

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2107728

2D 激光雷达和摄像机最小解标定的 多解筛选及参数优化*

彭 梦¹, 陈白帆², 邓作杰¹, 邬书跃¹

(1. 湖南工程学院计算机与通信学院 湘潭 411104; 2. 中南大学自动化学院 长沙 410083)

摘 要:多解问题是 2D 激光雷达和摄像机最小解标定方法的热点难题,本文针对多解问题,在最小解标定过程中提出 3 个改进措施。首先,利用传感器的可视空间约束剔除棋盘格不能被传感器观测的假解。然后,利用边界激光点到边界线段的约束,改进了真解选择的误差评价函数。最后,利用棋盘格边界约束求解平移向量的最小二乘解。实验中进行仿真数据和真实数据测试,结果表明本文方法对比 Francisco 方法能提高真解命中率和标定精度。当激光点的噪声方差小于 20 mm 时,本文方法的真解命中率在 98% 左右,满足实际应用的需求。相对与传统最小解标定方法,本文利用棋盘格边界约束和可视空间约束对多解集合进行筛选,并优化了平移向量,因此有效提高最小解标定方法的性能。

关键词:激光雷达;摄像机;参数标定;多解筛选;最小解

中图分类号: TH89 TP242 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.80

Multi solution selection and parameter optimization for minimum solution calibration of 2D laser radar and camera

Peng Meng¹, Chen Baifan², Deng Zuojie¹, Wu Shuyue¹

(1. School of Computer and Communication, Hunan Institute of Engineering, Xiangtan 411104, China;

2. School of Automation, Central South University, Changsha 410083, China)

Abstract: Multi solution is a difficult problem in minimal solution method for extrinsic calibration of 2D laser radar and camera. This paper proposes three improvement measures for this problem and applies them to the minimum solution calibration process. Firstly, the observable spatial constraints of the sensor are used to eliminate the false solutions in which checkerboard cannot be observed by these sensors. Then, the error evaluation function of true solution selection is improved by using the constraint between the boundary laser points and boundary line segments. Finally, the least square solution of the translation parameters is solved by using checkerboard boundary constraints. Simulation data and real data are tested in the experiment, and results show that the method can improve the hit rate of the true solution and calibration accuracy compared with Francisco method. When the noise variance of laser point is less than 20 mm, the hit rate of the true solution is about 98%, which meets the requirements of practical application. Compared with the traditional minimum solution calibration method, this paper uses checkerboard boundary constraints and observable spatial constraints to choose multiple solution sets, and optimizes the translation parameters. As a result, it can effectively improve the performance of the minimum solution calibration method.

Keywords: laser radar; camera; extrinsic calibration; multi solution selection; minimal solution

0 引 言

在无人车辆导航、目标识别、移动机器人避障和

SLAM 等应用领域,激光雷达和摄像机被广泛的用来感知外部环境。摄像机能获取丰富的可见光图像信息,非常适合模式识别和机器学习,但是不能快速可靠的感知深度信息,且容易受到光照、阴影等环境因素的影

收稿日期:2021-04-08 Received Date: 2021-04-08

* 基金项目:湖南省自然科学基金(2018JJ2082)、湖南省教育厅资助科研项目(18B386,18A343)资助

响;而激光雷达能快速获取周围物体的深度信息且精度高、可靠性强,但是数据的分辨率较低^[1-3]。通过激光雷达和摄像机的信息融合,可以将高精度的图像感知信息和高精度的深度感知信息结合在一起,提高感知信息量和感知可信度。而要实现激光雷达和摄像机的信息融合,必须首先对两种传感器进行联合标定,也就是计算激光雷达和摄像机两个坐标系之间的旋转变换和平移变换。

目前,二维的不可见激光雷达和摄像机的标定主要分为基于标定物的标定方法^[4-13]和自标定方法^[14-17]两大类。基于标定物的标定方法中,Zhang等^[4]最先提出基于点-面约束的棋盘格模板的标定方法,利用激光点位于棋盘格平面上的空间约束实现参数的标定。Francisco等^[5]在Zhang方法基础上提出一个最小解标定方法,在对偶空间中通过3个标定板平面和对应的激光雷达扫描直线构成的“线-面”空间约束关系,分别求解旋转矩阵和平移向量的解析解。在文献[5]的基础上,Itami等^[6]利用棋盘格法向量构造附加约束,基于点对点约束降低了标定方法的参数估计误差,而彭梦等^[7]根据线-面约束方程组的系数矩阵二范数选取棋盘格组合求解,降低了算法的复杂度。黄志清等^[8]提出了一种基于镂空标定板的标定方法,通过激光雷达扫描镂空标定板形成的点云线段求取标定结果。Guo等^[9]提出了基于V型板的最小二乘解标定方法,利用点面约束求解最小二乘解方法进行标定。Dong等^[10]提出利用两个非共面三角形组成一个凸V形标定物,实现一次数据采集就可完成标定。Itami等^[11]采用运动的小球形物体作为标定物,获取点对点的对应关系实现标定。Fan等^[12]均匀分布在三维空间中的若干控制点组成作为标定物,通过精确测量控制点实现标定。Chen等^[13]采用4个平面组成的棱锥体作为标定物,根据点-线约束关系实现标定。

基于自标定的方法中,Zhou等^[14]利用道路边缘的直线特征构建点-线约束,提出了基于直线边缘特征的自标定方法。Gomez等^[15]提出利用人工环境的墙角场景作为正交三面体标定物,构建线-面和点-面约束实现标定。Hu等^[16]扩展了文献[15]的工作,通过世界坐标系的结构化约束来推导标定参数闭式解。Royek等^[17]首先利用SLAM算法获取车辆的运行轨迹并结合全局优化对摄像机进行标定,然后基于直线匹配对激光雷达进行标定,从而实现两个传感器标定。

相比较其他标定方法,基于棋盘格最小解标定方法具有标定精度高、抗噪声能力强、鲁棒性高、使用方便等优点^[5-7,10]。但是,与其他最小解标定方法相似^[9,15-16],基于棋盘格最小解标定方法也普遍存在多解性问题,一组最小解的多解数目最多可达到8个,全部最小解的多解数目最多可高达 $8 \times C_N^3$ 个,其中 N 为棋盘格的个数。为

了避免对所有解都进行费时的优化,最小解标定方法通常根据激光点到棋盘格平面的“点-面”距离误差作为误差评价函数,结合更多的输入来选择一个最优解。然而,“点-面”距离误差评价函数通常为多模函数,存在多个局部最优值。当观测噪声引起标定方程组病态扰动时,真解的激光点距离误差可能会高于局部最优值邻域的假解,使得最小解标定方法错选假解。

