

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2108042

## 考虑移相参数匹配的任意腔长下多表面干涉测量\*

常林, 何婷婷, 闫恪涛, 王陈, 于瀛洁  
(上海大学 机电工程与自动化学院 上海 200444)

**摘要:**传统的多表面波长调谐移相干涉法只能实现透明被测件处于固定位置下的测量,当移相值或者腔长改变时算法的有效性和求解精度没有被深入讨论和分析。为了在任意腔长下实现透明被测件各表面的同时测量,本文提出了一种可实现自适应移相匹配的加权多步采样算法。首先,基于特征多项式,介绍了一种具有移相误差和耦合误差抑制能力的加权多步相位解调技术,可以同时对被测件的3个表面进行测量;进而,基于Zernike多项式,对移相参考系数和腔长系数的任意组合下的算法求解误差进行了迭代计算和分析,为最优参数的匹配提供参考。仿真结果表明所提出的算法求解残余误差小于 $3 \times 10^{-4} \lambda_0$ 。此外,引入ISO-25178系列三维高度参数对算法性能进行了验证。在实验中,利用Fizeau干涉仪分别对厚度为10和5 mm的透明平板在不同腔长下进行了测量。仿真和实验的结果表明,所提出的算法可以实现任意腔长和厚度下的多表面测量,其可靠性和实用性得到了验证。

**关键词:** Fizeau式干涉仪;多表面干涉测量;移相匹配;透明平行平板;波长移相  
**中图分类号:** TH744.3      **文献标识码:** A      **国家标准学科分类代码:** 510.20

## Multi-surface interference measurement with arbitrary cavity lengths considering phase-shifting parameter matching

Chang Lin, He Tingting, Yan Ketao, Wang Chen, Yu Yingjie

(School of Mechatronic Engineering and Automation, Shanghai University, Shanghai 200444, China)

**Abstract:** The traditional multi-surface wavelength tuning phase-shifting interferometry can only achieve the measurement of transparent objects in fixed positions, and the effectiveness and solution accuracy of the algorithms are not intensively discussed and analyzed when the phase-shifting value or cavity length is changed. To achieve the simultaneous measurement of various surfaces of the transparent objects at arbitrary cavity lengths, a weighted multi-step sampling algorithm that can achieve adaptive phase shift matching is proposed in this paper. Firstly, based on the characteristic polynomial, a weighted multi-step phase demodulation technique with phase-shifting error and coupling error suppression capability is introduced, which can measure three surfaces of a transparent object simultaneously. Then, based on the Zernike polynomial, the algorithm solution error is iteratively calculated and analyzed for the arbitrary combinations of the phase-shifting reference coefficient and cavity length coefficient to provide a reference for the optimal parameter matching. The simulation results show that the residual error of the proposed algorithm solution is less than  $3 \times 10^{-4} \lambda_0$ . Besides, the 3D height parameters in the ISO-25178 series are introduced to verify the algorithm performance. In the experiments, a Fizeau interferometer was used to measure the transparent flat plates with thicknesses of 10 and 5 mm, respectively at different cavity lengths. The simulation and experiment results show that the proposed algorithm can achieve multi-surface measurements at arbitrary cavity lengths and thicknesses, and its reliability and practicality are verified.

**Keywords:** Fizeau interferometer; multi-surface interferometry; phase-shifting matching; transparent parallel plate; wavelength phase shifting

收稿日期:2021-06-04      Received Date: 2021-06-04

\* 基金项目:国家重点研发计划(2016YFF0101905)项目资助

## 0 引言

多表面透明平行平板在光学系统中应用广泛,其各表面形貌的高精度重建对于量化和评估元件质量具有重要意义<sup>[1-2]</sup>。传统的干涉测量方法多是基于压电陶瓷推动参考镜的硬件移相、基于偏振原理的瞬态移相或傅里叶空域分析来实现的,仅可处理单表面干涉问题<sup>[2-3]</sup>。并且因其结构特性和移相机理的限制,不可避免地存在机械误差及迟滞误差<sup>[4]</sup>。从实现原理而言,硬件移相干涉仪通过控制压电材料改变参考镜与被测件之间的相对位置(光程差),从而实现移相。通过这种方式所采集到的干涉图中,各个谐波信号的特征无法被有效区分,因此通过传统硬件移相方法同时对各被测面进行重建是十分困难的<sup>[4-8]</sup>。使用硬件移相干涉仪对多表面的被测件进行测量时,通常在非测量平面上涂抹消光材料以抑制多表面反射信号,然后重复这个过程对另一表面进行测量。但是这种处理方式的缺点十分明显:在消光材料的涂抹和清洗过程中,极易将误差纳入到干涉图中,甚至可能会对被测件表面造成损伤,这对于高精度干涉测量十分不利。

测量多表面透明平板时的主要难点在于:由于被测件的各个表面均与参考镜之间发生干涉,并且被测物的前后表面之间所产生的自干涉信息也会反映到采集到的干涉光强图中,因此干涉图中每一个像素点的光强值都是多表面信息叠加的结果。只有将各个谐波信号进行分离或抽取,才可以完成各被测面的重建。波长调谐移相干涉技术能够通过改变光源波长使得各被测面具有不同的移相值,这便为信号之间的分离和提取提供了基础。因此波长移相干涉技术是测量多表面透明被测件的一种有效方法。

近年来国内外学者提出多种相位解调技术<sup>[9-19]</sup>。基于窗函数限定条件的计算,Sun等<sup>[9]</sup>提出一种加权36步移相算法,可以实现被测件的各表面同时测量。但是这种算法没有对移相值和干涉图采集帧数进行深入分析,因此只能适用于有限的测量情形。为降低测量过程中的计算成本,许多时域处理算法得到了发展<sup>[10-13]</sup>。Kim等<sup>[10]</sup>设计了一种在固定腔长进行采样窗计算的时域离散相位解调算法。该算法通过设计采样窗来抑制移相误差,并且可以高精度地提取目标信息。但是这种系列的算法的适用范围有限,无法实现任意腔长下的测量。Bai等<sup>[14]</sup>提出一种基于压缩传感原理的相位解调算法,该算法具有较好的深度分辨率。但是在处理带有多重相干噪声的干涉图时效果不佳。Dong等<sup>[15]</sup>发展了一种测量透明聚合物的新方法,该方法可以使用光学相干层析成像绘制深度分辨的相位差分布图。基于最小二乘原理对信号的相位等信息进行拟合求解的算法是一类经典的测量

方法<sup>[16-18]</sup>,并且经过改进可以用于多表面干涉图的处理<sup>[19]</sup>。这种算法可以通过多次迭代求解的方式得到被测件的初始相位信息和移相值,但是需要对迭代的初始值进行精确估计。

但是上述方法仍然不足以解决被测件在任意测量位置下的多表面干涉测量问题。目前所发展起来的多表面测量算法均对腔长和被测件的平均厚度进行了限定<sup>[9-11,19]</sup>,对算法在不同测量位置下的适应性没有深入探索。为了研究多表面相位解调算法在不同腔长下的有效性以及算法与测量方案的设计之间的统一性问题,应当首先对算法性能及算法残余误差分布进行量化和分析。

