DOI: 10. 19650/j.cnki.cjsi.J1905356

时延反馈 EVG 系统随机共振特性研究及轴承故障诊断*

贺利芳,杨玉蕾,张天骐
(重庆邮电大学通信与信息工程学院 重庆 400065)

摘 要:随机共振是应用在微弱信号检测中的一种重要的技术,以微弱周期信号和加性高斯白噪声驱动的时延反馈生态植被生长(EVG)系统为模型,对其展开了详细的随机共振现象分析,并将其应用到微弱信号检测和轴承故障诊断中。首先,利用福柯普朗克方程推算出等效势函数以进一步得到系统信噪比的表达式,然后通过曲线图具体分析不同的系统参数对势函数和信噪比的影响。研究结果表明,通过调节系统参数、信号幅值、噪声强度均可诱导时延反馈 EVG 系统产生随机共振现象。最后,通过调节参数利用时延反馈 EVG 系统随机共振方法成功检测到微弱信号目标频率 $f=0.01$ Hz 幅值为 2 978,且在轴承内、外圈故障特征频率处检测出明显的峰值。

关键词: 随机共振;生态植被生长系统;信噪比;信号检测;故障诊断
中图分类号: TN911.7 **文献标识码**: A **国家标准学科分类代码**: 510.40

Stochastic resonance characteristic study and bearing fault diagnosis of time-delayed feedback EVG system

He Lifang, Yang Yulei, Zhang Tianqi
(*School of Communication and Information Engineering, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China*)

Abstract: Stochastic resonance is an important technique applied in weak signal detection. The time-delayed feedback ecological vegetation growth (EVG) system driven by weak periodic signals and additive white Gaussian noise is used as a model to carry out detailed stochastic resonance phenomenon analysis, and is applied to weak signal detection and bearing fault diagnosis in this paper. Firstly, the Fokker-Planck equation is used to deduce the equivalent potential function and further obtain the expression of the system signal-to-noise ratio. Then the correlation curve diagrams are used to concretely analyze the influence of different system parameters on potential function and signal-to-noise ratio. The study results show that adjusting the system parameters, signal amplitude and noise intensity all can induce the time-delayed EVG system to generate the stochastic resonance phenomenon. Finally, through adjusting the parameters and using the stochastic resonance method of time-delayed feedback EVG system, it is successfully detected that the target frequency of the weak signal is 0.01 Hz and its amplitude is 2 978; and the obvious peak values are detected at the fault characteristic frequencies of the inner and outer rings of the bearing.

Keywords: stochastic resonance; ecological vegetation growth system; signal-to-noise ratio; signal detection; fault diagnosis

0 引 言

微弱信号检测是近年来热门的技术之一,是将目标信号从强噪声背景中提取的过程,已经被广泛用于电子技术、生物学、机械和化学等多种领域[1-3]。而随机共振(stochastic resonance, SR)现象在微弱信号检测中引起了广泛的关注,与众多微弱信号去除或者抑制噪声[4-5]的处理方法不同的是,随机共振可以利用噪声来实现对特征信号的检测。随机共振的概念最初是 Benzi 等[6]学者为了解释第四纪冰川问题提出的。随机共振是使噪声、输入信号、非线性系统发生协同作用,通过调节噪声强度或

收稿日期:2019-07-09 Received Date:2019-07-09
*基金项目:国家自然科学基金(61771085)、重庆市教育委员会科研项目(KJQN201900601)资助

系统参数来诱导[7]，以达到检测目标信号的效果。

随着研究的深入，学者们发现了越来越多种的随机共振模型，最常见的就有单稳态[8]、双稳态模型[9-10]。随着对随机共振研究的深入，学者们不断发现并提出了新的随机共振模型，如三稳态系统[11-12]、耦合双稳系统[13]、duffing 系统[14]等。这些模型极大地丰富了随机共振的理论基础，并拓展了随机共振的应用。在随机共振弱信号检测研究中，除了系统模型以外，噪声环境也是一个重要的部分。最常见的噪声是高斯噪声[15]，为了扩展应用领域，α 噪声[16-17]、三值噪声[18-19]等引起了学者们的注意。

本文研究了近年来从生物种群中发现的一种新的势函数模型，生态植被生长系统(ecological vegetation growth system, EVG)。这个系统是由 Guttal 等[20]从 Shnerb 的植被模型[21]略作修改得到的，然后由 Zeng [22]和Wang[23]等对此系统进行了更深入的理论分析。Zeng 对生态植被系统中的平均首次通过时间(mean first passing time, MFPT)和稳态概率密度函数(steady-state probability density, SPD)进行了详细的分析，并研究了在外界噪声和弱信号驱动下的时延生态植被生长系统的 SR 现象。文献[24-25]表明了噪声在这个系统中起着重要作用。本文选择加性高斯白噪声来模拟自然界的外部噪声。此外，在植被生长系统中添加了时延反馈[26-27]，以模拟生物量消耗营养物质及水分所需的时间。首先基于福柯普朗克(Fokker-Planck)方程[28]推算出时延生态植被生长系统的等效势函数表达式并详细地分析了各系统参数和时延系数对势函数的影响。然后，绘制了信噪比(signal-to-noise ratio, SNR)在不同参数下与噪声强度的关系曲线，由此分析系统的 SR 现象。最后将此系统应用到微弱信号检测和轴承故障检测中，结果表明，通过参数分析选取合适的系统参数可诱导时延 EVG 系统发生随机共振，实现对微弱信号及故障信号的检测[29-30]。

1 时延反馈 EVG 系统随机共振特性

随机共振系统在高斯白噪声和周期信号的共同驱动下，其非线性系统模型用 Langevin 方程表示为：

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}+\frac{\mathrm{d}U(x)}{\mathrm{d}x}=s(t)+n(t) \tag{1}$$

式中：$U(x)$ 为势函数；$s(t)=A\cos(2\pi f_0 t+\phi)$ 表示输入信号，其幅度为 A、频率为 f_0、初始相位为 $\phi(\phi=0)$；$n(t)=\sqrt{2D}\xi(t)$ 为加性高斯白噪声，其均值为 $\langle n(t)\rangle=0$，方差为 $\langle n(t)n(t+\tau)\rangle=2D\delta(t)$，噪声强度为 D；$U(x)$ 是由 Shnerb 的植被动力学模型略有改进的生态植被生长系统(EVG)势函数，它受到许多因素的影响，内部有的生物量之间的竞争、吸收程度等，外部的有放牧、天气、温度等。该模型考虑了半干旱放牧系统的平均场植被模型，描述了植被生物量的动态变化。其势函数为：

$$U(x)=\frac{\rho x^3}{3B_c}-\left(\frac{\rho R}{\alpha}-\mu\right)x+\frac{\rho R}{\alpha^2}\ln(1+\alpha x)-\mu B_0\ln(B_0+x) \tag{2}$$

式中：x 代表生物量($x\geqslant 0$，因为生物量不能为负)；ρ 表示生物量增长率；B_c 表示生物量的承载力；R 表示年平均降雨量；α 代表植被生物量对水分的消耗率；μ 代表放牧损失；B_0 是生物量的相关参数。将式(2)代入式(1)中可得：

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\frac{\rho Rx}{1+\alpha x}-\frac{\rho x^2}{B_c}-\frac{\mu x}{B_0+x}+A\cos(2\pi f_0 t)+\sqrt{2D}\xi(t) \tag{3}$$

