

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2413622

基于自适应 MCMC 的鲁棒因子图优化组合导航算法*

陈熙源, 崔天昊, 钟雨露

(东南大学仪器科学与工程学院 南京 210096)

摘要:在城市峡谷环境中,GNSS 多径效应与非视距现象严重,会极大影响 GNSS 的定位精度,进而影响 INS/GNSS 组合导航系统的定位效果。然而传统的 INS/GNSS 组合导航系统无法确定在城市峡谷环境中快速变化的 GNSS 量测噪声,为保证组合导航系统的抗差性能和估计精度,针对传统因子图优化算法中量测噪声协方差矩阵不准确带来状态估计精度下降的问题,提出了一种基于自适应 MCMC 的鲁棒因子图优化组合导航算法。首先,基于先验和后验两阶段将自适应 MCMC 引入因子图优化框架,在先验中通过 MCMC 算法将对后验概率采样转化为对先验概率和似然概率的乘积进行采样,并引入自适应策略提高采样效率,得到后验概率对应的样本集。在后验中,通过 KL 散度最小化近似后验和真实后验,从而精确估计 GNSS 时变量测噪声协方差;其次,引入新息 χ^2 检测算法,通过构建假设检验统计量和量测异常边界值来检测和剔除粗差。所提方法在减小粗差干扰的同时能有效估计 GNSS 时变量测噪声。由 INS/GNSS 组合导航的仿真和现场实验表明,所提方法相比普通因子图优化算法和基于变分贝叶斯的鲁棒自适应因子图优化算法在水平定位均方根误差上分别减小了 20.4%、11.9% 和 71.6%、25.2%,具有较好的鲁棒性。

关键词:组合导航;因子图优化;自适应 MCMC;新息 χ^2 检测算法

中图分类号: TH89 TN96 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 460.40 510.40

Robust factor graph optimization integrated navigation algorithm based on adaptive MCMC

Chen Xiyuan, Cui Tianhao, Zhong Yulu

(School of Instrument Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China)

Abstract:In urban canyon environments, the multi-path effect and non-line-of-sight phenomenon significantly affect the positioning accuracy of GNSS, which in turn impacts the positioning performance of the INS/GNSS integrated navigation system. Traditional INS/GNSS integrated systems, however, struggle to accurately determine the rapidly changing GNSS measurement noise in such environments. To improve the robustness and estimation accuracy of the integrated navigation system, this paper proposes a robust factor graph optimization algorithm based on adaptive MCMC. The main issue addressed is the inaccuracy of measurement noise covariance in traditional factor graph optimization, which reduces state estimation accuracy. First, adaptive MCMC is introduced into the factor graph optimization framework, incorporating both prior and posterior stages. In the prior stage, the MCMC algorithm transforms posterior probability sampling into the product of prior and likelihood probability sampling, with an adaptive strategy enhancing sampling efficiency to obtain the posterior sample set. In the posterior stage, KL divergence minimizes the difference between the approximate and true posterior, allowing for accurate estimation of GNSS time-varying measurement noise covariance. Additionally, an innovation chi-square detection algorithm is used to detect and eliminate outliers by constructing hypothesis test statistics and identifying abnormal boundary values. The proposed method effectively estimates GNSS time-varying measurement noise while reducing outlier interference. Simulation and field tests of the INS/GNSS integrated navigation system show that the proposed method reduces horizontal positioning root mean square error by 20.4%, 11.9%, and 71.6%, 25.2% respectively compared to the standard factor graph optimization and the robust adaptive factor graph optimization algorithms based on variational Bayesian, respectively. The method also demonstrates

收稿日期:2024-12-23 Received Date: 2024-12-23

* 基金项目:国家自然科学基金(61873064)、江苏省重点研发计划(BE2022139)、无锡市科技发展资金(N20221003)项目资助

improved robustness.

Keywords: integrated navigation; factor graph optimization; adaptive MCMC; innovation χ^2 detection algorithm

0 引言

组合导航一般指的是两种或两种以上具有测量特性优势互补的导航系统对同一信息源进行测量,从而获得更高导航精度的技术,通常一种导航系统提供短时精度高的信息,另一种提供长期稳定性高的信息。其中一种比较经典的组合导航手段便是惯性导航系统/全球导航卫星系统(inertial navigation system/global navigation satellite system, INS/GNSS)组合导航。INS 频率高,但由于存在积分,误差会累计;而 GNSS 短期精度与输出频率较低^[1]。

组合导航的方法通常包括基于滤波的方法,如卡尔曼滤波及其变种和基于因子图优化的方法。卡尔曼滤波公式简单,实时性强,但基于一阶马尔可夫模型,未能充分考虑历史数据;因子图优化(factor graph optimization, FGO)考虑到所有历史信息,因此能提高估计精度^[2]。

在因子图优化方法中,精确的量测模型至关重要。然而,在如城市峡谷等复杂环境中,GNSS 量测中的粗差和时变量测噪声的存在对组合导航系统的性能产生了严重影响^[3]。针对这个问题,主要有两种解决办法:一种是使用鲁棒代价函数,包括 Huber 代价函数^[4]、动态协方差缩放法^[5]等,鲁棒性方法在保证一定精度的前提下提高了系统的抗干扰能力,但并未对量测噪声进行估计,结果往往不是最优的;另一种是直接估计量测噪声的协方差矩阵,包括基于反馈融合的自适应协方差估计算法^[6]和基于变分贝叶斯的鲁棒估计算法^[7-8]等,但是这类方法往往依赖后验概率的先验分布或者对小量测噪声估计不准。

马尔科夫链蒙特卡罗(Markov Chain Monte Carlo, MCMC)是一种随机采样方法,广泛应用于深度学习和自然语言处理等领域,一般用于对复杂概率分布采样以逼近真实概率分布。文献[9]首次将自适应马尔科夫链蒙特卡罗和贝叶斯优化结合,并通过详细的数学推导和实验分析将其应用于有约束、离散和密集连接的概率图模型的复杂抽样。文献[10]针对无线局域网室内定位精度低的问题,将马尔科夫链蒙特卡罗采样方法加入基于传播损耗模型的似然函数中进行位置估计。文献[11-12]分别将马尔科夫链蒙特卡罗方法与建立的 GPS(global positioning system)系统非线性状态空间模型结合解决传统粒子滤波(particle filter, PF)粒子退化的问题,并将马尔科夫链蒙特卡罗方法与平方根容积卡尔曼滤波(square-root cubature Kalman filter, SCKF)、粒子滤波结

合,从状态后验分布中提取粒子避免粒子退化和粒子贫化现象。然而,关于将 MCMC 应用于组合导航系统时变量测噪声建模的研究较少。

针对上述问题,提出了一种基于自适应 MCMC 的鲁棒因子图优化组合导航算法。首先,通过将惯性测量单元(inertial measurement unit, IMU)预测的先验更新与 GNSS 量测的后验更新结合,把自适应 MCMC 方法纳入因子图优化框架,进而估计 GNSS 时变量测噪声的协方差。文中详细推导了 Adaptive-MCMC FGO 的过程和算法结构。此外,基于新息 χ^2 检测算法,构建了假设检验统计量和量测异常的边界条件,能够提前识别粗差^[13]。仿真和实地实验的结果表明所提算法能有效提升组合导航系统在复杂环境下的估计精度和鲁棒性。

1 组合导航因子图模型

组合导航中的因子图优化是一种基于图论的概率推理方法,用于优化多传感器融合中的状态估计问题,旨在求解一个最大后验估计问题,即通过融合多传感器信息,求得最符合观测数据的状态序列^[14]。

1.1 INS/GNSS 组合导航因子图框架

在因子图中,INS 和 GNSS 的数据作为因子参与优化过程,如图 1 所示。图 1 展示了从第 1 个时刻到第 n 个时刻的状态向量 \mathbf{x} ,并把第 t 个时刻的因子图结构清晰展现出来。