为了解决上述问题,本文提出了一种基于波长调谐移相干涉原理的自适应移相匹配算法(adaptive matching phase-shifting algorithm, AMPSA),可以实现任意测量位置下的多表面相位解调。AMPSA算法主要分为两个部分:首先,基于发展于特征多项式的窗函数和逆离散傅里叶变换原理构建了多表面相位解调算法,该算法具有良好的移相误差与耦合误差的抑制能力;而后采用迭代计算的方法对不同腔长值与移相值下的算法残余误差进行分析和判定,并且将符合预期的腔长与移相值的组合结果组成预匹配矩阵。结合所设计的矩阵寻址方法,AMPSA算法可以通过自适应改变移相值和干涉图采样帧数实现任意腔长下的干涉测量,并且所需要的采样帧数是最优的。所提出的AMPSA算法突破了传统技术中对于被测件测量位置的限制,扩大了多表面相位解调算法的应用范围。数值模拟和实验结果均证明了所提出的算法的有效性。

## 1 多表面干涉的基本原理

干涉仪光源所发出的激光通过参考镜后分别在被测件的各表面发生反射,而后反射信号进入观测系统。在这个过程中,各反射信号两两之间互相干涉,其叠加的干涉光强干涉图由CCD(charge coupled device, CCD)捕获。此时,多表面透明被测件的干涉光强表示为<sup>[16]</sup>:

$$I(x, y, k) = I_0(x, y) + \sum_{n=1}^{N_T} \gamma_n(x, y) \cos[\varphi_n(x, y) + \Delta\varphi_n(x, y)(k-1)] \quad (1)$$

式中: $I(x, y, k)$ 为是像素点 $(x, y)$ 在第 $k$ 张干涉图中所捕获的光强; $n$ 为谐波次数; $\Delta\varphi_n(x, y)$ 和 $\varphi_n(x, y)$ 分别是单步移相值和初始相位; $I_0(x, y)$ 为直流分量; $\gamma_n(x, y)$ 为调制值; $N_T$ 是总谐波次数。对于波长调谐移相技术而言,移相操作通过改变光源的波长实现。由于每个表面的反射信号与参考面之间的光程差是不同的,因此各谐波具有不同的移相频率。不同的干涉信号之间频次关系的确定是进行解相的基础。考虑到参考面和各被测面之

间的光程差分布,使用移相频率  $v_n(x, y)$  和时域变量  $t$  给出各谐波的移相值:

$$\Delta\varphi_n(x, y) = 2\pi v_n(x, y)t \quad (2)$$

图 1 展示了不同光程差下表面的各个信号的频率分布。角标为  $f, r, f-r$  时,分别代表被测件的前表面、后表面和前后表面之间的厚度变化信号的频率。其中角标  $m$  代表多次反射的寄生信号,其强度较小,对求解结果的影响有限,因此对该信号不作考虑。

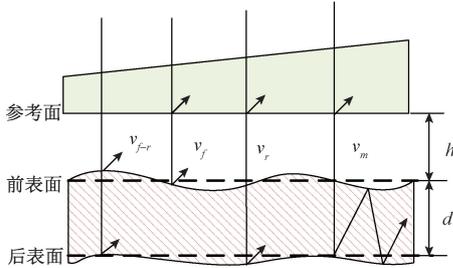


图 1 移相频率与光程差的关系

Fig. 1 The relationship between phase-shifting frequency and optical path difference

因此,考虑到频率分布与光程差之间的关系,各信号的频率可以描述为:

$$v_n(x, y) = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2} \left[ Pn_0h + Qn_1d \left( 1 - \frac{\lambda_0}{n_1} n'_\lambda \right) \right] \quad (3)$$

式中:  $P, Q$  分别是激光束在被测件前表面和参考镜之间的空气隙中的反射次数以及在被测件内部的反射次数;  $h$  为参考镜面与被测镜前表面之间的光程,数值上为被测件与参考镜之间的距离值,可称为被测件的腔长值;  $\lambda_0$  和  $\Delta\lambda$  分别为初始波长和单步移相对应的波长调谐量;  $n_1$  和  $d$  代表被测件的折射率和平均厚度;  $n'_\lambda$  是折射率  $n_1$  随波长改变的变化率,但由于波长调谐范围较小,因此  $n'_\lambda$  接近于 0。一般情况下,空气  $n_0$  的折射率取 1。

图 2 所示的是经典的 Fizeau 波长调谐干涉仪,可以通过改变  $\Delta\lambda$  进行移相。并且通过人为地设置被测件的测量位置(腔长),可以使得各谐波信号之间具有一定的频率差异,这是进行信号分离的基础之一。考虑到激光传输规律及各谐波的光程差分布特性,当被测件为薄板时,将腔系数定义为  $M = h(x, y)/n_1d$ ,因此可以将被测件的前表面、后表面以及厚度变化信号的谐波频次表示为  $n = M, M + 1, 1$ 。

为了高精度地重建被测表面轮廓,本文介绍一种基于特征多项式以及逆离散傅里叶原理的加权采样算法来提取各谐波的初始相位,从而对各被测面进行重建。基于傅里叶变换原理,离散序列可被分解为具有不同频率的正弦函数和余弦函数,并且其相角部分可以保留各信号成分的相位信息。该过程可以简述为:

$$\sum_{k=1}^Z a_n(k)I(k, x, y) \approx \gamma_n \cos[\varphi_n(x, y)] \quad (4)$$

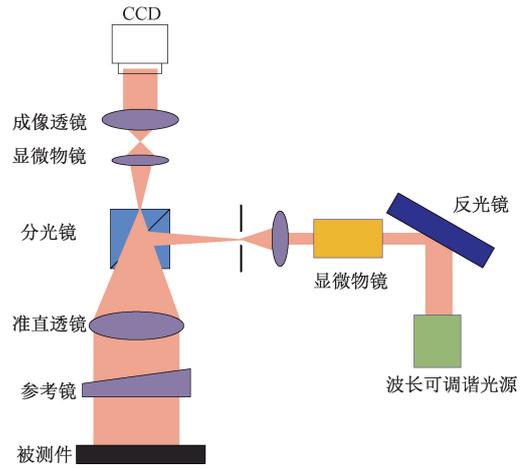


图 2 Fizeau 波长调谐干涉仪原理

Fig. 2 Principle of the Fizeau wavelength-tuning interferometer

$$\sum_{k=1}^Z b_n(k)I(k, x, y) \approx \gamma_n \sin[\varphi_n(x, y)] \quad (5)$$