因此,如何从多解中选取最优解是最小解标定方法至今难以解决的问题,本文针对多解中选择最优解问题提出3个改进措施。首先,利用棋盘格相对传感器的可视空间约束滤除多解集合的假解,缩小多解集合的取值范围。其次,利用激光点到棋盘格边界的约束,改进了多解选择的误差评价函数。最后,提出基于棋盘格边界约束的平移向量最小二乘解方法,在新的约束条件下提高了平移向量的计算精度。相对与传统最小解标定方法,本文利用棋盘格边界约束和可视空间约束对多解集合进行筛选,使用了更合理的几何空间约束,更能提高真解选择的命中率和准确度。

1 问题描述

如图1所示,假设棋盘格上一个激光点在激光雷达坐标系中为 $p_{i,j}^l$,在摄像机坐标系中为 $p_{i,j}^c$,在第 i 个标定板的世界坐标系中为 $p_{i,j}^w$,其中 i 表示棋盘格的序号, j 表示棋盘格上激光点的序号。如图1所示,那么激光雷达坐标系和摄像机坐标系之间的坐标变换关系为 $p_{i,j}^l = R p_{i,j}^c + t$,而摄像机坐标系和第 i 个棋盘格世界坐标系之间的坐标变换关系为 $p_{i,j}^c = \Phi_i p_{i,j}^w + \Delta_i$, R 和 t 分别表示摄像机坐标系和激光雷达坐标系之间的旋转矩阵和平移向量, Φ_i 和 Δ_i 表示第 i 个棋盘格世界坐标系到摄像机坐标系的旋转矩阵和平移向量。

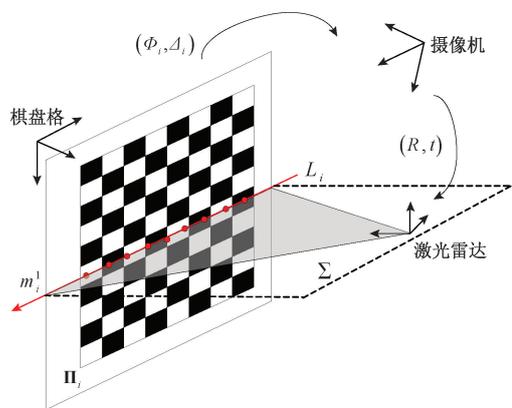


图1 激光雷达坐标系和摄像机坐标系转换关系
Fig. 1 Transformation relation between laser radar coordinate and camera coordinate

假定在摄像机坐标系中第 i 个棋盘格标定板的所在平面表示为 Π_i , 激光雷达扫描面 Σ 和棋盘格平面 Π_i 在激光雷达坐标系中相交于一条共面直线 L_i^1 。最小解外参数标定方法思路是通过棋盘格平面 Π_i 和共面直线 L_i^1 对应的 3 组“线-面”空间约束, 建立关于摄像机与激光雷达的标定参数 R 和 t 约束方程, 实现激光雷达和摄像机之间的参数标定。

2 本文的激光雷达和摄像机标定方法

本文将针对传统多解筛选机制不足, 提出 2D 激光雷达和摄像机的最小解标定的多解筛选改进策略, 利用可视空间约束和棋盘格边界约束实现多解筛选, 且融合棋盘格边界约束优化平移向量, 使得最小解标定方法具有更高的准确性。本文标定方法分为 3 步提出了相应的改进措施。1) 首先, 本文利用棋盘格相对多传感器的可视空间约束对多解进行粗筛选, 剔除棋盘格无法被传感器观测的解。2) 然后, 根据棋盘格边界激光点和棋盘格方块边界之间的空间约束关系, 本文提出了一种基于棋盘格边界约束的误差函数模型, 并根据该误差函数从多解集合选择最优解。3) 最后, 改进了平移向量的计算方法。利用棋盘格边界约束求解平移向量的最小二乘解, 在同等棋盘格数量下能获取更多约束进行求解, 提高了平移向量的精度。

2.1 基于传感器可视空间约束的多解粗筛选

对于安装在同一机器载体上的两个传感器, 棋盘格必须能被多传感器同时观测到, 即标定参数真解必须满足两个传感器的可视空间约束条件, 而不满足约束的标定参数为假解, 如图 2 所示, $\{L_1, C_1\}$ 为真解, 而 $\{L_2, C_1\}$ 中激光雷达扫描的是棋盘格的背面, 所以为假解。其中 $\{L_1\}$ 和 $\{L_2\}$ 是激光雷达坐标系, $\{C_1\}$ 是摄像机坐标系。

本文提出的可视空间约束指的是约束激光雷达坐标系的原点 n_o 位于棋盘格世界坐标系的 Z 轴正方向上, 同时约束激光雷达和摄像机面向同一个方向, 如式 (1) 所示, 其中 i 表示棋盘格模板的序号。而对于棋盘格在摄像机坐标系中的姿态和位置, 由于在标定过程中已经被制约, 因此无需在此进行约束。基于以上分析, 本文利用棋盘格相对两个传感器的可视空间约束对标定结果的多解进行粗筛选, 剔除棋盘格不在传感器可视空间范围的假解, 从而缩小解集合的范围。

$$\begin{aligned} n_2^T \Phi_i^T (R^T n_o - R^T t - \Delta_i) > 0, \quad n_o = [0, 0, 0]^T \\ n_2^T R^T n_2 > 0, \quad n_2 = [0, 0, 1] \end{aligned} \quad (1)$$

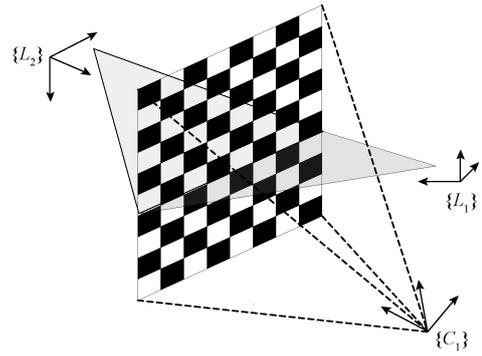


图 2 摄像机和激光雷达的可视空间约束, $\{L_1, C_1\}$

为真解, $\{L_2, C_1\}$ 为假解

Fig. 2 Observable spatial constraints between camera and 2D laser radar with true solution $\{L_1, C_1\}$ and false solution $\{L_2, C_1\}$