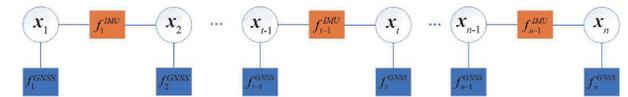


图 1 INS/GNSS 组合导航因子

Fig. 1 Schematic diagram of INS/GNSS integrated navigation factor graph

1.2 GNSS 因子

在松耦合结构中,GNSS 因子表示待估状态与 GNSS 量测值之间的约束。一般来说,GNSS 的量测方程定义如式(1)所示^[15]。

$$\mathbf{z}_k^{\text{GNSS}} = h^{\text{GNSS}}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k, \mathbf{v}_k \sim N(0, \mathbf{R}_k) \quad (1)$$

其中, \mathbf{v}_k 为均值为 0, 协方差为 \mathbf{R}_k 的高斯量测噪声, $\mathbf{z}_k^{\text{GNSS}}$ 为 GNSS 的位置量测值, $h^{\text{GNSS}}(\mathbf{x}_k)$ 为 GNSS 的量测函数。

\mathbf{R}_k 表示 GNSS 解的不确定性,通过对其建模可以提高量测的准确性,在这里 \mathbf{R}_k 可类比方根容积卡尔曼滤波中的量测噪声协方差 \mathbf{R}_t 。此外,量测值与预测值之间的差值构成

了GNSS因子的误差函数。

$$\| \mathbf{e}_{k,\text{GNSS}} \|_{\mathbf{R}_k}^2 = \| \mathbf{z}_k^{\text{GNSS}} - \mathbf{h}^{\text{GNSS}}(\mathbf{x}_k) \|_{\mathbf{R}_k}^2 \quad (2)$$

1.3 IMU 预积分因子

IMU 预积分因子是一种重要的优化因子,IMU 的量测模型^[16]为:

$$\begin{cases} \tilde{\boldsymbol{\omega}}^b = \boldsymbol{\omega}_{ib}^b + \mathbf{b}_g + \mathbf{n}_g \\ \tilde{\mathbf{f}}^b = \mathbf{f}^b + \mathbf{b}_a + \mathbf{n}_a \end{cases} \quad (3)$$

式中: $\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^b$ 和 $\tilde{\mathbf{f}}^b$ 分别表示 IMU 在载体坐标系下测得的角速度和比力; $\boldsymbol{\omega}_{ib}^b$ 和 \mathbf{f}^b 表示真实的角速度和比力; \mathbf{b}_g 和 \mathbf{b}_a 分别表示陀螺仪和加速度计的零偏; \mathbf{n}_g 和 \mathbf{n}_a 分别表示陀螺仪和加速度计的量测噪声。

根据积分关系,可以得到在积分时间 $[t_{k-1}, t_k]$ 内的位置、速度和姿态的迭代公式如式(4)所示^[7]。

$$\begin{cases} \mathbf{p}_k^n = \mathbf{p}_{k-1}^n + \mathbf{v}_{k-1}^n \Delta t_k + \frac{1}{2} \mathbf{g}^n \Delta t_k^2 + \mathbf{C}_{b_{k-1}^n}^n \mathbf{p}_{b_{k-1}^n}^{\text{IMU}} \\ \mathbf{v}_k^n = \mathbf{v}_{k-1}^n + \mathbf{g}^n \Delta t_k + \mathbf{C}_{b_{k-1}^n}^n \mathbf{v}_{b_{k-1}^n}^{\text{IMU}} \\ \mathbf{q}_k^n = \mathbf{q}_{k-1}^n \circ \mathbf{q}_{b_{k-1}^n}^{\text{IMU}} \end{cases} \quad (4)$$

式中: $\mathbf{p}_k^n, \mathbf{v}_k^n, \mathbf{q}_k^n$ 分别表示 k 时刻在导航系 n 下的位置、速度和姿态; 导航系 n 定义为东北天; $\mathbf{p}_{k-1}^n, \mathbf{v}_{k-1}^n, \mathbf{q}_{k-1}^n$ 分别表示 $k-1$ 时刻在导航系 n 下的位置、速度和姿态; \mathbf{g}^n 表示重力; Δt_k 表示积分时间 $[t_{k-1}, t_k]$ 的时刻差; $\mathbf{C}_{b_{k-1}^n}^n$ 表示从 b 系到 n 系的方向余弦矩阵; \circ 表示四元数乘法; $\mathbf{p}_{b_{k-1}^n}^{\text{IMU}}, \mathbf{v}_{b_{k-1}^n}^{\text{IMU}}, \mathbf{q}_{b_{k-1}^n}^{\text{IMU}}$ 分别表示位置、速度、姿态的预积分。移项整理,得到 IMU 预积分因子的残差定义为:

$$\begin{cases} \mathbf{C}_a^{b_{k-1}} (\mathbf{p}_k^n - \mathbf{p}_{k-1}^n - \mathbf{v}_{k-1}^n \Delta t_k - \frac{1}{2} \mathbf{g}^n \Delta t_k^2) - \mathbf{p}_{b_{k-1}^n}^{\text{IMU}} \\ \mathbf{C}_a^{b_{k-1}} (\mathbf{v}_k^n - \mathbf{v}_{k-1}^n - \mathbf{g}^n \Delta t_k) - \mathbf{v}_{b_{k-1}^n}^{\text{IMU}} \\ 2 [\mathbf{q}_{b_{k-1}^n}^{\text{IMU}} \circ (\mathbf{q}_{k-1}^n \circ \mathbf{q}_k^n)]_{xyz} \\ \mathbf{b}_{g_k} - \mathbf{b}_{g_{k-1}} \\ \mathbf{b}_{a_k} - \mathbf{b}_{a_{k-1}} \end{cases} \quad (5)$$

式中: $[\cdot]$ 表示取四元数的虚部组成向量, IMU 预积分因子的误差函数定义如式(6)所示。

$$\| \mathbf{e}_{k,\text{IMU}} \|_{\boldsymbol{\Sigma}_{\text{IMU}}}^2 = \| \mathbf{x}_k - \mathbf{h}^{\text{IMU}}(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{z}_{k-1,k}^{\text{IMU}}) \|_{\boldsymbol{\Sigma}_{\text{IMU}}}^2 \quad (6)$$

其中, $\mathbf{h}^{\text{IMU}}(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{z}_{k-1,k}^{\text{IMU}})$ 为表示 IMU 的预积分量测函数, $\mathbf{z}_{k-1,k}^{\text{IMU}}$ 表示 IMU 预积分, $\boldsymbol{\Sigma}_{\text{IMU}}$ 表示 IMU 量测噪声协方差, 其与 IMU 预积分协方差的关系如式(7)所示。

$$\sum_{k-1,m}^{\text{IMU}} = \mathbf{F}_{m-1} \sum_{k-1,m-1}^{\text{IMU}} \mathbf{F}_{m-1}^T + \mathbf{G}_{m-1} \sum_{\text{IMU}}^{m-1} \mathbf{G}_{m-1}^T \quad (7)$$

其中, $\sum_{k-1,m}^{\text{IMU}}$ 和 $\sum_{k-1,m-1}^{\text{IMU}}$ 分别是 m 时刻和 $m-1$ 时刻 IMU 预积分协方差矩阵, \mathbf{F}_{m-1} 和 \mathbf{G}_{m-1} 分别是误差状态矩阵和噪声驱动矩阵, \sum_{IMU}^{m-1} 是 $m-1$ 时刻 IMU 量测噪声协方差矩

阵。 $[t_{m-1}, t_m]$ 表示在预积分 $[t_{k-1}, t_k]$ 时段内的机械编排时段。

1.4 INS/GNSS 组合导航 FGO 求解

由 IMU 预积分因子和 GNSS 因子的误差函数,可以得到 FGO 算法的实质就是通过给定的 INS 和 GNSS 信息,使得系统状态的后验概率最大化,即有公式如式(8)所示。

$$\hat{\mathbf{x}} = \underset{\mathbf{x}}{\text{argmax}} P(\mathbf{x} | \mathbf{z}^{\text{IMU}}, \mathbf{z}^{\text{GNSS}}) \quad (8)$$