式中：周期信号 $A\cos(2\pi f_0 t)$ 代表来自自然界的周期力，而外加噪声可以看作是来自各种外部环境因素的干扰，包括日照，水分，森林火灾，人为因素等。另外，由于植被生物量在吸收营养物质和水分是需要时间的，所以在系统中加入时延反馈，式(3)可以被写作：

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\frac{\rho Rx}{1+\alpha x}-\frac{\rho x^2}{B_c}-\frac{\mu x}{B_0+x}+\beta x(t-\tau)+A\cos(2\pi f_0 t)+\sqrt{2D}\xi(t) \tag{4}$$

式中：β、τ 分别表示反馈强度和时延项。时延动力学方程是非马尔科夫过程，可以用近似小时延的福柯普朗克(Fokker-Planck)方程将式(4)转换为一个马尔科夫过程。福柯普朗克方程[28]表达式如下：

$$\frac{\partial p(x,t)}{\partial t}=-\frac{\partial[h_{eff}p(x,t)]}{\partial x}+D\frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial x^2} \tag{5}$$

式中：$p(x,t)$ 表示式(4)中 t 时刻的概率密度；h_{eff} 则表示条件平均转移率。其表达式为：

$$h_{eff}(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}h(x,x_\tau)p(x_\tau,t-\tau\mid x,t)\mathrm{d}x_\tau \tag{6}$$

式(6)中 $x_\tau=x(t-\tau)$，而

$$h(x,x_\tau)=\frac{\rho Rx}{1+\alpha x}-\frac{\rho x^2}{B_c}-\frac{\mu x}{B_0+x}+\beta x_\tau+A\sin(2\pi f_0 t) \tag{7}$$

$p(x_\tau,t-\tau\mid x,t)$ 表示零阶近似马尔可夫转移概率密度：

$$p(x_\tau,t-\tau\mid x,t)=\frac{1}{\sqrt{4\pi D\tau}}\exp\left(-\frac{(x_\tau-x-h(x)\tau^2)}{4D\tau}\right) \tag{8}$$

其中

$$h(x)=\frac{\rho Rx}{1+\alpha x}-\frac{\rho x^2}{B_c}-\frac{\mu x}{B_0+x}+\beta x+A\cos(2\pi f_0 t) \tag{9}$$

将式(7)、(8)、(9)代入到式(6)中可求得：

$$h_{eff}(x) = (1+\beta\tau)\left(\frac{\rho R x}{1+\alpha x} - \frac{\rho x^2}{B_c} - \frac{\mu x}{B_0 + x}\right) + \beta(1+\beta\tau)x + (1+\beta\tau)A\cos(2\pi f_0 t) \tag{10}$$

福柯普朗克方程可以用于计算随机过程中微分方程分布函数的解。对应式(5)求解出的系统的近似小时延等效郎之万(Langevin)方程,其表达式为:

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \left(\frac{\rho R x}{1+\alpha x} - \frac{\rho x^2}{B_c} - \frac{\mu x}{B_0 + x}\right) + \beta x + A\cos(2\pi f_0 t) + \sqrt{2D}\xi(t) + \beta\tau\left[\frac{\rho R x}{1+\alpha x} - \frac{\rho x^2}{B_c} - \frac{\mu x}{B_0 + x} + \beta x + A\cos(2\pi f_0 t)\right] \tag{11}$$

其中,$\beta\tau\left[\frac{\rho R x}{1+\alpha x} - \frac{\rho x^2}{B_c} - \frac{\mu x}{B_0 + x} + \beta x + A\cos(2\pi f_0 t)\right]$ 为时延反馈带来的一个耦合项。则等效时延反馈 EVG 势函数可表示为:

$$U_{eff}(x) = (1+\beta\tau)\left(\frac{\rho x^3}{3B_c} - \left(\frac{\rho R}{\alpha} - \mu\right)x + \frac{\rho R}{\alpha^2}\ln(1+\alpha x) - \mu B_0 \ln(B_0 + x)\right) - \frac{1}{2}\beta(1+\beta\tau)x^2 - (1+\beta\tau)A\cos(2\pi f_0 t)x \tag{12}$$

忽略外加周期信号的等效势函数表达式为:

$$U_{eff}(x) = (1+\beta\tau)\left(\frac{\rho x^3}{3B_c} - \left(\frac{\rho R}{\alpha} - \mu\right)x + \frac{\rho R}{\alpha^2}\ln(1+\alpha x) - \mu B_0 \ln(B_0 + x)\right) - \frac{1}{2}\beta(1+\beta\tau)x^2 \tag{13}$$

对式(13)进行求导,可得:

$$U'_{eff}(x) = (1+\beta\tau)\left(\frac{\rho x^2}{B_c} - \frac{\rho R x}{1+\alpha x} + \frac{\mu x}{B_0 + x} - \beta x\right) \tag{14}$$

令 $U'_{eff}(x) = 0$,利用卡尔达诺(Cardano)公式法[22,31-32]可求解计算出系统的 2 个稳定点(x_{s1}, x_{s2})和 1 个不稳定点(x_u):

$$x_{s1} = 0,\ x_{s2} = \lambda_1 - \frac{b}{3a},\ x_u = \lambda_2 - \frac{b}{3a} \tag{15}$$

其中

$$a = \frac{\alpha\rho}{B_c}$$
$$b = \frac{\alpha\rho B_0}{B_c} + \frac{\rho}{B_c} + \alpha\beta \tag{16}$$
$$c = \frac{\rho B_0}{B_c} - \rho R + \mu\alpha - \alpha\beta B_0 - \beta$$
$$d = \mu - \rho R B_0 - \beta B_0$$

$$\lambda_1 = 2\sqrt[3]{r}\cos\theta,\ \lambda_2 = 2\sqrt[3]{r}\cos\left(\theta + \frac{4}{3}\pi\right) \tag{17}$$

$$r = \sqrt{-\left(\frac{p}{3}\right)^3},\ \theta = \frac{1}{3}\arccos\left(-\frac{q}{2r}\right) \tag{18}$$

$$p = \frac{3ac - b^2}{3a^2},\ q = \frac{27a^2 d - 9abc + 2b^3}{27a^3} \tag{19}$$

将式(16)~(19)代入到式(15)中可计算出 x_{s1}, x_{s2}, x_u 的值。从式(13)也可以看出等效势函数受很多系统参数的影响。图 1 所示为在参数条件 $\rho = 1.0$, $R = 1.5$, $B_c = 10.0$, $\mu = 2.0$, $B_0 = 1.0$, $\alpha = 0.12$, $\beta = 0.1$, $\tau = 0.1$[23] 下时延 EVG 系统等效势函数的图形。从图 1 中可以看出等效势函数有两个势阱,一个势垒,其中一个势阱点在 0 点处,也可以看出右边势阱差值 ΔU_2 比左边势阱差值 ΔU_1 要大很多。

图 2~9 所示为在不同参数条件下等效势函数的变化。改变一个参数,其他参数的值固定为图 1 的值。从图 2 可以看出,随着参数 α 的增大,势函数右边势阱的势阱深度减小,且势阱位置向左边移动,而左边势阱变化不明显。