2.2 基于棋盘格边界约束的真解选择

在传统最小解标定方法的真解选择过程中, 多解的误差评价函数通常只考虑了激光点到棋盘格平面的“点-面”误差距离。然而这种“点-面”误差评价函数仅约束标定参数 6 个自由度中的 2 个自由度, 其余 4 个自由度存在不确定性^[10]。而且基于“点-面”约束的误差函数是多模函数, 在真解误差较大时最小解标定方法可能会选择局部最优值邻域的假解。实际上, 激光点所在线段和棋盘格方形区域之间存在更强的约束, 即棋盘格内激光点所在线段的两个端点应该分布在棋盘格方块的边界线段邻近处, 如图 3 所示。设正方形棋盘格的 4 个顶点在棋盘格世界坐标系的坐标分别为 $q_1 = [0, 0, 0]^T$, $q_2 = [l, 0, 0]^T$, $q_3 = [l, l, 0]^T$, $q_4 = [0, l, 0]^T$ 。

其中 l 表示正方形棋盘格的边长。激光扫描面和棋盘格方块的相交线段两个端点称为边界激光点, 在激光雷达坐标系下表示为 \bar{p}_0^l 和 \bar{p}_1^l 。根据几何约束, 边界激光点 \bar{p}_0^l 和 \bar{p}_1^l 应该位于棋盘格方块 4 条边界线段中任意两条上 $q_{m_i} q_{(m_i+1) \bmod 4}$ 和 $q_{n_i} q_{(n_i+1) \bmod 4}$, $\{(q_{m_i} q_{(m_i+1) \bmod 4}, q_{n_i} q_{(n_i+1) \bmod 4}) \mid m_i, n_i = 1, 2, 3, 4; m_i \neq n_i\}$, 由此边界激光点和边界线段的配对组合总共有 12 种可能。

图 3 中每条线段表示两种配对, 6 条线段总共 12 种配对, $q_1 \sim q_4$ 为棋盘格 4 个顶点, $\{C\}$ 表示摄像机坐标系, $\{L\}$ 表示激光雷达坐标系, $\{W\}$ 表示棋盘格坐标系。基于以上分析, 根据棋盘格边界激光点和棋盘格方块边界之间的空间约束关系, 本文提出了一种基于棋盘格边界约束的误差函数模型, 根据该误差函数选择多解集合中误差最小的解作为真解。具体包括“边界激光点-线段”配对和基于误差函数选择真解两个子过程。

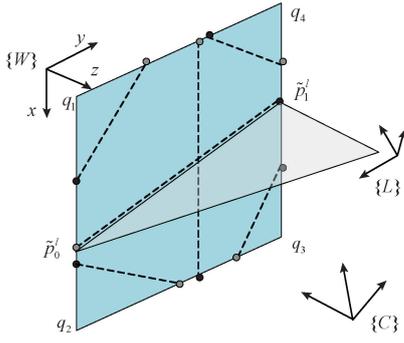


图3 边界激光点和边界线段的12种可能配对

Fig. 3 12 possible pairing of boundary laser points and boundary line segments

首先,对于3.1节粗筛选后保留下来的每个解,自适应构建“边界激光点-线段”配对关系。使用 $\tilde{p}'_{i,0}$ 和 $\tilde{p}'_{i,1}$ 表示第*i*个棋盘格的两个边界激光点在激光雷达坐标下的坐标,它们在第*i*个棋盘格世界坐标系 $\{W_i\}$ 下的坐标为 $\tilde{p}^w_{i,0}$ 和 $\tilde{p}^w_{i,1}$,如式(2)所示, N 表示棋盘格的个数。

$$\tilde{p}^w_{i,j} = \Phi_i^T R^T \tilde{p}'_{i,j} - \Phi_i^T \Delta_i - \Phi_i^T R^T t, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

$$j = 0, 1$$

根据边界激光点 $\tilde{p}^w_{i,0}$ 和 $\tilde{p}^w_{i,1}$ 到四条边界线段端点之间的距离来判断边界激光点最接近的边界线段,从而确定多解集合中每个解的“边界激光点-线段”配对关系(*i*表示棋盘格的序号)。即从12种可能的配对组合中选择“边界激光点-线段”之间距离最小的配对,如式(3)所示。其中第*i*个棋盘格坐标系 $\{W_i\}$ 下棋盘格的4个顶点表示为 $q_{i,k}$ ($i = 1, 2, \dots, N; k = 1, 2, 3, 4$)。

$$\arg \min_{\substack{m_i, n_i \in \{1, 2, 3, 4\} \\ m_i \neq n_i}} (|\tilde{p}^w_{i,0} - q_{i,m_i}| + |\tilde{p}^w_{i,0} - q_{i,(m_i+1) \bmod 4}| - l)^2 + (|\tilde{p}^w_{i,1} - q_{i,n_i}| + |\tilde{p}^w_{i,1} - q_{i,(n_i+1) \bmod 4}| - l)^2 \quad (3)$$

然后,根据上述配对的结果 $\{(m_i, n_i) \mid i = 1, 2, \dots, N; m_i, n_i = 1, 2, 3, 4; m_i \neq n_i\}$,建立每个解的棋盘格边界约束误差函数,如式(4)所示, N 为棋盘格个数。最后根据式(4)从多解集合中选择误差最小的作为 R 和 t 真解。

$$\arg \min_{R, t} \sum_{i=1}^N (|\tilde{p}^w_{i,0} - q_{i,m_i}| + |\tilde{p}^w_{i,0} - q_{i,(m_i+1) \bmod 4}| - l)^2 + \sum_{i=1}^N (|\tilde{p}^w_{i,1} - q_{i,n_i}| + |\tilde{p}^w_{i,1} - q_{i,(n_i+1) \bmod 4}| - l)^2 \quad (4)$$

本文使用的误差函数不仅约束了棋盘格内的激光点都位于棋盘格的方形区域内,而且约束了棋盘格外的激光点都位于棋盘格的方形区域外。相比较传统最小解方法的点-面约束和平面成像区域约束^[6,10],本文提出的棋盘格边界约束更严格更具有合理性,因此将能更准确从多解中选取最优解。

2.3 棋盘格边界约束下平移向量的最小二乘解

传统最小解标定方法只能利用了3个棋盘格来计算平移向量,由于样本数少且很难在空间分布均匀,因此在观测噪声影响下平移向量的误差会较大^[5-7]。为了提高平移向量的标定精度,文献[9]提出了平移向量最小二乘解方法,该方法利用了所有V型板的观测数据,使用偏导数求解极小值方法获取更精确的平移向量。但是该方法使用的是V型标定板,每个V型板只能获取一组“点-面”约束,至少需要6个以上的标定板才能完成标定(不考虑平面法向量的平行和共面等退化情况),要达到高精度需要很多次不同位置的观测数据,实用性较差。

