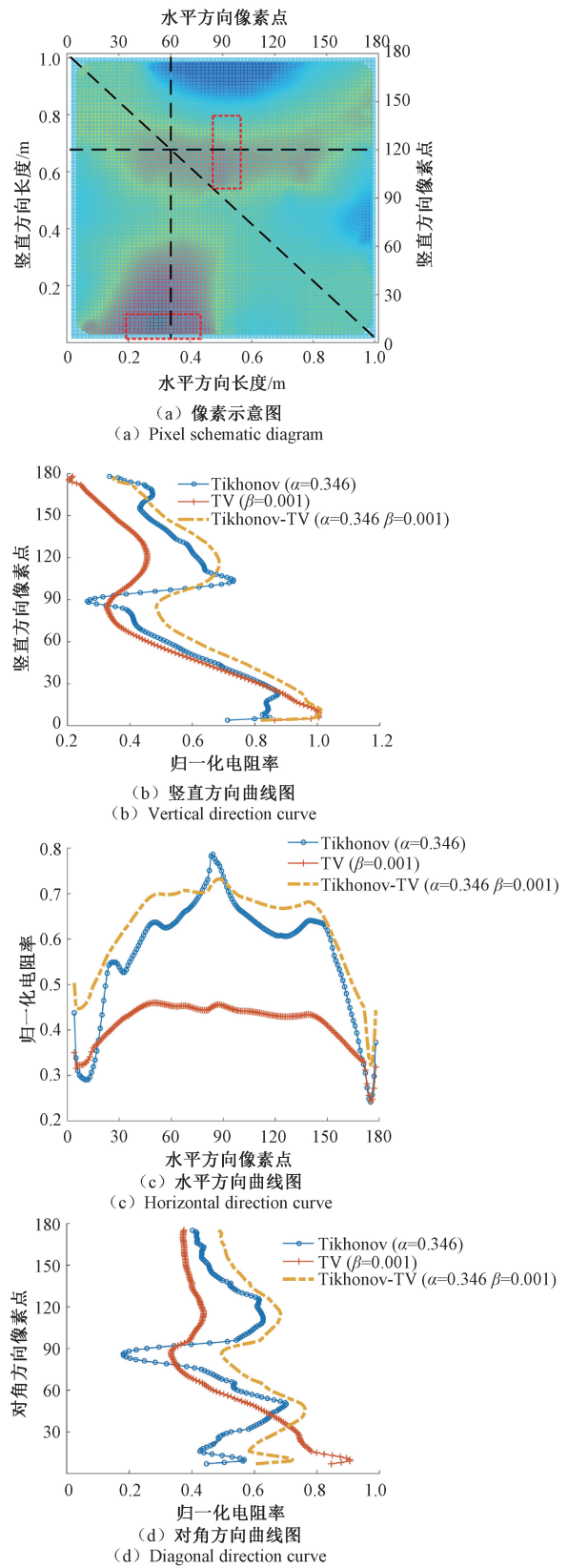


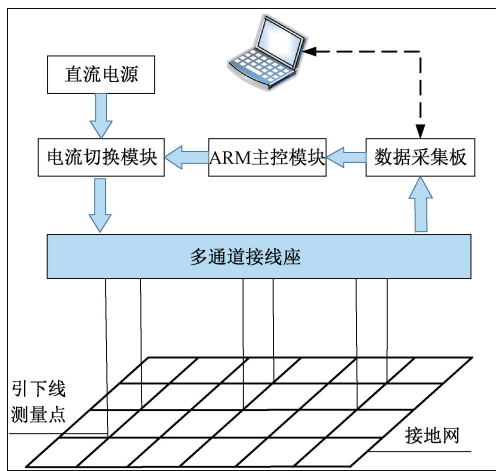
图 10 2 处腐蚀归一化截线电阻率曲线

Fig. 10 Resistivity curve of normalized section line for corrosion in location 2



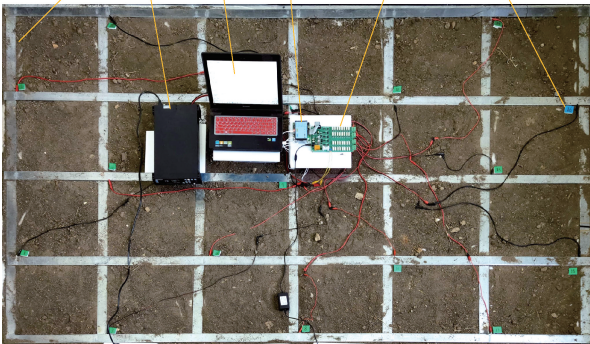
总共由 24 个网格组成,缩小实际接地网的支路长度和截面积来保证支路电阻与实际接地网相符。