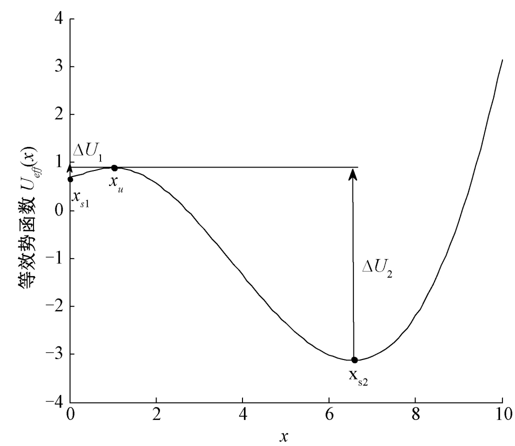


图 1　时延 EVG 系统等效势函数

Fig.1　The equivalent potential function of time-delayed EVG system

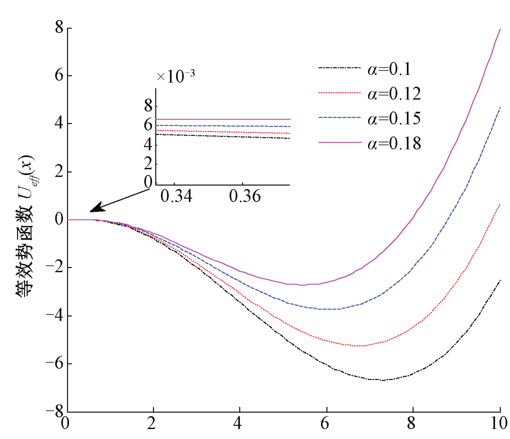


图 2　$U_{eff}(x)$随参数 α 的变化曲线

Fig.2　The changing curve of $U_{eff}(x)$ vs. parameter α

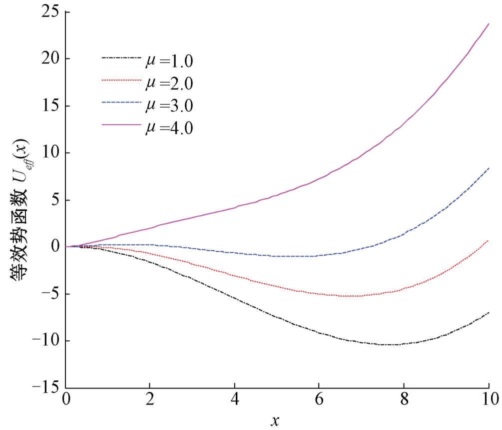


图 3 $U_{eff}(x)$随参数 μ 的变化曲线

Fig.3 The changing curve of $U_{eff}(x)$ vs. parameter μ

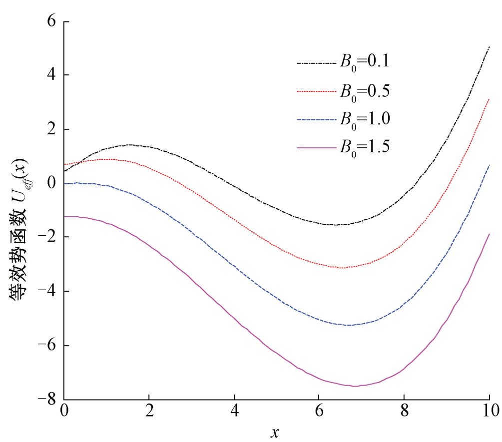


图 4 $U_{eff}(x)$随参数 B_0 的变化曲线

Fig.4 The changing curve of $U_{eff}(x)$ vs. parameter B_0

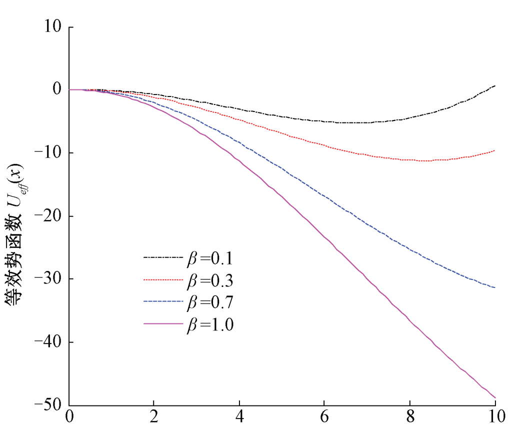


图 5 $U_{eff}(x)$随参数 β 的变化曲线

Fig.5 The changing curve of $U_{eff}(x)$ vs. parameter β

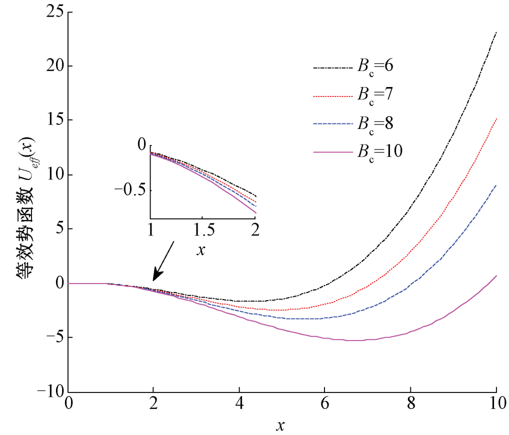


图 6 $U_{eff}(x)$随参数 B_c 的变化曲线

Fig.6 The changing curve of $U_{eff}(x)$ vs. parameter B_c

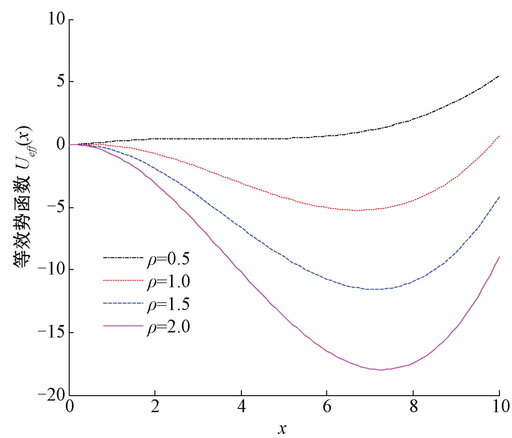


图 7 $U_{eff}(x)$随参数 ρ 的变化曲线

Fig.7 The changing curve of $U_{eff}(x)$ vs. parameter ρ

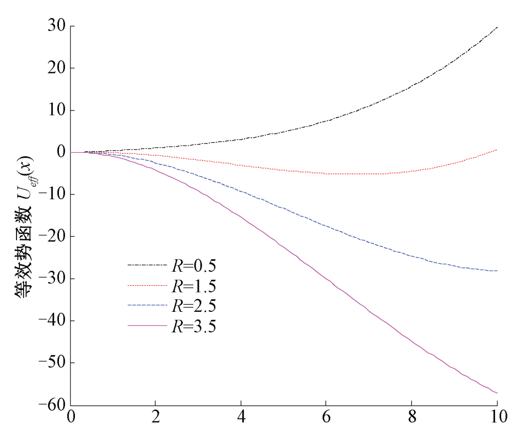


图 8 $U_{eff}(x)$随参数 R 的变化曲线

Fig.8 The changing curve of $U_{eff}(x)$ vs. parameter R

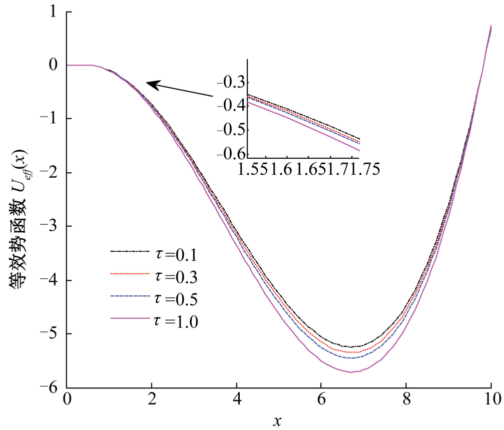


图 9　$U_{eff}(x)$随参数 τ 的变化曲线

Fig.9　The changing curve of $U_{eff}(x)$ vs. parameter τ

图 3 所示势函数的变化与图 2 相同,参数 μ 的取值范围更大,变化更加显著。势函数随参数 B_0 的变化如图 4 所示,与图 2、图 3 不同的是随着参数的增大势函数右边的势阱深度增大,且左边势阱也有着较为明显的变化,其深度逐渐减小。图 4~9 所示势函数随参数的变化趋势相似,右边势阱深度都随着参数的增大而加深,其左边势阱变化依然不明显。其中图 9 的势阱位置几乎没有改变,而图 4~8 的右边势阱都随着参数的增大向右移动。综上所述,每个参数对势函数的影响不同,可以通过调节各参数,改变势函数形状,以达到更好的随机共振效果。