本文在文献[9]的理论基础上,提出基于棋盘格边界约束的平移向量最小二乘解方法,结合了棋盘格方法和最小二乘解方法各自的优点。该方法综合利用了棋盘格平面约束和棋盘格边界约束构建“点-面”距离约束函数,根据全部的棋盘格来计算平移向量的最小二乘解,因此在同等标定板数量的条件下能获得到比传统基于棋盘格最小解标定方法都要更高精度的平移向量^[5-7]。

首先,对每个棋盘格利用边界“激光点-线段”配对结果 $\{(m_i, n_i) \mid i = 1, 2, \dots, N; m_i, n_i = 1, 2, 3, 4; m_i \neq n_i\}$, N 为棋盘格的个数,我们定义三角形 $T_1 = \Delta C q_{m_i} q_{(m_i+1) \bmod 4}$ 和 $T_2 = \Delta C q_{n_i} q_{(n_i+1) \bmod 4}$,其中 $q_{m_i} q_{(m_i+1) \bmod 4}$ 和 $q_{n_i} q_{(n_i+1) \bmod 4}$ 分别是边界激光点 $\tilde{p}'_{i,0}$ 和 $\tilde{p}'_{i,1}$ 配对的边界线段。如图4所示,在摄像机坐标系中,平面 T_1 、 T_2 的两个法线向量为 n_1 和 n_2 ,棋盘格平面 Π 的单位法线向量为 n_3 , $\tilde{p}'_{i,0}$ 和 $\tilde{p}'_{i,1}$ 为边界激光点, d 为从摄像机到棋盘格平面 Π 的距离。

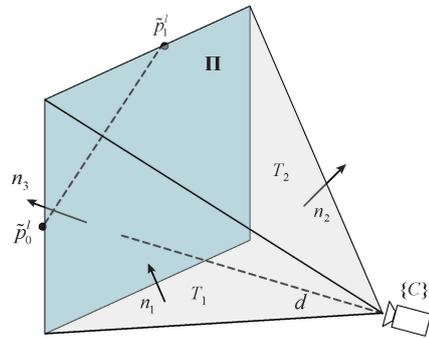


图4 棋盘格的4个“点-面”约束方程的参数意义

Fig. 4 Parameter meaning of four “point-plane” constraint equations of chessboard

对于3.2节中获取的真解,利用每个棋盘格的边界“激光点-线段”配对结果建立2个关于 R 和 t 的“点-面”距离约束,即约束激光点 $\tilde{p}'_{i,0}$ 和 $\tilde{p}'_{i,1}$ 必须分别位于平面 T_1 和 T_2 上,如式(5)。

$$n_j^T (R^T \tilde{p}'_{i,j} - R^T t) = 0, \quad j = \{1, 2\} \quad (5)$$

同时利用每个棋盘格平面建立2个关于 R 和 t 的

“点-面”距离约束方程,即约束激光点 \mathbf{p}_0^l 和 \mathbf{p}_1^l 必须分别位于棋盘格平面 \mathbf{H} ,如式(6)。

$$\mathbf{n}_3^T(\mathbf{R}^T \mathbf{p}_k^l - \mathbf{R}^T \mathbf{t}) = d, \quad k = \{1, 2\} \quad (6)$$

为了方便,式(5)~(6)重新表述如式(7)。式(7)中的变量定义在式(8)~(10),其中 Φ 和 Δ 表示当前棋盘格世界坐标系到摄像机坐标系的旋转矩阵和平移向量, $\mathbf{u}_1 \sim \mathbf{u}_4$ 表示棋盘格的4个顶点在摄像机坐标系中的位置如式(8), $\bar{\mathbf{n}}_1 \sim \bar{\mathbf{n}}_4$ 为四个平面法线向量如式(9)所示, $\|\bar{\mathbf{n}}_3\|^{-1} = \|\bar{\mathbf{n}}_4\|^{-1} = d, \bar{d}_1 \sim \bar{d}_4$ 为四个归一化的点-面距离如式(10)所示。

$$\bar{\mathbf{n}}_j^T(\mathbf{R}^T \mathbf{p}_j^l - \mathbf{R}^T \mathbf{t}) = \bar{d}_j, \quad j = \{1, 2, 3, 4\} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \mathbf{u}_1 = \Phi \mathbf{q}_{m_i} + \Delta \\ \mathbf{u}_2 = \Phi \mathbf{q}_{(m_i+1) \bmod 4} + \Delta \\ \mathbf{u}_3 = \Phi \mathbf{q}_{n_i} + \Delta \\ \mathbf{u}_4 = \Phi \mathbf{q}_{(n_i+1) \bmod 4} + \Delta \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{n}}_1 = \begin{pmatrix} \mathbf{u}_{1,2} \mathbf{u}_{2,3} - \mathbf{u}_{2,2} \mathbf{u}_{1,3} \\ \mathbf{u}_{1,2} \mathbf{u}_{2,3} - \mathbf{u}_{2,2} \mathbf{u}_{1,3} \\ \mathbf{u}_{1,2} \mathbf{u}_{2,3} - \mathbf{u}_{2,2} \mathbf{u}_{1,3} \end{pmatrix} \\ \bar{\mathbf{n}}_2 = \begin{pmatrix} \mathbf{u}_{3,2} \mathbf{u}_{4,3} - \mathbf{u}_{4,2} \mathbf{u}_{3,3} \\ \mathbf{u}_{3,2} \mathbf{u}_{4,3} - \mathbf{u}_{4,2} \mathbf{u}_{3,3} \\ \mathbf{u}_{3,2} \mathbf{u}_{4,3} - \mathbf{u}_{4,2} \mathbf{u}_{3,3} \end{pmatrix} \\ \bar{\mathbf{n}}_3 = \bar{\mathbf{n}}_4 = \begin{pmatrix} \Phi_3 \\ \Phi_3^T \Delta_i \end{pmatrix} \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} \bar{p}_1^l = \bar{p}_3^l = \bar{p}_0^l & \bar{d}_1 = \bar{d}_2 = 0 \\ \bar{p}_2^l = \bar{p}_4^l = \bar{p}_1^l & \bar{d}_3 = \bar{d}_4 = 1 \end{cases} \quad (10)$$

然后,根据式(7)的“点-面”距离约束方程,构建基于全部棋盘格关于 \mathbf{R} 和 \mathbf{t} 的优化目标函数,如式(11)所示,其中 N 表示棋盘格的个数, $M = 4$ 表示每一个棋盘格的4个“点-面”距离约束方程。

$$\arg \min_{\mathbf{R}, \mathbf{t}} J = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M (\bar{\mathbf{n}}_{i,j}^T(\mathbf{R}^T \mathbf{p}_{i,j}^l - \mathbf{R}^T \mathbf{t}) - \bar{d}_{i,j})^2 \quad (11)$$