本文在 4×6 模拟接地网基础上设计了接地网电阻抗成像故障诊断平台,该测量平台主要由 4×6 接地网、上位机、恒流源、数据采集板以及 ARM 控制器组成,其中接地网恒流源采用实验室现有的双向可编程直流电源 T3434,并切换至 [I-set] 恒流源模式,设定输入直流电流恒为 1 A。本文随机选取 16 个网格交汇处作为电流流入点,采用循环测量的方式进行电压数据采集,最后通过上位机基于 MATLAB 编写的重构算法实现接地网故障诊断的电阻抗成像。图 11 为接地网电阻抗成像故障诊断测量平台,其中图 11(a)和(b)分别为平台结构图和实物图。



(a) 结构图  
(a) Structure diagram

4×6 接地网 恒流源 上位机 控制器 数据采集板 引下线编号



(b) 平台图  
(b) Platform diagram

图 11 接地网电阻抗成像故障诊断测量平台

Fig. 11 Grounding grid electrical impedance tomography fault diagnosis and measurement platform

为了模拟接地网腐蚀故障,本文的故障设置方式参考文献[10]的设计理念,通过绝缘皮筋将单独扁钢与断开的接地网扁钢固定,进而模拟腐蚀情况,图 12(a)和(b)分别为腐蚀处示意图和实物图。

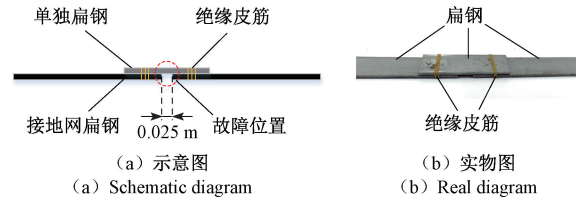
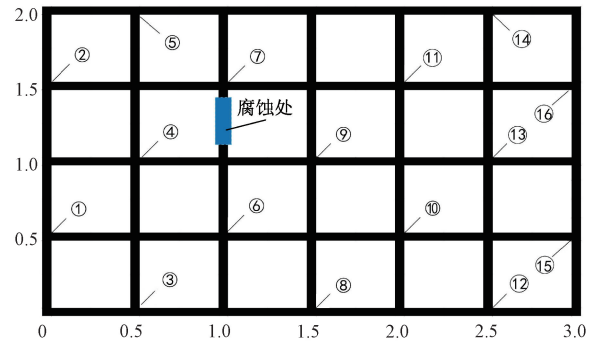


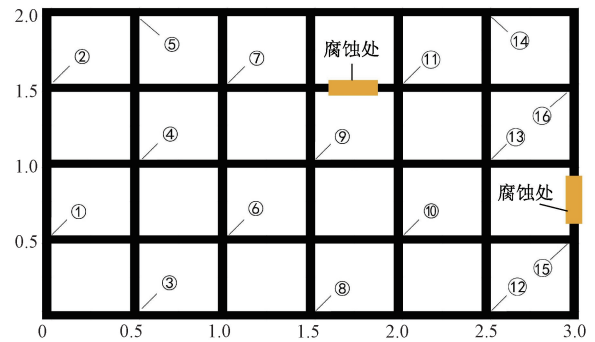
图 12 模拟腐蚀处设置方式

Fig. 12 Setting mode of simulated corrosion location

经过测量,0.5 m 长度的无腐蚀扁钢电阻值为 0.001 63 Ω,模拟腐蚀情况扁钢的电阻值为 0.001 82 Ω,可计算出支路腐蚀程度为  $(0.001 82 - 0.001 63) / 0.001 63 = 11.7\%$ ,可满足测量数据在算法中迭代收敛,进一步实现故障腐蚀定位。本实验设计示意图如图 13(a)、(b)所示,分别对应 1 处腐蚀和 2 处腐蚀情况。图 14 和 15 为接地网实验故障诊断的电阻抗成像图。



