

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2311748

# 面向畸形矫治的可重构线位移变刚度 关节设计与特性研究\*

周杰<sup>1</sup>, 吴小勇<sup>1,2</sup>, 汪从哲<sup>3</sup>, 王玉金<sup>1</sup>

(1. 重庆理工大学机械工程学院 重庆 400054; 2. 陆军军医大学第一附属医院运动医学中心 重庆 400038;  
3. 重庆邮电大学先进制造工程学院 重庆 400065)

**摘要:**为满足肢体矫形机器人在矫治过程中对跨区间刚度动态调整的迫切需要,借鉴凸轮和斜劈滑块变刚度原理,创新地提出了一种基于斜劈凸轮的新型可重构线位移变刚度关节。阐明了通过调整斜劈凸轮机构组数、弹簧刚度、斜劈下降距离,实现关节刚度重构的工作原理,并以此开展关节系统设计。揭示了关节主、被动变刚度机制,构建了关节等效刚度模型。借助数值分析软件,建立了关节变刚度理论数学模型,研究了关节等效输出刚度和输出力的分布特性。建立了关节虚拟样机模型,开展了关节性能仿真,验证了关节刚度理论模型的正确性。将所设计变刚度关节应用于肢体矫形机器人,关节等效输出刚度在  $34.08 \sim 2\,762.64 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$  间调整时,矫形机器人刚度可在  $689.94 \sim 6\,250.41 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$  间调控,满足畸形矫治作业需求。

**关键词:** 变刚度关节; 机器人; 畸形矫治; 可重构

**中图分类号:** TH12 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 460.40

## Design and characteristic research of a reconfigurable variable stiffness joint with linear displacement for deformity correction

Zhou Jie<sup>1</sup>, Wu Xiaoyong<sup>1,2</sup>, Wang Congzhe<sup>3</sup>, Wang Yujin<sup>1</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, Chongqing University of Technology, Chongqing 400054, China; 2. Sports Medicine Center, First Affiliated Hospital, Army Medical University, Chongqing 400038, China; 3. School of Advanced Manufacturing Engineering, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China)

**Abstract:** Inspired by the stiffness adjustment principle of the cam and slope-slider mechanisms, a novel reconfigurable variable stiffness joint with linear displacement based on the slope-cam mechanisms is proposed to meet the dynamic trans-interval stiffness adjustment requirement of orthopedic robots during the correction process. Stiffness reconstruction is achieved by adjusting the number of slope-slider mechanisms, spring stiffness, and slope displacement, while the corresponding working principle is illustrated in detail. The joint is designed comprehensively. The active and passive stiffness adjustment mechanism are revealed, and the equivalent stiffness model is formulated. Resorting to numerical analysis software, the mathematical model of stiffness adjustment is established, and the distribution characteristics of equivalent output stiffness and output forces are studied. The virtual prototype model of the joint is established, and the performance simulation analysis is carried out to evaluate the correctness of the theoretical stiffness model. The proposed variable stiffness joint is applied to an orthopedic robot. The equivalent output stiffness of the joint can be adjusted between  $34.08$  to  $2\,762.64 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$ , and the corresponding stiffness of the orthopedic robot can be controlled within the range of  $689.94 \sim 6\,250.41 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$ , which meets the requirement of deformity correction.

**Keywords:** variable stiffness joint; robot; deformity correction; reconfiguration

## 0 引言

肢体矫形机器人主要用于对肢体畸形进行医疗矫治,使肢体畸形部位恢复到正常解剖形态<sup>[1]</sup>。畸形矫治过程可以分为前、后两个阶段,在畸形矫治前期,为保证骨断端稳定性,肢体矫形机器人应具备较高的刚度。在畸形矫治后期,为减少应力遮挡,促进骨愈合,肢体矫形机器人应具备一定的柔度<sup>[2]</sup>。因此,为更好地促进骨愈合,肢体矫形机器人应具备一定的刚度调节能力。传统机器人一般具备较高的刚度和良好的定位能力,但缺乏缓冲和刚度调节能力,限制了其在畸形矫治领域的应用。在机器人关节中引入变刚度关节,则是实现刚度调节的有效方法<sup>[3]</sup>。

根据机械结构划分,主流的变刚度关节主要有连杆式、凸轮式和杠杆式3种结构类型<sup>[4]</sup>。连杆式变刚度关节通常在连杆机构中加入弹簧,通过机构的特定运动来精准调控弹簧压缩量,进而实现关节刚度调节。Li等<sup>[5-6]</sup>基于零长度四杆机构传动原理,提出了一种变刚度柔性驱动关节,其可通过改变弹性体性质、缠绕方式或配置方案调节关节刚度。朱杨辉等<sup>[7]</sup>基于类似原理提出了一种刚度可重构设计方法,通过调整关节弹簧的预紧力来实现关节刚度的改变,同时通过滑轮组的重构来增加关节刚度调整范围。凸轮式变刚度关节通常在从动件和机架间加入弹簧,通过科学设计凸轮形状,精确控制弹簧压缩量,进而动态调整关节刚度。李满宏等<sup>[8]</sup>基于凸轮机构原理,设计了一种新型变刚度仿生关节,利用从动件沿凸轮轮廓的精确运动,实现关节瞬时刚度的精确调节。史延雷等<sup>[9]</sup>基于凸轮机构原理,设计了一款同时具有主、被动变刚度特性的复合式柔性关节,解决了刚性机器人在特定领域应用受限问题。杠杆式变刚度关节通常在机构中加入弹簧,通过弹簧位置、杠杆支点位置和外力作用点位置的改变实现关节刚度精准调节。Lee等<sup>[10]</sup>基于杠杆机构设计了一种可用于安全交互和精准定位的变刚度关节,通过改变杠杆支点位置,实现关节刚度调节,解决了变刚度关节超调问题。类似的,Sun等<sup>[11]</sup>设计了一种串联变刚度关节,其利用阿基米德螺旋定位机构实现杠杆支点位置的线性变化,使其可有效调节关节刚度。

除了通过机械结构形式的改变实现刚度调节,还可以利用弹性元件材料自身性能的变化进行刚度调整。目前,常用的弹性元件材料包括形状记忆材料、磁流变材料和介电弹性体等。Wang等<sup>[12]</sup>利用形状记忆聚合物设计了一种变刚度关节,降低了大载荷下关节的固有频率。Liao等<sup>[13]</sup>设计了一种基于形状合金的柔顺关节,通过改变合金的温度,进而实现关节刚度的调节。李军强等<sup>[14]</sup>基于磁流变原理提出了一种变刚度驱动方法,设计了可

用于变刚度驱动器的磁流变阻尼器,解决了关节刚柔变换中的振动问题。类似的,为实现关节柔性驱动,蔡世波等<sup>[15]</sup>基于磁流变原理设计了一种多盘片磁流变阻尼器。Carpi等<sup>[16]</sup>基于介电弹性体设计了一种变刚度手部康复机器人,其可实现个性化训练,有效提高了康复效果。此外,张明等<sup>[17-18]</sup>基于磁通叠加原理设计了一种变刚度关节,运用永磁弹簧代替刚性弹簧,使得该关节具备刚度响应快的特性。

从研究现状来看,现有变刚度关节多以旋转式结构为主,线位移式结构鲜有研究。并且现有的变刚度关节刚度调整范围有限,通常只能在柔性或者刚性区间内进行刚度调整,无法从柔性区间切换到刚性区间,实现跨区间大范围刚度调节。