最后,利用偏导数求解目标函数如式(11)所示,极小值位置的 \mathbf{t} 闭式解,即棋盘格边界约束下平移向量的最小二乘解析解,如式(12)所示。

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial \mathbf{t}} &= \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M 2[\bar{\mathbf{n}}_{i,j}^T(\mathbf{R}^T \mathbf{p}_{i,j}^l - \mathbf{R}^T \mathbf{t}) - \bar{d}_{i,j}] \mathbf{R} \bar{\mathbf{n}}_{i,j} = 0 \Rightarrow \\ \mathbf{t} &= \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \mathbf{R} \bar{\mathbf{n}}_{i,j} \bar{\mathbf{n}}_{i,j}^T \mathbf{R}^T \right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M (\mathbf{R} \bar{\mathbf{n}}_{i,j} \bar{\mathbf{n}}_{i,j}^T \mathbf{R}^T \mathbf{p}_{i,j}^l - \bar{d}_{i,j} \mathbf{R} \bar{\mathbf{n}}_{i,j}) \right) \end{aligned} \quad (12)$$

2.4 本文多解筛选改进措施的实际应用

本文选用经典的文献[5]的 Francisco 方法作为改进前的原始方法,综合 3.1~3.3 节内容将本文提出的多解筛选及参数优化 3 个改进措施使用到最小解标定过程

中,通过改进前后性能对比验证多解筛选策略的有效性。本文改进的标定方法步骤分为如下:1)首先,使用 Francisco 标定方法求解旋转矩阵和平移向量的最小解,将所有的小解组成候选解集合 \mathbf{D} ,并利用传感器可视空间约束对解集合 \mathbf{D} 进行粗筛选,剔除棋盘格不在传感器可视空间范围的假解。2)然后,根据棋盘格边界约束的误差函数计算多解中每个解的误差值,选择误差最小的作为真解。3)最后,利用棋盘格边界约束求解平移向量的最小二乘解,优化平移向量的结果)。算法伪代码见算法 1。

算法 1 本文改进后的标定方法

Input: 棋盘格平面 \mathbf{H}_i 和对应的共面直线 $\mathbf{L}_i^l, i = 1, 2, \dots, N$
Output: 旋转矩阵 \mathbf{R} 和平移向量 \mathbf{t} 。

1. 构造一个集合 $\mathbf{K} = \{k_1, \dots, k_T\} (T = C_N^3)$, 其中 $k_i \in \mathbb{Z}^3$ 表示从 $\{1, 2, \dots, N\}$ 的 N 个自然数中任意选取 3 个数的组合。
2. 设置解集合为空 $\mathbf{D} = \phi$ 。
3. **For** $t = 1, \dots, T$ **do**
4. 选择 k_t 的 3 个分量值作为序号的 3 个棋盘格平面 $\mathbf{H}_{k_{t,1}}, \mathbf{H}_{k_{t,2}}$ 和 $\mathbf{H}_{k_{t,3}}$ 以及对应的共面直线 $\mathbf{L}_{k_{t,1}}^l, \mathbf{L}_{k_{t,2}}^l$ 和 $\mathbf{L}_{k_{t,3}}^l$, 使用文献[5]中的最小解标定算法计算一组最小解 $(\mathbf{R}_t^{(m)}, \mathbf{t}_t^{(m)})$, $m < 8$ 。
5. 将当前这组解合并到解集合 $\mathbf{D} = \mathbf{D} \cup (\mathbf{R}_t^{(m)}, \mathbf{t}_t^{(m)})$ 。
6. **End for**
7. 根据式(1)利用传感器可视空间约束对解集合 \mathbf{D} 进行粗筛选。
8. 根据式(3)确定解集合 \mathbf{D} 中每个解的“边界激光点-线段”之间配对关系。
9. 根据式(4)基于棋盘格边界约束的误差函数计算解集合 \mathbf{D} 中每个解的误差值,选择误差最小的作为真解 (\mathbf{R}, \mathbf{t}) 。
10. 根据式(12)利用棋盘格边界约束求解平移向量 \mathbf{t} 的最小二乘解。

3 实验结果与分析

3.1 仿真实验

通过模拟仿真各种条件下的激光雷达和摄像机采样数据,测试本文标定方法的性能,并与文献[5]的 Francisco 标定方法进行比较。仿真实验中,设摄像机模型为理想的针孔模型,采集图像的大小为 $(1280, 960)$, 焦距 f 为 541 mm。设激光雷达角度分辨率为 0.25° ,

扫描角度范围为 $-20^{\circ} \sim +20^{\circ}$ 。并且设棋盘格标定板有 8×8 个黑白方块构成,黑白方块的边长为250 mm,棋盘格标定板摆放在距离激光雷达3 m~6 m的范围内。

实验中给图像加上均值为0,标准差为1个像素的高斯噪声,激光测量距离加上不同水平的零均值高斯噪声。实验分析将旋转矩阵和平移向量的估计值 \mathbf{R} 和 \mathbf{t} 与真实值 \mathbf{R}_r 和 \mathbf{t}_r 比较,用 $\mathbf{R}^T \mathbf{R}_r$ 旋转矩阵的Rodrigues角度分量绝对值 δ_R 来评估旋转矩阵误差如式(13)所示,用平移向量距离 $\delta_t = |\mathbf{t} - \mathbf{t}_r|$ 来评估平移向量误差。由于棋盘格个数和噪声水平是影响标定误差的两个重要因素。如果棋盘格个数越多、噪声水平越小,那么标定误差越小,反之亦然。因此本文的仿真实验主要检测较少棋盘格个数(3~8个)和合理情况噪声水平(5~30 mm)情况下的结果,对于超出这个范围的情况,可以根据本文实验预测出类似的结果。

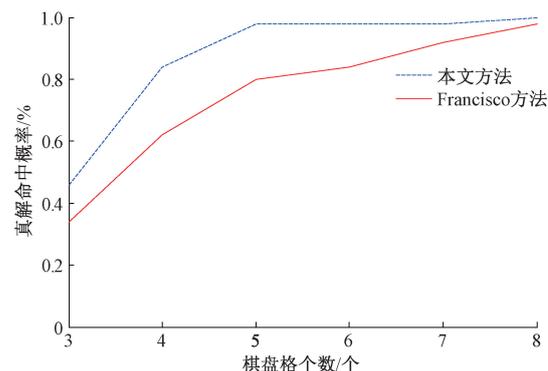
$$\delta_R = \frac{180}{\pi} \arccos \left(\frac{\text{trace}(\mathbf{R}^T \mathbf{R}_r) - 1}{2} \right) \quad (13)$$