(a) 1处腐蚀示意图  
(a) Schematic diagram of corrosion in location 1



(b) 2处腐蚀示意图  
(b) Schematic diagram of corrosion in location 2

图 13 实验设计示意图

Fig. 13 Schematic diagram of experiment design

从图 14 和 15 中可以看出,当接地网某个支路发生腐蚀时,3 种算法均能反应接地网腐蚀情况。为了进一步定量分析 Tikhonov-TV 正则化的接地网成像优势,表 4 为选取最佳正则化参数情况下 3 种正则化的迭代精度和电阻率均方误差。

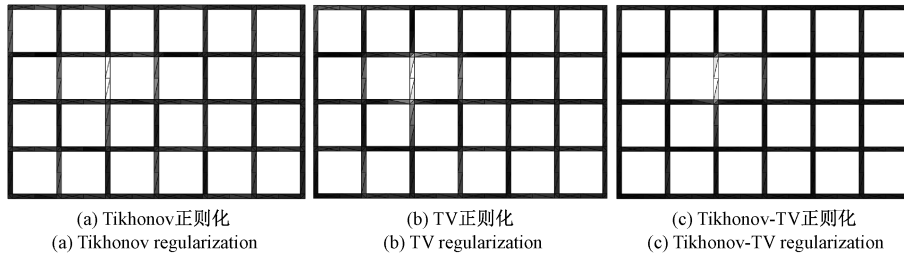


图 14 接地网 1 处腐蚀情况

Fig. 14 Corrosion condition in location 1 of grounding grid

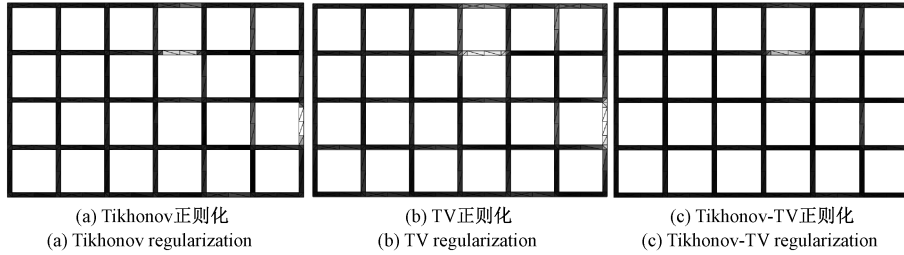


图 15 接地网 2 处腐蚀情况

Fig. 15 Corrosion condition in location 2 of grounding grid

表 4 实验迭代精度和电阻率均方误差

Table 4 Iteration precision and resistivity mean square error of the experiment

类型	1 处腐蚀			2 处腐蚀		
	Tikhonov	TV	Tikhonov-TV	Tikhonov	TV	Tikhonov-TV
正则化参数	$\alpha = 0.01$	$\beta = 0.0001$	$\alpha = 0.01$ $\beta = 0.0001$	$\alpha = 0.001$	$\beta = 0.0001$	$\alpha = 0.001$ $\beta = 0.0001$
迭代精度	$2.4738 \times 10^{-13}$	$2.1208 \times 10^{-13}$	$2.0009 \times 10^{-13}$	$8.2428 \times 10^{-13}$	$5.2251 \times 10^{-13}$	$4.7593 \times 10^{-13}$
电阻率均方误差	$2.2003 \times 10^{-15}$	$1.4183 \times 10^{-15}$	$1.2722 \times 10^{-15}$	$2.0501 \times 10^{-15}$	$1.6705 \times 10^{-15}$	$1.5943 \times 10^{-15}$

从表 4 可以看出,在最佳正则化参数的情况下,与 Tikhonov 正则化、TV 正则化相比,混合正则化(Tikhonov-TV)接地网 EIT 方法的迭代精度和电阻率均方误差最小,进一步验证了该方法的有效性和实用性。