2　系统信噪比

用来衡量随机共振现象的指标有很多,近几年使用较多的有输出 *SNR*、稳态概率密度、信噪比增益、功率谱密度、互相关数等。为有效地分析时延 EVG 系统的随机共振现象,本文选用了 SNR 为测量指标,其通用表达式为:

$$SNR = \frac{A^2\pi\,(\mu_1\beta_2 + \mu_2\beta_1)^2}{4\mu_1\mu_2(\mu_1 + \mu_2)} \tag{20}$$

其中

$$\begin{aligned} u_1 &= W_+\big|_{A\cos 2\pi ft=0},\ \beta_1 = -\frac{\mathrm{d}W_+}{\mathrm{d}(A\cos 2\pi ft)}\bigg|_{A\cos 2\pi ft=0} \\ u_2 &= W_-\big|_{A\cos 2\pi ft=0},\ \beta_2 = -\frac{\mathrm{d}W_-}{\mathrm{d}(A\cos 2\pi ft)}\bigg|_{A\cos 2\pi ft=0} \end{aligned} \tag{21}$$

式中:$W_\pm$ 为克莱默斯逃逸率[20],代表着粒子在两个势阱间的转移概率,时延 $\tau \ll W_{\pm 0}$,表达式可写作:

$$\begin{aligned} W_+ &= \frac{\sqrt{|U''(x_{s1})U''(x_u)|}}{2\pi}\exp\left\{-\frac{1}{D}\left[U_e(x_u) - U_e(x_{s1})\right]\right\} \\ W_- &= \frac{\sqrt{|U''(x_{s2})U''(x_u)|}}{2\pi}\exp\left\{-\frac{1}{D}\left[U_e(x_u) - U_e(x_{s2})\right]\right\} \end{aligned} \tag{22}$$

其中 $U''(x)$ 是对加入外界噪声的系统等效势函数式(12)求二阶导,其结果为:

$$U''_{eff}(x) = (1 + \beta\tau)\cdot\left(\frac{2\rho x}{B_c} - \frac{\rho R x}{(1 + \alpha x)^2} + \frac{\mu B_0}{(B_0 + x)^2} - \beta\right) \tag{23}$$

将式(15)、(23)代入到式(22)中就可以得到逃逸率的表达式,再结合式(20)、(21)便能够得到 SNR 的表达式。这一节便讨论 *SNR* 在不同参数下随噪声强度 *D* 的变化规律,当变化一个参数时,其他参数仍固定为第一节中的参数值。另外因为公式中加入了周期信号,所以这里也讨论了信号幅值 *A* 对 *SNR* 的影响,且在探究其他参数的时候固定 $A = 0.1$。如图 10 ~ 18 所示,图中 *SNR* 曲线随噪声强度 *D* 的增大呈现先增大后减小的趋势,这也是明显的随机共振现象。图 10 显示了不同信号幅值 *A* 下 *SNR* 随 *D* 的变化曲线,从图中可以看出随着幅值的增大,*SNR* 的峰值越高,随机共振现象越明显,但所需的噪声强度没有变化,说明在此参数条件下已存在最优的噪声强度 *D*。比较图 11 中 α 值越大,*SNR* 峰值也逐渐增大,但所需要的噪声强度却越小。在图 12 和 13 中 *SNR* 曲线随参数变化没有明显的规律,但也存在一个最优参数范围使得 *SNR* 峰值最大,随机共振现象最明显,如图 12 中 $B_0 = 2.0$,图 13 中 $\beta = 0.1$。从图 14 中可以看出当 $R = 1.0$ 时,*SNR* 曲线没有出现明显的峰值,当 *R* 继续增大到 1.2 时,系统才出现了明显的随机共振现象,且当 *R* 再继续增大时,峰值又逐渐减小且向右移动。这说明 *R* 的最优取值范围在 1.2 左右。

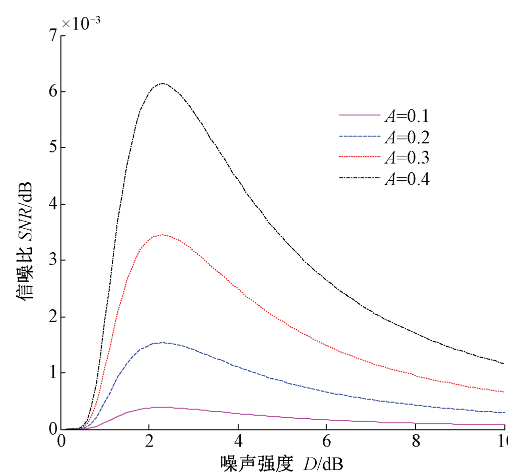


图 10　不同幅度 *A* 下 *SNR* 与噪声强度 *D* 的关系

Fig.10　The relationship of *SNR* vs. noise intensity *D* for different amplitude *A*

图 15 和 16 所示为 *SNR* 曲线与系统参数 ρ 和 τ 的关系。从图中可以看出,*SNR* 随两个参数的增大峰值都向右移动,不同的是图 15 中峰值在逐渐减小,与图 18(b)