为实现肢体矫形机器人跨区间大范围刚度调节,满足畸形矫治作业需求,本文提出了一种基于斜劈凸轮机构的新颖可重构线位移变刚度关节。首先,通过构建关节等效刚度模型,揭示关节主、被动变刚度机制。其次,建立关节变刚度理论数学模型,研究各参数对关节刚度的影响规律。然后,建立关节虚拟样机模型,进行刚度性能仿真,验证理论模型的正确性。最后,将变刚度关节安装在机器人支链上,设计了具备跨区间大范围刚度调节能力的肢体矫形机器人。

## 1 关节刚度调节原理

变刚度机构是变刚度关节的关键组成部分,凸轮机构则是常见的变刚度机构。凸轮机构主要由凸轮、从动件、机架和弹簧组成,其变刚度原理如图1所示。通过科学设计凸轮形状,可精确控制弹簧压缩量,进而动态调整凸轮机构输出刚度。其刚度调节方式可分为主动调节和被动调节,主动调节如图1(a)所示,通过调节机架与凸轮之间的距离改变弹簧压缩量,实现凸轮机构输出刚度精准调控。被动调节如图1(b)所示,机架位置保持固定,外力作用于凸轮使之与从动件发生相对运动,从动件适应凸轮表面轮廓,从而改变从动件和机架之间的弹簧压缩量,进而调整凸轮机构输出刚度。

具体的,主动调节时弹簧受力 $f_1$ 为:

$$f_1 = k \cdot z_1 \quad (1)$$

式中: $k$ 表示弹簧的刚度系数, $z_1$ 表示弹簧压缩量。

设从动件相对凸轮轮廓运动的轨迹曲线方程为 $z_2 = g(x)$ ,被动调节时弹簧受力 $f_2$ 为:

$$f_2 = k \cdot z_2 \quad (2)$$

根据式(1)和(2),计算得凸轮机构在水平方向上的输出力为:

$$f = \dot{g}(x_1) \cdot (f_1 + f_2) \quad (3)$$

式中: $\dot{g}(x_1)$ 代表凸轮在 $x_1$ 处的斜率。

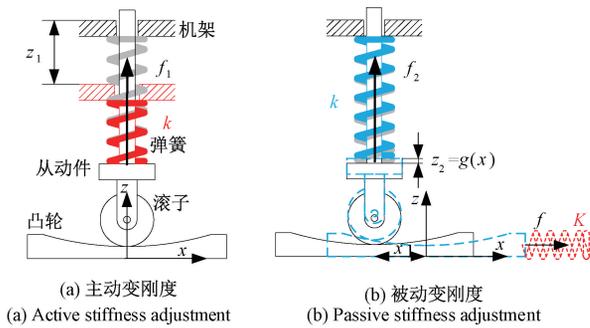


图 1 凸轮机构变刚度原理

Fig. 1 Stiffness adjustment principle of the cam mechanism

凸轮机构输出刚度为:

$$K = \frac{f}{x_1} \quad (4)$$

斜劈滑块机构也是常用的变刚度机构,其主要由滑块 A、滑块 B、机架和弹簧组成,对应的变刚度原理如图 2 所示。在外力作用下,滑块 A 和滑块 B 发生相对滑动。滑块 A 沿着斜劈向下运动,滑块 B 受到滑块 A 的影响向右移动,从而改变滑块 B 和机架之间的弹簧压缩量,实现斜劈滑块机构输出刚度精准调节。另外,通过调整滑块 B 的倾斜角度  $\theta$ ,亦可有效改变弹簧压缩量,进而精确调整机构输出刚度。

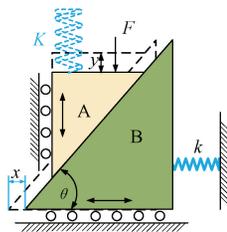


图 2 斜劈滑块机构变刚度原理

Fig. 2 Stiffness adjustment principle of the slope-slider mechanism

根据受力分析可知,其在竖直方向输出刚度<sup>[19]</sup>为:

$$K = \frac{k}{\tan^2 \theta} \quad (5)$$

理论上,斜劈滑块机构输出刚度可在  $0 \sim \infty$  间变化。

## 2 可重构变刚度关节设计与刚度建模

### 2.1 可重构变刚度关节设计

借鉴凸轮机构和斜劈滑块机构变刚度原理,本文提出一种斜劈凸轮新型变刚度方案,该方案主要通过调整弹簧压缩量和弹簧刚度实现机构输出刚度调节。具体可通过改变斜劈角度  $\theta$ 、滚轮沿斜劈位移来改变弹簧压缩

量,根据需求选择不同规格弹簧可直接改变弹簧刚度,如图 3 所示。

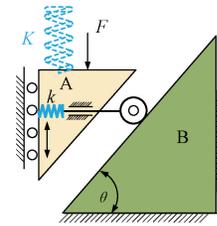


图 3 斜劈凸轮变刚度原理

Fig. 3 Stiffness adjustment principle of the slope-cam mechanism

基于上述原理,本文设计了如图 4 所示可重构线位移变刚度关节,该关节主要包括输入端、输出端和斜劈凸轮机构。如图 4(b) 所示,输入端包括固定环、变刚度调节圈、调节环、斜劈、保持架、螺纹环和法兰盘 2。在变刚度调节圈处施加转动动力矩,螺纹环随变刚度调节圈转动,带动调节环产生竖直方向位移。斜劈近端与调节环铰接,远端与保持架构成槽口约束,且保持架位置始终保持固定。故斜劈在调节环和保持架的共同作用下,近端可随调节环沿竖直方向平移,远端则只能在水平方向运动,从而实现斜劈倾角改变进而调节弹簧压缩量。输出端包括法兰盘 1、连接轴、弹簧、滚轮和承力套。在法兰盘 1 处施加垂直力,可带动连接轴产生竖直方向位移。因承力套与连接轴构成移动副约束,且承力套上有滚轮,故滚轮

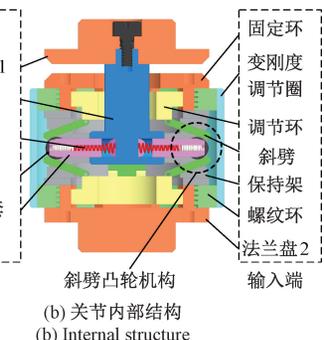
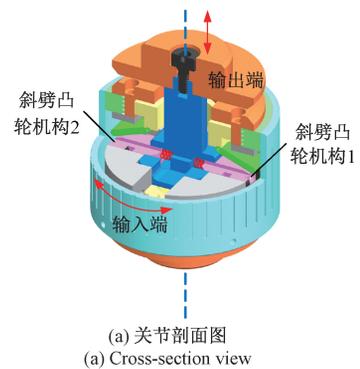


图 4 变刚度关节模型

Fig. 4 CAD model of the variable stiffness joint

可跟随连接轴沿斜劈表面运动,从而改变弹簧压缩量。斜劈凸轮机构用于将弹簧水平刚度转换为连接轴在竖直方向上的等效刚度。如图4(b)所示,每组斜劈凸轮机构包含两个斜劈、两个滚轮、一个承力套和一根弹簧。

根据需要,可改变斜劈凸轮机构组数,实现变刚度关节结构形式重构,如图5所示。进一步,通过合理配置凸轮机构组数和弹簧刚度,可实现关节刚度重构,改变关节刚度的调节范围。