其中, $\hat{\mathbf{x}}$ 是状态向量的集合, \mathbf{z}^{IMU} 是所有历元的 IMU 量测值, \mathbf{z}^{GNSS} 是所有历元 GNSS 量测值。进一步,该目标函数可以被转化为最小化 IMU 预积分因子和 GNSS 因子的误差函数之和。

$$\hat{\mathbf{x}} = \underset{\mathbf{x}}{\text{argmin}} \sum_k (\| \mathbf{e}_{k,\text{GNSS}} \|_{\mathbf{R}_k}^2 + \| \mathbf{e}_{k,\text{IMU}} \|_{\boldsymbol{\Sigma}_{\text{IMU}}}^2) \quad (9)$$

2 基于自适应MCMC的鲁棒因子图优化

2.1 IMU 预测的先验更新

一般将先验概率 $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k-1})$ 建模为高斯分布^[7]。

$$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k-1}) = N(\mathbf{x}_k | \hat{\mathbf{x}}_{kl k-1}, \mathbf{P}_{kl k-1}) \quad (10)$$

其中, \mathbf{x}_k 代表 k 时刻的系统状态, $\mathbf{z}_{1:k-1}$ 代表 $t_1 \sim t_{k-1}$ 的量测, $\hat{\mathbf{x}}_{kl k-1}$ 代表 k 时刻的先验状态估计值, $\mathbf{P}_{kl k-1}$ 代表 k 时刻的先验状态协方差矩阵。 $\hat{\mathbf{x}}_{kl k-1}$ 由 $k-1$ 时刻的系统状态和预积分给出。

$$\hat{\mathbf{x}}_{kl k-1} = \mathbf{h}^{\text{IMU}}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \mathbf{z}_{k-1,k}^{\text{IMU}}) \quad (11)$$

$\hat{\mathbf{x}}_{k-1}$ 表示 $k-1$ 时刻的后验状态估计值, $\mathbf{z}_{k-1,k}^{\text{IMU}}$ 表示 IMU 预积分, \mathbf{h}^{IMU} 表示 IMU 预积分量测函数。

状态协方差矩阵 \mathbf{P}_k 的求解通过因子图滑动窗口内的雅各比矩阵 \mathbf{J} 和协方差矩阵 \mathbf{W} 进行边缘化,采用舒尔补方法来实现^[17]。设滑动窗口大小为 $s+1$, 则有:

$$\mathbf{A} = \mathbf{J}^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{mm} & \mathbf{A}_{mr} \\ \mathbf{A}_{rm} & \mathbf{A}_{rr} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{A}_{rr} - \mathbf{A}_{rm} \mathbf{A}_{mm}^{-1} \mathbf{A}_{mr})^{-1} \quad (13)$$

其中, \mathbf{A} 是信息矩阵, 求解先验状态协方差矩阵 $\mathbf{P}_{kl k-1}$ 所需的雅各比矩阵 $\mathbf{J}_{k-s:kl k-1}$ 和协方差矩阵 $\mathbf{W}_{k-s:kl k-1}$ 定义为:

$$\mathbf{J}_{k-s:kl k-1} = \left[\mathbf{J}_{k-s:k-1}, \frac{\partial \mathbf{f}_k^{\text{IMU}}}{\partial \mathbf{x}_{k-s:k}} \right]^T \quad (14)$$

$$\mathbf{W}_{k-s:kl k-1} = \text{diag}(\mathbf{W}_{k-s:k-1}, \sum_{k-1,k}^{\text{IMU}}) \quad (15)$$

下标 $m = k-s; k-1$ 表示边缘化的状态范围, 从 $t_{k-s} \sim t_{k-1}$ 时刻, 而另一个下标 $r = k$ 表示把 t_k 时刻的状态作为保留状态。 $\mathbf{f}_k^{\text{IMU}}$ 表示 IMU 预积分因子的残差, $\mathbf{x}_{k-s:k}$ 表示从 $k-s \sim k$ 时刻的系统状态。 $\mathbf{A}_{kl k-1}$ 和 $\mathbf{P}_{kl k-1}$ 可分别表

示为:

$$\mathbf{A}_{klk-1} = \mathbf{J}_{k-s,klk-1}^T \mathbf{W}_{k-s,klk-1}^{-1} \mathbf{J}_{k-s,klk-1} \quad (16)$$

$$\mathbf{P}_{klk-1} = (\mathbf{A}_{klk-1}^{22} - \mathbf{A}_{klk-1}^{21} (\mathbf{A}_{klk-1}^{11})^{-1} \mathbf{A}_{klk-1}^{12})^{-1} \quad (17)$$

其中, \mathbf{A}_{klk-1}^{22} 、 \mathbf{A}_{klk-1}^{21} 、 \mathbf{A}_{klk-1}^{11} 、 \mathbf{A}_{klk-1}^{12} 分别表示 \mathbf{A}_{klk-1} 矩阵 2 行 2 列、2 行 1 列、1 行 1 列和 1 行 2 列的元素值。

为了估计时变的量测协方差 \mathbf{R}_k , 这里选用自适应 MCMC 算法^[18] 对后验概率进行采样, 通过采样得到的样本估计 \mathbf{R}_k 的统计特性。由贝叶斯公式得到式(18)。

$$p(\mathbf{R}_k | \mathbf{z}_{1:k-1}) = \frac{p(\mathbf{R}_k) p(\mathbf{z}_{1:k-1} | \mathbf{R}_k)}{\int p(\mathbf{R}_k) p(\mathbf{z}_{1:k-1} | \mathbf{R}_k) d\mathbf{R}_k} \quad (18)$$

$p(\mathbf{R}_k | \mathbf{z}_{1:k-1})$ 是待求的概率, 即后验概率, 它可以转化为先验概率 $p(\mathbf{R}_k)$ 和似然概率 $p(\mathbf{z}_{1:k-1} | \mathbf{R}_k)$ 的乘积, 再除以一个常数 $\int p(\mathbf{R}_k) p(\mathbf{z}_{1:k-1} | \mathbf{R}_k) d\mathbf{R}_k$, 由于常数 $\int p(\mathbf{R}_k) p(\mathbf{z}_{1:k-1} | \mathbf{R}_k) d\mathbf{R}_k$ 的存在只是把各个点的概率统一扩大或缩小一定倍数, 并不影响样本点取值概率的相对大小, 故理论上可以通过对 $p(\mathbf{R}_k) p(\mathbf{z}_{1:k-1} | \mathbf{R}_k)$ 进行采样, 通过样本来获得 $p(\mathbf{R}_k | \mathbf{z}_{1:k-1})$ 的统计特性。

假设量测噪声是高斯白噪声, 服从正态分布如式(19)所示。

$$\mathbf{v}_k \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{R}_k) \quad (19)$$

\mathbf{v}_k 是量测噪声, 将量测噪声协方差 \mathbf{R}_k 分解为如式(20)所示。

$$\mathbf{R}_k = \mathbf{D}_k \boldsymbol{\Sigma}_k \mathbf{D}_k \quad (20)$$

其中, \mathbf{D}_k 是对角阵, 包含每个变量的标准差, 通常建模为逆伽马分布; $\boldsymbol{\Sigma}_k$ 是相关矩阵, 通常建模为 LKJ 分布 (Lewandowski-Kurowicka-Joe distribution)。对于对角阵 \mathbf{D}_k , 有逆伽马分布如式(21)所示。

$$\mathbf{D}_k \sim IG(\alpha, \beta) \quad (21)$$

α 是形状参数, 用于控制分布的形状。 α 越大, 分布越集中于均值附近; α 较小时, 分布具有重尾特性。这里取 $\alpha=3$ 。 β 是尺度参数, 决定分布的伸缩性和均值, β 较大时, 分布整体右移; β 较小时, 分布向左靠拢。这里取 $\beta=1$ 。对于逆伽马分布, $p(\mathbf{D}_k)$ 的表达式如式(22)所示。

$$p(\mathbf{D}_k) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{-\alpha-1} e^{-\frac{\beta}{x}} \quad (22)$$

