

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2006096

# 牙体预备机器人备牙轨迹规划及实验研究\*

姜金刚<sup>1,2</sup>, 陈厚鏊<sup>1</sup>, 黄致远<sup>1</sup>, 张永德<sup>1,2</sup>, 刘怡<sup>3</sup>

(1. 哈尔滨理工大学 先进制造智能化技术教育部重点实验室 哈尔滨 150080;

2. 哈尔滨理工大学 机器人技术及工程应用研究中心 哈尔滨 150080; 3. 北京大学口腔医学院 北京 100081)

**摘要:** 龋齿作为人类三大重要防治疾病之一, 严重影响了人们的口腔健康。牙体修复是治疗龋齿的重要手段, 牙体预备是口腔修复龋齿的必要治疗环节。传统牙体预备依赖于医生手工操作并结合丰富的临床经验, 需要对患龋牙齿进行大量的重复的细微调整。针对上述情况提出采用机器人辅助医生实现牙体预备可有效地提高备牙质量和口腔治疗的效果。通过分析医生预备过程的操作特点, 确定后牙全冠预备的具体需求, 明确牙体预备机器人的设计要求; 利用曲面映射关系构造曲面片的约束条件进而确定预备体曲面上的型值点, 并依据牙齿之间的相邻关系和功能将功能尖斜面分为3个曲面, 基于NURBS曲面完成了3个曲面的插值; 根据曲面的型值点和曲面片特征, 基于等参数法实现了牙体预备机器人的备牙轨迹规划。设计并研制了牙体预备机器人的虚拟样机和物理样机, 并进行了牙体预备实验研究, 各个特征点在XYZ方向上的最大的相对定点误差分别为0.23、0.15和0.97 mm, 系统误差的置信区间均稳定在0.3 mm以内。在不同方向下的各个特征点的随机误差相关性较弱, 验证了备牙轨迹规划方法的正确性和机器人牙体预备的可行性。

**关键词:** 牙体预备机器人; 功能尖斜面; 备牙轨迹; 插值法; NURBS曲面; 等参数法

**中图分类号:** TP242 TH789 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 460.5599

## Tooth preparation trajectory planning and experiment study of tooth preparation robot

Jiang Jingang<sup>1,2</sup>, Chen Houjun<sup>1</sup>, Huang Zhiyuan<sup>1</sup>, Zhang Yongde<sup>1,2</sup>, Liu Yi<sup>3</sup>

(1. Key Laboratory of Advanced Manufacturing and Intelligent Technology, Ministry of Education, Harbin University of Science and Technology, Harbin 150080, China; 2. Robotics & its Engineering Research Center, Harbin University of Science and Technology, Harbin 150080, China; 3. Peking University School of Stomatology, Beijing 100081, China)

**Abstract:** Dental caries, as one of the three major prevention and treatment diseases of human, seriously affects people's oral health. Tooth restoration is an important method for treating dental caries. Tooth preparation is a necessary treatment link in the oral dental caries restoration process. In traditional tooth preparation process, a large number of repetitive fine adjustments are required, which rely on the manual operations of doctors with rich clinical experience. In this paper, a robot is adopted to assist doctors for tooth preparation, which effectively improves the quality of tooth preparation and the effect of oral treatment. Through analyzing the operating characteristics of the doctor's preparation process, the specific requirements of the posterior tooth full crown preparation are determined, and the design requirements of the tooth preparation robot are specified. The constraint conditions of surface patches are constructed using the curved surface mapping relationship, then the model points on the curved surface of the preparation tooth are determined. The functional cusp level is divided into three curved surfaces according to the adjacent relationship between the teeth and functions. The interpolation of the three curved surfaces is completed based on the NURBS curved surface. According to the curved model points and characteristics of the curved surface patches, the tooth preparation trajectory planning of the tooth preparation robot is realized based on the isoparametric method. The virtual prototype and physical prototype of tooth preparation robot were designed and developed, and the experiment study on

收稿日期: 2020-02-19 Received Date: 2020-02-19

\* 基金项目: 中国博士后基金特别资助项目(2018T110313)、黑龙江省普通本科高等学校青年创新人才培养计划资助(UNPYSCT-2017082)、黑龙江省博士后特别资助项目(LBH-TZ1705)、黑龙江省普通高校基本科研业务费专项资金(LGYC2018JQ016)

tooth preparation was carried out. The maximum relative fixed-point errors of the feature points in the  $X$ ,  $Y$  and  $Z$  directions are 0.23, 0.15 and 0.97 mm, respectively, and the confidence intervals of the system errors are all within 0.3 mm, stably. The correlation of the random errors of the feature points in different directions is weak, which verifies the correctness of the tooth preparation trajectory planning method and the feasibility of robot tooth preparation.

**Keywords:** tooth preparation robot; functional cusp level; tooth preparation trajectory planning; interpolation method; NURBS surface; isoparametric method

## 0 引言

龋齿作为人类三大重要防治疾病之一,是导致牙齿缺损、牙列缺损和牙齿缺失的重要原因,严重地影响了人们的口腔健康。根据2017年完成的第四次全国口腔健康流行病学调查报告,我国35~74岁平均恒牙龋齿率可达94.2%,平均龋补填充比仅为18.7%,牙齿缺失的比例高达63.5%<sup>[1]</sup>。口腔修复是治疗牙体缺损的重要手段,牙体预备作为口腔修复的必要治疗环节,是指医生在患者口腔内对患龋齿处的硬组织进行定量去除并形成预期三维形状的操作过程<sup>[2]</sup>,其目的使预备后留下的牙组织形成预定的预备体,便于后续安装金属或烤瓷冠体等操作,以恢复损伤牙齿的固有形态和基本功能。但当牙体预备的预备量不足时,会继续诱发龋齿、牙龈萎缩、牙齿折断和牙龈坏死等严重的口腔疾病,极大地增加了患者的痛苦程度,而且过度的预备量将会伤及牙体内部牙本质和牙髓,进而导致不可逆的情况出现。牙体预备的效果直接决定了多种口腔疾病和医疗服务的质量<sup>[3]</sup>。在传统的牙体预备过程中,需要依赖于医生手工的操作并结合丰富的临床经验对患龋牙齿进行大量的、重复的微细调整才能使得预备后的牙体达到理想的三维形状。由于人眼视觉产生偏差、人手定位控制误差等,过度的依赖于医生手工进行牙体预备,将导致预备体无法满足预期要求<sup>[4]</sup>;目前我国医患比失衡的现状也无法满足当前极大的牙体预备需求量。因此,采用机器人辅助医生完成牙体预备工作迫在眉睫。

近年来,将机器人技术应用于口腔治疗中成为了医疗机器人领域研究的热点之一。Jose等<sup>[5]</sup>设计一款牙科辅助机器人,该机器人系统由机械臂、力传感器和电机执行器构成,在机械臂末端夹持一个牙科手机,可根据需求设定驱动设备的阈值,保证整个手术过程中的安全性。Nelson等<sup>[6]</sup>设计了一种在牙科手术期间提供根管工具的机器人,该机器人能够辅助医生更加高效地完成牙体预备与根管治疗。姜金刚等<sup>[7]</sup>设计了一种用于正畸弓丝弯制的机器人系统,采用等增量法和有限点展成法进行了正畸弓丝成形控制点的规划,实现了个性化正畸弓丝的弯制。Zhou等<sup>[8]</sup>利用工业机械臂开发口腔正畸弓丝弯

制机器人系统,并通过电磁加热的方法解决了正畸弓丝的回弹问题。Wu等<sup>[9]</sup>研发了一种自主式的义齿种植机器人,结合3D打印技术实现了种植术后的即时牙冠修复。Cui等<sup>[10]</sup>等研制了可以辅助医生实施颌面肿瘤穿刺活检、放射性粒子植入和颅底三叉神经痛射频热凝手术的穿刺诊疗机器人系统。冯柱等<sup>[11]</sup>设计一种用于口腔和牙科治疗的机器人系统,该系统包括控制台、机器人、座椅装置、导航装置等,医生通过控制台操控机器臂在患者口腔内进行多种口腔及牙科治疗。Otani等<sup>[12]</sup>设计了一种牙体预备机器人,将电动高速牙科手机安装在机械臂的末端,然后用三维激光扫描仪扫描牙齿模型,机器人根据已有的牙齿模型和已设计完成的预备体模型进行牙体预备。吕培军团队研制了基于激光三维雕刻机的牙体预备机器人系统,该牙体预备机器人包括激光工作头、导光臂、牙齿定位器、口内扫描仪、飞秒激光器等部分,激光光束通过导光臂导入到激光工作头中,通过牙齿定位器与口腔固定,激光工作头控制激光的运动来完成牙体预备<sup>[13-15]</sup>。以上的研究对于机器人在口腔医学中的应用做了有益的探索,但都未对机器人辅助牙体预备的备牙轨迹规划进行研究。

为解决上述问题,本文以后牙全冠预备为研究对象,通过分析医生预备过程的操作特点,在对功能尖斜面数据预处理的基础上,进行功能尖斜面划分,基于NURBS曲面进行功能尖斜面插值,采用等参数法进行机器人备牙轨迹的规划,搭建了一种能够辅助医生进行牙体预备的机器人,并进行了机器人牙体预备实验。