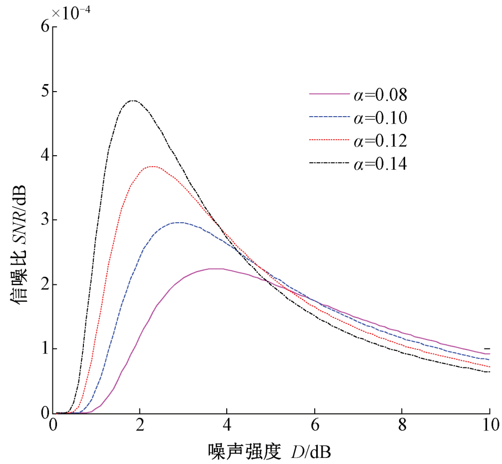


图 11 不同参数 α 下 SNR 与噪声强度 D 的关系

Fig.11 The relationship of SNR vs. noise intensity D for different parameter α

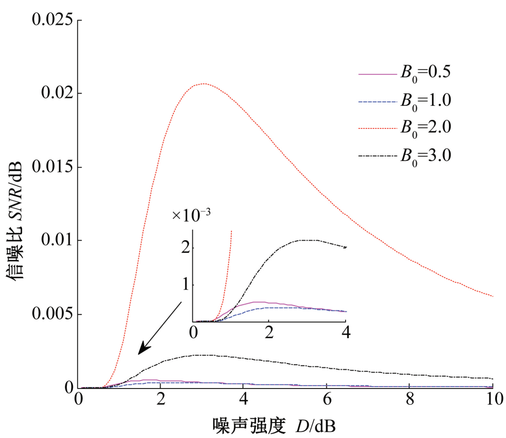


图 12 不同参数 B_0 下 SNR 与噪声强度 D 的关系

Fig.12 The relationship of SNR vs. noise intensity D for different parameter B_0

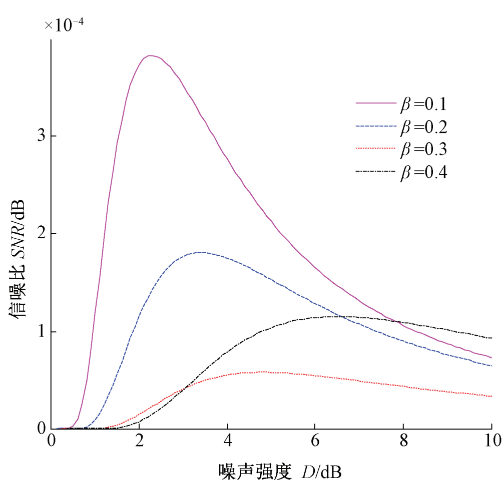


图 13 不同参数 β 下 SNR 与噪声强度 D 的关系

Fig.13 The relationship of SNR vs. noise intensity D for different parameter β

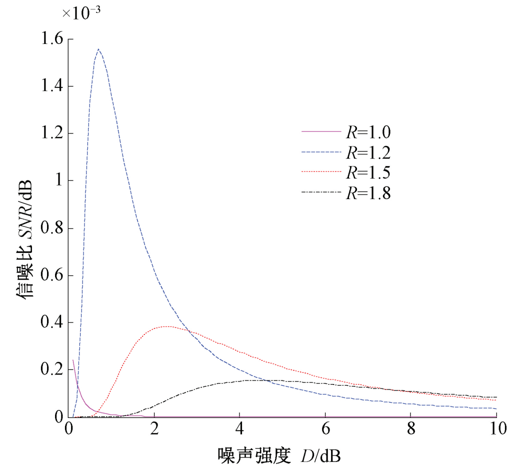


图 14 不同参数 R 下 SNR 与噪声强度 D 的关系

Fig.14 The relationship of SNR vs. noise intensity D for different parameter R

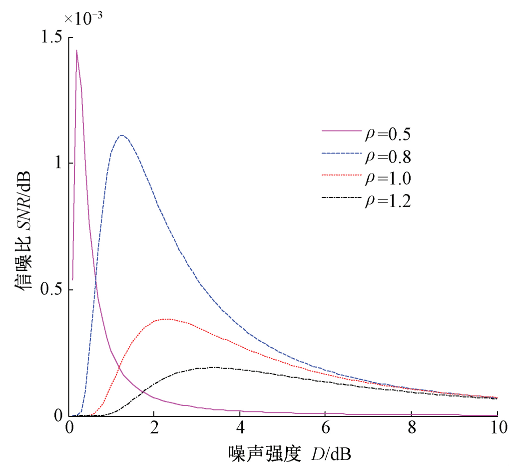


图 15 不同参数 ρ 下 SNR 与噪声强度 D 的关系

Fig.15 The relationship of SNR vs. noise intensity D for different parameter ρ

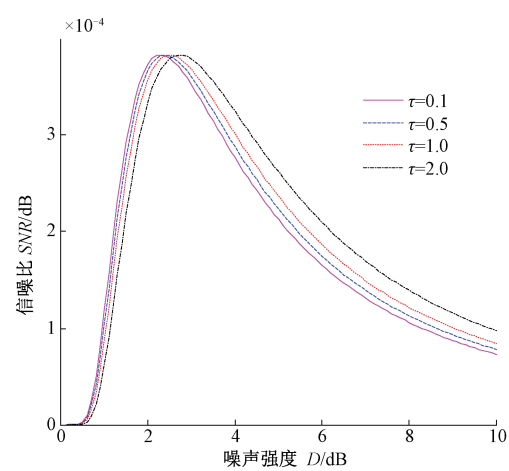


图 16 不同参数 τ 下 SNR 与噪声强度 D 的关系

Fig.16 The relationship of SNR vs. noise intensity D for different parameter τ

的趋势相同,而图 16 中峰值大小不变。图 17 中 SNR 曲线随参数 μ 的增大峰值也是逐渐减小,所需的噪声强度也在减小。图 18(a)描述的 B_c 的小参数范围,没有明显的规律出现,在 $B_c = 4$ 时出现最明显的随机共振现象。

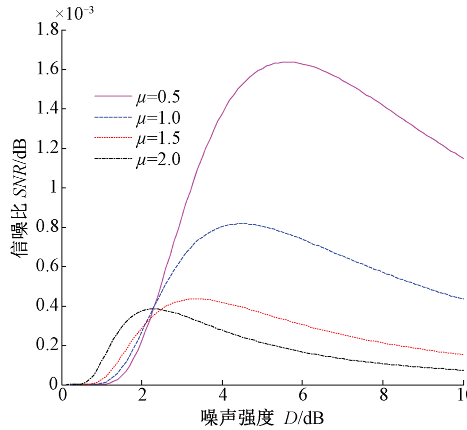
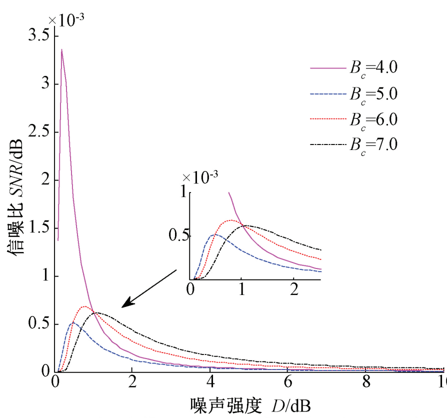


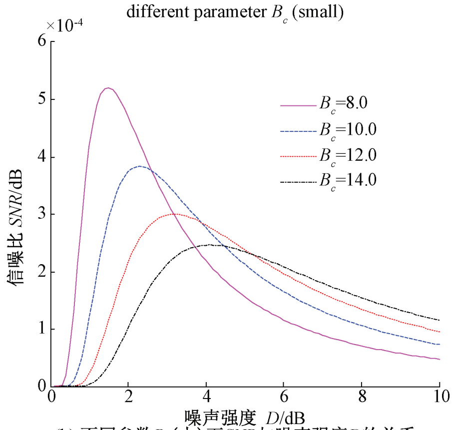
图 17　不同参数 μ 下 SNR 与噪声强度 D 的关系

Fig.17　The relationship of SNR vs. noise intensity D for different parameter μ



(a) 不同参数B_c(小)下SNR与噪声强度D的关系

(a) The relationship of SNR vs. noise intensity D for different parameter B_c (small)



(b) 不同参数B_c(大)下SNR与噪声强度D的关系

(b) The relationship of SNR vs. noise intensity D for different parameter B_c (large)