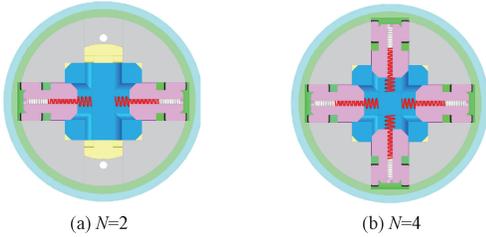


图5 变刚度关节可重构配置

Fig. 5 Reconfigurations of the variable stiffness joint

## 2.2 刚度模型建立

所设计的可重构线位移变刚度关节具备主动变刚度和被动变刚度两种模式。在输入端施加转动力矩,带动调节环产生竖直方向位移,从而调整斜劈倾角以改变弹簧压缩量,由此实现主动变刚度。所设计斜劈呈对称布置,上下两个斜劈与滚轮受力情况相同,因此以下侧斜劈为例进行受力分析。

主动变刚度受力示意图如图6所示,斜劈 $O$ 点下降距离 $y_1$ 时,斜劈的倾斜角度为 $\theta = \arcsin(y_1/l_{OB})$ ,对应弹簧压缩量为:

$$\Delta x_1 = l_{OB} - l_{OC} \quad (6)$$

式中: $l_{ij}$ 表示点 $i$ 到点 $j$ 的距离, $C$ 点为凸轮法线与斜劈轴线交点。

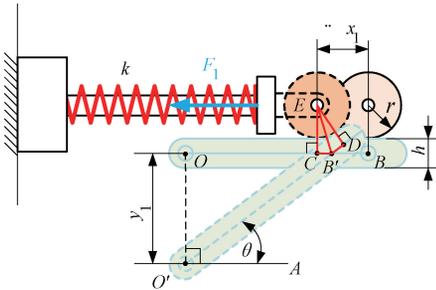


图6 主动变刚度受力示意图

Fig. 6 Force diagram of active stiffness adjustment

通过求解 $l_{OB}$ 、 $l_{CB}$ 长度,可以计算出 $l_{OC}$ 长度。由几何关系可知, $\angle AO'B' = \angle OB'O'$ ,则可得:

$$l_{OB} = \frac{y_1}{\tan \theta} \quad (7)$$

因 $\triangle ECB'$ 与 $\triangle EDB'$ 全等,且 $\angle CED = \theta$ ,由此计算得:

$$l_{CB} = \left(r + \frac{h}{2}\right) \cdot \tan \frac{\theta}{2} \quad (8)$$

式中: $r$ 表示滚轮半径, $h$ 是斜劈厚度。

联立式(6)、(7)和(8),计算得弹簧压缩量为:

$$\Delta x_1 = l_{OB} - \frac{y_1}{\tan \theta} + \left(r + \frac{h}{2}\right) \cdot \tan \frac{\theta}{2} \quad (9)$$

此时弹簧受力 $F_1$ 可表示为:

$$F_1 = k \cdot \left[ l_{OB} - \frac{y_1}{\tan \theta} + \left(r + \frac{h}{2}\right) \cdot \tan \frac{\theta}{2} \right] \quad (10)$$

当斜劈下降距离确定后,在法兰盘1施加垂直力,带动连接轴产生竖直方向位移,使得滚轮跟随连接轴沿斜劈表面运动,以此来改变弹簧压缩量,实现被动变刚度。被动变刚度斜劈与滚轮受力情况与主动变刚度受力情况相似,因此以下侧斜劈为例进行受力分析。

被动变刚度受力示意如图7所示,当连接轴竖直方向位移 $y_2$ 时,对应弹簧压缩量为:

$$\Delta x_2 = \frac{y_2}{\tan \theta} \quad (11)$$

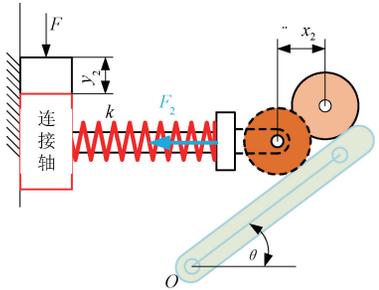


图7 被动变刚度受力示意图

Fig. 7 Force diagram of passive stiffness adjustment

此时弹簧受力 $F_2$ 可表示为:

$$F_2 = k \cdot \frac{y_2}{\tan \theta} \quad (12)$$

由于弹簧存在压缩极限,因此连接轴竖直运动受到限制,允许运动的位移为:

$$y_{2lim} = (\Delta x - \Delta x_1) \cdot \tan \theta \quad (13)$$

式中: $\Delta x$ 表示弹簧的压缩极限,由弹簧特性所决定。

根据式(10)、(12),配置有单组斜劈凸轮机构的线位移变刚度关节在竖直方向上的输出力为:

$$F_3 = \frac{F_1 + F_2}{\tan \theta} \quad (14)$$

其等效输出刚度为:

$$K_3 = \frac{F_3}{y_2} \quad (15)$$

采用多组斜劈凸轮机构,可实现关节刚度重构,此时

关节输出力为:

$$F = N \cdot F_3 = N \cdot k \cdot \left( \Delta x_1 + \frac{y_2}{\tan \theta} \right) \cdot \frac{1}{\tan \theta} \quad (16)$$

式中:  $N$  代表使用斜劈凸轮机构的组数。

关节等效输出刚度可表达为:

$$K = N \cdot K_3 = N \cdot k \cdot (K_1 + K_2) \quad (17)$$

式中:  $K_1$  表示主动变刚度影响系数,  $K_2$  表示被动变刚度影响系数, 分别为:

$$K_1 = \frac{\left[ l_{OB} - \frac{y_1}{\tan \theta} + \left( r + \frac{h}{2} \right) \cdot \tan \frac{\theta}{2} \right]}{y_2 \cdot \tan \theta} \quad (18)$$

$$K_2 = \frac{1}{\tan^2 \theta} \quad (19)$$

由式(17)~(19)可知, 关节等效输出刚度  $K$  由配置组数  $N$ 、压缩弹簧刚度  $k$ 、斜劈下降距离  $y_1$  和连接轴竖直运动位移  $y_2$  共同决定。

### 3 刚度特性分析

#### 3.1 主、被动变刚度特性

基于前述分析, 通过 MATLAB 软件建立关节刚度理论计算模型, 揭示关节主、被动变刚度特性, 关节相应参数如表 1 所示。

表 1 线位移变刚度关节几何参数

Table 1 Geometric parameters of the variable stiffness joint

参数	$l_{OB}$	$r$	$h$
数值/mm	4.5	1.5	1.0

由式(17)可知, 主、被动变刚度特性分别由主、被动变刚度系数  $K_1$ 、 $K_2$  决定, 为此本节主要分析主、被动变刚度系数  $K_1$ 、 $K_2$  变化规律。如图 8(a) 所示, 主动变刚度系数  $K_1$  随  $y_1$ 、 $y_2$  的增大而减小, 整体类反比例函数分布。被动变刚度系数  $K_2$  亦随  $y_1$  的增大而减小, 如图 8(b) 所示, 整体类反比例函数分布。对比图 8(a) 与 (b) 可知,  $K_2$  的数量级是  $K_1$  的 100 倍, 由此可见等效输出刚度  $K$  主要受  $K_2$  影响。斜劈下降距离确定后, 系数  $K_1$ 、 $K_2$  与  $y_2$  的关系如图 8(c) 所示, 从图可知  $K_1$  随  $y_2$  的增大而减小,  $K_2$  不随  $y_2$  变化, 与式(18)、(19)分析吻合。

整理式(15)和(17), 可得关节等效输出刚度:

$$K = N \cdot k \cdot \left( \frac{\Delta x_1}{\tan \theta} \cdot \frac{1}{y_2} + \frac{1}{\tan^2 \theta} \right) \quad (20)$$

由式(20)可知, 当  $y_1$  趋近 0 mm 时 ( $\theta$  趋近  $0^\circ$ ), 关节等效输出刚度趋近于无穷大, 当  $y_2$  达到最大值时, 关节等效输出刚度最小。