## 1 后牙全冠预备流程分析

后牙磨牙相比于前牙切牙和前牙尖牙表面面积更大、沟壑及窝沟更多,因此后牙的龋齿率要明显高于前牙龋齿率。由于全冠预备得到的预备体在固位和抗力方面均优于其他类型的预备体,因此对于后牙的预备优选全冠预备。后牙全冠预备的标准化备牙参数如图1所示。后牙全冠预备流程分为咬合面预备、邻面预备和功能尖斜面预备,首先进行咬合面预备,根据咬合表面的窝沟和三角嵴槽确定点隙定深并形成定深槽;沿着三角嵴和定深槽的轮廓完成咬合面预备;患者咬蜡纸或咬硅胶等方式验证咬合面的预备空间是否满足

要求。其次进行邻面预备,根据车针宽度和车针形状确定肩台宽度,进行颊面预备、分离邻牙,并实现邻面预备。最后进行功能尖斜面预备,将车针沿着牙尖高度的上下轮廓进行磨除,对牙尖区域进行圆钝处理,确保无应力集中点,保证在安装冠体后预备体结构的稳定性和抗力性能。后牙全冠备牙流程如图 2 所示。咬合面预备过程中,医生需要根据患者的上下咬合关系确定多次且微小的预备量,目前无法实现机器人化的咬合面预备。功能尖斜面的预备是牙冠大面积接触的区域,具有稳固牙冠结构的作用,相较于邻面预备的三维曲线规划,功能尖斜面预备的范围更加广泛,因此本文重点就功能尖斜面的机器人预备进行分析。

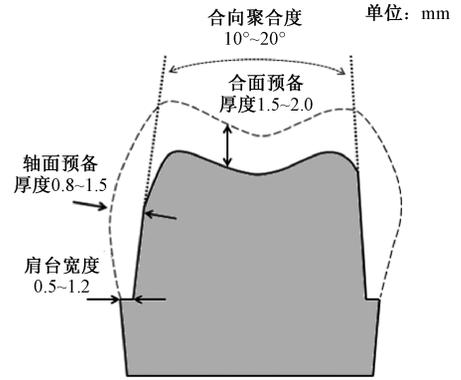


图 1 标准化备牙参数

Fig.1 Standardized tooth preparation parameters

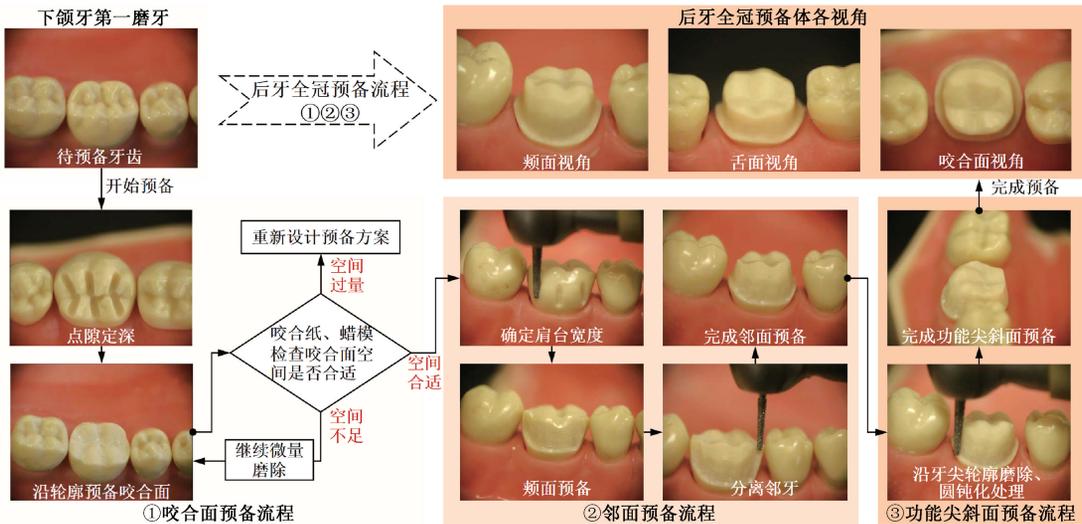


图 2 后牙全冠的流程

Fig.2 Flow chart of the full crown of the posterior teeth

## 2 牙体预备机器人备牙轨迹规划

标准后牙预备体模型预处理流程如图 3 所示。首先将 obj 格式的标准备牙三维模型导入到 Geomagic Wrap 软件中后,依次使用“网格医生”“填充孔”“平面”等命令使其形成封闭的三维模型;再使用“自动曲面化”和“构造栅格”命令通过生成的多个曲面片相连使其具备曲面特征和边界特征,并在每个曲面片内构建细分网格;最后通过“拟合曲面”命令得到具有曲面特征和边界特征的 step 格式的三维模型。标准化牙体预备中,车针直径  $D$  的  $2/3$  部分在邻面预备阶段所产生肩台的内部,剩余的  $1/3$  位于牙体外部,因此车针指轴线距牙体边缘曲线  $C_L$  的距离为  $D$  的  $1/6$ ,基于此就可以得到机器人的邻面备牙曲线  $C_C$ 。将获得的 step 格式的三维模型导入到 Creo 三维软件中,使用“复制”和“偏移”命令对标准化预备体的牙体边缘曲线  $C_L$  完成提取、复制和偏移得到标准

邻面备牙曲线  $C_C$ ,进一步标准邻面备牙曲线  $C_C$  按离散点数量  $N_Q$  和离散点间距  $L_Q$  两个参数获得多个离散点  $Q$  用于下一步计算曲线。

### 2.1 功能尖斜面数据的预处理

在机器人完成功能尖斜面备牙轨迹规划时,需要进行三维曲面的规划,利用曲面片的构型生成功能尖斜面的插值和机器人备牙轨迹。在逆向工程软件生成曲面片时,将会生成三角形曲面片和四边形曲面片,为了能够尽可能减少整个曲面的总体曲面片数量和不光滑现象的产生,所以需要减少三角形曲面片的数量,尽量合并已有的三角形曲面片变为四边形曲面片。为此需要在整个预处理流程中控制四边形曲面片  $S$  数量  $N_S$  和三角形曲面片  $T$  数量  $N_T$  的比例,功能尖斜面数据的预处理流程如图 4 所示。

通过三维曲面区域  $\Omega$  的映射关系得到的参考二维平面  $\Theta$  可以对该参数域进行四边形网格,并做进一步处理,将处理后的四边形网格再根据逆映射复原到复杂的