其中, $\Gamma(\alpha)$ 是伽马函数, x 是大于 0 的随机变量。

对于相关矩阵 $\boldsymbol{\Sigma}_k$, 有 LKJ 分布如式(23)所示。

$$\boldsymbol{\Sigma}_k \sim LKJ(\eta) \quad (23)$$

其中, η 是另一个形状参数, 用于控制分布的集中性, 通常取 $\eta=2$ 。 $p(\boldsymbol{\Sigma}_k)$ 的表达式如式(24)所示。

$$p(\boldsymbol{\Sigma}_k) = c_d |\boldsymbol{\Sigma}_k|^{\eta-1} \quad (24)$$

其中, c_d 是归一化常数, 使分布积分为 1, 它的表达式如式(25)所示。

$$c_d = 2^{\sum_{k=1}^K (2\eta-2+d-k)(d-k)} \cdot \prod_{k=1}^{d-1} \left[B\left(\eta + \frac{1}{2}(d-k-1), \eta + \frac{1}{2}(d-k-1)\right) \right]^{d-k} \quad (25)$$

其中, d 是矩阵的阶数, K 是分块矩阵相关系数, $B(\cdot)$ 是 Beta 函数。

结合以上分析, 得到先验概率 $p(\mathbf{R}_k)$ 的表达式如式(26)所示。

$$p(\mathbf{R}_k) = \left(\prod_{k=1}^d \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} (\sigma_k^2)^{-\alpha-1} e^{-\frac{\beta}{\sigma_k^2}} \right) (c_d |\boldsymbol{\Sigma}_k|^{\eta-1}) \quad (26)$$

其中, σ_k 是 \mathbf{D}_k 矩阵的对角线元素, 也是每个变量的标准差。

对于似然概率 $p(\mathbf{z}_{1:k-1} | \mathbf{R}_k)$, 通常建模为多元正态分布, 即有:

$$p(\mathbf{z}_{1:k-1} | \mathbf{R}_k) \sim N(\boldsymbol{\mu}_{1:k-1}, \mathbf{R}_{1:k-1}) \quad (27)$$

$$\text{其中, } \boldsymbol{\mu}_{1:k-1} \text{ 是均值且 } \boldsymbol{\mu}_{1:k-1} = \begin{bmatrix} h(\mathbf{x}_1) \\ h(\mathbf{x}_2) \\ \vdots \\ h(\mathbf{x}_{k-1}) \end{bmatrix}, \mathbf{R}_{1:k-1} \text{ 是}$$

协方差矩阵且 $\mathbf{R}_{1:k-1} = \text{diag}(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \dots, \mathbf{R}_{k-1})$, 假设量测值 $\mathbf{z}_{1:k-1}$ 的噪声独立且服从正态分布, 则联合似然概率 $p(\mathbf{z}_{1:k-1} | \mathbf{R}_k)$ 可表示为:

$$p(\mathbf{z}_{1:k-1} | \mathbf{R}_k) = \prod_{i=1}^{k-1} \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n |\mathbf{R}_k|}} \times \exp\left\{-\frac{1}{2}(\mathbf{z}_i - h(\mathbf{x}_i))^T \mathbf{R}_k^{-1} (\mathbf{z}_i - h(\mathbf{x}_i))\right\} \quad (28)$$

其中, n 是每次观测 \mathbf{z}_i 的维度, \mathbf{R}_k 是第 k 时刻的量测噪声协方差矩阵。

由于先验概率不依赖观测数据的概率分布, 是事先给定的, 故先验概率与似然概率之间相互独立。因此可以根据先验概率和似然概率的乘积定义一个新的分布, 这里记作 Mine 分布。则后验概率 $p(\mathbf{R}_k | \mathbf{z}_{1:k-1})$ 也服从 Mine 分布, 且有:

$$p(\mathbf{R}_k | \mathbf{z}_{1:k-1}) \propto \left(\prod_{k=1}^d \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} (\sigma_k^2)^{-\alpha-1} e^{-\frac{\beta}{\sigma_k^2}} \right) \times (c_d |\boldsymbol{\Sigma}_k|^{\eta-1}) \cdot \prod_{i=1}^{k-1} \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n |\mathbf{R}_k|}} \times \exp\left\{-\frac{1}{2}(\mathbf{z}_i - h(\mathbf{x}_i))^T \mathbf{R}_k^{-1} (\mathbf{z}_i - h(\mathbf{x}_i))\right\} \quad (29)$$

称满足如上概率密度函数的分布为 Mine 分布, 对 Mine 分布采用基于 M-H 框架的自适应 MCMC 算法进行采样。具体步骤如算法 1 所示。

算法1 基于M-H框架的自适应MCMC算法

输入:任意选定马尔科夫链的状态转移矩阵 Q , 目标平稳分布 $Mine$ 分布, 设定状态转移次数阈值为 n_1 , 所需样本个数为 n_2 。

1) 从任意简单的概率分布采样得到初始值 $\mathbf{R}_k^{(0)}, \mathbf{z}_{1,k-1}^{(0)}$

2) for $t = 0$ to $n_1 + n_2 - 1$:

(1) 从条件概率分布 $Q(\mathbf{R}_k, \mathbf{z}_{1,k-1} | \mathbf{R}_k^t, \mathbf{z}_{1,k-1}^t)$ 中采样得到样本 $\mathbf{R}_k^*, \mathbf{z}_{1,k-1}^*$ 。

(2) 从均匀分布采样 $u \sim U[0, 1]$, $U[0, 1]$ 代表在 $0 \sim 1$ 上的均匀分布。

(3) if $u < \alpha((\mathbf{R}_k^t, \mathbf{z}_{1,k-1}^t), (\mathbf{R}_k^*, \mathbf{z}_{1,k-1}^*)) = \min \left\{ 1, \frac{Mine(\mathbf{R}_k^*, \mathbf{z}_{1,k-1}^*) Q(\mathbf{R}_k^t, \mathbf{z}_{1,k-1}^t | \mathbf{R}_k^*, \mathbf{z}_{1,k-1}^*)}{Mine(\mathbf{R}_k^t, \mathbf{z}_{1,k-1}^t) Q(\mathbf{R}_k^*, \mathbf{z}_{1,k-1}^* | \mathbf{R}_k^t, \mathbf{z}_{1,k-1}^t)} \right\}$, 则接受转移 \mathbf{R}_k^* ,

$\mathbf{z}_{1,k-1}^t \rightarrow \mathbf{R}_k^*, \mathbf{z}_{1,k-1}^*$, 即 $(\mathbf{R}_k^{t+1}, \mathbf{z}_{1,k-1}^{t+1}) = (\mathbf{R}_k^*, \mathbf{z}_{1,k-1}^*)$

(4) 否则不接受转移, $(\mathbf{R}_k^{t+1}, \mathbf{z}_{1,k-1}^{t+1}) = (\mathbf{R}_k^t, \mathbf{z}_{1,k-1}^t)$

输出: 样本集 $((\mathbf{R}_k^{n_1}, \mathbf{z}_{1,k-1}^{n_1}), (\mathbf{R}_k^{n_1+1}, \mathbf{z}_{1,k-1}^{n_1+1}), \dots, (\mathbf{R}_k^{n_1+n_2-1}, \mathbf{z}_{1,k-1}^{n_1+n_2-1}))$ 即为需要的目标平稳分布 $Mine$ 分布对应的样本集。

在M-H框架的基础上, 利用历史采样信息动态调整条件概率分布 $Q(\mathbf{R}_k, \mathbf{z}_{1,k-1} | \mathbf{R}_k^t, \mathbf{z}_{1,k-1}^t)$, 以提高采样效率^[19]。具体的自适应策略为:

1) 动态调整步长 ε

根据接受率 $\alpha((\mathbf{R}_k^t, \mathbf{z}_{1,k-1}^t), (\mathbf{R}_k^*, \mathbf{z}_{1,k-1}^*))$ 调整条件概率分布 $Q(\mathbf{R}_k, \mathbf{z}_{1,k-1} | \mathbf{R}_k^t, \mathbf{z}_{1,k-1}^t)$ 的步长 ε 。