### 5 结 论

针对接地网电阻抗成像腐蚀定位问题,提出了一种 Tikhonov 和 TV 正则化相结合的 Tikhonov-TV 正则化图像重建算法。该算法对接地网先验拓扑信息和未知拓扑信息的逆问题模型仿真成像,并采用电阻率均方误差和像素截线电阻率曲线图进行图像质量评价,最后针对先验拓扑信息的接地网模型进行了实验验证。仿真和实验结果表明,Tikhonov-TV 正则化图像重建算法既保留了 Tikhonov 正则化求解稳定性高的优点,又保留了 TV 正则化图像边界高对比度和锐度,图像重构效果更好,接地网腐蚀支路的位置和数量均能反映出来,改善了接地网电

阻抗成像逆问题病态性,为接地网故障支路诊断提供了一个很好的思路。后续工作中将对更加复杂的接地网模型进行故障支路检测和评估,进一步推动电阻抗成像技术向接地网故障诊断的实际应用迈进。

### 参考文献

[ 1 ] 杨滔,彭敏放,沈美娥,等.应用准稳态测量及小波变换的接地网腐蚀检测[J].仪器仪表学报,2011,32(9):2132-2138.  
 YANG T, PENG M F, SHEN M E, et al. Corrosion detection of grounding grids using quasi-steady-state measurement and wavelet transform[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2011, 32(9): 2132-2138.  
 [ 2 ] 张波,何金良,曾嵘.电力系统接地技术现状及展望[J].高电压技术,2015,41(8):2569-2582.  
 ZHANG B, HE J L, ZENG R. State of art and prospect of grounding technology in power system[J]. High Voltage Engineering, 2015, 41(8): 2569-2582.