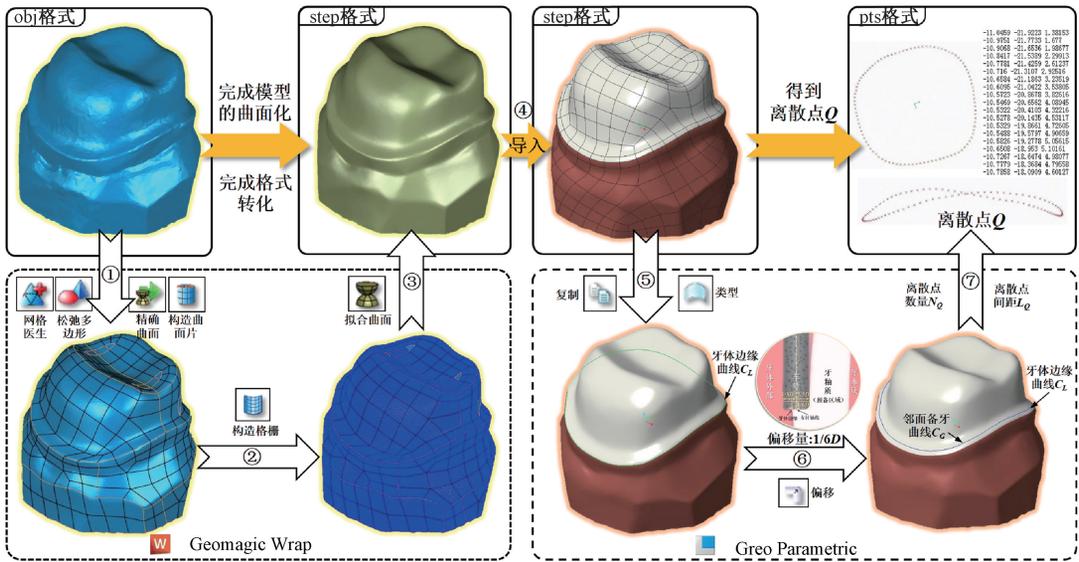


图3 标准后牙预备体模型预处理流程

Fig.3 Preprocessing flow of standard posterior tooth preparation model

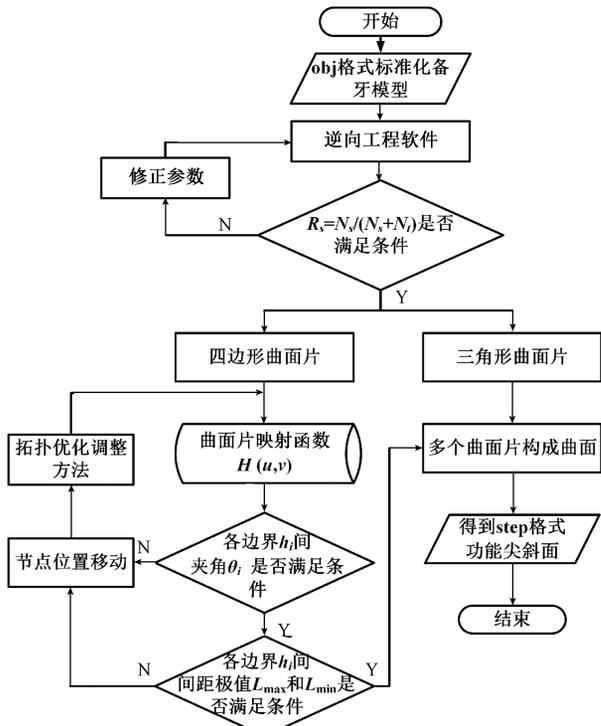


图4 功能尖斜面数据的预处理流程

Fig.4 Preprocessing flow of functional cusp bevel data

三维曲面区域  $\Omega$  的真实区域上,如图5所示。为此还需要建立三维曲面区域  $\Omega$  的真实区域与参考二维平面  $\Theta$  中的单位正方形之间的映射函数  $H$ ,用于对曲面网格的生成。本文选取的方法是由 Zienkiewicz 等<sup>[16]</sup>提出的无边界映射函数,以一个四边形曲面片为例,函数  $H(u, v)$

为:

$$H(u, v) = \mathbf{H}_1 \begin{bmatrix} h_1(u) \\ h_2(v) \\ h_3(u) \\ h_4(v) \end{bmatrix} - \mathbf{H}_2 \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中:  $u \in [0, 1]$ ;  $v \in [0, 1]$ ;  $h_i$  为四边形曲面片的边界;  $a_i$  为四边形4个顶点;  $\mathbf{H}_1 = \text{diag}(1-u, u, v, 1-u)$ ,  $\mathbf{H}_2 = \text{diag}((1-u)(1-v), u(1-v), uv, (1-u)v)$ 。

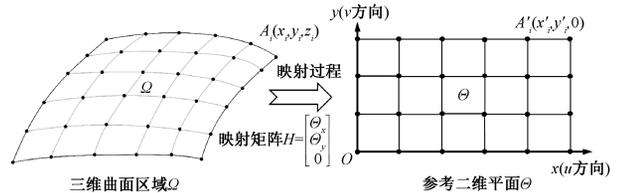


图5 映射过程

Fig.5 Mapping process

根据式(1)可以绘制两种四边形曲面片,分为理想化曲面片和非理想化曲面片,如图6所示。理想化曲面片的形状为矩形,在此情况下边界条件为  $h_1(u) = h_2(v) = h_3(u) = h_4(v)$  或  $h_1(u) = h_3(u), h_2(v) = h_4(v)$ , 其夹角  $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = \theta_4 = \pi/2$ 。相对于理想曲面片,非理想曲面片是在预处理阶段常见的曲面片,一般为不规则的四边形,因此需要对其边界和夹角设定约束条件,使得非理想化曲面片接近理想化曲面片,以便于后续整体曲面的生成。

四边形曲面片形状约束变量为边界夹角  $\theta_i$  和边界间距,边界夹角  $\theta_i$  决定了非理想化曲面片相对于理想化

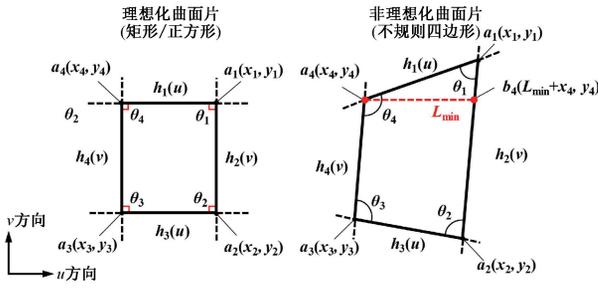


图6 理想化曲面片与非理想化曲面片

Fig.6 Idealized and non-idealized curved surface patches

曲面片形变的基本状态,其数值应当控制在合理的范围内,本文设定的约束条件夹角相对于理想化曲面片夹角的变化角度  $\Delta\theta_i$ ,其范围在  $-30^\circ \sim 30^\circ$ ,因此得到  $\theta_i \in [60^\circ, 120^\circ]$ 。以  $h_1(u)$  和  $h_2(v)$  的夹角  $\theta_1$  为例,通过余弦公式可以推导出曲面片内的夹角公式。

$$\cos\theta_1 = \frac{\Delta x_{12}^2 + \Delta y_{12}^2 + \Delta x_{14}^2 + \Delta y_{14}^2 - \Delta x_{24}^2 - \Delta y_{24}^2}{2(\Delta x_{12}^2 + \Delta x_{14}^2)^{\frac{1}{2}}(\Delta x_{14}^2 + \Delta x_{24}^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (2)$$

式中:  $\theta_1 \in [60^\circ, 120^\circ]$ ;  $\Delta x_{12}$  为  $a_1$  点和  $a_2$  点  $x$  方向的差值;  $\Delta y_{12}$  为  $a_1$  点和  $a_2$  点  $y$  方向的差值,以此类推。

同理,可求得非理想化曲面片边界间最短间距由  $a_4$  作延长线与  $h_2(v)$  得到  $b_4$ ,  $b_4$  的  $x$  轴坐标为  $x_4 + L_{\min}$ ,  $y$  轴坐标与  $x_4$  相同,新构成的  $a_4 b_4$  为夹角  $\theta_1$  所对应的最小间距  $\min_{(\Delta x, \Delta y) \in \Theta} L(\Delta x, \Delta y)$ , 因此得到  $\min_{(\Delta x, \Delta y) \in \Theta} L(\Delta x, \Delta y)$  为:

$$\min_{(\Delta x, \Delta y) \in \Theta} L(\Delta x, \Delta y) = \Delta x_{14} - \left[ \frac{\Delta y_{14}^2 - (\Delta x_{14}^2 + \Delta y_{14}^2)^{\frac{1}{2}}}{\Delta x_{14} - 4 \cos^2 \theta_1} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

式中:设  $\cos\theta_1 = \max_{1 \leq i \leq 4} \cos\theta_i$ ;  $\Delta x_{14}$  为  $a_1$  点和  $a_4$  点  $x$  方向的差值;  $\Delta y_{14}$  为  $a_1$  点和  $a_4$  点  $y$  方向的差值。

约束边界间间距  $L$  的目的在于使生成的曲面片与车针直径  $D$  之间满足一定的关系,以用于后续生成功能尖斜面以及机器人备牙轨迹。因此,需要在夹角已经约束的情况下,再约束各边界间间距  $L$ ,约束条件以车针直径  $D$  作为基准,间距  $L$  的最小值应当满足  $\min_{(\Delta x, \Delta y) \in \Theta} L(\Delta x, \Delta y) \geq 1/2D$ , 间距  $L$  的最大值应当满足  $\max_{(\Delta x, \Delta y) \in \Theta} L(\Delta x, \Delta y) \leq D$ , 设定的间距极值保证了后续机器人轨迹规划的覆盖范围。

### 2.2 功能尖斜面划分

为解决功能尖斜面的构造,需要在曲面插值前对功能尖斜面完成划分,划分后的曲面造型可以得到  $u$  方向和  $v$  方向的两条具有延伸特性的边界曲线,再结合已知的给定型值点就可以生成一张曲面。功能尖斜面的划分主要从牙齿相邻特点和预处理数据两个方面完成的,预备目标牙齿是 37 号第二恒磨牙,处于 36 号第一恒磨牙和 38 号第三恒磨牙之间,恒磨牙之间的相邻关系和牙齿相邻区域如图 7 所示。

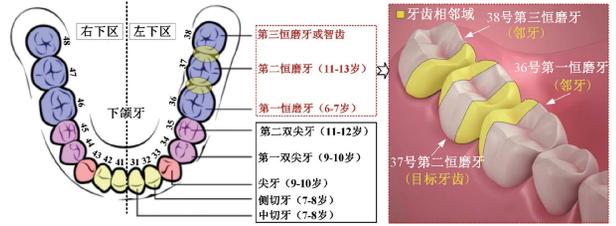


图7 恒磨牙间的相邻关系和相邻区域

Fig.7 Adjacent relationship and adjacent areas between permanent molars

依据预处理阶段中产生的四边形曲面片  $S$  数量  $N_s$ 、三角形曲面片  $T$  数量  $N_t$  和特殊交点  $M$  数量  $N_m$  作为划分参数,三角形曲面片的比例  $R_s < 0.05$ ,其中特殊交点  $M$  是指在拓扑优化阶段相邻边单元数  $N_k > 4$  的节点。预处理后的模型如图 8 所示,由图 8 可知,  $T$  和  $M$  均分布在发生弧形变化的两侧,因此将功能尖斜面以唇侧为参考方向分为左邻接面、中间尖斜面和右邻接面,如图 9 所示,左邻接面参数为  $N_s = 35, N_t = 3, N_m = 2$ ; 中间尖斜面参数为  $N_s = 64, N_t = 0, N_m = 0$ ; 右邻接面参数为  $N_s = 31, N_t = 3, N_m = 2$ 。