$\varepsilon^{t+1} =$

$$\begin{cases} \varepsilon^t \times 1.1, & \alpha((\mathbf{R}_k^t, \mathbf{z}_{1,k-1}^t), (\mathbf{R}_k^*, \mathbf{z}_{1,k-1}^*)) > 0.44 \\ \varepsilon^t \times 0.9, & \alpha((\mathbf{R}_k^t, \mathbf{z}_{1,k-1}^t), (\mathbf{R}_k^*, \mathbf{z}_{1,k-1}^*)) < 0.23 \end{cases} \quad (30)$$

其中, $0.23 \sim 0.44$ 是常见的目标接受率区间。

2) 使用采样的协方差矩阵更新条件概率分布

(1) 通过历史样本计算协方差矩阵 C_t , 即:

$$C_t = Cov(\{(\mathbf{R}_k^{n_1}, \mathbf{z}_{1,k-1}^{n_1}), (\mathbf{R}_k^{n_1+1}, \mathbf{z}_{1,k-1}^{n_1+1}), \dots, (\mathbf{R}_k^t, \mathbf{z}_{1,k-1}^t)\}) \quad (31)$$

(2) 将条件概率分布 $Q(\mathbf{R}_k, \mathbf{z}_{1,k-1} | \mathbf{R}_k^t, \mathbf{z}_{1,k-1}^t)$ 调整为:

$$Q(\mathbf{R}_k, \mathbf{z}_{1,k-1} | \mathbf{R}_k^t, \mathbf{z}_{1,k-1}^t) = Q(\mathbf{R}_k, \mathbf{z}_{1,k-1} | \mathbf{R}_k^t, \mathbf{z}_{1,k-1}^t, \varepsilon^2 C_t) \quad (32)$$

(3) 在更新 C_t 时, 引入正则化以确保数值的稳定性:

$$C_t' = (1 - \lambda) C_t + \lambda I \quad (33)$$

其中, λ 是较小的正值, 一般取 $\lambda = 0.01$, I 是单位矩阵。

3) 采样完成后, 计算马尔科夫链的自相关性和有效样本数量, 验证采样质量。

通过把M-H框架和自适应策略引入MCMC算法, 可得到经过自适应MCMC采样后的所需样本集 $((\mathbf{R}_k^{n_1}, \mathbf{z}_{1,k-1}^{n_1}), (\mathbf{R}_k^{n_1+1}, \mathbf{z}_{1,k-1}^{n_1+1}), \dots, (\mathbf{R}_k^{n_1+n_2-1}, \mathbf{z}_{1,k-1}^{n_1+n_2-1}))$, 通过计算样本集的统计特性, 即可得到后验概率 $p(\mathbf{R}_k | \mathbf{z}_{1,k-1})$ 满足的数学特性。

2.2 GNSS量测的后验更新

通过IMU预测的先验更新, 可计算联合后验概率 $p(\mathbf{x}_k, \mathbf{R}_k | \mathbf{z}_{1,k})$, 一般联合后验概率 $p(\mathbf{x}_k, \mathbf{R}_k | \mathbf{z}_{1,k})$ 与 $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1,k-1})$ 满足的分布和时变量测噪声后验概率 $p(\mathbf{R}_k | \mathbf{z}_{1,k-1})$ 满足的分布有关^[7], 把 $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1,k-1})$ 满足的高斯分布表示为 $N(\mathbf{x}_k)$, $Mine$ 分布表示为 $Mine(\mathbf{R}_k)$ 。

$$p(\mathbf{x}_k, \mathbf{R}_k | \mathbf{z}_{1,k}) \approx N(\mathbf{x}_k) Mine(\mathbf{R}_k) \quad (34)$$

其中, 具体表达式为 $N(\mathbf{x}_k) = N(\mathbf{x}_k | \tilde{\mathbf{x}}_k, \mathbf{P}_k)$,

$Mine(\mathbf{R}_k) = Mine(\mathbf{R}_k | \alpha, \beta, \eta)$ 。 $\tilde{\mathbf{x}}_k, \mathbf{P}_k$ 分别是 k 时刻的后验状态估计值和后验状态协方差矩阵。通常采用KL散度衡量真实后验 $p(\mathbf{x}_k, \mathbf{R}_k | \mathbf{z}_{1,k})$ 与近似后验 $N(\mathbf{x}_k) Mine(\mathbf{R}_k)$ 的匹配程度^[20]。

$$KL[N(\mathbf{x}_k) Mine(\mathbf{R}_k) | p(\mathbf{x}_k, \mathbf{R}_k | \mathbf{z}_{1,k})] =$$

$$\iint N(\mathbf{x}_k) Mine(\mathbf{R}_k) \log \frac{N(\mathbf{x}_k) Mine(\mathbf{R}_k)}{p(\mathbf{x}_k, \mathbf{R}_k | \mathbf{z}_{1,k})} d\mathbf{x}_k d\mathbf{R}_k \quad (35)$$

通过最小化式(35)所述KL散度即可求出 \mathbf{R}_k 的最优估计值。

其中后验状态估计值 $\tilde{\mathbf{x}}_k$ 通过非线性优化算法在迭代收敛后获得, 后验状态协方差矩阵 \mathbf{P}_k 是在使用IMU预积分因子做先验更新的基础上, 添加GNSS因子进行优化求解后获得^[7]。

2.3 粗差检测与剔除

量测粗差的存在会极大影响量测值的准确性。进而影响到对系统状态的估计。因此, 选用合适的方法对粗差进行检测与剔除十分必要, 这里引入新息 χ^2 检测算法对粗差进行筛选。根据量测向量和预测向量构建新息 \mathbf{V}_k 及其协方差矩阵 $\Sigma_{\mathbf{V}_k}$ ^[13]。

$$\mathbf{V}_k = \mathbf{Z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{X}}_{klk-1} \quad (36)$$

$$\Sigma_{\mathbf{V}_k} = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{klk-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k \quad (37)$$

其中, \mathbf{Z}_k 为量测向量, 是GNSS输出的位置与IMU机械编排推算的位置之差。 \mathbf{H}_k 为观测矩阵, $\hat{\mathbf{X}}_{klk-1}$ 为 k 时刻的先验误差状态向量, \mathbf{P}_{klk-1} 为先验状态协方差矩阵, 已在IMU预测的先验更新阶段得到, \mathbf{R}_k 为量测噪声的协方差矩阵, \mathbf{V}_k 为新息向量, $\Sigma_{\mathbf{V}_k}$ 为新息向量的协方差矩阵。

一般来说,新息为白噪声序列,服从均值为0的正态分布,即:

$$\mathbf{V}_k \sim N(0, \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{V}_k}) \quad (38)$$

当量测值没有出现异常时,新息是均值为0的白噪声序列;当量测值出现异常时,新息的均值便不再为0。将上述检测条件转化为假设检验问题,即:

$$\begin{cases} H_0: \mathbf{V}_k \sim N(0, \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{V}_k}) \\ H_1: \mathbf{V}_k \sim N(\nabla, \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{V}_k}) \end{cases} \quad (39)$$

其中, H_0 表示原假设,表示量测值没有出现异常; H_1 为备择假设,表示量测值出现异常。取假设检验统计量为:

$$T_k = \mathbf{V}_k^T \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{V}_k}^{-1} \mathbf{V}_k \quad (40)$$

T_k 服从自由度为 t 的 χ^2 分布,根据 χ^2 分布的定义,有假设检验如式(41)所示。

$$\begin{cases} H_0: T_k \sim \chi^2(t, 0) \\ H_1: T_k \sim \chi^2(t, \lambda) \end{cases} \quad (41)$$

式中: λ 为非中心化参数。若取显著性水平为 α , 则判断是否出现量测异常的边界条件^[21]为:

$$T_D = \chi^2_\alpha(t) \quad (42)$$

T_D 为量测异常边界值,若 $T_k \leq T_D$, 则认为没有量测异常;若 $T_k > T_D$, 则认为此时有量测异常出现。将此异常判定为量测粗差进行剔除。