- [ 3 ] 潘文霞, 柴守江, 周建文, 等. 基于最低合理可行准则的接地网安全风险评估[J]. 电工技术学报, 2017, 32(21): 218-224.  
PAN W X, CHAI SH J, ZHOU J W, et al. Safety risk assessment of ground grid based on minimum reasonable and feasible criteria [ J ]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2017, 32(21): 218-224.
- [ 4 ] WANG M, DORWARD A, VLAEV D, et al. Measurements of gas-liquid mixing in a stirred vessel using electrical resistance tomography (ERT) [ J ]. Chemical Engineering Journal, 2000, 77(1):93-98.
- [ 5 ] DUPRÉ A, RICCIARDI G, BOURENNANE S. Novel approach for analysis and design of high-speed electrical impedance tomographic system for void fraction measurements in fast two-phase flows[J]. IEEE Sensors Journal, 2017, 17(14): 4472-4482.
- [ 6 ] FRERICHS I, SCHOLZ J, WEILER N. Regional lung function in critically ill neonates: A new perspective for electrical impedance tomography [ M ]. Springer Berlin Heidelberg, 2008.
- [ 7 ] ZHANG K, LI M, YANG F, et al. Three-dimensional electrical impedance tomography with multiplicative regularization [ J ]. IEEE Transactions on Biomedical Engineering, 2019, 66(9): 2470-2480.
- [ 8 ] 刘洋, 崔翔, 卢铁兵. 变电站接地网的断点诊断方法[J]. 电网技术, 2008(2): 21-25.  
LIU Y, CUI X, LU T B. A diagnosis method of breaking points in grounding grid for substations [ J ]. Power System Technology, 2008(2): 21-25.
- [ 9 ] 陈瑞娟, 戚昊峰, 李炳南, 等. 基于栈式自编码器的磁探测电阻抗成像算法研究 [ J ]. 仪器仪表学报, 2019, 40(1): 257-264.  
CHEN R J, QI H F, LI B N, et al. Study on magnetic detection electrical impedance tomography algorithm based on stacked auto-encoder [ J ]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2019, 40(1): 257-264.
- [ 10 ] 刘杰. 基于电阻抗成像测量原理的接地网腐蚀诊断系统设计[D]. 重庆:重庆大学, 2012.  
LIU J. Design of corrosion diagnosis system for grounding grid based on the measurement principle of electrical impedance imaging [ D ]. Chongqing: Chongqing University, 2012.
- [ 11 ] 章伟睿, 张涛, 史学涛, 等. 基于差分迭代的电阻抗成像算法研究 [ J ]. 电工技术学报, 2021, 36(4): 747-755.  
ZHANG W R, ZHANG T, SHI X T, et al. Research on the algorithm of electrical impedance tomography based on differential iteration [ J ]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2021, 36(4): 747-755.
- [ 12 ] 叶明, 李晓丞, 刘凯, 等. 一种基于  $U^2$ -Net 模型的电阻抗成像方法 [ J ]. 仪器仪表学报, 2021, 42(2): 235-243.  
YE M, LI X CH, LIU K, et al. An image reconstruction method for electrical impedance tomography using  $U^2$ -Net [ J ]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021, 42(2): 235-243.
- [ 13 ] 代锋. 接地网的电阻抗成像系统与方法研究 [ D ]. 重庆:重庆大学, 2015.  
DAI F. Study on electrical impedance tomography system and method of grounding grid [ D ]. Chongqing: Chongqing University, 2015.
- [ 14 ] 李星, 杨帆, 余晓, 等. 基于内源式电阻抗成像的接地网缺陷诊断逆问题研究 [ J ]. 电工技术学报, 2019, 34(5): 902-909.  
LI X, YANG F, YU X, et al. Inverse problem of grounding grid defect diagnosis based on internal impedance tomography [ J ]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2019, 34(5): 902-909.
- [ 15 ] 黄嵩, 何为. 电阻抗成像中变差正则化算法的研究 [ J ]. 生物医学工程学杂志, 2006(6): 1153-1156.  
HUANG S, HE W. Study on variation regularization algorithm in electrical impedance imaging [ J ]. Journal of Biomedical Engineering, 2006(6): 1153-1156.
- [ 16 ] 范文茹, 王化祥, 郝魁红. 基于两步迭代 TV 正则化的电阻抗图像重建算法 [ J ]. 仪器仪表学报, 2012, 33(3): 625-630.  
FAN W R, WANG H X, HAO K H. Two-step iterative TV regularization algorithm for image reconstruction of electrical impedance tomography [ J ]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2012, 33(3): 625-630.
- [ 17 ] CHEN Q, MONTESINOS P, SUN Q S, et al. Adaptive total variation denoising based on difference curvature [ J ]. Image and Vision Computing, 2010, 28(3): 298-306.
- [ 18 ] LANDI G, PICCOLOMINI E L. An efficient method for nonnegatively constrained total variation-based denoising of medical images corrupted by Poisson noise [ J ]. Computerized Medical Imaging and Graphics, 2012, 36(1): 38-46.
- [ 19 ] DU B, HUANG Z, WANG N, et al. Joint weighted nuclear norm and total variation regularization for hyperspectral image denoising [ J ]. International Journal of Remote Sensing, 2018, 39(2): 334-355.
- [ 20 ] 王珣, 冯德山, 王向宇. 基于改进全变差正则化的 GPR 多尺度全波形双参数同步反演 [ J ]. 地球物理学报, 2020, 63(12): 4485-4501.  
WANG X, FENG D SH, WANG X Y. GPR multi-scale full waveform two-parameter synchronous inversion based on improved total variation regularization [ J ]. Chinese