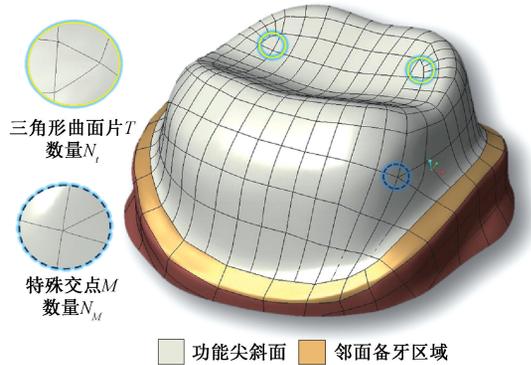


图8 预处理后标准化预备体模型

Fig.8 Preprocessed standardized preparation model

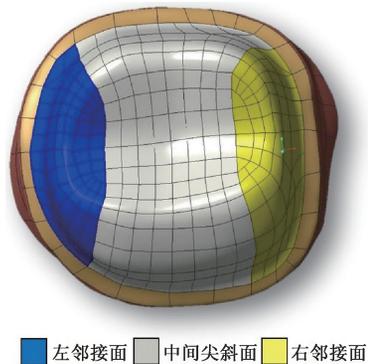


图9 曲面划分结果

Fig.9 Curved surface division result

2.3 功能尖斜面的插值

由于 NURBS 曲面有着局部可控性、角点支撑性和连续可微性等特点,本文基于 NURBS 曲面进行功能尖斜面的插值<sup>[17]</sup>。一张  $u$  方向  $p$  次和  $v$  方向  $q$  次的 NURBS 曲面其有理分式<sup>[18]</sup>表示为:

$$S(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) \omega_{i,j} P_{i,j}}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) \omega_{i,j}} \quad (4)$$

式中:  $u \geq 0; v \leq 1; N_{i,p}(u)$  为  $u$  方向的  $p$  次非有理 B 样条基函数;  $N_{j,q}(v)$  为  $v$  方向的  $q$  次非有理 B 样条基函数;  $\omega_{i,j}$  为权因子;  $P_{i,j}$  为控制点共  $(n + 1) \times (m + 1)$  个。

NURBS 曲面有两个节点矢量  $U$  和  $V$ , 表示为:

$$U = \{ \underbrace{0, \dots, 0}_{p+1}, u_{p+1}, \dots, u_{r-p-1}, \underbrace{1, \dots, 1}_{p+1} \} \quad (5)$$

$$V = \{ \underbrace{0, \dots, 0}_{q+1}, v_{q+1}, \dots, v_{s-q-1}, \underbrace{1, \dots, 1}_{q+1} \}$$

式中:  $r = n + p + 1, s = m + q + 1$ , 即  $U$  中包含  $r + 1$  个节点;  $V$  中包含  $s + 1$  个节点。

为方便计算控制点, 引入基函数  $R_{i,j}(u, v)$ , 将 NURBS 曲面用有理基函数的方式表示<sup>[19]</sup>。令:

$$R_{i,j}(u, v) = \frac{N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) \omega_{i,j}}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) \omega_{i,j}} \quad (6)$$

则式(4)改写为:

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m R_{i,j}(u, v) P_{i,j} \quad (7)$$

功能尖斜面插值计算的关键是用给定型值点  $Q_{i,j}$  完成权因子  $\omega_{i,j}$  的确定、节点矢量  $U$  和  $V$  的确定和控制点  $P_{i,j}$  的反算。 $u$  方向的第  $i$  行型值点  $Q_{i,j}(j = 0, 1, \dots, m)$  的参数化计算方法选取积累弦长参数化法, 设  $u$  方向的第  $i$  行的参数为:

$$u_{ij} \begin{cases} u_{0,j} = 0 \\ u_{i,j} = u_{i-1,j} + \frac{|Q_{i,j} - Q_{i-1,j}|}{\sum_{i=1}^m |Q_{i,j} - Q_{i-1,j}|} \\ u_{n,j} = 1 \end{cases} \quad (8)$$

式中:  $j = 0, 1, \dots, m; i = 1, 2, \dots, n - 1$ 。

则  $u$  方向参数化可以取所有行的相同列参数的算术平均值, 得到:

$$u_i = \frac{1}{n + 1} \sum_{j=0}^m u_{i,j}, i = 1, 2, \dots, n - 1 \quad (9)$$

同理, 可得到  $v$  方向参数化公式为:

$$\begin{cases} v_0 = 0 \\ v_j = \frac{1}{m + 1} \sum_{i=0}^n v_{i,j}, j = 1, 2, \dots, m - 1 \\ v_m = 1 \end{cases} \quad (10)$$

因此, 通过式(8)~(10)可得到节点矢量  $U$  和  $V$ 。

由于基于 NURBS 曲面的功能尖斜面有两个方向, 因此需要先计算  $p$  次,  $u$  方向的第  $i(i = 0, 1, 2, \dots, n)$  行的型值点  $Q_{i,j}$  进行曲线的反算, 进而构造出第  $i$  行的截面线, 得到中间控制点  $R_{i,j}(j = 0, 1, \dots, m)$ 。然后固定  $v$  方向的  $j$  坐标, 计算  $q$  次,  $v$  方向的第  $j(j = 0, 1, 2, \dots, m)$  列进行反算,  $R_{i,j}(j = 0, 1, \dots, m)$  作为反算的数据点, 反算结果可以求出第  $j(j = 0, 1, 2, \dots, m)$  列曲线的控制点  $P_{i,j}(i = 0, 1, 2, \dots, n)$ 。则得到的  $P_{i,j}(i = 0, 1, 2, \dots, n)$  即为曲面的控制点。曲面控制点反算流程如图 10 所示。

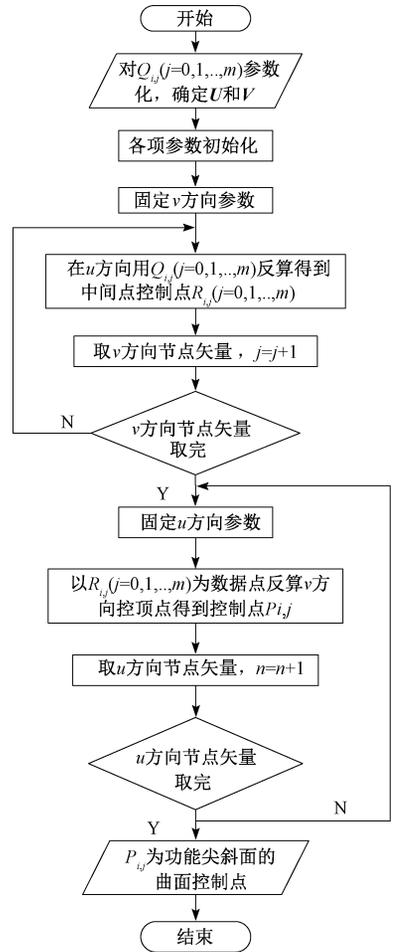


图 10 曲面控制点反算流程

Fig.10 Curved surface control point reverse calculation flow

功能尖斜面插值的流程如图 11 所示。

通过 MATLAB 软件编程, 左邻接面输入的参数为  $u$  方向和  $v$  方向的次数为  $p = q = 3, N_u = 13, N_v = 20$ , 型值点  $N_Q = 260, SUM = 100$ , 输出节点矢量  $U、V$  的数量分别为

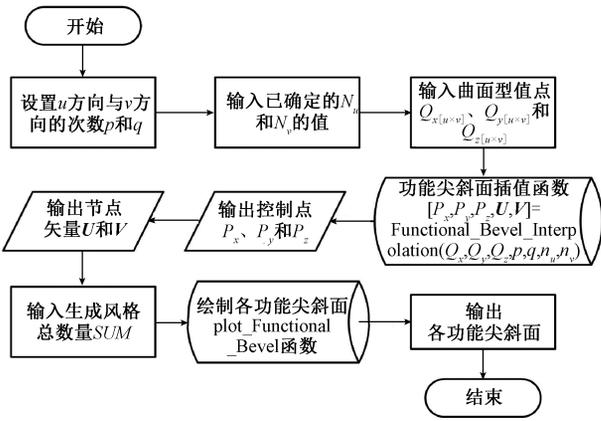


图 11 曲面插值的流程

Fig.11 Flow chart for curved surface interpolation

16 个、23 个,控制点数为 260 个,左邻接面插值结果如图 12所示。

中间尖斜面输入的参数为  $u$  方向和  $v$  方向的次数为

$p=q=3, N_u=9, N_v=25$ ,型值点  $N_Q=225, SUM=100$ ,输出节点矢量  $U、V$  的数量分别为 12 个、28 个,控制点数为 225 个,中间尖斜面插值结果如图 13 所示。

右邻接面输入的参数为  $u$  方向和  $v$  方向的次数为  $p=3, N_u=14, N_v=20$ ,型值点  $N_Q=280, SUM=100$ ,输出节点矢量  $U、V$  的数量分别为 17 个、23 个,控制点数为 280 个,右邻接面插值结果如图 14 所示。