第1种仿真实验分析两个标定方法的真解命中率。定义旋转矩阵误差超过 10° 或者平移误差超过100 cm的标定结果为假解,否则为真解。真解命中率定义为获取真解实验数占总实验数的百分比。

首先,定量分析不同棋盘格个数情况下的真解命中率。设置激光测距的噪声方差 $\delta = 20$ mm,棋盘格的个数从3逐渐增加到8,各自进行100次相互独立实验,将本文方法和Francisco方法的真解命中率进行比较。从图5(a)可知,在各种棋盘格个数下,本文方法的真解命中率均要高于Francisco方法。当棋盘格个数为5时,本文方法和Francisco方法的真解命中率分别为97%和80%,与改进前的原Francisco方法相比,本文方法的性能有显著提高。而且随着棋盘格个数的增加,两种真解命中率也稳步提高,当个数为8时非常接近。

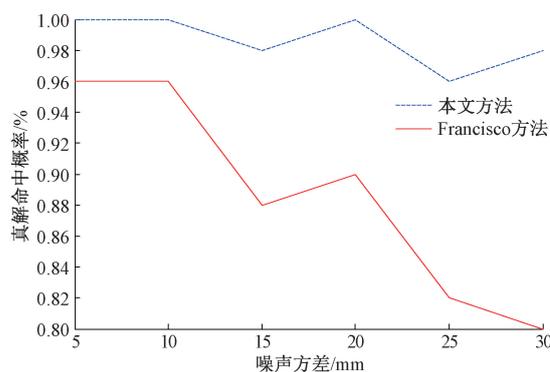
然后,定量分析不同的噪声水平下的真解命中率。设置棋盘格的个数为6,激光测距的噪声方差 δ 从5 mm逐渐增加到30 mm,各自进行100次相互独立实验,将本文标定方法和Francisco标定方法的标定误差进行比较。从图5(b)可知,在不同的噪声水平下,本文方法的真解命中率均要好于Francisco方法,而且噪声越大性能差距越明显。在激光测距的噪声方差为10 mm、20 mm、30 mm时,本文方法比Francisco方法的真解命中率分布高出4%、11%、22.5%。当激光测距的噪声方差低于20 mm时,本文方法的真解命中率均高于98%,可以满足实际应用的需求。

第2种仿真实验对比分析两个方法在不同棋盘格个数输入下的误差均值。设置激光测距的噪声方差



(a) 不同棋盘格个数情况下的真解命中率

(a) Accuracy of true solution under different number of chessboards



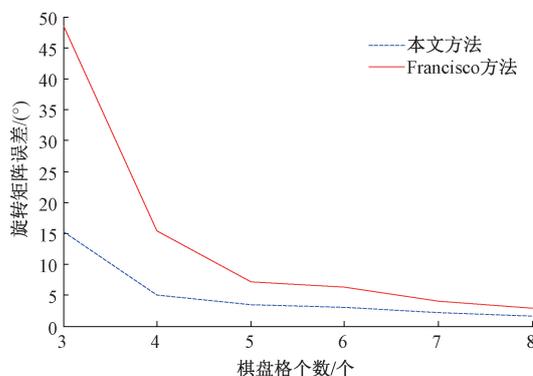
(b) 不同的噪声水平下的真解命中率

(b) Accuracy of true solution under different variance of laser noise

图5 比较两种方法的真解命中率

Fig. 5 Comparison of two methods of the true solution ratio

$\delta = 20$ mm,棋盘格的个数从3逐渐增加到8,各自进行100次相互独立实验,分别比较旋转矩阵和平移向量两个指标的误差均值如图6所示。从图6可知,在各种棋盘格个数情况下,本文方法的标定精度都要好于Francisco方法。在棋盘格个数为4~6之间时,旋转矩阵误差保持在 5° 以下,精度提高 $2^{\circ} \sim 10^{\circ}$;平移向量误差保持在300 mm以下,精度提高200~1 000 mm,可以满足实际应用精度。随着棋盘格个数的增加,两种方法的精确度都逐渐提高,并且接近一致。



(a) 旋转矩阵的误差均值

(a) Mean error of rotation calibration

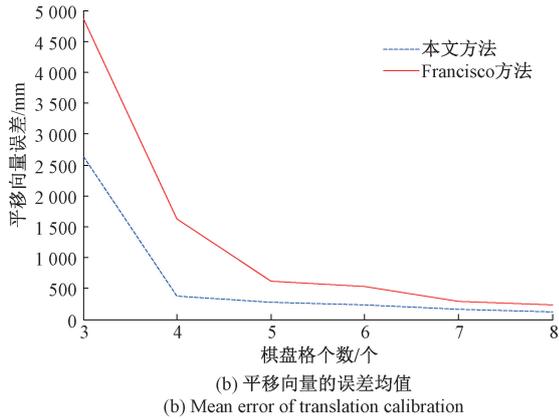


图 6 比较不同棋盘格个数输入下两种方法的误差均值
Fig. 6 Comparison of two methods of calibration mean error under different number of chessboards

第 3 种仿真实验对比分析两种方法在不同的噪声水平下的误差均值。设置棋盘格的个数为 6, 激光测距的噪声方差 δ 从 5 mm 逐渐增加到 30 mm, 各自进行 100 次相互独立实验, 分别比较旋转矩阵和平移向量两个指标的误差均值如图 7 所示。

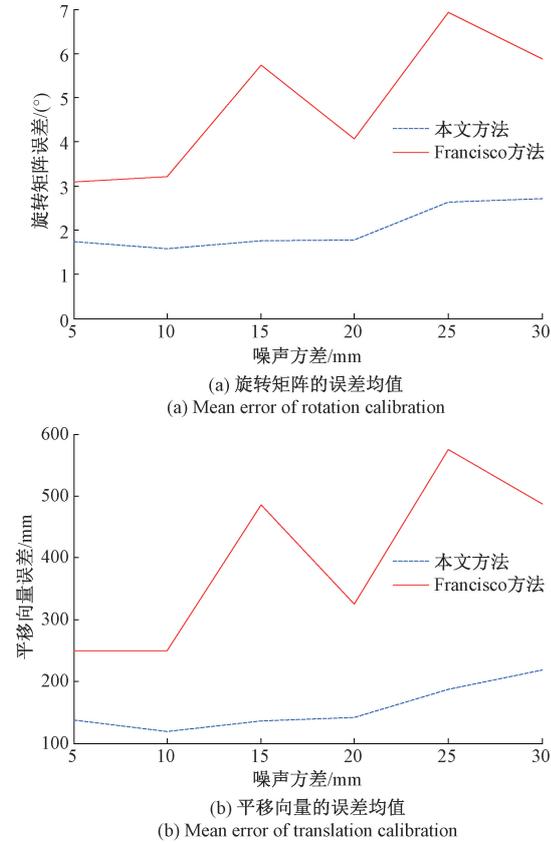


图 7 比较不同激光噪声方差情况下两种方法的误差均值
Fig. 7 Comparison of two methods of calibration mean error under different variance of laser noise