给定  $y_1 = 2.25$  mm、 $\theta = 30^\circ$ 、 $N = 2$ , 可得连接轴竖直运

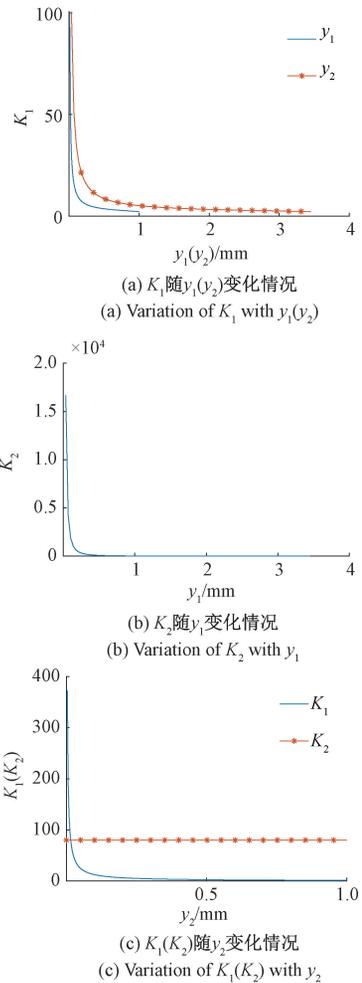


图 8 系数  $K_1$  和  $K_2$  变化情况

Fig. 8 Variation of coefficients  $K_1$  and  $K_2$

动位移  $y_2$  对关节等效输出刚度的影响规律。如图 9 所示, 关节等效输出刚度  $K$  随  $y_2$  增大而减小, 整体类反比例曲线, 与图 8 所示主、被动变刚度系数变化规律相似。此外, 当  $y_2$  位移恒定时, 关节等效输出刚度  $K$  随弹簧刚度  $k$  的增加而增加, 与式(20)分析吻合, 此时等效输出刚度  $K$  与弹簧刚度  $k$  与成正比关系。

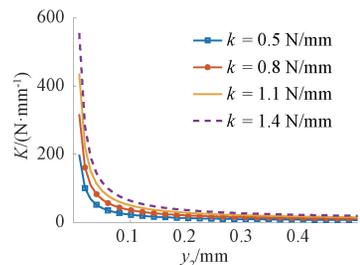


图 9 等效输出刚度关于弹簧刚度的变化情况  
Fig. 9 Variation of equivalent output stiffness with spring stiffness

### 3.2 弹簧刚度对关节等效输出刚度的影响

为探究弹簧刚度对关节等效输出刚度影响,本节以两种不同规格的压缩弹簧为例展开分析,弹簧具体参数如表2所示。

表2 弹簧规格  
Table 2 Specifications of the springs

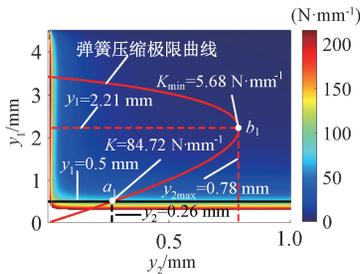
压缩弹簧	原长/mm	最大压缩量/mm	刚度系数/(N·mm <sup>-1</sup> )
1	5	2.5	0.5
2	5	2.5	1.5

图10所示为弹簧刚度  $k=0.5\text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$  时,斜劈凸轮机构配置组数  $N$ ,斜劈下降距离  $y_1$  及连接轴竖直运动位移  $y_2$  对变刚度关节等效输出刚度的影响。图10(a)、(c)中的曲线表示弹簧的压缩极限,呈抛物线,曲线左侧表示变刚度关节等效输出刚度的有效范围,曲线方程如式(13)所示。在图10(a)、(c)中,  $y_1=0.5\text{ mm}$  直线与弹簧压缩极限曲线相交点(点  $a_1$ 、 $c_1$ ),表示弹簧达到压缩极限,

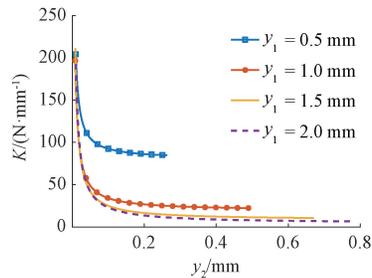
此时连接轴允许竖直运动的位移  $y_2=0.26\text{ mm}$ 。此外,斜劈下降距离  $y_1=2.21\text{ mm}$  时(点  $b_1$ 、 $d_1$ ),连接轴竖直运动位移达最大值  $y_{2\text{max}}=0.78\text{ mm}$ ,由式(20)可知,此时变刚度关节等效输出刚度最小。

通过改变配置组数  $N$ ,可实现关节刚度重构。当  $y_1=0.5\text{ mm}$ 、 $y_2=0.26\text{ mm}$ ,组数从  $N=2$  增加到  $N=4$  时,对应变刚度关节等效输出刚度从  $K=84.72\text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$  增加到  $K=169.44\text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$ ,提升了两倍,如图10(a)、(c)中点  $a_1$ 、 $c_1$  所示。连接轴竖直运动位移  $y_2$  最大,组数从  $N=2$  增加到  $N=4$  时,变刚度关节最小等效输出刚度从  $K_{\text{min}}=5.68\text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$  增加到  $K_{\text{min}}=11.36\text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$ ,提升了两倍,如图10(a)、(c)中点  $b_1$ 、 $d_1$  所示。可见变刚度关节等效输出刚度相对于斜劈凸轮机构配置组数  $N$  呈正比关系,与式(17)分析一致。

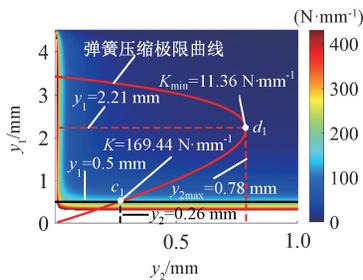
如图10(b)、(d)所示,斜劈下降距离  $y_1$  确定后,变刚度关节等效输出刚度随连接轴竖直运动位移  $y_2$  的增加而减小,整体呈类反比例曲线分布,可见变刚度关节具备刚度软化特性。



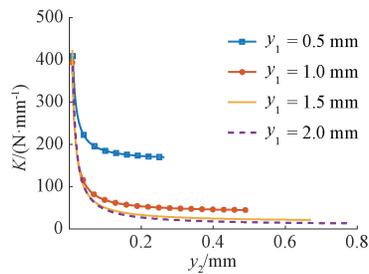
(a)  $N=2$ 时 $K$ 的总体变化情况  
(a) Overall variation of  $K$  with  $N=2$



(b)  $N=2$ ,  $y_1=0.5\sim 2.0\text{ mm}$ 时 $K$ 的变化情况  
(b) Variation of  $K$  with  $N=2$ ,  $y_1=0.5\sim 2.0\text{ mm}$



(c)  $N=4$ 时 $K$ 的总体变化情况  
(c) Overall variation of  $K$  with  $N=4$



(d)  $N=4$ ,  $y_1=0.5\sim 2.0\text{ mm}$ 时 $K$ 的变化情况  
(d) Variation of  $K$  with  $N=4$ ,  $y_1=0.5\sim 2.0\text{ mm}$

图10 变刚度关节等效输出刚度  $K$  关于  $N$ 、 $y_1$ 、 $y_2$  的变化情况 ( $k=0.5\text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$ )

Fig. 10 Variation of equivalent output stiffness with  $N$ ,  $y_1$ ,  $y_2$  ( $k=0.5\text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$ )