式中:  $a_n(k)$  和  $b_n(k)$  分别是余弦项和正弦项的加权采样权值;  $Z$  是干涉图的总采集帧数。经过反正切后可以得到对应频次信号的包裹相位,而后经解包裹和消倾斜便可得到被测信号的初始相位值。基于不同干涉表面的光程差的分布,由初始相位可以得到前表面  $W_f(x, y)$ 、后表面  $W_r(x, y)$  和厚度变化  $W_{f-r}(x, y)$  的重构的表面形貌和厚度变化<sup>[16]</sup>:

$$W_f(x, y) = \lambda_0 \frac{\varphi_f(x, y)}{4\pi} \quad (6)$$

$$W_r(x, y) = \lambda_0 \frac{\varphi_r(x, y)}{4\pi} \quad (7)$$

$$W_{f-r}(x, y) = \lambda_0 \frac{\varphi_{f-r}(x, y)}{4\pi n_1} \quad (8)$$

在加权采样权值的设计中,窗函数的选用对于算法的相位解调性能具有重要影响。为了使得算法具有对移相误差、耦合误差等误差因素的抑制能力,Surrel 通过布置特征多项式  $P_x(x)$  中根的分布,提出了一种通用的窗设计方法<sup>[9,12]</sup>,可以实现对目标谐波信号的精确提取。 $P_x(x)$  可以表示为:

$$P_x(x) = [P_s(x)]^{power_{max}} = [1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{N-1}]^{power_{max}} = \sum_{k=1}^Z w_k(k) x^{k-1} \quad (9)$$

式中:特征变量  $x = \exp(jn2\pi/N)$ ;  $j$  为虚数单位;  $w_k(k)$  为特征变量的系数,同时也是加权采样算法的窗函数;  $N$  为移相参考系数,与实验方案和算法设计有关,对于基频信号而言,其每一步的移相值为  $2\pi/N$ 。  $power_{max}$  是同步检测多项式  $P_s(x)$  的最高次幂;所需干涉图的数目与多项式系数的个数相同,即  $Z$ 。考虑到多项式定理,计算  $T_s$  个

变量  $s_1, s_2, \dots, s_{T_s}$  的  $n'$  次幂中的变量系数分布的过程可以表示为:

$$(s_1 + s_2 + \dots + s_{T_s})^{n'} = \sum_{n_g \geq 0, n_1 + n_2 + \dots + n_{T_s} = n'} \frac{n'!}{n_1! n_2! \dots n_{T_s}!} \prod_{1 \leq g \leq T_s} s_g^{n_g} \quad (10)$$

通过上式可以对特征多项式中的变量系数进行求取。以  $power_{\max} = 5$  为例,在不同的  $N$  值下的加权多步采样窗函数的形式如图3所示。此外,采样帧数(窗函数长度)可以表示为:  $Z = power_{\max} \times N - power_{\max} + 1$ 。

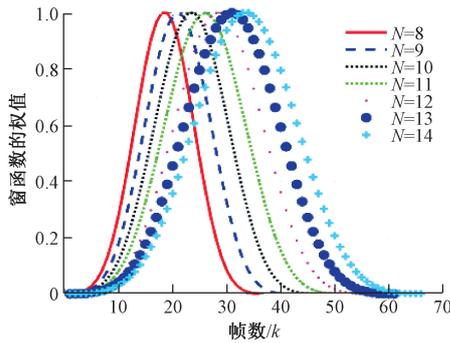


图3 加权多步采样算法的窗函数

Fig. 3 The window function of the weighted multi-step sampling algorithm

在波长调谐时,由于空气扰动、平台振动等因素的存在,理论值与实际值之间是不严格相等的,并由此会带来相应的测量误差。因此,需要研究移相误差、谐波误差、耦合误差对测量结果的影响。以厚度变化信号为例,考虑移相误差系数  $\delta_p$  的移相值  $\Delta\varphi_{f-r}$  可以表示为式(11)<sup>[9-11]</sup>。

$$\Delta\varphi_{f-r} = \frac{2\pi}{N} \left[ 1 + \sum_{p=0}^q \delta_p \left( \frac{2}{N} \right)^p \right] \quad (11)$$

式中:  $p = 0, 1, 2, 3, \dots, q$ ;  $q$  是  $\delta_p$  的最大阶数。因此,总的移相误差  $\Delta\varepsilon_{f-r}$  由下式得出:

$$\Delta\varepsilon_{f-r} = \Delta\varepsilon_n + \Delta\delta_p + \Delta\varepsilon_{\text{double-n}} \quad (12)$$

式中:  $\Delta\varepsilon_n, \Delta\delta_p, \Delta\varepsilon_{\text{double-n}}$  表示第  $n$  ( $n \geq 2$ ) 次谐波误差、移相误差和产生于谐波误差与移相误差之间的耦合误差。基于式(9)所示的特征多项式可以开发出各类能够抑制不同类型和阶数误差的采样算法<sup>[8]</sup>:为了抑制第  $n$  次谐波分量信号和移相误差,特征多项式在复数单位圆上应至少有1个单根,并在  $n = -1$  处有3个根<sup>[20]</sup>;为了抑制耦合误差<sup>[8]</sup>,每个根的次幂数应该  $\geq 2$ 。此外,可通过不同的需求对  $power_{\max}$  进行选择,且该参数一旦确定,则可以使得窗函数具有抑制  $power_{\max} - 2$  次的移相和耦合误差的能力。在确定上述参数后,进而通过系数的提取或通过计算式(10)所示变量系数计算方法得到采

样算法窗函数<sup>[11,20]</sup>。应注意,为了保证窗函数的最佳性能,本文未对该函数进行拟合,因此由拟合所引入的误差可以避免。

本文以  $power_{\max} = 5$  为例发展移相算法,以抑制最高为3阶的移相误差及其耦合误差。基于离散傅里叶变换(discrete Fourier transform, DFT)原理,各谐波的加权多步采样权值可以由下式确定:

$$a_n(k) = w_k(k) \cos\left(\frac{2kn\pi}{N}\right) \quad (13)$$

$$b_n(k) = w_k(k) \sin\left(\frac{2kn\pi}{N}\right) \quad (14)$$

将式(13)~(14)带入到式(4)~(5)中进行求商,经过解包裹以后便可以实现各谐波的相位提取。在众多窗函数中,汉宁窗(Hanning)和海明窗(Hamming)常被用于提取目标信号<sup>[20-24]</sup>,因此我们选择这两种窗函数与本文提出的算法进行比较。上述两个窗函数的表达式如式(15)~(16)所示。

$$w_{\text{Hanning}}(k) = \frac{2}{N} \cos^2\left[\frac{\pi}{2N}(k - N)\right] \quad (15)$$

$$w_{\text{Hamming}}(k) = \frac{2}{N} \left[ 0.08 + 0.92 \cos^2\left[\frac{\pi}{2N}(k - N)\right] \right] \quad (16)$$

为了观察不同采样方法对波面重建结果的影响,本节分析了不同的一阶移相误差系数  $\delta_0$  下基于各窗函数所发展的算法求解误差的 RMS (root mean square, RMS) 值,如图4所示。

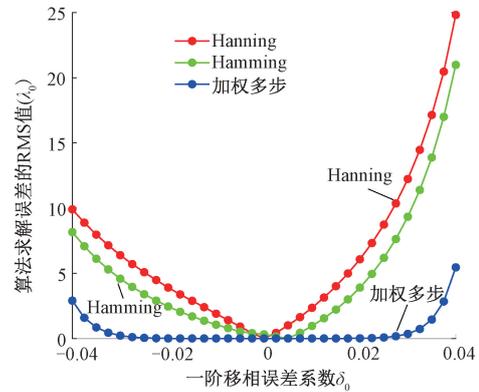


图4 不同窗函数下一阶移相误差的 RMS 分布

Fig. 4 The RMS distribution of the first-order phase-shifting errors under different window functions