图 18　不同参数 B_c 下 SNR 与噪声强度 D 的关系

Fig.18　The relationship of SNR vs. noise intensity D for different parameter B_c

3　仿真实验和轴承故障检测

3.1　数值仿真算法

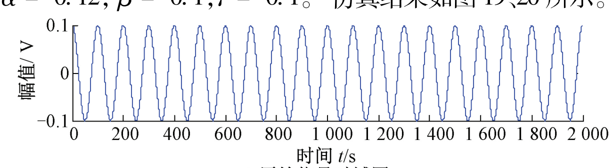
论文采用 Chambers-Malllowa-Stuck(CMS)算法和四阶龙格-库塔(Runge-kutta)算法相结合,推导出以下算法对式(1)进行求解,具体步骤如式(24)。

$$\begin{cases} x_0 = x(0) \\ x_{n+1} = x_n + h \\ k_1 = h(-ax(n) + s(n)) \\ k_2 = h\left(-a\left(x(n) + \dfrac{k_1}{2}\right) + s(n)\right) \\ k_3 = h\left(-a\left(x(n) + \dfrac{k_2}{2}\right) + s(n+1)\right) \\ k_4 = h(-a(x(n) + k_3) + s(n+1)) \\ x(n+1) = x(n) + \dfrac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + \\ \qquad 2k_3 + k_4) + h^{1/\alpha}\xi(n) \end{cases} \tag{24}$$

式中:$s(n)$ 和 $x(n)$ 分别是输入信号和输出的信号的第 n 次采样值,$\xi(n)$ 是高斯白噪声第 n 次的采样值;h 为计算步长;也是采样间隔 $h = 1/f_s$。

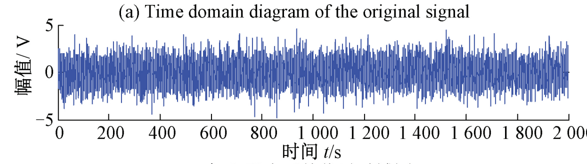
3.2　微弱信号检测

为了研究时延 EVG 系统模型检测信号的能力,首先对微弱信号进行检测,观察其随机共振现象。仿真实验的输入信号为:$s(t) = A\cos(2\pi f_0 t)$,设 $f_s = 5$ Hz,采样点数 $N =$ 10 000,输入信号的 $A = 0.1$,$f_0 = 0.01$,加上一个噪声强度 $D = 1.2$ 的高斯白噪声。根据第 2 节中对参数的分析将参数调节为 $\rho = 0.9$, $R = 1.2$, $B_c = 7.0$, $\mu = 2.0$, $B_0 = 1.0$, $\alpha = 0.12$, $\beta = 0.1$, $\tau = 0.1$。 仿真结果如图 19、20 所示。



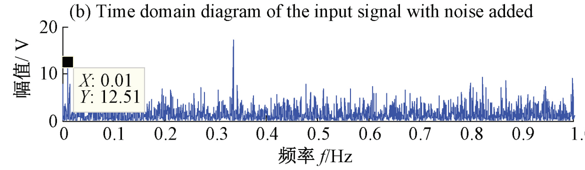
(a) 原始信号时域图

(a) Time domain diagram of the original signal



(b) 加入噪声后的信号时域图

(b) Time domain diagram of the input signal with noise added



(c) 加入噪声后的信号频域图

(c) Frequency domain diagram of the input signal with noise added

图 19　输入信号时域、频域图

Fig.19　Time domain and frequency domain diagrams of the input signal

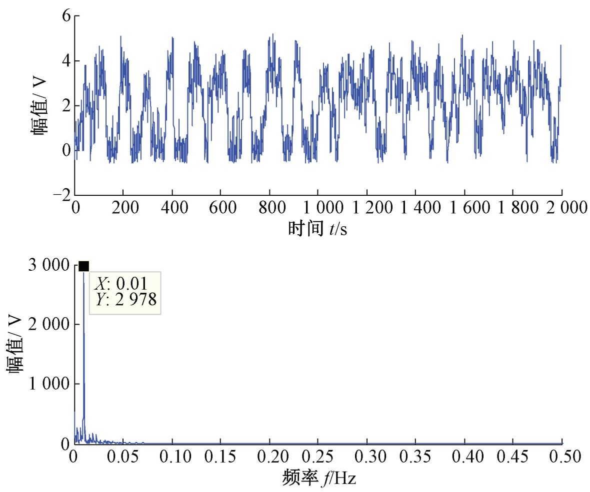


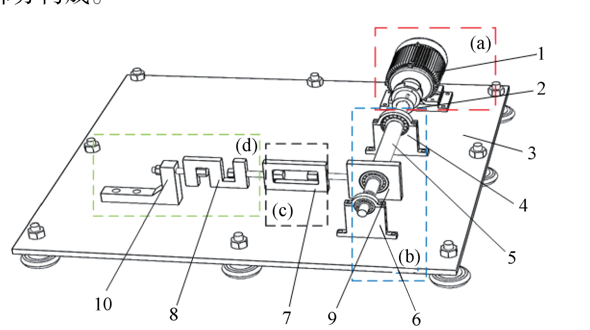
图 20 输出信号时域、频域图

Fig.20 Time domain and frequency domain diagrams of the output signal

图 19(a)所示为原始余弦周期信号的时域图,图 19(b)(c)所示为混合了高斯白噪声的输入信号时域、频域图,从图中可以看出,待测信号被噪声掩盖,无法从中检测出有用信号。图 20 是将信号通过了时延 EVG 系统后的输出信号的时域、频域图。从图中可以看出,时域波形初步显现出余弦信号形状,频域图中有明显峰值,在频率 f=0.01 Hz处其幅值为 2 978,成功检测出了待测信号。

3.3 轴承故障检测

为了验证时延 EVG 系统随机共振在实际工程应用中的有效性,选择一组轴承故障数据作为随机共振的输入信号。故障信号选用型号为 ID-25/30 型轴承全寿命试验台实验对象,对实验采集到的外圈,内圈故障数据进行检测。图 21 所示为 ID-25/30 型轴承全寿命试验台的示意图,由驱动装置、支撑装置、加载装置以及缓冲装置 4 部分构成。



注:1—变频电机,2—梅花联轴器,3—底板,4—支撑轴承及其轴承座,5—主轴,6—被测轴承及其轴承座,7—缓冲装置,8—测力计,9—加载螺栓及其加载座,10—加载轴承及其轴承座。

图 21 ID-25/30 型轴承试验台示意图

Fig.21 The schematic diagram of ID-25/30 bearing test bench

图 22 所示为 ID-25/30 型轴承试验台实体图。ID-25/30 型轴承全寿命试验台采用的轴承型号是 HRB6 205 开示轴承,采样频率为 20 kHz,轴承转速为1 300 rpm,采样点数为 N=40 000。据相关公式计算内圈轴承故障频率为 117.14 Hz,外圈轴承故障频率为78.13 Hz。本节将基于时延 EVG 系统随机共振对轴承的外圈、内圈故障信号进行检测。

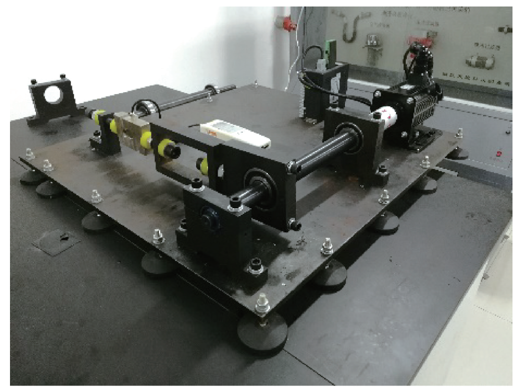
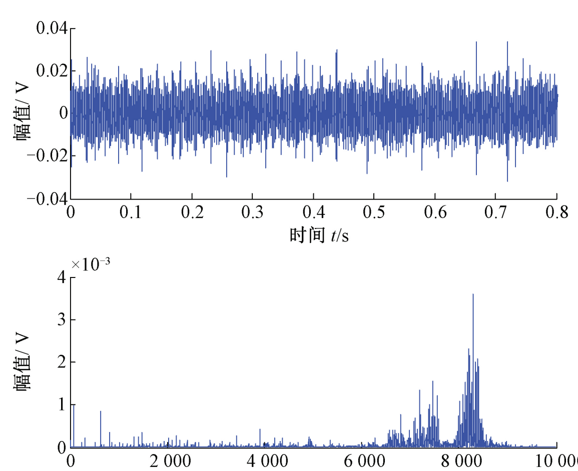