2.4 算法框架与流程

基于自适应 MCMC 的鲁棒因子图优化组合导航算法框架如图2所示。

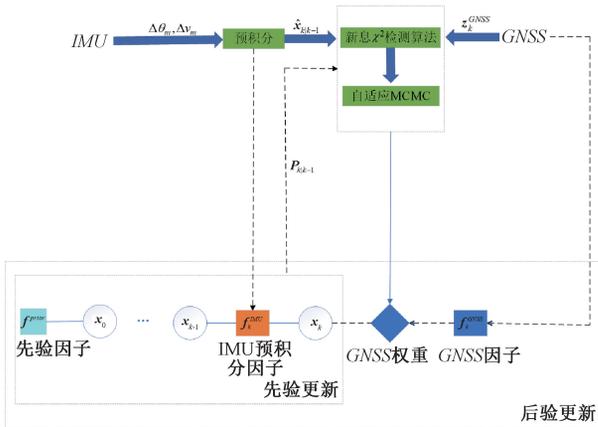


图2 Adaptive MCMC-FGO 算法框架

Fig. 2 Algorithm framework of Adaptive MCMC-FGO

首先在先验阶段对 IMU 数据进行预积分预测得到先验状态 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$ 和先验状态协方差矩阵 $\mathbf{P}_{k|k-1}$ 。在后验阶段利用 IMU 先验阶段获得的先验状态 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$ 、先验状态协方差矩阵 $\mathbf{P}_{k|k-1}$ 和加入的 GNSS 量测信息通过新息 χ^2 检测算法执行粗差检测和剔除,然后执行自适应 MCMC 算

法预测 GNSS 时变量测噪声协方差,进一步加入 GNSS 因子和 GNSS 权重,完成整个因子图优化过程。

3 仿真实验

将所提算法与常规因子图优化算法和基于变分贝叶斯的鲁棒自适应因子图优化算法在公开数据集 UrbanNavDataset 上进行对比,以验证该算法在城市峡谷等复杂环境中面对量测粗差和时变量测噪声时的适应性,各对比算法的详细信息如表1所示。

表1 对比的算法类型及说明

Table 1 Comparison of algorithm types and their descriptions

算法	说明
FGO ^[22]	常规因子图优化算法
VB-AFGO ^[7]	基于变分贝叶斯的鲁棒自适应因子图优化算法
Adaptive-MCMC FGO	基于自适应 MCMC 的鲁棒因子图优化组合导航算法

UrbanNavDataset 数据集是一个收集了东京和香港城市峡谷环境的开源定位数据集,这个数据集中包含 IMU、GNSS、LiDAR、camera 数据和从 SPAN-CPT 系统收集到的参考定位数据。在文中只使用香港数据集中的 IMU、GNSS 和参考定位实时差分(real time kinematic, RTK)数据。数据集中使用传感器的型号、精度和采样频率如表2所示。

表2 仿真实验传感器参数及采样频率

Table 2 Sensor parameters and sampling frequency in simulation experiment

传感器	指标	精度	采样频率/Hz
IMU (Xsens Mti 10)	陀螺零偏	8°/h	400
	陀螺随机游走	0.007°/(s·√hz ⁻¹)	
	加速度计零偏	15 μg	
	加速度计随机游走	60 μg/√hz	
GNSS (u-blox ZED-F9P×2)	位置	1.5 m	1
RTK (NovAtel SPAN-CPT)	位置	5 cm	1

本次仿真实验的轨迹是车辆在指定区域绕行几乎一圈所生成的轨迹,整个持续时间是 920 s,途径轻度峡谷环境、中度峡谷环境和重度峡谷环境。各类型城市峡谷环境的定义如表3所示^[23]。

表 3 各类型城市峡谷环境

Table 3 Types of urban canyon environment

类型	说明
轻度峡谷	具有开阔的视野环境或街道一侧有开阔视野环境区域
中度峡谷	被高度<40 m 的建筑包围区域
重度峡谷	被高度>40 m 的建筑或宽度不超过 10 m 的街道包围区域

仿真实验运行的参考定位轨迹如图 3 所示。图中实线即为 NovAtel SPAN-CPT 采集得到的 RTK 高精度定位数据。点 A、B、C 是实验车辆行驶过程中停留的点,用来消除 IMU 在积分过程中的累计误差。

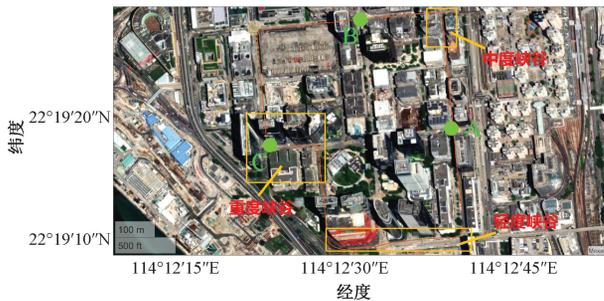


图 3 香港数据集的参考定位真值轨迹

Fig. 3 Ground truth reference trajectory for the Hong Kong dataset

图 4 展示了参考定位真值和不同算法生成的二维平面轨迹。

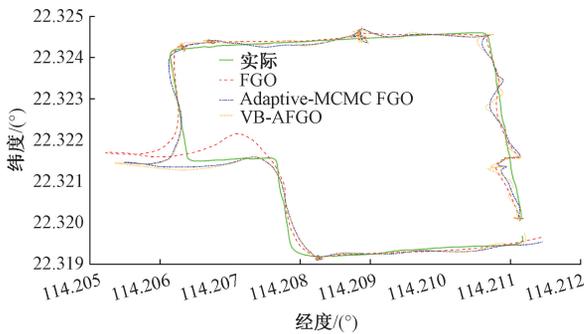


图 4 仿真实验平面轨迹对比

Fig. 4 Comparison of 2D trajectories in simulation experiment

图 4 在标记处 A、B、C 点,不同算法的二维平面轨迹都表现出明显的漂移,尤其在 C 点,不同算法的二维平面轨迹漂移都较大,这是因为 C 点处的建筑遮挡最为严重,而 Adaptive-MCMC FGO 算法与参考定位轨迹贴合最好,表现出更好的定位融合精度,原因在于 Adaptive-MCMC

FGO 分别对先验概率 $p(\mathbf{R}_k)$ 和似然概率 $p(\mathbf{z}_{1:k-1} | \mathbf{R}_k)$ 进行建模,且把量测噪声协方差 \mathbf{R}_k 分解为对角矩阵和相关矩阵的乘积并分别用逆伽马分布和 LKJ 分布建模,通过自适应 MCMC 采样的方法避免了求解贝叶斯公式的复杂分母项 $\int p(\mathbf{R}_k) p(\mathbf{z}_{1:k-1} | \mathbf{R}_k) d\mathbf{R}_k$,通过样本的统计特性来估计后验概率 $p(\mathbf{R}_k | \mathbf{z}_{1:k-1})$ 的统计特性,这比变分贝叶斯直接对后验概率进行建模要更为精确并且能克服变分贝叶斯的逆威沙特分布 (Inverse Wishart, IW) 在量测噪声较小时产生估计偏置的问题。在轻度峡谷和中度峡谷区域,建筑遮挡同样带来了较大的量测粗差和量测噪声,VB-AFGO 和 Adaptive-MCMC FGO 均具有良好的鲁棒性,定位轨迹较为平滑,并且 Adaptive-MCMC FGO 的鲁棒性更佳,与参考定位轨迹更加接近。

图 5 展示了不同算法在全历元的二维定位误差。当车辆处于重度峡谷区域即图 5 中曲线的峰值处时,相较于普通 FGO 和 VB-AFGO 算法,Adaptive-MCMC FGO 算法的二维定位误差显然更小。不同算法对应的 RMSE 和 STD 二维定位误差如表 4 所示。

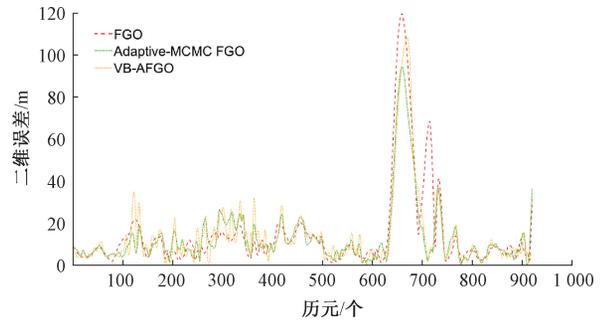


图 5 仿真实验全历元二维定位误差对比

Fig. 5 Comparison of 2D positioning errors across all epochs in simulation experiment