从图4所示的结果可以看出,基于特征多项式所发展的加权多步算法在抑制移相误差方面优于传统的采样窗,验证了该算法优越的性能。至此,本文所提出的 AMPSA 算法的基本相位解调结构构建完成,但是这仍然不足以满足任意腔长下的多表面测量,该问题将在第2节进行研究和解决。

## 2 基于预选代的加权多步移相采样算法

目前存在的加权采样算法只能应用于特定的腔长和被测件平均厚度之比时的测量<sup>[8-9,19,25-29]</sup>,换言之,这些方法受到特定测量位置的限制,不能实现任意测量位置下的多表面测量。如文献[9]中所提出的36步算法,只研究了 $N=8$ 、 $M=10$ 下的测量结果;文献[19]中所提出的多表面拟合迭代算法只研究了 $N=4$ 、 $M=9.54$ 下的测量情形。但是当腔长值或移相值改变时算法的性能如何、算法是否仍然有效,上述文献没有对这些问题展开讨论。

因此,为了扩大算法的应用范围、解决任意腔长位置下的多表面干涉测量问题,需要综合分析算法在不同测量情形下的性能和误差分布。当多表面相位解调算法能够对目标相位进行提取时,应当首先满足下面两个因素<sup>[9,14]</sup>:1)目标信号频率是独立存在的,没有其他信号的频谱干扰;2)每一个信号都应被完整采样,即每一个信号均需要满足采样定理。当不满足上述两个条件时,算法将是无效的,无法对三个信号同时进行高精度提取。

因此,本文采用一种对关键参数组合进行逐步迭代的方法对不同测量条件下算法的性能进行深入分析,并且将符合预期的组合结果进行储存,以备选用。通过所设计的寻址方法对储存的结果进行读取,可以确定不同测量条件下的最优算法参数,进而实现任意腔长下的多表面测量。由于被测件的腔长和平均厚度能够决定 $M$ ,而 $N$ 可以决定移相值和采样帧数,因此上述过程可以通过对 $M$ 与 $N$ 的不同组合下算法残余误差的分析和评判进行实现。通过对多表面干涉波面的数值仿真(模拟方法详见第3节),使用所引入的加权多步相位解调算法对不同 $M$ 和 $N$ 的组合下的干涉图进行处理,并将所求解的残余误差的判断结果存储在预匹配矩阵中,以备测量时进行读取。该过程可描述为:

1)基于Zernike多项式建立多表面干涉模型,并且发展多表面相位解调算法;

2)对 $M$ 和 $N$ 的组合下的干涉情形逐一进行模拟,并且使用相应的算法参数进行相位解调。作为示例,我们将 $N$ 的迭代范围设为8~14,迭代步长 $\Delta N$ 设为1。考虑到傅里叶变换的周期性,在 $N$ 的每一个循环迭代过程中,我们将 $M$ 的迭代范围从1设置为 $N$ (当前迭代值),并将腔长改变的步长增量 $\Delta M$ 设置为0.1;

3)将每一步算法处理后的各波面重建误差的RMS值进行判定。若当前 $M$ 和 $N$ 的组合下的各表面残余误差的RMS值中的最大值满足式(17),则判定算法在这种组合下的性能是符合预期的。

$$\max[|\Delta\Re(\varphi_{\text{real}} - \varphi^*)|] \leq \varepsilon \quad (17)$$

式中: $\max$ 表示取结果的全局最大值; $| |$ 表示取绝对值;

$\Delta\Re(\varphi_{\text{real}} - \varphi^*)$ 表示计算的相位 $\varphi^*$ 和模拟波面相位 $\varphi_{\text{real}}$ 之间所对应的波面重建误差全局RMS值,该过程应当对3个被测面分别进行实现。不等式的右边是指当3个信号的重建波面误差的RMS值的最大值小于等于 $\varepsilon$ 时,则判定当前 $M$ 和 $N$ 组合下的算法性能符合预期;否则判定为当前计算误差过大,不满足预设要求,将该组结果舍弃。为了达到高精度测量的目标,我们预设的误差判定条件设置为 $\varepsilon=1$  nm。

4)将满足上述误差判定条件的参数组合以 $N$ 为周期进行延拓,并且将延拓的结果储存到预匹配矩阵以备选用。延拓的长度视需求而定,本文选择延拓量为原本数据量的50倍。截取预匹配矩阵中其中一部分数据,并且将有效区域以色块填充,结果如图5所示。

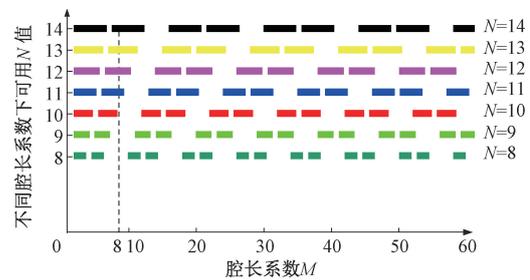


图5 不同 $M$ 下可用 $N$ 值的分布

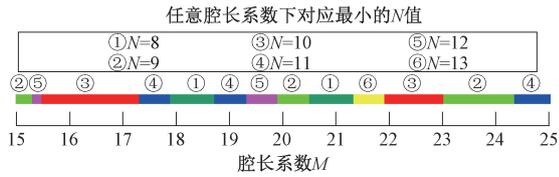
Fig. 5 The distribution of the available  $N$  under different  $M$

为了进一步阐述所提出的算法的使用方法,结合图5,若被测件的平均厚度和腔长所决定的 $M=8$ ,则根据 $M=8$ 进行寻址,可以匹配到当前可用的 $N$ 值的分布是从11到14。其中最小可用值为11,取此值可以通过采集最少的干涉图帧数解调出各表面的初始相位分布。

通过这种移相匹配方法,不仅实现了任意腔长下的高精度测量,并且可以实现测量方案的最优设计。需要注意的是,算法的迭代前数据一旦计算并储存到预匹配矩阵中,就可以指导后面的测量方案和算法的设计,而非每次测量都进行上述计算。

图6显示了预匹配矩阵中 $M=15\sim 25$ 时所对应最优 $N$ 值的结果。在该段中( $M=15\sim 25$ )并无 $N=14$ 的结果对应。这是由于本文所设计的最优匹配方法是对每一个 $M$ 值对应最小可用 $N$ 值,在实际应用时该条件也可根据不同测量需求尽量改变,此时最优 $N$ 值的对应会情况会发生改变。例如,为进一步保证算法的鲁棒性,当一个 $M$ 对应多个 $N$ 时,也可选用次小值作为最优取值方案。

但是在实际应用过程中,由于实际测量中的腔长分布对每个测量位置都是连续的,因此本文提出的预匹配方法不能满足所有腔长系数的要求。对于离散测量位置的连续化,由于所发展的算法对于腔长系数偏移误差(对结果影响是线性的,可视作线性移相误差)具有抑制能

图6  $M=15\sim 25$  时对应的最优的  $N$  值分布Fig. 6 The distribution of the optimal  $N$  corresponding to  $M=15\sim 25$ 