图 22 ID-25/30 型轴承试验台实体

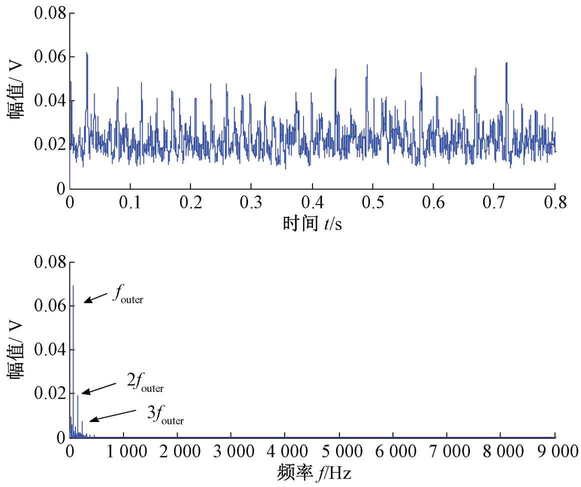
Fig.22 The photo of ID-25/30 bearing test bench

图 23(a)为输入的轴承外圈故障信号原始时域、频域图,从图中可以看出,故障特征信号在强噪声背景下无法有效识别。图 23(b)显示了 EVG 系统随机共振检测外圈故障的结果,系统参数设定为 ρ = 1.0, R = 1.5, B_c = 10.0, μ = 2.0, B_0 = 1.0, α = 0.12, β = 0.1, τ = 0.1。从图中可以看出,在故障特征频率 f_{outer} 处出现明显的尖峰,且在故障频率倍频处也有较为明显的尖峰,信号的其他部分谐波干扰被大大削弱,从而验证出外圈存在故障。



(a) 外圈故障信号原始时域、频域图

(a) Original time-domain and frequency-domain diagrams of the outer ring fault signal

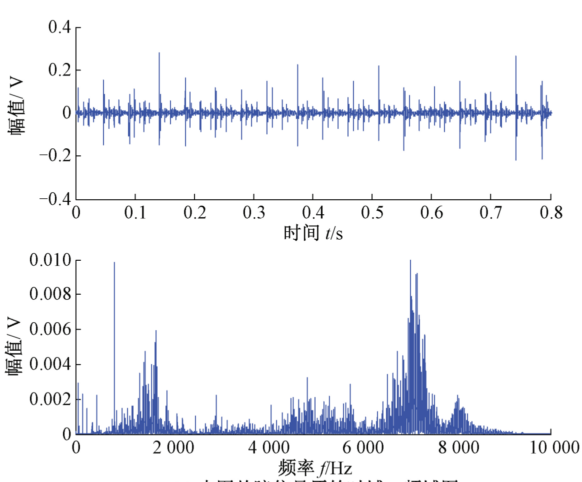


(b) 外圈故障信号输出时域、频域图
(b) Time-domain and frequency-domain diagrams of the outer ring fault signal output

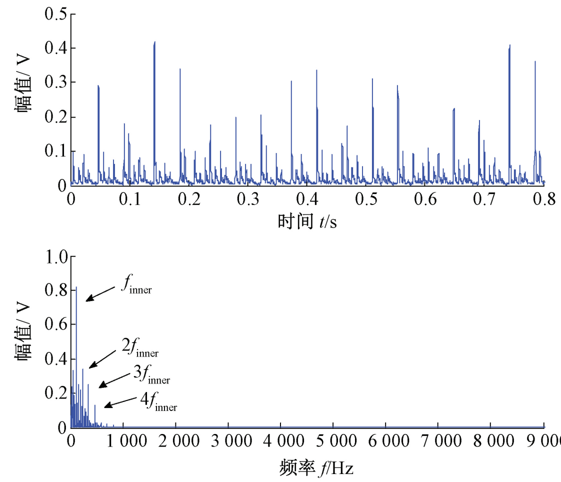
图 23　外圈故障信号检测

Fig.23　Outer ring fault signal detection

图 24(a)所示为输入的轴承内圈故障信号原始时域、频域图,从图中可以看出,故障特征信号在强噪声背景下无法有效识别,且有较多的边频信号干扰。图 24(b)所示为故障信号通过 EVG 系统随机共振系统后的输出时域频域图,系统参数设定为 ρ = 0.8, R = 1.2, B_c = 8.0, μ = 1.7, B_0 = 1.0, α = 0.12, β = 0.1,, τ = 0.1。从图中可以看出,在故障特征频率 f_{inner} 处出现明显的冲击,且在故障频率倍频处也有较为明显的尖峰,说明时域 EVG 系统 SR 方法成功检测出了内圈故障信号。通过以上数值模拟仿真及轴承故障检测,结果显示本文所提的时延 EVG 系统在理论信号检测及实际工程中都有很好的应用价值。



(a) 内圈故障信号原始时域、频域图
(a) Original time-domain and frequency-domain diagrams of the inner ring fault signal



(b) 内圈故障信号输出时域、频域图
(b) Time-domain and frequency-domain diagrams of the inner ring fault signal output

图 24　内圈故障信号检测

Fig.24　Inner ring fault signal detection

4　结　　论

本文针对时延反馈植被生长(EVG)系统,研究了其在加性高斯白噪声和微弱周期信号共同驱动下的随机共振现象。通过福柯普朗克(Fokker-Planck)方程推算出该系统的等效势函数,并画出了不同参数条件下的等效势函数的曲线图,直观地观察并分析了参数对势函数的影响。然后用卡尔达诺(Cardano)公式法计算出两个稳定点(x_{s1}, x_{s2})和一个不稳定点(x_u)的值,进一步推断出系统 *SNR* 的表达式。从中也可以看出,*SNR* 受到势函数中的系统参数、时延系数和输入信号幅值的影响。为进一步分析其规律,绘制了不同参数与 *SNR* 之间的关系曲线。随着相关参数的不断增加,系统的 *SNR* 先增大后减小,这是随机共振现象的典型特征。结果表明,调节不同的参数可诱导时延 EVG 系统发生随机共振现象。最后,通过以上分析,选用合适的参数,将时延 EVG 系统随机共振方法成功应用到微弱信号检测和轴承故障诊断中。综上所述,本文的理论分析在微弱信号检测范畴具有重要的意义,且时延反馈植被生长系统在实际工程中有着良好的应用价值,是未来可以继续扩展和研究的方向。

参考文献

[1] 高晋占.微弱信号检测[M].北京:清华大学出版社,2005.
GAO J ZH. Weak signal detection [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2005.

[2] XIA J ZH, LIU Y H, LENG Y G, et al. Analysis of the

methods of weak signal detection[J]. Noise and Vibration Control, 2011, 31(3):156-161.

[3] GUDERIAN A, DECHERT G, ZEYER K P, et al. Stochastic resonance in chemistry. The Belousov-zhabotinsky reaction [J]. The Journal of Physics Chemical, 1996, 100(1): 4437-4441.

[4] LI J, LI H, LEI ZH Y. Research on the weak signal detection based on adaptive filtering of wavelet transform[J]. Procedia Engineering, 2011, 15(1): 2583-2587.