表 4 不同算法的二维定位误差

Table 4 2D positioning error of different algorithms

(m)

参数	方向	FGO	VB-AFGO	Adaptive-MCMC FGO
RMSE	东向	22.66	19.64	17.51
	北向	11.32	10.59	10.01
STD	东向	19.96	16.98	14.77
	北向	8.91	7.28	6.58

通过图 5 可知,Adaptive-MCMC FGO 算法在 3 处不同程度的城市峡谷环境中的定位精度均优于其他两种算法。具体来说,Adaptive-MCMC FGO 算法在东向和北向上的 RMSE 相比 FGO 降低了 22.7%、11.6%;相比 VB-

AFGO 在东向上降低了 10.8%,在北向上降低了 5.5%。Adaptive-MCMC FGO 算法在东向和北向上的 STD 相比 FGO 降低了 26.0%、26.2%;相比 VB-AFGO 在东向上降低了 13.0%,在北向上降低了 9.6%。

4 实地实验

为了进一步验证所提算法在实际中的性能,以四驱车辆为载体,在道路上开展实地实验。车辆及所用传感器的实物如图 6 所示。



图 6 车载实验传感器配置

Fig. 6 Sensor configuration for vehicle experiment

SPAN 组合导航系统内置战术级惯性测量单元 IMU 和三系统双频板卡 GNSS 接收机,M600 mini GNSS 接收机提供高精度位置量测作为基准。本实验采用 M600 mini GNSS 接收机提供的高精度 RTK 定位坐标作为位置基准,采用 IMU 和 GNSS 来运行 3 种对比算法,各传感器的参数如表 5 所示。

表 5 实地实验传感器参数及采样频率

Table 5 Sensor parameters and sampling frequency in field experiment

传感器	指标	精度	采样频率/Hz
IMU(STIM 300)	陀螺零偏	0.5°/h	125
	角度随机游走	0.15°/√h	
	加速度计零偏	0.05 mg	
	速度随机游走	0.06 m/(s·√h ⁻¹)	
GNSS(NovAtel OEM615)	位置	1.2 m	1
RTK(M600 mini)	位置	8 mm	1

实地实验运行的路线如图 7 所示,车辆围绕校园及其周边区域近乎一圈,途径轻度峡谷和中度峡谷区域。3 种不同算法的二维平面轨迹对比如图 8 所示。

图 8 右上侧轻度峡谷区域中,由于树木和建筑的遮挡使 FGO 的定位结果受到明显扰动,而 VB-AFGO 和 Adaptive-MCMC FGO 的定位轨迹明显更为平滑,更贴近参考轨迹。在靠近右下侧的中度峡谷区域中,FGO 的定

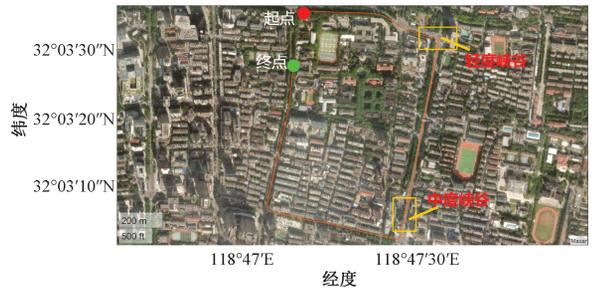


图 7 实地实验运行路线

Fig. 7 Route of the field experiment

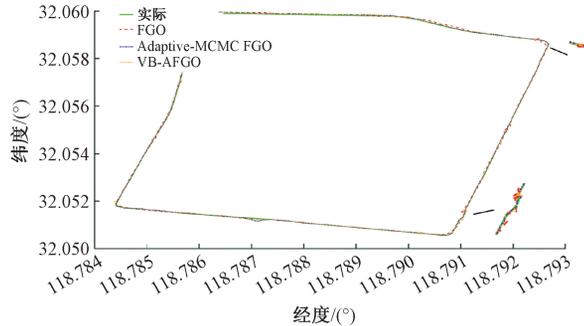


图 8 实地实验平面轨迹对比

Fig. 8 Comparison of 2D trajectories in the field experiment

位结果同样受到扰动在参考轨迹附近振荡,而 VB-AFGO 和 Adaptive-MCMC FGO 能够有效地识别粗差和估计 GNSS 时变量测噪声,表现出更高的融合定位精度,且 Adaptive-MCMC FGO 的轨迹与参考轨迹更加贴合,定位性能更佳。这同样得益于 Adaptive-MCMC FGO 对量测噪声 R_k 的精细化建模和自适应 MCMC 通过采样估计真实后验概率的优越性。

图 9 展示了 3 种算法全历元的二维定位误差。显然 VB-AFGO 和 Adaptive-MCMC FGO 算法都能有效估计 GNSS 时变量测噪声,表现出更小的二维定位误差,除了在第 415 个历元时 Adaptive-MCMC FGO 的二维定位误差高于 VB-AFGO 的二维定位误差,在其他历元 Adaptive-MCMC FGO 的二维定位误差和 VB-AFGO 的二维定位误

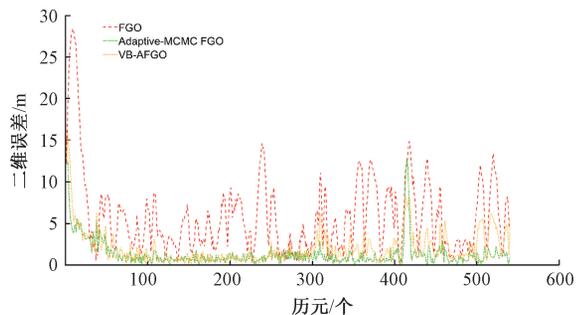


图 9 实地实验全历元二维定位误差对比

Fig. 9 Comparison of 2D positioning error of all epochs in field experiment

差基本接近或低于 VB-AFGO 的二维定位误差。不同算法对应的 RMSE 和 STD 二维定位误差如表 6 所示。

表 6 不同算法的二维定位误差

Table 6 2D positioning errors of different algorithms

		(m)		
参数	方向	FGO	VB-AFGO	Adaptive-MCMC FGO
RMSE	东向	6.15	1.97	1.26
	北向	4.39	2.09	1.74
STD	东向	4.75	1.61	1.07
	北向	2.91	1.52	1.40

由表 6 可知, Adaptive-MCMC FGO 算法在不同程度的城市峡谷环境中的定位精度均优于其他两种算法。具体来说, Adaptive-MCMC FGO 算法在东向和北向上的 RMSE 相比 FGO 降低了 79.5%、60.4%; 相比 VB-AFGO 降低了 36.0%、16.7%。Adaptive-MCMC FGO 算法在东向和北向上的 STD 相比 FGO 降低了 77.5%、52.1%; 相比 VB-AFGO 在东向上降低了 32.3%, 在北向上降低了 7.9%。

5 结 论

该研究提出了一种基于自适应 MCMC 的鲁棒因子图优化组合导航算法, 用以应对城市峡谷环境等复杂环境中中量测粗差频繁以及量测噪声估计不准确的问题。通过将自适应 MCMC 方法引入因子图框架, 估计时变量测噪声, 同时结合新息 χ^2 检测算法, 构建假设检验统计量和量测异常边界条件来检测和剔除粗差。仿真和实地实验结果表明, 与其他几种算法相比, 所提算法在定位性能上具有显著优势, 兼具抗干扰能力和较高的估计精度, 展现出良好的鲁棒性。

参考文献

[1] 倪少杰, 李诗扬, 谢郁辰, 等. GNSS/INS 超紧组合导航综述[J]. 国防科技大学学报, 2023, 45(5): 48-59.
NI SH J, LI SH Y, XIE Y CH, et al. Overview of GNSS/INS ultra tightly integrated navigation[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2023, 45(5): 48-59.