- Journal of Geophysics, 2020, 63(12): 4485-4501.
- [21] 张思寒,肖微,胡元潮,等. 柔性石墨接地体及其接头耐腐蚀特性[J]. 电网技术, 2017, 41(4): 1357-1363.  
ZHANG S H, XIAO W, HU Y CH, et al. Corrosion resistance of flexible graphite grounding body and its joint[J]. Power System Technology, 2017, 41(4): 1357-1363.
- [22] NOVATI P, RUSSO M R. A GCV based Arnoldi-Tikhonov regularization method [J]. BIT Numerical Mathematics, 2014, 54(2):501-521.
- [23] 王化祥,何永勃,朱学明. 基于 L 曲线法的电容层析成像正则化参数优化[J]. 天津大学学报, 2006(3): 306-309.  
WANG H X, HE Y B, ZHU X M. Optimization of regularization parameters of capacitance tomography based on L-curve method [J]. Journal of Tianjin University, 2006(3): 306-309.
- [24] BORSIC A, GRAHAM B M, ADLER A, et al. In vivo impedance imaging with total variation regularization[J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2009, 29(1): 44-54.
- [25] 王晓宇,何为,杨帆,等. 基于微分法的接地网拓扑结构检测[J]. 电工技术学报, 2015, 30(3): 73-78,89.  
WANG X Y, HE W, YANG F, et al. Topology detection of ground grid based on differential method [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2015, 30(3): 73-78,89.
- [26] 王文东,胡绪权,徐正玉,等. 基于形态滤波的接地网拓扑检测[J]. 电工技术学报, 2021, 36(17): 3685-3692.  
WANG W D, HU X Q, XU ZH Y, et al. Topology detection of ground grid based on morphological filtering[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2021, 36(17):3685-3692.
- [27] 屈有恒,张贵宾,赵连锋,等. 井地有限线源三维电阻率反演研究[J]. 地球物理学进展, 2007(5): 1393-1402.  
QU Y H, ZHANG G B, ZHAO L F, et al. Study on 3-D resistivity inversion for infinite surface-borehole line current source[J]. Progress in Geophysics, 2007(5): 1393-1402.
- [28] 李星,杨帆,余晓,等. 基于自诊断正则化的电阻抗成像逆问题研究[J]. 生物医学工程学杂志, 2018, 35(3): 460-467.  
LI X, YANG F, YU X, et al. Inverse problem of electrical impedance tomography based on self-diagnostic regularization [J]. Journal of Biomedical Engineering, 2018, 35(3): 460-467.
- [29] 陈瑞娟,吴伟巍,李芳,等. 基于结构先验信息的磁探测电阻抗成像算法研究[J]. 仪器仪表学报, 2020, 41(5): 196-204.  
CHEN R J, WU W W, LI F, et al. Research on magnetic detection electrical impedance tomography based on structural prior information [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41(5): 196-204.

### 作者简介



**闫孝姮**,2005 年于辽宁工程技术大学获得学士学位,2008 年于辽宁工程技术大学获得硕士学位,2016 年于辽宁工程技术大学获得博士学位,现为辽宁工程技术大学副教授,主要研究方向为电磁探测与成像。

E-mail:xiaohengyan@163.com

**Yan Xiaoheng** received her B.Sc. degree in 2005, M.Sc. degree in 2008 and her Ph.D. degree in 2016 from Liaoning Technical University. Now, she is an associate professor in Liaoning Technical University. Her main research direction is electromagnetic detection and imaging.



**吕秋皓**(通信作者),2019 年于辽宁工程技术大学获得学士学位,现为辽宁工程技术大学硕士研究生,主要研究方向为电磁探测与成像。

E-mail:885778977@qq.com

**Lyu Qiuhao** (Corresponding author) obtained his bachelor degree from Liaoning Technical University in 2019, he is now a master degree candidate in Liaoning Technical University, his main research direction is electromagnetic detection and imaging.



**林晓雪**,2019 年于辽宁工程技术大学获得学士学位,现为辽宁工程技术大学硕士研究生,主要研究方向为电磁探测与成像。

E-mail:1604006222@qq.com

**Lin Xiaoxue** obtained her bachelor degree from Liaoning Technical University in 2019, she is now a master degree candidate in Liaoning Technical University, her main research direction is electromagnetic detection and imaging.



**陈伟华**,2002 年于辽宁工程技术大学获得学士学位,2006 年于辽宁工程技术大学获得硕士学位,2016 年于辽宁工程技术大学获得博士学位,现为辽宁工程技术大学副教授,主要研究方向为无线电能传输技术。

E-mail:fxlgd@163.com

**Chen Weihua** received his B.Sc. degree in 2002, M.Sc. degree in 2006 and Ph.D. degree in 2016 all from Liaoning Technical University. He is now an associate professor in Liaoning Technical University and his main research interest is radio energy transmission technology.