图 7 中本文方法在不同噪声水平下的标定精度上均要好于 Francisco 方法, 旋转矩阵误差在各噪声水平下均保持在 2° 左右, 精度提高了 $1^\circ \sim 5^\circ$; 平移向量误差保持在 200 mm 以下, 精度提高了 100~400 mm。同时随着噪声水平的增加, 本文标定方法的精度仍然能保持较好的稳定性, 而 Francisco 方法的稳定性较差, 在噪声降低时存在退化现象。

3.2 真实实验

为了进一步验证本文方法的性能, 我们利用实验室的激光雷达和摄像机采集真实数据进行外参数标定。实验中采用的 2D 激光雷达是 SICK LMS291 单线扫描激光雷达, 扫描角度为 180° , 角度分辨率为 0.5° , 每个周期获得前方 361 个数据, 扫描周期为 50 ms, 测量距离最远可达 80 m。采用的摄像机是 JAI BB141-GE 工业摄像机, 图像分辨率为 800×600 pixel。首先, 设置激光雷达和摄像机的姿态和位置, 通过在两个传感器前面的 4 个棋盘格观测数据。分别使用本文标定方法和文献 [5] 的 Francisco 方法对激光雷达和摄像机进行外参数标定, 计算得到的旋转矩阵和平移向量为:

$$R_1 = \begin{bmatrix} 0.9993 & 0.0160 & -0.0341 \\ -0.0030 & 0.9366 & 0.3504 \\ 0.0376 & -0.3501 & 0.9360 \end{bmatrix}$$

$$t_1 = \begin{bmatrix} 14.5 \\ 1082.6 \\ 152.6 \end{bmatrix} \quad (14)$$

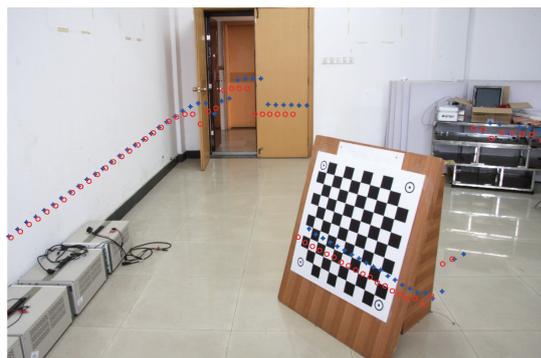
$$R_2 = \begin{bmatrix} 0.9981 & 0.0348 & -0.0505 \\ -0.0137 & 0.9293 & 0.3691 \\ 0.0598 & -0.3677 & 0.9280 \end{bmatrix}$$

$$t_2 = \begin{bmatrix} 14.3 \\ 1052.2 \\ 139.1 \end{bmatrix}$$

使用与仿真实验同样的误差评估指标, 得出两种方法标定的旋转矩阵误差为 1.9° , 平移向量误差为 33.3 mm, 两个标定结果非常接近, 验证了本文标定方法的正确有效性。

然后, 为了直观的对比两种方法的标定结果, 将激光点投射到成像平面上, 图 8 显示利用标定结果对激光点在图像上进行投影的结果, “*” 标记是 Francisco 方法映射结果^[5], “O” 标记是本文方法映射结果。从激光雷达和摄像机的信息融合的直观效果看, 两种方法对应的图像投影结果非常相似。并且从图像上看, “O” 比 “*” 更多的分布在在同一平面上, 表明本文标定方法更接近真实值。

由于无法精确的直接测量实际传感器外参数的真实值, 本文通过分析真实环境实验的标定结果分布状态, 利用均方差统计信息对标定结果进行评价。将棋盘格的个



(a) 第一幅图像中激光点的投影结果
(a) Projection result of laserpoint in the first image

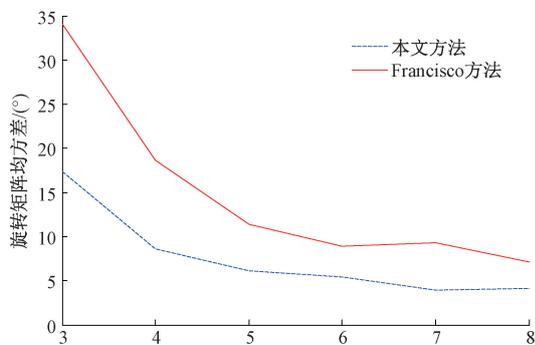


(b) 第二幅图像中激光点的投影结果
(b) Projection result of laser point in the second image

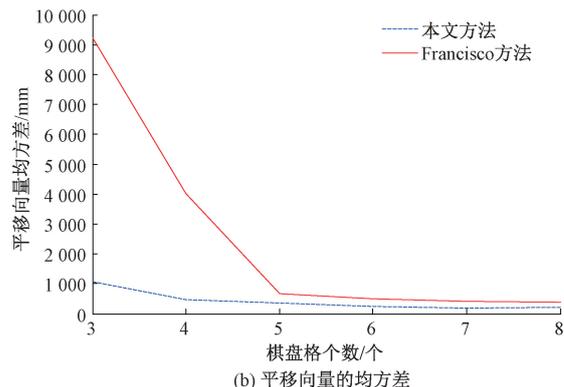
图8 激光点在图像上进行投影结果

Fig. 8 Laser point is projected on the image by using extrinsic calibration result

数从3逐渐增加到8,每组各自进行30次独立实验,对本文方法和Francisco方法标定结果 R 和 t 的分布进行比较分析,用 R 的Rodrigues角度分量均方差来分析旋转矩阵分布, t 的模均方差来分析平移向量分布。如图9所示,相比较Francisco方法,本文方法的旋转矩阵和平移向量的均方差更小、分布更集中,表明假解的概率更小。这间接显示本文提出的多解筛选及参数优化的有效性,提高了标定精度,提高了真解命中率。



(a) 旋转矩阵的均方差
(a) Mean square error of rotation calibration



(b) 平移向量的均方差
(b) Mean square error of translation calibration

图9 比较不同棋盘格数目情况下两种方法标定结果均方差

Fig. 9 Comparison of two methods of mean square error under different number of chessboards