当弹簧刚度  $k=1.5\text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$  时,变刚度关节等效输出刚度变化规律与  $k=0.5\text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$  类似,如图11所示。对比图10(a)和图11(a)可知,当斜劈凸轮机构配置组数  $N=2$ ,弹簧刚度  $k$  从  $0.5\text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$  增加到  $1.5\text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$  时,对应变刚度关节最小等效输出刚度  $K_{\text{min}}$  从  $5.68\text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$  增加到  $17.04\text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$ ,如图10(a)、图11(a)中点  $b_1$ 、 $b_2$

所示。当斜劈凸轮机构配置组数  $N=4$  时,  $K_{\text{min}}$  从  $11.36\text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$  增加至  $34.08\text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$ ,提升了3倍,如图10(c)、图11(c)中点  $d_1$ 、 $d_2$  所示。由此可见,变刚度关节等效输出刚度  $K$  相对于弹簧刚度  $k$  呈正比关系,与式(17)分析吻合。

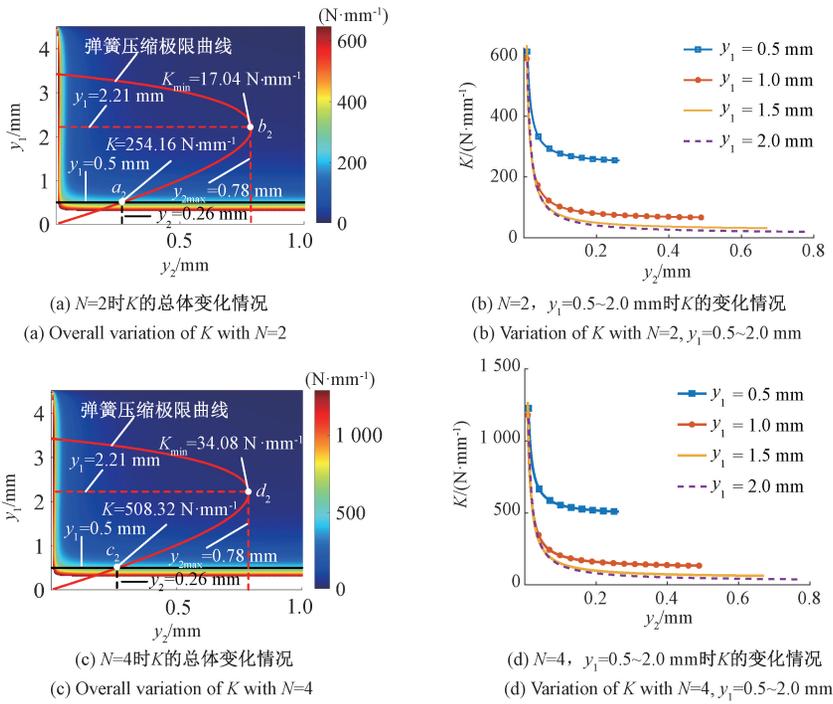


图 11 变刚度关节等效输出刚度  $K$  关于  $N, y_1, y_2$  的变化情况 ( $k = 1.5 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$ )  
Fig. 11 Variation of equivalent output stiffness with  $N, y_1, y_2$  ( $k = 1.5 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$ )

### 3.3 关节输出力特性

图 12 所示为弹簧刚度  $k = 0.5 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$  时,斜劈凸轮机构配置组数  $N$ 、斜劈下降距离  $y_1$  及连接轴竖直运动位

移  $y_2$  对变刚度关节输出力的影响。当  $y_1 = 0.5 \text{ mm}$ 、 $y_2 = 0.26 \text{ mm}$ ,组数从  $N = 2$  增加到  $N = 4$  时,对应变刚度关节输出力从  $F = 22.36 \text{ N}$  增加到  $F = 44.72 \text{ N}$ ,提升了两

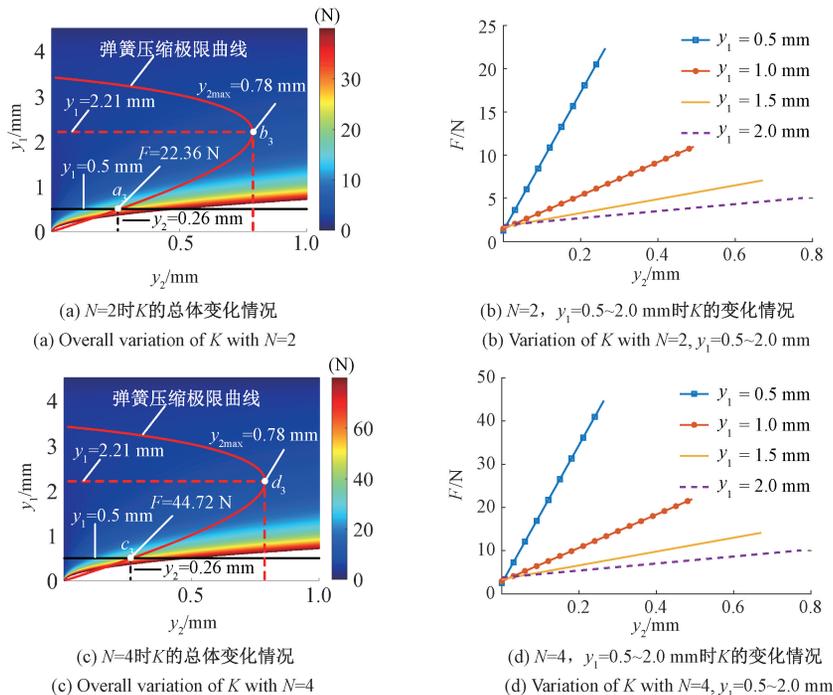


图 12 变刚度关节输出力  $F$  关于  $N, y_1, y_2$  的变化情况 ( $k = 0.5 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$ )  
Fig. 12 Variation of equivalent output force with  $N, y_1, y_2$  ( $k = 0.5 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$ )

倍,如图12(a)、(c)中点 $a_3$ 、 $c_3$ 所示。可见变刚度关节输出力 $F$ 相对斜劈凸轮机构配置组数 $N$ 呈正比关系;如图12(b)、(d)所示,当 $y_1$ 确定后,变刚度关节输出力与 $y_2$ 正相关,与式(16)分析一致。

当斜劈凸轮机构配置组数 $N=2$ ,弹簧刚度 $k$ 从 $0.5\text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$ 增加到 $1.5\text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$ 时,对应变刚度关节输出力 $F$ 从 $22.36\text{ N}$ 增加到 $67.08\text{ N}$ 。当斜劈凸轮机构配置组数 $N=4$ 时, $F$ 从 $44.72\text{ N}$ 增加到 $134.16\text{ N}$ ,同样提升了3倍。由此可见,变刚度关节输出力 $F$ 相对于弹簧刚度 $k$ 呈正比关系,与式(16)分析吻合。因弹簧刚度 $k=1.5\text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$ 时,变刚度关节输出力特性与 $k=0.5\text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$ 时类似,故此处省略相关图表。

#### 4 变刚度关节性能验证

主动变刚度时弹簧受力理论计算(MATLAB)与仿真分析(ADAMS)结果对比如图13所示。当弹簧刚度为 $k=0.5\text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$ 时,其受力理论计算与仿真分析结果基本一致,最大相对误差为2.49%。

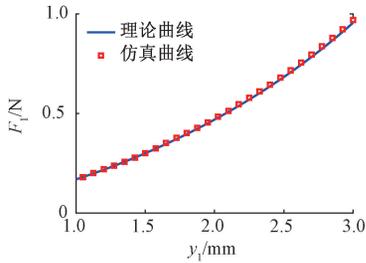


图13 主动变刚度弹簧受力结果对比( $k=0.5\text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$ )  
Fig. 13 Comparison of spring force under active stiffness adjustment with  $k=0.5\text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$