力,因此我们采用的方法是以最小离散间隔的较大值作为计算值来定位可用  $M$ ,以实现有效区间的连续化。举例而言,若当前  $M=1.87$ ,则取  $M=1.9$  计算对应  $N$  值,在相位解调时仍以  $M=1.87$  带入,则可完成连续化处理。另外,尽量取更小的计算间隔  $\Delta M$  也可以减少腔长系数偏移误差对测量结果的影响。至此,我们完成了 AMPSA 算法的设计,在下节将对算法的性能进行综合分析。

### 3 数值模拟验证

为了验证所提出的算法在任意腔长条件下的可靠性和有效性,我们将基于 Zernike 多项式对所提出的 AMPSA 算法的性能进行分析。本节首先介绍使用 Zernike 多项式对多表面干涉波面的模拟方法,进而分析算法的三维波面重建误差分布以及算法在不同腔长和不同厚度下的性能,从多个角度验证 AMPSA 算法的性能。

#### 3.1 基于 Zernike 多项式的多表面干涉模拟

考虑到光学测量中波面像差的分布规律,我们采用 Zernike 多项式来描述波面特性<sup>[30]</sup>,并据此模拟多表面干涉的条纹图。用 Zernike 多项式模拟的每个表面的波面特性可以式(18)所示的形式。其中  $s=f,r$  代表被测件的前、后表面的干涉波面,通过前后表面的差值可以得到厚度变化的波面(光学厚度); $k_1, k_2, k_3, k_4$  分别代表相位色散、散焦、 $X$  及  $Y$  方向倾斜, $k_5$  表示波面沿光传播方向的偏移量; $(x_0, y_0)$  为干涉图中有效区域的中心坐标; $R_1, R_2, R_3, R_4$  分别为各像差半径。

$$H_s(x, y) = k_1 \times \left[ \left( \frac{x - x_0}{R_1} \right)^2 - \left( \frac{y - y_0}{R_1} \right)^2 \right] + k_2 \times \left[ 2 \times \left( \left( \frac{x - x_0}{R_2} \right)^2 - \left( \frac{y - y_0}{R_2} \right)^2 \right) - 1 \right] + k_3 \times \frac{x - x_0}{R_3} + k_4 \times \frac{y - y_0}{R_4} + k_5 \quad (18)$$

各表面波面参数和仿真中的干涉条件如表 1 所示。为了检验任意腔长下算法的适用性及可靠性,我们随机地将腔长设置为 143.63 mm。模拟的像差半径均设置为像素为  $512 \times 512$  的干涉图的一半。有效干涉区的中心位于模拟波面的几何中心。

通过表 1 中所列参数,可得到如图 7 所示的模拟的各表面形貌分布,其中  $\lambda_0 = 632.67 \text{ nm}$  是干涉仪中光源的初始波长。

表 1 仿真参数值

Table 1 The simulation parameter values

测量条件		前表面		后表面	
参数	取值	参数	取值	参数	取值
$n_0$	1.00	$K_1$	0.20	$K_1$	0.10
$n_1$	1.50	$K_2$	0.65	$K_2$	1.32
$d/\text{mm}$	5	$K_3$	0.15	$K_3$	-0.03
$h/\text{mm}$	143.63	$K_4$	0.05	$K_4$	-0.05
$\varepsilon/\text{nm}$	1.00	$K_5$	0.10	$K_5$	0.00

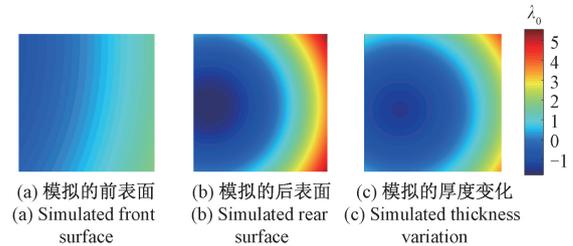


图 7 模拟的各表面轮廓

Fig. 7 Simulated surface profiles

在算法实现和预选代矩阵寻址时,首先输入仿真的测量参数,通过腔长值和被测件的光学厚度(被测件厚度与其材料折射率之积)得到当前实际  $M$  值为 19.15。进而通过在预选代矩阵中寻址目标值,可以匹配到当前最小的可用  $N$  为 11。因此,基频信号(厚度变化信号)的单步移相值为  $2\pi/11$ ;所需的干涉图总数为 51( $11 \times 5 - 4 = 51$ ),该值也等于此种条件下的采样窗函数的长度。进而可以通过所确定的  $M$  值和  $N$  值对干涉图进行相位解调,并重建各被测波面。

#### 3.2 误差分析与算法的性能评价

为了综合评估该算法性能,我们对 3.1 节所模拟的干涉图进行波面重建,并且计算其三维重建误差,结果如图 8 所示。

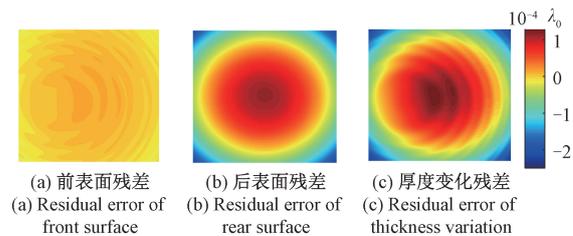


图 8 残差分布

Fig. 8 The residual error distribution

通过上面的结果我们可以观察到:每个波面的重构误差均小于  $3 \times 10^{-4} \lambda_0$ ,符合算法设计中的预设误差的条件(1 nm),这也验证了算法的可靠性。

此外,本文所提出的 AMPSA 实际上可以实现任意腔长系数下的干涉测量。换言之,该算法不仅可以满足任意腔长下的测量,同时可用于任意厚度的平板的测量。因此我们将研究 AMPSA 在不同腔长和厚度下的误差分布。与此同时,我们选择经典的 7N-6 多表面移相算法作为对比<sup>[10]</sup>。

通过图 9 中的计算结果我们可以看出:传统的 7N-6 算法因为无法自适应改变移相值等参数,因此在相当广的范围内算法是失效的(残余误差接近微米级)。而使用 AMPSA 对不同腔长和平均厚度的平板进行测量时,该算法均具有较好的性能,充分地验证了算法的有效性。此外,在图 9(a)和(b)中可以看到两处突变,误差波动范围分别约为  $10^{-4} \lambda_0$  和  $3 \times 10^{-6} \lambda_0$ 。