4 结 论

针对最小解标定方法的多解筛选问题和不足,本文提出了2D激光雷达和摄像机的最小解标定的多解筛选改进策略,主要贡献有3点:1)利用传感器的可视空间约束剔除假解,缩小多解集合范围。2)提出了一种基于棋盘格边界约束的误差函数模型,强化了棋盘格边界激光点和边界线段之间的空间约束,因此能更准确从多解中选取真解。3)提出基于棋盘格边界约束的平移向量最小二乘解方法,利用更多约束方程求解平移向量,提高了平移向量的精度。本文将多解筛选三个改进措施使用到最小解标定过程中,通过仿真实验和真实实验对比改进前后的性能,结果表明多解筛选策略能有效提高真解命中率和标定精度。仿真实验结果表明,在真解命中率性能上相比于Francisco方法,本文方法在不同噪声水平下提升真解命中率4%到22.5%;在标定精度性能上相比于Francisco方法,本文方法在不同噪声水平下提升旋转矩阵精度 $1^{\circ} \sim 5^{\circ}$,提升平移向量精度100~400 mm。

未来工作考虑将改进棋盘格标定物设计,构造特殊的PnP问题,以解决最小解标定方法的多解问题。同时融入观测数据之间的运动信息,增强标定结果的鲁棒性和精度。

参考文献

- [1] SAKTHIVEL P, ANBARASU B. Integration of vision and LIDAR for navigation of micro aerial vehicle [C]. 2020 Third International Conference on Multimedia Processing, Communication & Information Technology (MPCIT). Shivamogga, India: IEEE, 2020, 14-18.
- [2] LI Z, GOGIA P C, KAESS M. Dense surface reconstruction from monocular vision and LiDAR [C].

- 2019 International Conference on Robotics and Automation (ICRA). Montreal, QC, Canada: IEEE, 2019, 6905-6911.
- [3] YANHAO L, HAO L. A collaborative relative localization method for vehicles using vision and LiDAR sensors [C]. 2020 16th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision (ICARCV). Shenzhen, China: IEEE, 2020, 281-286.
- [4] ZHANG Q L, PLESS R. Extrinsic calibration of a camera and laser range finder (improves camera calibration)[C]. IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems: IEEE, 2004: 2301-2306.
- [5] FRANCISCO V, JOAOP B, URBANO N. A minimal solution for the extrinsic calibration of a camera and a laser-rangefinder[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2012, 34(11): 2097-2107.
- [6] ITAMI F, YAMAZAKI T. An improved method for the calibration of a 2D LiDAR with respect to a camera by using a checkerboard target[J]. IEEE Sensors Journal, 2020, 20(14): 7906-7917.
- [7] 彭梦,蔡自兴.基于系数矩阵二范数的2维激光-摄标定方法[J].仪器仪表学报,2015,36(4):749-757.
PENG M, CAI Z X. Calibration method for 2D laser radar and camera based on 2-norm of coefficient matrix[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2015, 36(4): 749-757.
- [8] 黄志清,苏毅,王庆文,等.二维激光雷达与可见光相机外参标定方法研究. [J]. 仪器仪表学报, 2020, 41(9): 121-129.
HUANG ZH Q, SU Y, WANG Q W, et al. Research on extrinsic parameter calibration method of 2D laser rangefinder (LRF) and visible light camera[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41(9): 121-129.
- [9] GUO C X, ROUMELIOTIS S I. An analytical least-squares solution to the line scan LIDAR-camera extrinsic calibration problem[C]. IEEE International Conference on Robotics Automation. Karlsruhe, Germany: IEEE, 2013: 2943-2948.
- [10] DONG W, ISLER V. A novel method for the extrinsic calibration of a 2D laser rangefinder and a camera[J]. IEEE Sensors Journal, 2018, 18(10): 4200-4211.
- [11] ITAMI F, YAMAZAKI T. A simple calibration procedure for a 2D LiDAR with respect to a camera [J]. IEEE Sensors Journal, 2019, 19(17): 7553-7564.
- [12] FAN J, HUANG Y, SHAN J, et al. Extrinsic calibration between a camera and a 2D laser rangefinder using a photogrammetric control field [J]. Sensors, 2019, 19(9): 2030-2052
- [13] CHEN Z, YANG X, ZHANG C, et al. Extrinsic calibration of a laser range finder and a camera based on the automatic detection of line feature[C]. International Congress on Image Signal Processing. Datong, China: IEEE, 2016, 448-453.
- [14] ZHOU L, DENG Z. A new algorithm for the establishing data association between a camera and a 2-D LIDAR[J]. Tsinghua Science and Technology, 2014, 19(3): 314-322.
- [15] GOMEZ R, BRIALES J, FERNANDEZ-MORAL E, et al. Extrinsic calibration of a 2d laser-rangefinder and a camera based on scene corners[C]. IEEE International Conference on Robotics and Automation. Paris, France: IEEE, 2015, 3611-3616.
- [16] HU Z, LI Y, LI N. Extrinsic calibration of 2-D laser rangefinder and camera from single shot based on minimal solution[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2016, 65(4): 915-929.
- [17] ROYER E, SLADE M, DHOME M. Easy auto-calibration of sensors on a vehicle equipped with multiple 2D-LIDARs and cameras[C]. IEEE Intelligent Vehicles Symposium. Paris, France: IEEE, 2019: 1296-1303.

作者简介



彭梦 (通信作者), 2001年于国防科技大学获得学士学位, 2007年于中南大学获得硕士学位, 2015年于中南大学获得博士学位, 现为湖南工程学院讲师, 主要研究方向为多传感器融合和视觉跟踪。
E-mail: pengmeng@hnie.edu.cn

Peng Meng (Corresponding author) received his B.Sc. degree from National University of Defense and Technology in 2001, received his M.Sc. degree and Ph.D. degree both from Central South University in 2007 and 2015, respectively. He is currently a lecturer at Hunan Institute of Engineering. His main research interests include multi sensor fusion and visual tracking.



陈白帆, 2001年于中南大学获得学士学位, 2004年于中南大学获得硕士学位, 2009年于中南大学获得博士学位, 现为中南大学自动化学院副教授, 主要研究方向为移动机器人环境感知。
E-mail: chenbaifan@csu.edu.cn

Chen Baifan received her B.Sc. degree, M.Sc. degree and Ph.D. degree all from Central South University in 2001, 2004, and 2009, respectively. She is currently an associate professor in the School of Automation at Central South University. Her main research interests include environment perception of mobile robot.