[5] 殷明, 刘卫. 基于非高斯分布的四元数小波图像去噪[J]. 电子测量与仪器学报, 2012, 26(4):338-343.
YIN M, LIU W. Quaternion wavelet image denoising based on non-Gaussian distribution [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrument, 2012, 26(4): 338-343.

[6] BENZI R, SUTERA A, VULPIANI A. The mechanism of stochastic resonance [J]. Journal of Physics A: mathematical and general, 1981, 14 (11):453-457.

[7] 张广丽, 吕希路, 康艳梅. α稳定噪声环境下过阻尼系统中的参数诱导随机共振现象[J]. 物理学报, 2012, 61(4): 040501.
ZHANG G L, LV X L, KANG Y M. Parameter-induced stochastic resonance in overdamped system with α stable noise[J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(4): 040501.

[8] 陶志颖, 鲁昌华, 查正兴,等. 基于单势阱随机共振的多频周期微弱信号检测[J]. 电子测量与仪器学报, 2014, 28(2):171-176.
TAO ZH Y, LU CH H, ZHA ZH X, et al. Multi-frequency periodic weak signal detection based on single-well potential stochastic resonance [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2014, 28(2):171-177.

[9] 贺利芳,崔莹莹,张天骐,等.基于幂函数型双稳随机共振的故障信号检测方法[J]. 仪器仪表学报, 2016, 37(7):1457-1467.
HE L F, CUI Y Y, ZHANG T Q, et al. Fault signal detection method based on power function type bistable stochastic resonance[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2016, 37(7):1457-1467.

[10] HE L F, CAO L, ZHANG G, et al. Weak signal detection based on underdamped stochastic resonance with an exponential bistable potential [J]. Chinese Journal of Physics, 2018, 56(4): 1588-1598.

[11] 张刚, 高俊鹏, 李红威. 级联三稳态随机共振的特性研究及应用[J]. 计算机科学, 2018, 45(9):153-158.
ZHANG G, GAO J P, LI H W. Research on stochastic resonance characteristics of cascade tristable and its application[J]. Computer Science, 2018, 45(9): 153-158.

[12] 贺利芳, 崔莹莹, 李国权, 等. Levy 噪声驱动下的三稳态随机共振特性分析[J]. 系统仿真学报, 2018, 30(5):292-301.
HE L F, CUI Y Y, LI G Q, et al. Characteristic analysis of tri-stable stochastic resonance with levy noise[J]. Journal of System Simulation, 2018, 30(5): 292-301.

[13] LI J M, ZHANG J F, LI M, et al. A novel adaptive stochastic resonance method based on coupled bistable systems and its application in rolling bearing fault diagnosis[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 114:128-145.

[14] 吴继鹏,曲银凤,程学珍.基于 Duffing 振子的微弱信号检测方法研究[J].电子测量技术, 2017,40(3): 143-148.
WU J P, QU Y F, CHENG X ZH. Study on weak signal detection method based on Duffing oscillator [J]. Electronic Measurement Technology, 2017, 40(3): 143-148.

[15] JIN Y F. Stochastic resonance in an under-damped bistable system driven by harmonic mixing signal[J]. Chinese Physics B, 2018(5): 115-121.

[16] 张刚,张义俊,张天骐.α噪声下自适应非线性耦合双稳随机共振弱信号检测[J].电子测量与仪器学报, 2018, 32(5):142-150.
ZHANG G, ZHANG Y J, ZHANG T Q. Adaptive coupled bistable stochastic resonance weak signal detection under α noise [J]. Journal of Electronic Measurement and Istrumenation, 2018, 32(5):142-150.

[17] LIU Y L, LIANG J, JIAO SH B, et al. Stochastic resonance of a tri-stable system with α stable noise[J]. Chinese Journal of Physics, 2017, 55(2):355-366.

[18] ZHOU B CH, LIN D D. Stochastic resonance in a time-delayed bistable system driven by trichotomous noise[J]. Indian Journal of Physics, 2017, 91(3):299-307.

[19] HE G T, TIAN Y, LUO M K. Mittag-Leffler noise induced resonance behavior in a fractional generalized Langevin equation with random trichotomous inherent frequency[J]. Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment, 2018, 2018(3):033201.

[20] GUTTAL V, JAYAPRAKASH C. Changing skewness:

An early warning signal of regime shifts in ecosystems[J]. Ecology Letters, 2010, 11(5):450-460.

[21] SHNERB N M, SARAH P, LAVEE H, et al. Reactive glass and vegetation patterns [J]. Physical Review Letters, 2002, 90(3):038101.

[22] ZENG CH H, HAN Q L, YANG T, et al. Noise- and delay-induced regime shifts in an ecological system of vegetation[J]. Journal of Statistical Mechanics Theory and Experiment, 2013(10):P10017.

[23] WANG K K, YE H, WANG Y J, et al. Time-delay-induced dynamical behaviors for an ecological vegetation growth system driven by cross-correlated multiplicative and additive noises[J]. The European Physical Journal E, 2018, 41(5):60-73.

[24] CARPENTER S R, COLE J J, PACE M L, et al. Early warnings of regime shifts: a whole-ecosystem experiment[J]. Science, 2011, 332(6033):1079-1082.

[25] SPAGNOLO B, BARBERA A L. Role of the noise on the transient dynamics of an ecosystem of interacting species[J]. Physica A, 2002, 315(1):114-124.

[26] HAN T, LIANG X S, WU Z Y, et al. Stochastic resonance in two kinds of asymmetric nonlinear systems with time-delayed feedback and subject to additive colored noise[J]. Chinese Journal of Physics, 2019, 57: 362-374.

[27] SHI P M, YUAN D Z, HAN D Y, et al. Stochastic resonance in a time-delayed feedback tristable system and its application in fault diagnosis[J]. Journal of Sound and Vibration, 2018, 424:1-14.

[28] HU G, NICOLIS G, NICOLIS C. Periodically forced Fokker-Planck equation and stochastic resonance [J]. Physical Review A, 1990, 42(4):2030-2041.

[29] LU S l, HE Q B, WANG J. A review of stochastic resonance in rotating machine fault detection [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 116: 230-260.

[30] QIAO ZH J, LEI Y G, LI N P. Applications of stochastic resonance to machinery fault detection: A review and tutorial[J]. Mechanical Systems and Signal Processing. 2019, 122: 502-536.

[31] CARDANO G. Artis Magnae Sive De Regulis Algebraicis [M]. Lyons: Huguetan and Ravaud, 1663.

[32] CARDANO G. Ars Magna [M]. Tr. and ed. by Witmer R. London: Dover publications, 1968.

作者简介

贺利芳,2001 年于西南交通大学获得学士学位,2004 年于西南交通大学获得硕士学位,现为重庆邮电大学副教授,主要研究方向为混沌保密通信和微弱信号检测。

E-mail: helf@ cqupt.edu.cn

He Lifang received her B. Sc. degree in 2001 and M. Sc. degree in 2004 both form Southwest Jiaotong University; now, she is an associate professor in Chongqing University of Posts and Telecommunications. Her main research interest includes chaotic secure communication and weak signal detection.

杨玉蕾(通信作者),2017 年于重庆邮电大学获得学士学位,现任重庆邮电大学硕士生,主要研究方向为微弱信号检测。

E-mail: 1054151106@ qq.com

Yang Yulei received her B. Sc. degree in 2017 from Chongqing University of Posts and Telecommunications; now, she is a master degree candidate in Chongqing University of Posts and Telecommunications. Her main research interest includes weak signal detection.