### 2.4 功能尖斜面的备牙轨迹

本文选取等参数法生成功能尖斜面的备牙轨迹。等参数法生成的轨迹是由曲面的两个方向的参考线作为机器人末端的接触点路径所确定的<sup>[20]</sup>。根据  $u$  方向和  $v$  方向将曲面划分为两种参数线族,再对两个方向上的曲线长度进行比较,选取其中较长的参考线作为机器人末端轨迹参考线,而另一个参考线方向作为进给方向。根据型值点  $Q_{i,j}$ ,将某一方向的数据点用曲线的方式相连接,并完成插补计算,得到该曲面的机器人备牙轨迹。

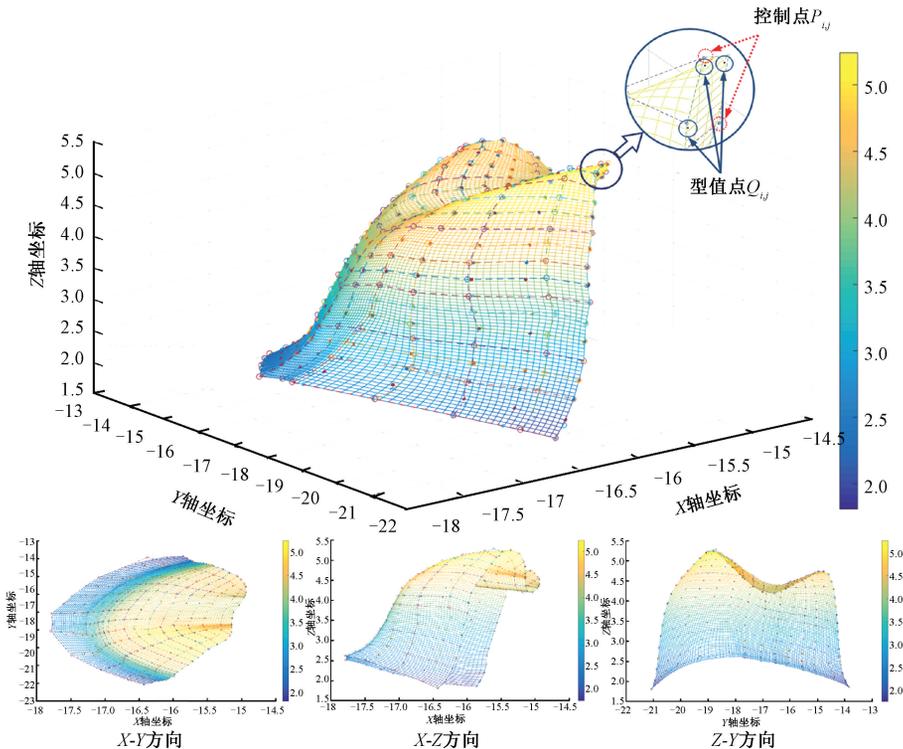


图 12 左邻接面插值结果

Fig.12 Left adjacency surface interpolation result

左邻接面输入的参数轨迹次数为  $k=3$ ,型值点  $N_Q=260$ ,插补周期  $T=0.002$  s,输出节点矢量  $U$  数量为 266 个,控制点数为 259 个,插补点数为 385 个,左邻接面的备牙轨迹如图 15 所示。中间尖斜面输入的参数轨迹次数为  $k=3$ ,型值点  $N_Q=225$ ,插补周期  $T=0.002$  s,输出节点矢量  $U$  数

量为 231 个,控制点数为 225 个,插补点数为 438 个,中间尖斜面的备牙轨迹如图 16 所示。右邻接面输入的参数轨迹次数为  $k=3$ ,型值点  $N_Q=280$ ,插补周期  $T=0.002$  s,输出节点矢量  $U$  数量为 286 个,控制点数为 280 个,插补点数为 367 个,右邻接面的备牙轨迹如图 17 所示。