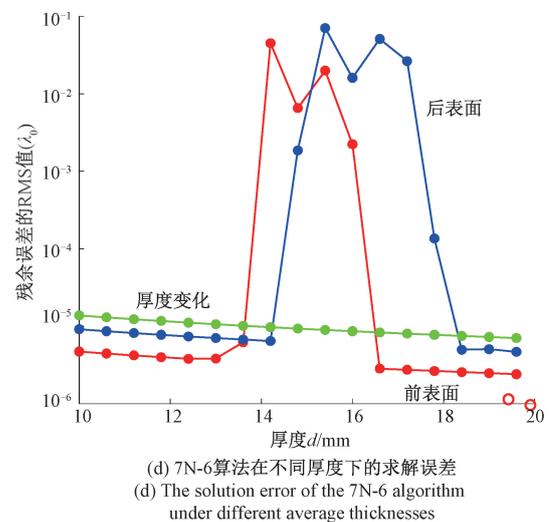
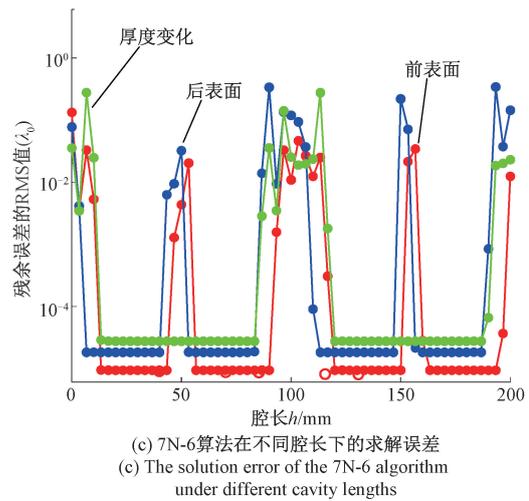
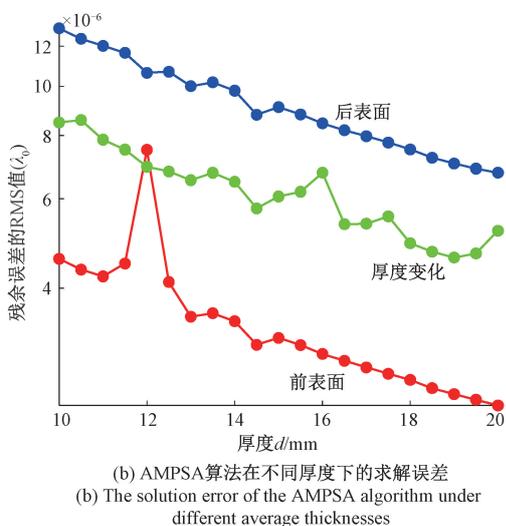
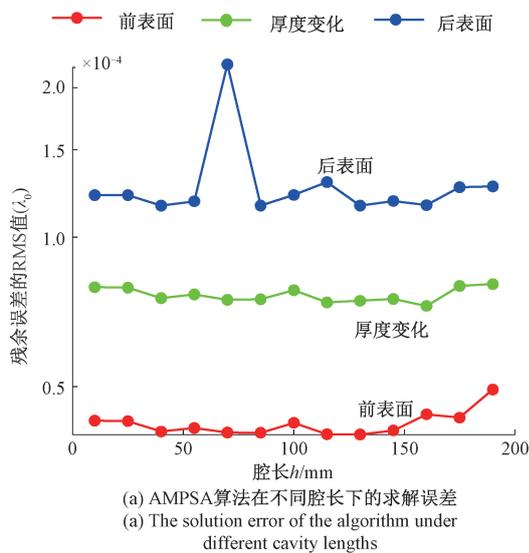


图 9 不同腔长和厚度下算法残余误差的 RMS 值分布  
Fig. 9 The RMS distribution of algorithm residual error under different cavity lengths and thicknesses

该处突变的原因主要是腔长系数范围连续化操作带来的线性偏移误差。由于所提出的算法对该类误差具有一定抑制作用,因此其总体波动不大。通过减少腔长系数的迭代步距可减少该部分偏移误差对结果的影响。另一有效方法是增加采样序列的长度或者减小采样间隔,这也会提升算法性能。

进一步地,为了多角度评价本文所提出 AMPSA 的信号分离和相位提取性能,我们采用一种高度评价参数的方法对重构的波面误差进行评价<sup>[31-32]</sup>。在传统的评价方式中:领域内学者通常使用 PV 值和 RMS 值来描述被测表面的质量或误差分布<sup>[3,5,10-11]</sup>。然而,仅通过 PV 值和 RMS 值的孤立结果对解相的结果进行评价是不充分的,无法多方位描述波面重构误差的分布大小及趋势等信息。因此我们对 ISO-25178 中的高度参数进行研究,将

各参数的计算过程进行了离散化处理,并用表2所示的计算方法对重构误差进行计算,并且阐述了每个参数的意义。

表2 高度参数的阐述及其计算方法

Table 2 The expounding and calculation method of the height parameters

计算方法	意义
$S_a \Rightarrow \frac{1}{n_x \cdot n_y} \sum_{x=1}^{n_x} \sum_{y=1}^{n_y}  z(x,y) $	算术平均值
$S_q \Rightarrow \sqrt{\frac{1}{n_x \cdot n_y} \sum_{x=1}^{n_x} \sum_{y=1}^{n_y}  z^2(x,y) }$	均方根值
$S_{sk} \Rightarrow \frac{1}{S_q^3} \cdot \frac{1}{n_x \cdot n_y} \sum_{x=1}^{n_x} \sum_{y=1}^{n_y}  z^3(x,y) $	倾斜度
$S_{ku} \Rightarrow \frac{1}{S_q^4} \cdot \frac{1}{n_x \cdot n_y} \sum_{x=1}^{n_x} \sum_{y=1}^{n_y}  z^4(x,y) $	峭度

在表2中, $n_x$ 和 $n_y$ 为水平和垂直方向上的最大像素坐标; $z(x,y)$ 为残余误差值。通过表2所示的计算方法,我们选择经典的汉宁、海明窗和矩形窗算法与AMPSA做对比,通过重构波面误差结果评估算法性能,结果如表3所示。

表3 3种算法的重构误差的高度参数评价的对比结果

Table 3 Comparison result of the height parameter evaluation of the reconstruction errors for three algorithms

算法参数	汉宁窗算法			海明窗算法		
	$H'_f$	$H'_r$	$H'_{f-r}$	$H'_f$	$H'_r$	$H'_{f-r}$
$S_a/\text{nm}$	1.80	5.80	0.73	0.66	2.80	1.30
$S_q/\text{nm}$	2.10	6.80	0.97	0.78	3.50	1.50
$S_{sk}$	2.08	2.10	3.50	2.05	2.12	3.00
$S_{ku}$	0.03	0.483	0.09	0.09	0.04	-0.01
算法参数	矩形窗算法			AMPSA		
	$H'_f$	$H'_r$	$H'_{f-r}$	$H'_f$	$H'_r$	$H'_{f-r}$
$S_a/\text{nm}$	7.71	6.81	7.62	0.30	0.53	0.33
$S_q/\text{nm}$	7.2	8.13	3.15	0.37	0.50	0.41
$S_{sk}$	-0.02	0.03	0.03	1.84	1.76	2.97
$S_{ku}$	3.78	4.27	3.79	-0.35	-0.08	-0.07

表3中, $S_{sk}$ 、 $S_{ku}$ 为无量纲,统一归一化地展示在0~10范围内。 $H'_f$ 、 $H'_r$ 、 $H'_{f-r}$ 分别代表前表面、后表面和厚度变化的重构误差的相应误差表征。通过表3内所展示的四种参数的结果,结合其参数意义,可以得出结论:所AMPSA算法的误差幅值较小( $S_a$ 、 $S_q$ 值较小);各算法的误差分布多数方向为正向( $S_{sk}>0$ );且AMPSA算法具有

较低的误差锐度( $S_{ku}<0$ ),表明了重构误差在各像素位置分布平稳。

因此,通过上述的分析和对比,可以看出所提出的AMPSA技术能够在任意腔长下高精度地提取目标信号的相位分布,并且与传统的采样窗算法相比,重构的波面误差更小、误差分布平稳,证明了算法的理论有效性。