被动变刚度时弹簧受力理论计算与仿真分析结果对比如图14所示。当弹簧刚度为 $k=0.5\text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$ ,斜劈下降距离 $y_1=2.0\text{ mm}$ 时,其受力理论计算与仿真分析结果基本吻合,最大相对误差为1.28%。

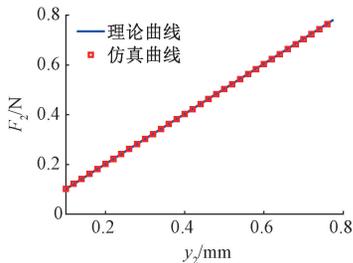


图14 被动变刚度弹簧受力结果对比  
( $k=0.5\text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$ ,  $y_1=2.0\text{ mm}$ )

Fig. 14 Comparison of spring force under passive stiffness adjustment with  $k=0.5\text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$  and  $y_1=2.0\text{ mm}$

图15所示为 $k=0.5\text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$ ,  $y_1=2.0\text{ mm}$ 时,不同配置组数( $N$ )条件下,关节输出力 $F$ 理论计算与仿真分析结果对比。其理论计算与仿真分析结果变化规律基本一致,当 $N=2$ 时,理论计算与仿真分析的最大相对误差为1.96%;当 $N=4$ 时,两者最大相对误差为1.64%。

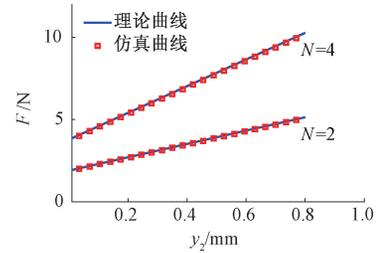


图15 不同配置组数的输出力-位移结果对比  
( $k=0.5\text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$ ,  $y_1=2.0\text{ mm}$ )

Fig. 15 The output force-displacement relationship with different configuration groups with  $k=0.5\text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$  and  $y_1=2.0\text{ mm}$

当 $N=4$ ,  $y_1=2.0\text{ mm}$ 时,不同弹簧刚度( $k$ )条件下,关节输出力 $F$ 理论计算与仿真分析结果对比如图16所示。其理论计算与仿真分析结果变化基本相符,当 $k=0.5\text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$ 时,理论计算与仿真分析的最大相对误差为1.64%; $k=1.5\text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$ 时,最大相对误差为2.33%。

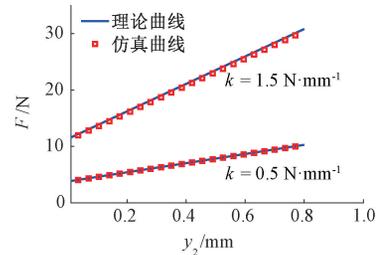


图16 不同弹簧刚度的输出力-位移结果对比  
( $y_1=2.0\text{ mm}$ ,  $N=4$ )

Fig. 16 The output force-displacement relationship of different spring stiffness with  $y_1=2.0\text{ mm}$  and  $N=4$

图17所示为不同斜劈下降距离( $y_1$ )条件下,关节输出力 $F$ 理论计算与仿真分析结果对比。其理论计算与仿真分析结果基本吻合,当 $y_1=1.5\text{ mm}$ 时,理论计算与仿真分析的最大相对误差为1.03%;当 $y_1=2.0\text{ mm}$ 时,最大相对误差为1.96%。

进一步,对主、被动变刚度弹簧受力理论计算与仿真分析的最大相对误差进行总结,其中主动变刚度弹簧受力的最大相对误差为2.49%,被动变刚度弹簧受力的最大相对误差为1.28%。表3对不同 $N$ 、 $k$ 、 $y_1$ 下的关节输出力性能理论计算与仿真分析的最大相对误差进行了总

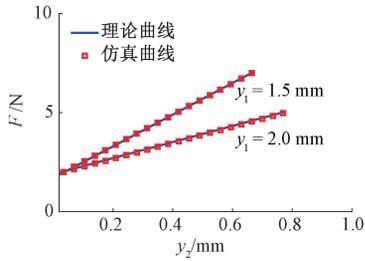


图 17 不同斜劈下降距离的输出力-位移结果对比  
( $k=0.5 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}, N=2$ )

Fig. 17 The output force-displacement relationship with slope displacement with  $k=0.5 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$  and  $N=2$

结,其中关节输出力随配置组数、弹簧刚度、斜劈下降距离变化的最大相对误差分别为 1.96%、2.33%、1.96%。综上所述,变刚度关节刚度特性理论计算结果与仿真分析结果基本一致,由此验证理论建模的正确性。

表 3 不同  $N, k, y_1$  下变刚度关节输出力性能理论计算与仿真分析误差

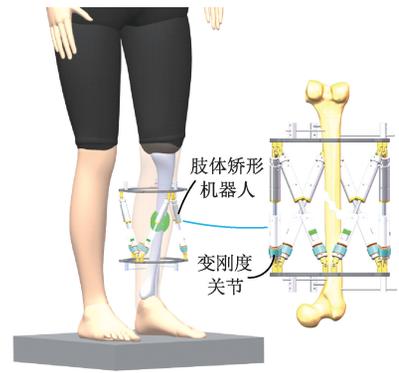
Table 3 The error between theoretical calculation and simulation analysis of the joint's output forces with different  $N, k$  and  $y_1$

类型	配置组数 $N$	弹簧刚度 $k$	斜劈下降距离 $y_1$
最大 相对误差	1.96%	1.64%	1.03%
	( $N=2$ )	( $k=0.5 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$ )	( $y_1=1.5 \text{ mm}$ )
	1.64%	2.33%	1.96%
	( $N=4$ )	( $k=1.5 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$ )	( $y_1=2.0 \text{ mm}$ )

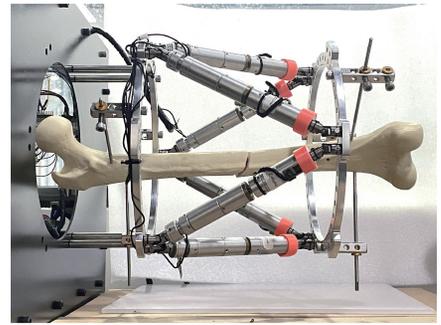
### 5 案例分析

在肢体畸形矫治过程中,适当应力刺激可有效促进骨愈合,但传统肢体矫形机器人大多刚度较高且不具备刚度调节能力,难以通过精准应力调控实施量化康复治疗。为实现刚度调控,以 Stewart 六自由度平台为基础,在各支链上安装变刚度关节,设计了融合变刚度关节的肢体矫形机器人,如图 18 所示。

融合变刚度关节的肢体矫形机器人结构简图如图 19 所示。其运动学分析与 Stewart 平台类似,且 Stewart 平台已有较多研究<sup>[20-21]</sup>,故本文省略矫形机器人运动学分析部分。基于矩阵结构法<sup>[22]</sup>,肢体矫形机器人系统刚度矩阵可由雅克比矩阵和支链刚度矩阵组成。对于支链刚度而言,可将各支链看做二力杆<sup>[23]</sup>,因此支链刚度主要考虑其轴向刚度。进一步,将支链刚度拆解为上端虎克铰刚度  $k_{bi}$ 、下端虎克铰刚度  $k_{ai}$ 、变刚度关节刚度  $k_{vi}$  和杆件刚度  $k_{gi}$  4 部分。求解刚度时,支链各部分零



(a) 虚拟样机  
(a) Virtual prototype



(b) 物理样机  
(b) Physical prototype

图 18 融合变刚度关节的肢体矫形机器人  
Fig. 18 The orthopedic robot with variable stiffness joints