[2] 丁继成, 黄承林. 一种融合卡尔曼滤波提高因子图优化实时定位精度的方法研究[C]. 第十四届中国卫星

导航年会论文集-S01 卫星导航应用, 2024: 226-233.

DING J CH, HUANG CH L. Research on a method to improve the real-time location accuracy of factor graph optimization using Kalman filter [C]. The 14th China Satellite Navigation Annual Conference-S01 Satellite Navigation Applications, 2024: 226-233.

[3] 田哲铭, 李旭, 胡悦, 等. 城市峡谷下视觉辅助的 GNSS/INS 多阶段定位方法[J]. 仪器仪表学报, 2024, 45(4): 217-225.

TIAN ZH M, LI X, HU Y, et al. Multi-stage localization method based on camera-aided GNSS/INS integration in urban canyon areas [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2024, 45(4): 217-225.

[4] 郭庆瑞, 章政, 黄卫华, 等. 基于 Huber 鲁棒估计的改进互补滤波姿态解算算法[J]. 电子测量与仪器学报, 2022, 36(3): 157-165.

GUO Q R, ZHANG ZH, HUANG W H, et al. Improved complementary filter attitude algorithm based on Huber robust estimation [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2022, 36(3): 157-165.

[5] 黄紫如, 柴洪洲, 向民志, 等. 基于抗差因子图的 AUV 多源信息融合定位方法[J]. 测绘学报, 2023, 52(8): 1278-1285.

HUANG Z R, CHAI H ZH, XIANG M ZH, et al. AUV multi-source information fusion localization method based on robust factor graph [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2023, 52(8): 1278-1285.

[6] 胡夷璠, 薛安克, 申屠晗, 等. 基于反馈融合的观测误差协方差自适应估计卡尔曼滤波算法[C]. 第三十四届中国控制会议, 2015: 1306-1309.

HU Y F, XUE AN K, SHEN T H, et al. Feedback fusion based observation error covariation adaptive estimating Kalman filter [C]. Proceedings of the 34th Chinese Control Conference, 2015: 1306-1309.

[7] 陈熙源, 周云川, 钟雨露, 等. 基于变分贝叶斯的鲁棒自适应因子图优化组合导航算法[J]. 仪器仪表学报, 2024, 45(1): 120-129.

CHEN X Y, ZHOU Y CH, ZHONG Y L, et al. Robust adaptive factor graph optimization integrated navigation algorithm based on variational Bayesian [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2024, 45(1): 120-129.

[8] 胡晓梅, 潘新龙, 朱璐瑛, 等. 一种抗差自适应 UKF 算

- 法及其在 GNSS/SINS 组合导航系统的应用[J]. 电子测量与仪器学报, 2022, 36(12): 153-160.
- HU X M, PAN X L, ZHU L Y, et al. Robust adaptive UKF algorithm and its application in GNSS/SINS integrated navigation system [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2022, 36(12): 153-160.
- [9] NIMALAN M, WANG Z Y, FIRAS H, et al. Adaptive MCMC with Bayesian optimization [J]. Journal of Machine Learning Research, 2012, 2:751-760.
- [10] 王跃,巴斌,崔维嘉,等. 马尔可夫蒙特卡罗的室内定位算法[J]. 西安电子科技大学学报, 2016, 43(2): 145-149.
- WANG Y, BA B, CUI W J, et al. Indoor positioning algorithm based on Markov Monte Carlo [J]. Journal of XiDian University, 2016, 43(2): 145-149.
- [11] 王尔申,蔡明,庞涛. MCMC 粒子滤波的 GPS 定位数据处理算法[J]. 数据采集与处理, 2013, 28(2): 213-218.
- WANG ER SH, CAI M, PANG T. GPS positioning data processing algorithm based on MCMC particle filter [J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2013, 28(2): 213-218.
- [12] LIN Y S, MIAO L J, ZHOU ZH Q. An improved MCMC-based particle filter for GPS-aided SINS in-motion initial alignment [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2020, 69(10): 7895-7905.
- [13] 苗岳旺,周巍,田亮,等. 基于新息 χ^2 检测的扩展抗差卡尔曼滤波及其应用[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2016, 41(2): 269-273.
- MIAO Y W, ZHOU W, TIAN L, et al. Extended robust Kalman filter based on innovation chi-square test algorithm and its application [J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2016, 41(2): 269-273.
- [14] WATSON R M, GROSS J N. Robust navigation in GNSS degraded environment using graph optimization [C]. Proceedings of the 30th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation, 2017: 1898-1910.
- [15] BEN Y Y, WANG K, LI Q. A robust factor graph optimization method for navigation in land vehicles based on dynamic kernel principal component analysis [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2024, 73: 1-16.
- [16] 韩勇强,于潇颖,纪泽源,等. 面向城市复杂环境的 GNSS/INS 高精度图优化算法[J]. 中国惯性技术学报, 2022, 30(5): 582-588.
- HAN Y Q, YU X Y, JI Z Y, et al. The high-precision factor graph optimization algorithm of GNSS/INS for urban complex environment [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2022, 30(5): 582-588.
- [17] MEZZAR Y, BELGHABA K. Divide and conquer methods for solving linear systems [J]. Communications in Mathematics and Applications, 2023, 14(2): 707-719.
- [18] NIMALAN M, WANG Z Y, FIRAS H, et al. Bayesian optimization for adaptive MCMC [J]. Journal of Machine Learning Research, 2012, 22: 751-760.
- [19] MYNVDDIN M, CHOWDHURY Z U, AHMARI R, et al. Decentralized federated learning using the metropolis-hastings for highly dynamic UAVS [C]. IEEE 100th Vehicular Technology Conference, 2024: 1-6.
- [20] ZHANG T Y, ZHANG D H, WANG G ZH, et al. RLoc: Towards robust indoor localization by quantifying uncertainty [J]. Proceedings of the ACM on Interactive Mobile Wearable and Ubiquitous Technologies-Imwut, 2023, 7(4): 361437.
- [21] 熊鑫,黄国勇,王晓东. 基于卡方检验的自适应鲁棒 CKF 组合导航算法 [J]. 探测与控制学报, 2019, 41(5): 125-131.
- XIONG X, HUANG G Y, WANG X D. Adaptive robust cubature Kalman filter integrated navigation algorithm based on chi-square test [J]. Journal of Detection & Control, 2019, 41(5): 125-131.
- [22] KAESS M, JOHANSSON H, ROBERTS R, et al. ISAM2: Incremental smoothing and mapping using the Bayes tree [J]. International Journal of Robotics Research, 2012, 31(2): 216-235.
- [23] LI ZH D, LEE P H, HUNG T H M, et al. Intelligent environment-adaptive GNSS/INS integrated positioning with factor graph optimization [J]. Remote Sensing, 2024, 16(1): 0181.

作者简介



陈熙源 (通信作者), 1998 年毕业于东南大学获得博士学位, 现为东南大学教授, 主要研究方向为惯性技术、软件接收机及多源组合导航。

E-mail: chxiyuan@seu.edu.cn

Chen Xiyuan (Corresponding author) received his Ph. D. degree from Southeast University (SEU) in 1998. He is currently a professor at SEU. His main research interests include inertial technologies, software defined receiver and multi-source integrated navigation.



崔天昊, 2023 年于哈尔滨工程大学获得学士学位, 现为东南大学硕士研究生, 主要研究方向为多源组合导航。

E-mail: 220233589@seu.edu.cn

Cui Tianhao received her B. Sc. degree

from Harbin Engineering University in 2023. He is currently a master student at Southeast University. His main research interests include multi-source integrated navigation.



钟雨露, 2020 年毕业于南京航空航天大学获得硕士学位, 现为东南大学博士研究生, 主要研究方向为信号处理与组合导航。

E-mail: yulu_zhong@seu.edu.cn

Zhong Yulu received his M. Sc. degree from Nanjing University of Aeronautics and Astronautics in 2020. He is currently a Ph. D. candidate at Southeast University. His main research interests include signal processing and integrated navigation.