## 4 实验

在实验中我们采用了配备Littman外腔的Fizeau波长移相干涉仪(TLB-6804, Newport公司)对两块矩形透明平板进行测量。所采用的干涉仪的结构如图2所示。利用CCD相机(The Imaging Source公司)采集被测件各表面叠加的条纹图,并使用所提出的AMPSA算法进行处理。

被测件(平板-I)是折射率为1.456(对应波长633 nm)、厚度为5 mm的熔融石英透明光学平板。当腔长设置为72.8 mm时,实际 $M$ 值为10,通过预选代矩阵中的寻址,可以得到当前最优 $N$ 值为8,采样帧数为36帧。激光器的初始波长632.67 nm,通过对波长调谐过程进行泰勒展开式并且忽略高阶非线性项,由式(19)可得单步波长调谐值为0.00034 nm。

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_0^2}{4\pi n_l d} \cdot \frac{2\pi}{N} \quad (19)$$

为了保证采集过程中室内环境的稳定性,我们将室温保持在 $25\pm 0.20$  °C。图10所示的是所采集的36帧干涉图其中的3帧。为消除无效背景,将采集的干涉图从1024×1024 pixel剪裁到400×400 pixel。

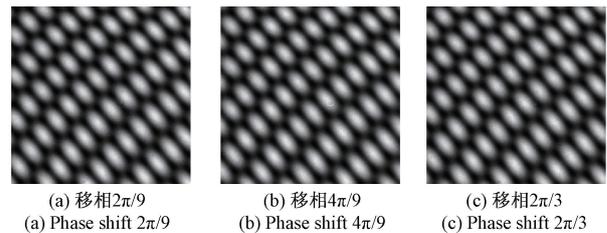


图10 连续的干涉图-平板I

Fig. 10 Consecutive interferograms-the plate I

通过AMPSA算法对采集得到的干涉图进行处理,并且根据相应的光程差对各波面进行重建,可以得到结果图11所示。

为了充分验证所提出的算法的有效性,我们还对一块厚度为10 mm、折射率同样为1.456的熔融石英光学平板(平板-II)进行了测量。所设定的腔长为83 mm,对应腔长系数 $M=5.7$ ,匹配的最佳 $N$ 值为9。因此,以 $2\pi/9$ 为基频信号的单步移相步距进行41帧干涉图的采

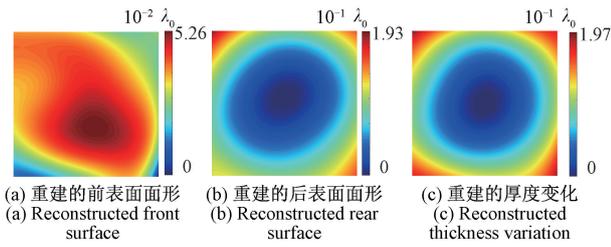


图 11 各表面重建的面形-平板 I

Fig. 11 The reconstructed surface shapes of various surfaces - plate I

集。其中单步波长调谐量为 0.001 5 nm, 测量环境与 5 mm 厚度平板的环境条件保持相同。类似地, 为消除无效背景, 将采集的干涉图从 1 024×1 024 pixel 剪裁到 450×450 pixel。对应的 3 帧干涉图和重建的面形分别如图 12 和 13 所示。

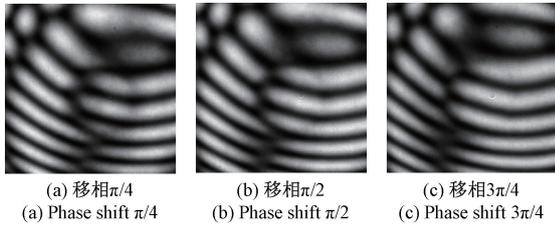


图 12 连续的干涉图-平板 II

Fig. 12 Consecutive interferograms-the plate II

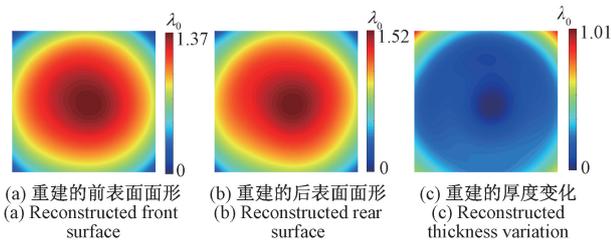


图 13 各表面重建的面形-平板 II

Fig. 13 The reconstructed surface shapes of various surfaces-plate II

由两块平板的实验结果可知, 通过本算法求解得到的表面轮廓分布清晰, 无谐波残余的干扰, 在实验中验证了所提出的算法的有效性。

### 5 结 论

本文介绍了一种基于波长调谐移相干涉原理的自适应移相匹配算法。首先, 基于特征多项式的根分布设计, 深入研究了波长移相干涉测量算法中的窗函数的分布规律, 并且给出了窗函数的提取方法。进而将该

窗函数引入加权多步采样算法, 完成基本相位解调结构的设计。为了实现任意腔长下的多表面干涉测量, 我们对解相算法在不同移相参考系数  $N$  和腔长系数  $M$  组合下的性能进行了综合分析, 并且通过所构造的迭代计算结构对算法求解的残余误差进行分析和判定。进而, 将符合预期的  $N$  和  $M$  的组合进行储存, 以备选用。结合所设计的寻址方法, 所发展的 AMPSA 能使得移相算法可以在任意腔长下自适应地对当前测量条件下最优的  $N$  值进行匹配, 并且可以实现最小采集帧数下的测量。通过基于 Zernike 多项式所模拟的多表面干涉模型, 本文从多个角度对所提出的算法进行了分析。结果表明, AMPSA 算法可以实现在任意腔长、任意厚度下的多表面高精度测量, 并对移相误差具有较好的抑制效果。在实验中, 使用 Fizeau 式波长移相调谐干涉仪分别对厚度 10 和 5 mm 的矩形透明平板进行了测量。实验结果表明, 所提出的算法能清晰地分离出各表面的干涉波面、无谐波残余, 进一步验证了算法的实用性和有效性。

### 参考文献

[ 1 ] LEEM J W, YU J S. Wafer-scale highly-transparent and superhydrophilic sapphires for high-performance optics[J]. Optics Express, 2012, 20(24): 26160-26166.

[ 2 ] 付翔宇, 王道档, 吴振东, 等. 用于在线检测的紧凑型瞬态干涉测量系统[J]. 仪器仪表学报, 2020, 41(2): 78-84.

FU X Y, WANG D D, WU ZH D, et al, Compact transient interferometric measurement system used for online testing [ J ]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41(2): 78-84.

[ 3 ] 马峻, 马园园, 焦凤敏, 等. WFTM-IP 核设计与高速干涉图相位提取技术研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2018, 32(6): 124-130.

MA J, MA Y Y, JIAO F M, et al. High-speed phase extraction technique for interferograms by WFTM-IP core implementation[ J ]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2018, 32(6): 124-130.