件材料为铝合金,假设矫形机器人无外载、无重力影响、各运动副间无摩擦,动、定平台为刚性不存在变形。具体的,支链刚度可表示为:

$$k_{ii} = \frac{1}{k_{ai}^{-1} + k_{gi}^{-1} + k_{vi}^{-1} + k_{bi}^{-1}}, i = 1, 2, \dots, 6 \quad (21)$$

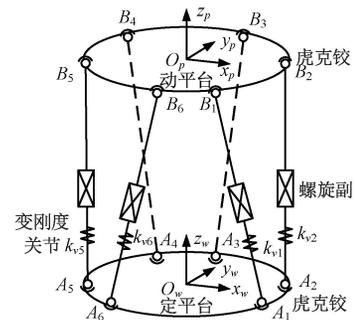


图 19 肢体矫形机器人结构简图

Fig. 19 Diagram of the orthopedic robot

通过计算各支链刚度,可得矫形机器人支链刚度矩阵:

$$\mathbf{K}_l = \text{diag}[k_{l1}, k_{l2}, k_{l3}, k_{l4}, k_{l5}, k_{l6}] \quad (22)$$

矫形机器人的系统刚度矩阵  $\mathbf{K}$  可根据雅克比矩阵和支链刚度矩阵确定:

$$\mathbf{K} = \mathbf{J}^T \mathbf{K}_i \mathbf{J} \quad (23)$$

式中:  $\mathbf{J}$  为雅克比矩阵。

假设动平台处于期望位置, 利用最小摄动法和胡克定律<sup>[24]</sup>, 可求得矫形机器人在所需刚度方向  $\alpha$  上的刚度  $K_d$  为:

$$K_d = \alpha^T \mathbf{K} \alpha \quad (24)$$

畸形矫治需要一个动态变化的刚度环境, 在肢体畸形矫治前期, 为形成更大的骨痂, 矫形机器人应提供高刚度固定; 在肢体畸形矫治后期, 为促进骨愈合, 矫形机器人应提供柔性固定<sup>[2]</sup>。对应的, 文献[25]中将矫形机器人刚度定义为柔性刚度 ( $690 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$ ) 和刚性刚度 ( $6\,250 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$ ) 两种。为此,  $690 \sim 6\,250 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$  应包含于矫形机器人刚度调节区间内 ( $z$  向)。进一步, 为分析矫形机器人刚度特性, 本文以动平台做平面螺旋运动为例进行说明, 对应螺旋轨迹为:

$$\begin{cases} 3 \cdot (\sin(t) + t \cdot \cos(t)) \\ 3 \cdot (\cos(t) - t \cdot \sin(t)) \end{cases}, \quad t \in [0, 4\pi] \quad (25)$$

肢体矫形机器人变刚度关节锁止 (趋于刚体)、刚性调控、柔性调控时的刚度变化情况分别如图 20(a)~(c)

所示, 三者变化趋势类似, 且  $x, y$  向刚度值比  $z$  向刚度值相差一个数量级。当  $t=2\pi$  时, 关节锁止情况下, 矫形机器人  $z$  向刚度为  $26\,462.76 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$ , 如图 20(a) 中点  $m_1$  所示。此外, 变刚度关节进行刚度调节时, 其最小等效输出刚度为  $34.08 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$ , 如图 11(c) 所示。具体的, 可将矫形机器人中的变刚度关节刚度均调为  $34.08 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$ , 故在相同条件下, 矫形机器人  $z$  向刚度最小可调为  $159.53 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$ 。由此可见, 通过对变刚度关节刚度精准调控, 肢体矫形机器人刚度可在  $159.53 \sim 26\,462.76 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$  间变化, 说明所设计的融合变刚度关节的肢体矫形机器人具备跨区间大范围刚度调节能力。

由图 20(b)、(c) 中点  $m_2, m_3$  可知, 当  $t=2\pi$  时, 矫形机器人刚性调控和柔性调控  $z$  向刚度分别为  $6\,250.41 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$ 、 $689.94 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$ , 此时各支链变刚度关节具体刚度值如表 4 所示。结合前述分析与图 11 可知, 弹簧刚度  $k = 1.5 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$ 、 $N = 4$ , 且斜劈下距离  $y_1$  在  $0.21 \sim 2.21 \text{ mm}$  间变化时, 关节等效输出刚度可在  $34.08 \sim 2\,762.64 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$  间调整, 表 4 对应刚性、柔性调控时关节刚度变化均在此区间内。由此可见, 通过对变刚度关节刚度精准调节,  $z$  向刚度可在  $689.94 \sim 6\,250.41 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$  间调整, 满足畸形矫治刚度调控需求。

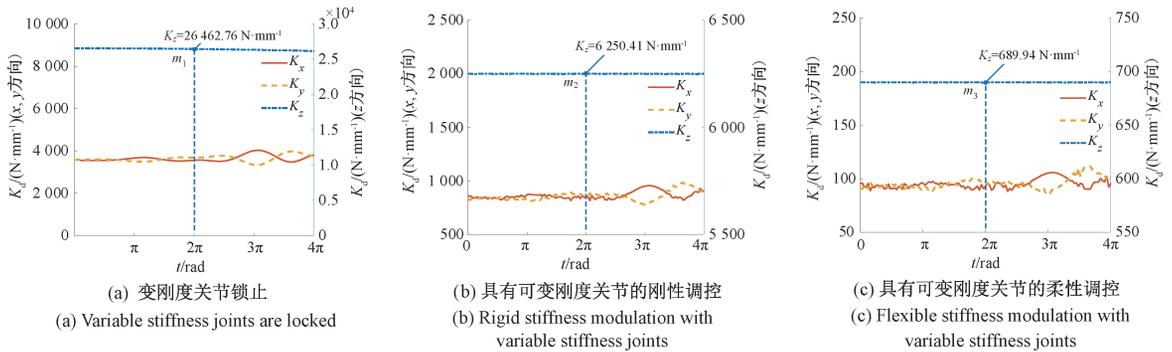


图 20 矫形机器人在  $x, y, z$  向上的刚度变化情况

Fig. 20 Directional stiffness along  $x, y$ , and  $z$  directions of the orthopedic robot

表 4 矫形机器人刚度调控时的变刚度关节具体刚度

Table 4 The specific stiffness of corresponding variable stiffness joint in stiffness modulation ( $\text{N} \cdot \text{mm}^{-1}$ )

调控方式	$k_{v1}$	$k_{v2}$	$k_{v3}$	$k_{v4}$	$k_{v5}$	$k_{v6}$
刚性调控 ( $K_z = 6\,250 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$ )	1 197.49	1 465.01	1 633.92	2 064.78	2 306.33	1 878.97
柔性调控 ( $K_z = 690 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$ )	95.58	108.66	131.43	198.96	215.57	152.84

## 6 结 论

借鉴凸轮和斜劈滑块变刚度原理, 本文创新地提出了一种基于斜劈凸轮的新型可重构线位移变刚度关节。阐明了关节变刚度原理, 建立了关节刚度理论模型, 研究

了关节刚度分布特性。构建了关节虚拟样机模型, 由此验证了刚度理论模型的正确性, 并将关节与肢体矫形机器人有效融合, 实现量化康复治疗。主要结论如下:

1) 关节等效输出刚度主要由主动变刚度和被动变刚度两部分组成, 其中被动变刚度数量级是主动变刚度数量级的 100 倍, 可知等效输出刚度主要受被动变刚度的

影响。

2) 改变斜劈凸轮机构配置组数和弹簧刚度, 可实现关节刚度重构, 且变刚度关节等效输出刚度与斜劈凸轮机构配置组数、弹簧刚度均成正比关系。

3) 当斜劈下降距离确定后, 关节等效输出刚度随连接轴竖直运动位移增加而减小, 整体呈类反比例曲线分布, 可见关节具有刚度软化特性。

4) 建立了关节虚拟样机模型, 对关节相关特性进行了仿真, 仿真分析结果与理论计算结果基本吻合, 由此验证了理论模型的正确性。

5) 融合变刚度关节, 设计了具备跨区间大范围刚度调节能力的肢体矫形机器人, 该机器人刚度可在柔性固定与刚性固定间灵活调节, 满足矫形作业刚度调节需求。

### 参考文献

[1] 葛韵斐, 张氢, 徐立伟, 等. 基于神经网络的足踝外固定矫形方案设计方法 [J]. 仪器仪表学报, 2023, 44(1): 190-200.