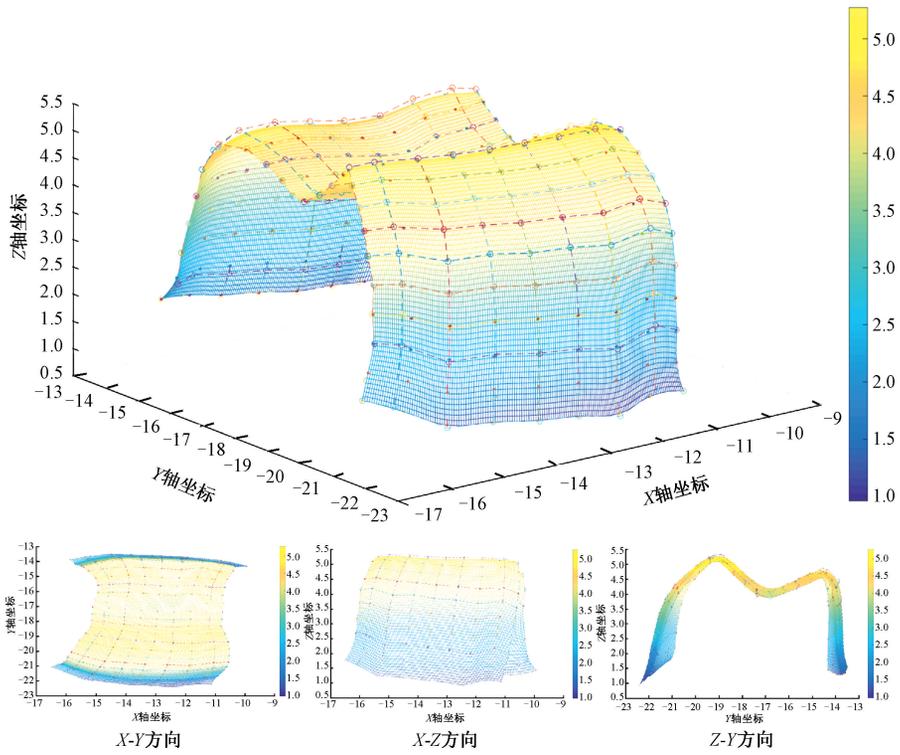


图 13 中间尖斜面插值结果

Fig.13 Middle cusp bevel interpolation result

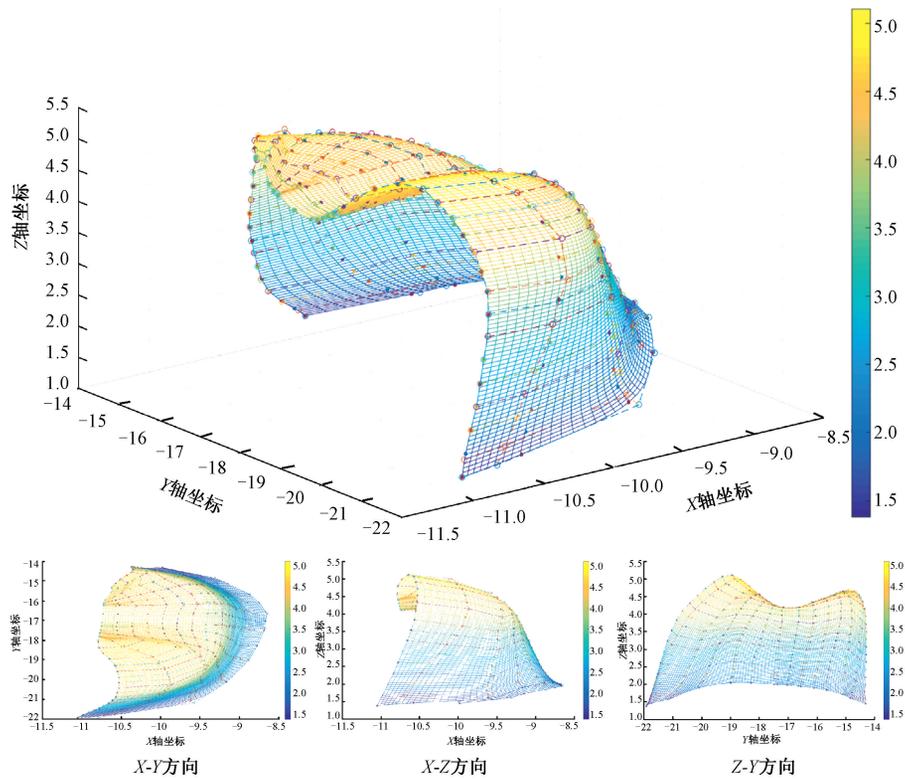


图 14 右邻接面插值结果

Fig.14 Right adjacency surface interpolation result

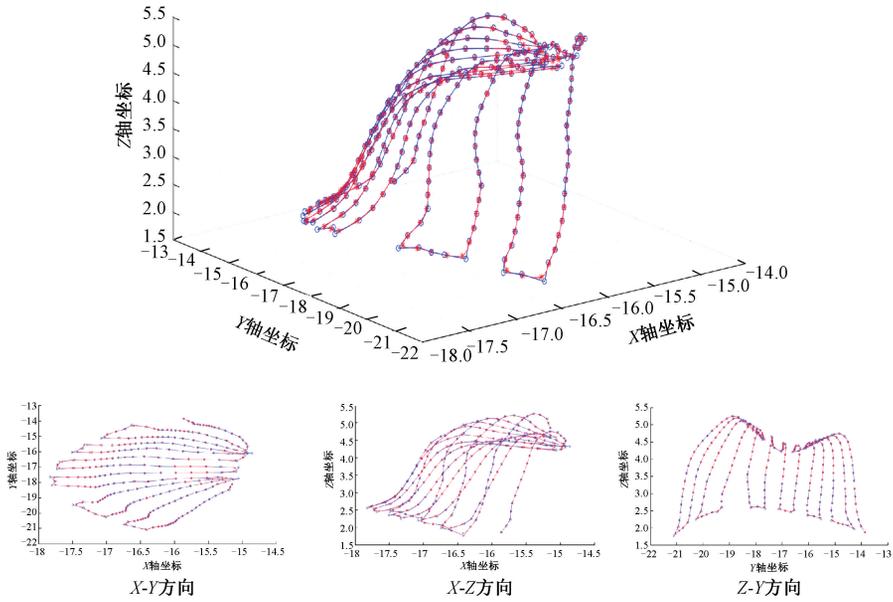


图 15 左邻接面备牙轨迹

Fig.15 Tooth preparation trajectory of left adjacency surface

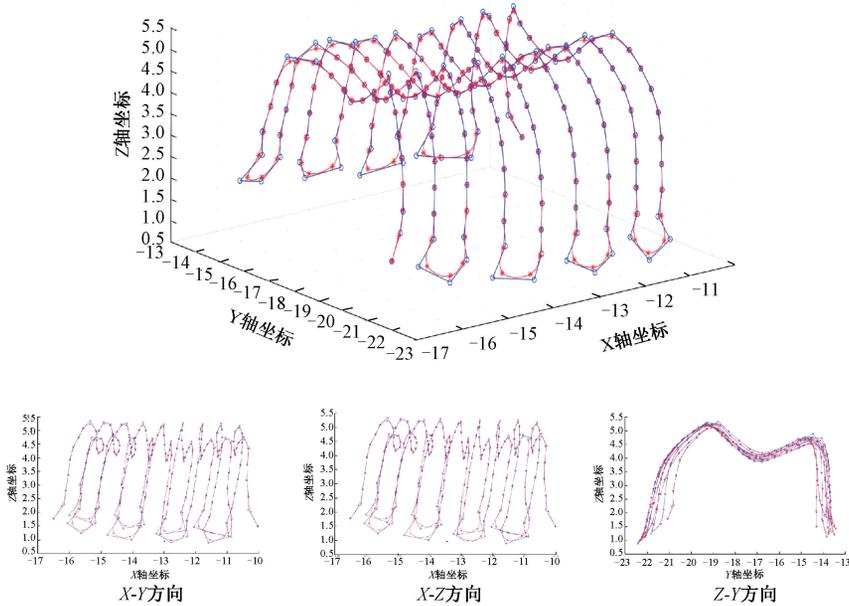


图 16 中间尖斜面备牙轨迹

Fig.16 Tooth preparation trajectory of middle cusp bevel

### 3 机器人牙体预备实验

#### 3.1 实验系统

牙体预备辅助机器人选取 Dobot Magician 串联关节式机械臂作为机器人本体,如图 18 所示,其重复定位精度为 0.2 mm,搭建实验系统如图 19 所示,实验设备由实

验电源、牙体预备机器人样机和上位机组成。

#### 3.2 实验过程

实验过程中末端车针直径为 1.6 mm,实验电压为 12 V,电流 0.25 A,末端转速约为 46 000 r/min,机器人移动速度为 7.4 mm/s,其为设置存点回放速度的 10%。机器人完功能尖斜面预备阶段实验过程如图 20 所示。

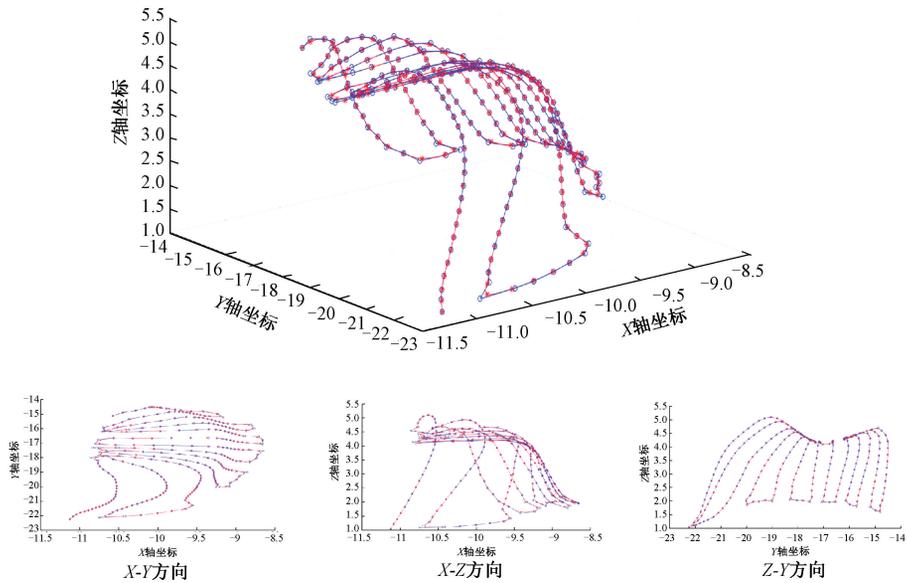


图 17 右邻接面备牙轨迹

Fig.17 Tooth preparation trajectory of right adjacency surface

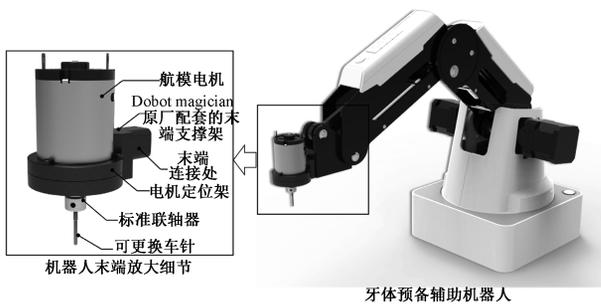


图 18 牙体预备机器人

Fig.18 Tooth preparation robot



图 19 牙体预备机器人实验系统

Fig.19 Experiment system of tooth preparation robot



图 20 机器人完成功能尖斜面预备阶段的实验过程

Fig.20 Experiment process of robot completing functional cusp bevel preparation phase

### 3.3 实验数据的分析

功能尖斜面阶段的实验将功能尖斜面阶段划分为咬合面区域、牙尖区域和颊面区域,再依据区域的特征曲线选取该区域的特征点用于后续的实验验证。在咬合面区域选取横向沟壑作为特征曲线,选取特征曲线上的两端

节点 I 和 IV 以及曲线最低端的两个特征点 II 和 III。在牙尖区域选取牙尖区域的一周曲线中的 4 个尖端作为 V、VI、VII 和 VIII,上述 4 点同时也是 3 个曲面划分部分中的衔接区域。最后,在颊面区域选取两个特征点作为 IX 和 X。邻面预备阶段特征点的选取如图 21 所示,并将功能

尖斜面预备特征点理论数值的按照各区域汇总至如表 1 所示,其中为方便后续计算将 I 点的  $x$  轴数值置零处理。

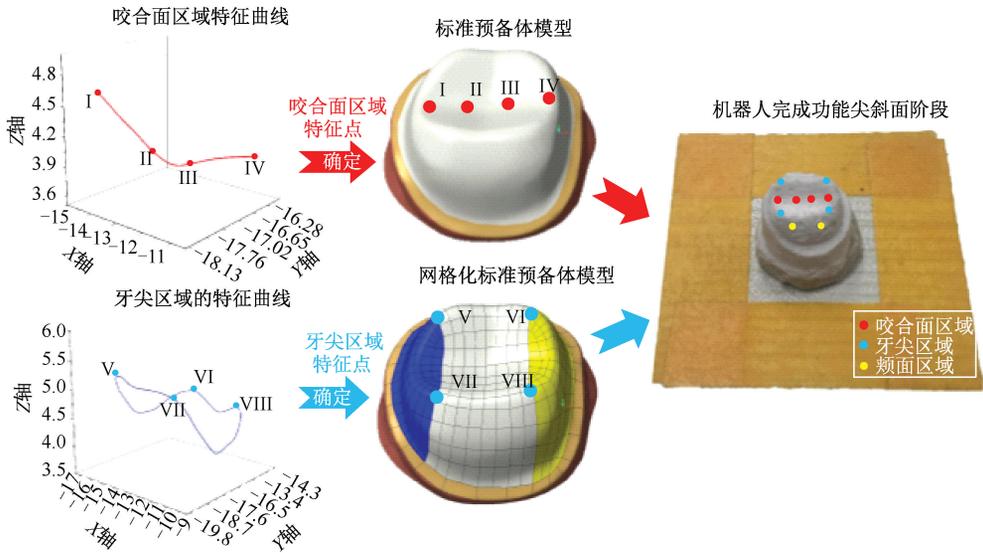


图 21 功能尖斜面预备阶段特征点的选取

Fig.21 Feature point selection of functional cusp bevel preparation phase

表 1 功能尖斜面预备阶段特征点理论数值

Table 1 Theoretical value of feature points during the functional cusp bevel preparation phase