[ 4 ] LI J, WANG Y R, MENG X F, et al. Simultaneous measurement of optical inhomogeneity and thickness variation by using dual-wavelength phase-shifting photorefractive holographic interferometry[J]. Optics and Laser Technology, 2014, 56: 241-246.

[ 5 ] TIAN C, YANG Y, LUO Y, et al. 5th international symposium on advanced optical manufacturing and testing technologies: Optical test and measurement technology

- and equipment [ C ]. Proceedings of SPIE-The International Society for Optical Engineering, 2010.
- [ 6 ] KIM M Y, AYAZ S M, PARK J, et al. Adaptive 3D sensing system based on variable magnification using stereo vision and structured light[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2014, 55: 113-127.
- [ 7 ] GUEHRING J. Videometrics and optical methods for 3D shape measurement [ C ]. Proceedings of SPIE-The International Society for Optical Engineering, 2001.
- [ 8 ] SURREL Y. Design of algorithms for phase measurements by the use of phase stepping[J]. Applied optics, 1996, 35(1): 51-60.
- [ 9 ] SUN T, ZHENG W, YU Y, et al. Algorithm for surfaces profiles and thickness variation measurement of a transparent plate using a Fizeau interferometer with wavelength tuning[J]. Applied Sciences (Switzerland), 2019, 9(11): 2349.
- [ 10 ] KIM Y, HIBINO K, SUGITA N, et al. Interferometric measurement of surface shape by wavelength tuning suppressing random intensity error[J]. Applied Optics, 2016, 55(23): 6464-6470.
- [ 11 ] SIVAKUMAR N R. Large surface profile measurement with instantaneous phase-shifting interferometry [ J ]. Optical Engineering, 2003, 42(2): 367-372.
- [ 12 ] FANG C, XIANG Y, QI K, et al. An 11-frame phase shifting algorithm in lateral shearing interferometry[J]. Optics Express, 2013, 21(23): 28325-28333.
- [ 13 ] HUANG L, ASUNDI A K. Phase retrieval from reflective fringe patterns of double-sided transparent objects[J]. Measurement Science and Technology, 2012, 23(8): 085201.
- [ 14 ] BAI Y, ZHOU Y, HE Z, et al. Compressed-sensing wavenumber-scanning interferometry [ J ]. Optics and Laser Technology, 2018, 98: 229-233.
- [ 15 ] DONG B, PAN B, ZHANG Y, et al. Microdefect identification in polymers by mapping depth-resolved phase-difference distributions using optical coherence tomography[J]. Polymer Testing, 2018, 68(March): 233-237.
- [ 16 ] ZHAI Z, LI Z, ZHANG Y, et al. An accurate phase shift extraction algorithm for phase shifting interferometry[J]. Optics Communications, 2018, 429(March): 144-151.
- [ 17 ] WANG Z, HAN B. Advanced iterative algorithm for phase extraction of randomly phase-shifted interferograms[J]. Optics Letters, 2004, 29(14): 1671-1673.
- [ 18 ] CHEN Y C, LIN P C, LEE C M, et al. Iterative phase-shifting algorithm immune to random phase shifts and tilts[J]. Applied Optics, 2013, 52(14): 3381-3386.
- [ 19 ] SUN T, ZHENG W, YU Y, et al. Determination of surface profiles of transparent plates by means of laser interferometry with wavelength tuning [ J ]. Optics and Lasers in Engineering, 2019, 115 (November 2018): 59-66.
- [ 20 ] MIRANDA M, DORRÍO B V, BLANCO J, et al. Characteristic polynomial theory of two-stage phase shifting algorithms [ J ]. Optics and Lasers in Engineering, 2012, 50(4): 522-528.
- [ 21 ] KARWAL V, SHERLOCK B G, KAKAD Y P. Independently updating the DCT and DST for shifting windowed data [ J ]. Journal of the Franklin Institute, 2013, 350(6): 1345-1357.
- [ 22 ] KARWAL V. Discrete cosine transform-only and discrete sine transform-only windowed update algorithms for shifting data with hardware implementation [ J ]. Dissertations&Theses-Gradworks, 2009, 2009(75): 31-47.
- [ 23 ] ZHOU L, LI Z, XIANG N, et al. High-speed demodulation of weak fiber Bragg gratings based on microwave photonics and chromatic dispersion [ J ]. Optics Letters, 2018, 43(11): 2430-2433.
- [ 24 ] NIE L, HAN J, YU X, et al. Phase shifting interferograms processing for fiber point-diffraction interferometer [ C ]. Ninth International Symposium on Laser Metrology, 2008.
- [ 25 ] KIM E H, HAHN J, KIM H, et al. Profilometry without phase unwrapping using multi-frequency and four-step phase-shift sinusoidal fringe projection [ J ]. Optics Express, 2009, 17(10): 7818-7830.
- [ 26 ] GROOT P J D. Correlated errors in phase-shifting laser Fizeau interferometry [ J ]. Applied Optics, 2014, 53(19): 4334-4342.
- [ 27 ] NOVÁK J, NOVÁK P, MIKŠ A. Multi-step phase-shifting algorithms insensitive to linear phase shift errors[J]. Optics Communications, 2008, 281(21): 5302-5309.
- [ 28 ] HIBINO K, KIM Y. Canceling the momentum in a

- phase-shifting algorithm to eliminate spatially uniform errors[J]. *Applied Optics*, 2016, 55(23): 6331-6335.
- [29] KIM Y, HIBINO K, SUGITA N, et al. Absolute optical thickness measurement of transparent plate using excess fraction method and wavelength-tuning Fizeau interferometer [J]. *Optics Express*, 2015, 23 ( 4 ): 4065-4073.
- [30] SU D, MIAO E, SUI Y, et al. Absolute surface figure testing by shift-rotation method using Zernike polynomials[J]. *Optics Letters*, 2012, 37 ( 15 ): 3198-3200.
- [31] WANG C, CAJA J, GÓMEZ E. Traceable surface characterization of a hydrophobic material using confocal optical microscopy[J]. *Procedia Manufacturing*, 2017, 13: 542-549.
- [32] Geometrical product specifications ( GPS )-Surface texture: Areal-part 2: Terms, definitions and surface texture parameters: ISO25178- 2: 2012 [ S]. Geneva: International Organization of Standardization, 2012.

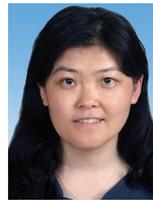
### 作者简介



**常林**, 2016 年于山东科技大学获得机械工程硕士学位, 现为上海大学博士研究生, 主要研究方向为波长移相干涉测量技术。

E-mail: changlin@shu.edu.cn

**Chang Lin** obtained a master degree in mechanical engineering from Shandong University of Science and Technology in 2016. Now, he is a doctoral candidate in Shanghai University. His main research direction is wavelength phase-shifting interferometry.



**于瀛洁** (通信作者), 1998 年于哈尔滨工业大学获得博士学位, 现为上海大学机电工程与自动化学院研究员, 主要研究方向为精密光学检测。

E-mail: yingjieyu@staff.shu.edu.cn

**Yu Yingjie** (Corresponding author) obtained her Ph. D. degree from Harbin Institute of Technology in 1998, and is now a research fellow in School of Mechanical and Electrical Engineering and Automation, Shanghai University. Her main research direction is precision optical detection.