参考点 坐标值	咬合面区域				舌尖区域				颊面区域	
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
$x/mm$	0	2.14	3.77	5.48	0.35	5.39	0.27	4.96	0.99	3.78
$y/mm$	-1.34	-1.47	-1.44	-1.51	1.01	0.97	-3.17	-3.33	-4.77	-5.05
$z/mm$	19.94	24.55	20.60	21.79	20.25	21.15	20.86	20.71	20.26	20.05

根据特征点在插补曲线中的位置,对机器人完成的预备体进行标记并测量。在测量过程中,保证牙齿和机器人之间的相对位置与机器人预备阶段中的位置相同,

用机器人的示教模式对牙齿上标记的特征点进行测量,在每个点测量 5 次并进行记录,再同时乘以转换矩阵,共计得到 50 个实验数据点,如表 2 所示。

表 2 各个特征点的实验测量数值

Table 2 Experiment measurement value of feature points

测量次数 特征点	第 1 次测量	第 2 次测量	第 3 次测量	第 4 次测量	第 5 次测量
特征点 I	(0.14, -1.59, 21.45)	(0.19, -1.52, 20.20)	(0.17, -1.10, 21.10)	(0.27, -1.41, 21.68)	(0.16, -1.57, 20.16)
特征点 II	(2.26, -1.64, 19.94)	(2.55, -1.14, 19.80)	(2.39, -1.54, 20.09)	(2.28, -1.64, 19.32)	(2.37, -1.22, 19.74)
特征点 III	(3.91, -1.38, 20.31)	(3.52, -1.21, 20.30)	(3.43, -1.14, 20.35)	(3.45, -1.82, 20.57)	(3.39, -1.10, 20.66)
特征点 IV	(6.00, -1.70, 21.92)	(5.67, -1.58, 21.56)	(5.81, -1.71, 21.89)	(5.17, -1.40, 21.53)	(5.74, -1.37, 21.67)
特征点 V	(0.17, 0.85, 20.44)	(0.24, 1.29, 20.59)	(0.27, 1.15, 20.81)	(0.22, 0.96, 20.52)	(0.14, 1.33, 19.82)
特征点 VI	(5.70, 1.24, 21.71)	(5.63, 0.62, 21.59)	(5.83, 1.23, 21.35)	(5.03, 0.78, 21.45)	(5.15, 1.37, 20.94)
特征点 VII	(0.54, -3.38, 20.72)	(0.48, -3.24, 20.93)	(0.19, -3.90, 21.16)	(0.12, -2.96, 20.59)	(0.45, -3.13, 21.55)
特征点 VIII	(4.72, -3.60, 20.89)	(4.77, -3.16, 20.58)	(5.14, -3.27, 20.83)	(5.07, -3.45, 20.49)	(4.71, -3.57, 20.95)
特征点 IX	(1.19, -4.57, 20.01)	(0.75, -4.91, 20.45)	(1.06, -4.62, 20.56)	(1.14, -4.80, 20.56)	(1.18, -4.59, 20.68)
特征点 X	(3.48, -5.41, 20.24)	(3.51, -5.34, 19.88)	(3.46, -4.86, 20.28)	(3.61, -5.42, 20.30)	(3.99, -5.22, 19.86)

对测量得到的数据进行误差分析。理论特征点与实验测量结果存在的误差包括系统误差和随机误差。其中系统误差由多个具有确定性变化规律的误差因素组成<sup>[21]</sup>。本文利用测量均值 $\mu$ 、测量样本的标准差 $s$ 和均值 $\mu$ 的置信区间 $[\bar{x} - k_1s, \bar{x} + k_1s]$ 来定义系统误差的界限,其中 $\bar{x}$ 为 $\mu$ 的无偏估计量,安全系数 $k_1$ 由置信区间的百分比决定。另外,用相对定点误差 $\varepsilon$ 和相对标准偏差(relative standard deviation, RSD)评价XYZ3个方向的相对误差指标,以特征点I的 $x$ 轴坐标值为例,相对定点误差 $\varepsilon_{1-x}$ 是测量均值相对于特征点的误差,其表达式为:

$$\varepsilon_{1-x} = |\bar{x}_I - x_I| \quad (11)$$

式中: $\bar{x}_I = \sum_{i=1}^n x_{1-i}/n$ ;  $x_{1-i}$ 为特征点I的 $x$ 轴测量坐标值; $x_I$ 为表1中特征点I的理论 $x$ 轴坐标值。

以特征点I的 $x$ 轴坐标值为例,对标准偏差 $RSD_{1-x}$ 可用于检验测量结果的精密程度,其表达式为:

$$RSD_{1-x} = \frac{s_{1-x}}{x_I} \times 100\% \quad (12)$$

式中: $s_{1-i}$ 为特征点I的测量样本标准差。

取置信区间90%,确定 $k_1 = 0.5796$ ,进而计算得到实验数据的测量均值 $\mu$ 、相对定点误差 $\varepsilon$ 、RSD以及置信区间,如表3所示。

表3 系统误差各项参数统计表

Table 3 Statistical table of various parameters of system error

方向	各项参数	特征点									
		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
X方向	$\mu/\text{mm}$	0.18	2.36	3.54	5.67	0.20	5.46	0.35	4.87	1.06	3.60
	$\varepsilon/\text{mm}$	0.18	0.22	0.23	0.19	0.14	0.07	0.08	0.08	0.06	0.17
	RSD/%	25.34	4.90	5.90	5.42	25.96	6.49	19.04	4.21	17.12	6.12
	置信区间	[0.15, 0.22]	[2.29, 2.44]	[3.42, 3.71]	[5.45, 5.86]	[0.17, 0.24]	[5.21, 5.69]	[0.21, 0.48]	[4.73, 5.02]	[0.92, 1.16]	[3.48, 3.78]
Y方向	$\mu/\text{mm}$	-1.43	-1.43	-1.33	-1.55	1.11	1.04	-3.32	-3.40	-4.69	-5.24
	$\varepsilon/\text{mm}$	0.09	0.04	0.11	0.03	0.09	0.07	0.15	0.07	0.14	0.19
	RSD/%	14.07	16.68	29.40	10.38	18.62	31.32	10.75	5.58	3.19	0.44
	置信区间	[-1.55, -1.29]	[-1.60, -1.27]	[-1.56, -1.15]	[-1.65, -1.44]	[0.97, 1.24]	[0.80, 1.26]	[-3.56, -3.10]	[-3.53, -3.27]	[-4.79, -4.59]	[-5.38, -5.08]
Z方向	$\mu/\text{mm}$	20.91	19.77	20.43	21.71	20.43	21.40	20.98	20.74	20.45	20.11
	$\varepsilon/\text{mm}$	0.97	0.19	0.16	0.07	0.17	0.25	0.12	0.02	0.18	0.05
	RSD/%	3.37	1.47	0.80	0.84	1.8	1.37	1.80	0.97	1.27	1.10
	置信区间	[20.43, 21.38]	[19.56, 19.95]	[20.32, 20.55]	[21.58, 21.83]	[20.15, 20.64]	[21.17, 21.58]	[20.75, 21.26]	[20.60, 20.87]	[20.25, 20.61]	[19.95, 20.26]

由表3可知,各个特征点在X、Y、Z方向上的相对定点误差 $\varepsilon$ 范围分别为0.06~0.23、0.03~0.15和0.02~0.097 mm,特征点误差控制在1 mm以内,机器人能够在功能尖斜面阶段较为准确的达到3个区域的各个特征点以完成预备;在RSD方面,由于功能尖斜面的特征点是按照图21中预备体区域划分,而3个区域的特点导致了各个特征点在Z方向上的相对标准误差较小(小于3.5%),因此重点讨论其余两个方向的相对标准误差。在咬合面区域特征点I、II、III、IV中X方向的相对标准误差范围为4.90%~25.34%,在Y方向上该误差为10.38%~29.40%;在牙尖区域特征点V、VI、VII、VIII中X方向的相对标准误差范围为4.21~25.96%,在Y方向上该误差为5.58%~31.32%;在颊面区域特征点IX、X中X

方向的相对标准误差为17.12%和6.12%,在Y方向上该误差为3.19%和0.44%。各个特征点在X、Y、Z方向上的置信区间宽度范围分别为0.07~0.48、0.20~0.46和0.25~0.95 mm。在同一个特征点下的不同方向的置信区间宽度平均稳定在0.3 mm左右,说明了功能尖斜面阶段各个特征点的系统误差稳定在较小范围。

随机误差相关系数如表4所示。由表4可知,各个特征点在X、Y方向上的显著性数值范围为0.183~0.969,在X、Z方向上的显著性数值范围为0.106~0.773,在Y、Z方向上的显著性数值范围为0.199~0.903,因此通过显著性可以发现各个特征点的两两方向均不存在线性关系。各个特征点的相关系数在X、Y方向上的显著性数值范围为-0.608~0.705,在X、Y方向上

的显著性数值范围为-0.506~0.797,在Y、Z方向上的显著性数值范围为-0.635~0.688,各个相关系数的绝对值均不接近于1,因此可以说明特征点在3个方向变量之间

的相关性不强。通过分析实验测量结果的系统误差和随机误差,验证了牙体预备机器人备牙轨迹规划方法的正确性和机器人完成牙体预备的可行性。

表4 随机误差相关系数表

Table 4 Statistical table of random error correlation coefficients

方向	各项参数	特征点									
		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
X、Y方向	显著性(双侧)	0.256	0.231	0.778	0.183	0.277	0.969	0.713	0.278	0.523	0.324
	相关系数	0.629	0.655	0.179	0.705	-0.608	0.025	0.227	-0.607	-0.384	-0.468
X、Z方向	显著性(双侧)	0.258	0.813	0.106	0.831	0.495	0.384	0.773	0.794	0.348	0.252
	相关系数	0.627	0.148	0.797	-0.133	0.397	-0.506	-0.179	-0.162	-0.511	0.633
Y、Z方向	显著性(双侧)	0.392	0.199	0.685	0.473	0.241	0.378	0.642	0.844	0.903	0.426
	相关系数	0.638	0.688	-0.250	0.427	-0.533	-0.635	-0.285	-0.123	0.076	0.469

### 4 结 论

本文提出采用机器人辅助医生实现牙体预备,根据目前口腔修复时对牙体预备的需求和后牙全冠预备流程的分析,以标准化后牙预备体模型作为研究对象,采用四边形曲面片对功能尖斜面数据进行了预处理,提取了牙齿曲面的型值点,并根据牙齿之间的相邻关系和功能将功能尖斜面进行了曲面划分,基于NURBS曲面分别对功能尖斜面的左邻接面、中间尖斜面和右邻接面进行了插值,并根据曲面的型值点和曲面片特征采用等参数法实现了3个曲面的备牙轨迹规划。本文设计并研制了牙体预备机器人的虚拟样机和物理样机并进行了牙体预备实验研究,通过对比分析理论特征点和实验测量结果之间的系统误差和随机误差进行了机器人辅助牙体预备效果的评价,各个特征点在X、Y、Z方向上的相对定点误差ε范围分别为0.06~0.23、0.03~0.15和0.02~0.97mm,特征点误差控制在1mm以内,各个特征点在X、Y、Z方向上的置信区间宽度范围分别为0.07~0.48、0.20~0.46和0.25~0.95mm,功能尖斜面阶段各个特征点的系统误差稳定在较小范围。结果表明备牙轨迹规划方法可行,机器人能够在可接受的误差范围内完成后牙全冠的牙体预备。

### 参考文献

[1] 王兴. 第四次全国口腔健康流行病学调查报告[M]. 北京:人民卫生出版社,2018:16-19.  
WANG X. The fourth survey report of oral health epidemiology [M]. Beijing: People's Medical Publishing House, 2018: 16-19.

[2] LIANG S S, YUAN F S. High-accuracy digital model design for full crown tooth preparation[J]. International

Journal of Computerized Dentistry, 2019, 22(4): 331-342.

[3] ZHANG B, DAI N, TIAN S K, et al. The extraction method of tooth preparation margin line based on S-Octree CNN[J]. International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering, 2019, 35(10): e3241.

[4] 原福松,郑剑桥,张耀鹏,等. 机器人自动控制超短脉冲激光制备口腔种植窝洞的参数研究[J]. 中华口腔医学杂志,2018,53(8):524-528.  
YUAN F S, ZHENG J Q, ZHANG Y P, et al. Preliminary study on the automatic preparation of dental implant socket controlled by micro-robot [J]. Chinese Journal of Stomatology, 2018, 53(8): 524-528.

[5] JOSE L O S, ARTURO M M, DANIEL L E, et al. Mechatronic assistant system for dental drill handling [J]. International Journal of Medical Robotics and Computer Assisted Surgery, 2011, 7(1): 22-26.

[6] NELSON C A, HOSSAIN S G M, ALAA A O, et al. A novel vending machine for supplying root canal tools during surgery [J]. Journal of Medical Engineering & Technology, 2012, 36(2): 102-116.

[7] 姜金刚,郭晓伟,张永德,等. 基于有限点展成法的正畸弓丝成形控制点规划[J]. 仪器仪表学报,2017,38(3):612-619.  
JIANG J G, GUO X W, ZHANG Y D, et al. Formed control point planning of orthodontic archwire based on finite point extension method [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2017, 38(3): 612-619.

[8] ZHOU X W, GAN Y Z, ZHAO Q F, et al. Simulation of orthodontic force of archwire applied to full dentition using virtual bracket displacement method [J]. International Journal for Numerical Methods in Biomedical

- Engineering, 2019, 35(10): e3189. 1-e3189. 14.
- [ 9 ] WU Q, ZHAO Y M, BAI S Z, et al. Application of robotics in stomatology [ J ]. International Journal of Computerized Dentistry, 2019, 22(3): 331-342.
- [ 10 ] CUI T F, WANG Y G, DUAN X G, et al. Control strategy and experiments for robot assisted cranio-maxillofacial surgery system [ J ]. Mathematical Problems in Engineering, 2019(3):1-12.
- [ 11 ] 冯杭, 王丽, 邢乐君, 等. 一种用于口腔和牙科治疗的机器人系统设计 [ J ]. 中国医疗设备, 2017, 32(4): 30-32.
- FENG H, WANG L, XING L J, et al. Design of a robot system for oral and dental treatment [ J ]. China Medical Equipment, 2017, 32(4): 30-32.
- [ 12 ] OTANI T, RAIGRODSKI A J, MANCL L, et al. In vitro evaluation of accuracy and precision of automated robotic tooth preparation system for porcelain laminate veneers [ J ]. Journal of Prosthetic Dentistry, 2015, 114(2): 229-235.
- [ 13 ] WANG D X, WANG L, ZHANG Y R, et al. Preliminary study on a miniature laser manipulation robotic device for tooth crown preparation [ J ]. International Journal of Medical Robotics and Computer Assisted Surgery, 2014, 10(4): 482-494.
- [ 14 ] YUAN F S, LYV P J. A preliminary study on a tooth preparation robot [ J ]. Advances in Applied Ceramics, 2019, DOI: 10.1080/17436753.2019.1666555.
- [ 15 ] JAHANPOUR J, MOTALLEBI M, PORGHOVEH M. A novel trajectory planning scheme for parallel machining robots enhanced with NURBS curves [ J ]. Journal of Intelligent and Robotic Systems, 2016, 82(2): 257-275.
- [ 16 ] ZIENKIEWICZ O C, PHILLIPS D V. An automatic mesh generation scheme for plane and curved surfaces by 'isoparametric' coordinates [ J ]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1971, 3(4): 519-528.
- [ 17 ] PEREZ A F L, PETER C E. Parametric generation of planning hulls with NURBS surfaces [ J ]. Journal of Ship Research, 2013, 57(4): 241-261.
- [ 18 ] ABBASNIA A, GUEDES S C. Exact evaluation of hydrodynamic loads on ships using NURBS surfaces and acceleration potential [ J ]. Engineering Analysis with Boundary Elements, 2017, 85(9): 1-12.
- [ 19 ] BRUJIC D, RISTIC M, AINSWORTH I. Measurement-based modification of NURBS surfaces [ J ]. Computer-Aided Design, 2002, 34(3): 173-183.
- [ 20 ] 孙剑萍, XI J, 汤兆平. 近似度加权平均插值的机器人精度补偿方法研究 [ J ]. 仪器仪表学报, 2019, 40(11): 128-173.
- SUN J P, XI J, TANG ZH P. Study on robot accuracy compensation method based on approximation degree weighted average interpolation [ J ]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2019, 40(11): 128-173.
- [ 21 ] 姜金刚, 黄致远, 郭晓伟, 等. 经直肠超声探头位姿调整远心机构设计及实验研究 [ J ]. 仪器仪表学报, 2019, 40(2): 164-173.
- JIANG J G, HUANG ZH Y, GUO X W, et al. Study on the design and experiment of RCM of transrectal ultrasound probe posture adjustment [ J ]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2019, 40(2): 164-173.

### 作者简介



姜金刚(通信作者), 分别在 2005 年、2008 年和 2013 年于哈尔滨理工大学获得学士、硕士和博士学位, 现为哈尔滨理工大学教授、博士生导师, 主要研究方向为医疗机器人和仿生机器人。

E-mail: jiangjingang@hrbust.edu.cn

**Jiang Jingang** (Corresponding author) received B. Sc., M. Sc. and Ph. D. degrees all from Harbin University of Science and Technology in 2005, 2008 and 2013, respectively. Now, he is a professor and doctoral supervisor in Harbin University of Science and Technology. His main research interests include medical robot and biomimetic robot.



刘怡, 1996 年于北京医科大学获得学士学位, 2002 年于北京大学口腔医学院获得博士学位, 现为北京大学口腔医学院主任医师、副教授、硕士生导师, 主要研究方向为锥形束 CT 及口腔三维数字化技术、颌颌功能与颞下颌关节病的正畸治疗。

E-mail: lyortho@163.com

**Liu Yi** received his B. Sc. degree from Peking Medical University in 1996, and Ph. D. degree from Peking University School of Stomatology in 2002. Now, he is a chief physician, associate professor and master student supervisor in Peking University School of Stomatology. His main research interests include cone-beam CT and oral three-dimensional digital technology, orthodontic treatment of stomatognathic function disorder and temporomandibular joint disease.