GE Y F, ZHANG Q, XU L W, et al. Research on foot and ankle deformity correction schemes with external fixator based on neural network [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2023, 44(1): 190-200.

[2] AUGAT P, HOLLENSTEINER M, VON RUDEN C. The role of mechanical stimulation in the enhancement of bone healing [J]. Injury, 2021, 52: S78-S83.

[3] 毕树生, 刘畅, 周晓东, 等. 可调刚度致动器结构研究综述 [J]. 机械工程学报, 2018, 54(13): 34-46.  
BI SH SH, LIU CH, ZHOU X D, et al. Variable stiffness actuators: A review of the structural research [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(13): 34-46.

[4] 郭俊改. 一体化可变刚度旋转型机器人关节结构设计与分析 [D]. 天津: 河北工业大学, 2021.  
GUO J G. Design and analysis of joint structure of integrated variable stiffness rotating robot [D]. Tianjin: Hebei University of Technology, 2021.

[5] LI Z Y, BAI S P, MADSEN O, et al. Design, modeling and testing of a compact variable stiffness mechanism for exoskeletons [J]. Mechanism and Machine Theory, 2020, 151: 103905.

[6] LI Z Y, BAI S P. A novel revolute joint of variable stiffness with reconfigurability [J]. Mechanism and Machine Theory, 2019, 133: 720-736.

[7] 朱杨辉, 吴青聪, 陈柏, 等. 基于变刚度驱动的下肢外骨骼 [J]. 机器人, 2023, 45(3): 257-266, 312.  
ZHU Y H, WU Q C, CHEN B, et al. Lower-limb exoskeleton based on variable stiffness drive [J]. Robot, 2023, 45(3): 257-266, 312.

[8] 李满宏, 马艳悦, 张明路, 等. 基于凸轮机构的变刚度仿生柔性关节设计与分析 [J]. 仪器仪表学报, 2019, 40(2): 213-222.

LI M H, MA Y Y, ZHANG M L, et al. Design and analysis of variable stiffness bionic flexible joint based on cam mechanism [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2019, 40(2): 213-222.

[9] 史延雷, 张小俊, 张明路. 主-被动复合变刚度柔性关节设计与分析 [J]. 机械工程学报, 2018, 54(3): 55-62.

SHI Y L, ZHANG X J, ZHANG M L. Design and analysis of a active-passive variable stiffness flexible joint [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(3): 55-62.

[10] LEE J H, WAHRMUND C, JAFARI A. A novel mechanically overdamped actuator with adjustable stiffness (mod-awas) for safe interaction and accurate positioning [J]. Actuators, 2017, 6(3): 22, DOI:org/10.3390/act6030022.

[11] SUN J T, GUO Z, ZHANG Y B, et al. A novel design of serial variable stiffness actuator based on an archimedean spiral relocation mechanism [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2018, 23(5): 2121-2131.

[12] WANG Q Y, SENATORE G, JANSEN K, et al. Design and characterization of variable stiffness structural joints [J]. Materials & Design, 2020, 187: 108353.

[13] LIAO T, TSE Z T H, REN H. Variable stiffness actuators embedded with soft-bodied polycaprolactone and shape memory alloy wires [C]. 2019 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, 2019: 108-113.

[14] 李军强, 朱文正, 姜与, 等. 基于磁流变原理的变刚度驱动方法研究 [J]. 仪器仪表学报, 2021, 42(3): 97-104.

LI J Q, ZHU W ZH, JIANG Y, et al. Research on variable stiffness drive method based on magnetorheological principle [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021, 42(3): 97-104.

[15] 蔡世波, 韦威, WAN W W, 等. 基于磁流变液传动的柔顺关节研究: 设计, 仿真和实验 [J]. 仪器仪表学报, 2019, 40(1): 200-210.

CAI SH B, WEI W, WAN W W, et al. Study on the compliant joint based on magnetorheological fluid transmission: Design, simulation and experiments [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2019, 40(1): 200-210.

[16] CARPI F, FREDIANI G, GERBONI C, et al. Enabling variable-stiffness hand rehabilitation orthoses with

- dielectric elastomer transducers [J]. *Medical Engineering & Physics*, 2014, 36(2): 205-211.
- [17] 张明, 李鸿羽, 王传阳, 等. 基于磁通叠加原理的变刚度关节设计与特性研究 [J]. *农业机械学报*, 2023, 54(8): 411-417, 426.  
ZHANG M, LI H Y, WANG CH Y, et al. Design and characteristics study of variable-stiffness joint based on principle of magnetic flux superposition [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2023, 54(8): 411-417, 426.
- [18] 张明, 马鹏菲, 孙凤, 等. 基于滑轮组和永磁弹簧的变刚度关节设计与控制 [J]. *农业机械学报*, 2023, 54(1): 432-439.  
ZHANG M, MA P F, SUN F, et al. Design and control of variable stiffness joint based on pulley block and permanent magnet spring [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural*, 2023, 54(1): 432-439.
- [19] VU H Q, YU X, IIDA F, et al. Improving energy efficiency of hopping locomotion by using a variable stiffness actuator [J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2015, 21(1): 472-486.
- [20] HARIB K, SRINIVASAN K. Kinematic and dynamic analysis of Stewart platform-based machine tool structures [J]. *Robotica*, 2003, 21(5): 541-554.
- [21] LIU K, FITZGERALD J M, LEWIS F L. Kinematic analysis of a Stewart platform manipulator [J]. *IEEE Transactions on industrial electronics*, 1993, 40(2): 282-293.
- [22] KLIMCHIK A, PASHKEVICH A, CHABLAT D. Fundamentals of manipulator stiffness modeling using matrix structural analysis [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2019, 133: 365-394.
- [23] 谢志江, 董阿彬, 邢淑霞, 等. 3 自由度恰约束支链并联机构的静刚度分析 [J]. *机械设计*, 2018, 35(8): 42-47.
- XIE ZH J, DONG A B, XING SH X, et al. Static stiffness analysis of the 3 degree-of-freedom proper-constraint branch chain parallel mechanism [J]. *Journal of Machine Design*, 2018, 35(8): 42-47.
- [24] OREKHOV A L, SIMAAN N. Directional stiffness modulation of parallel robots with kinematic redundancy and variable stiffness joints [J]. *Journal of Mechanisms and Robotics*, 2019, 11(5): 051003.
- [25] 杨宁. 力-生物调控骨折愈合过程建模及影响骨折愈合因素分析 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨理工大学, 2020.  
YANG N. Establishment of coupled mechanobioregulatory fracture healing model and analysis of factors affecting fracture healing [D]. Harbin: Harbin University of Science and Technology, 2020.

### 作者简介



周杰, 2022 年于重庆理工大学获得学士学位, 现为重庆理工大学硕士研究生, 主要研究方向为医疗机器人。

E-mail: jiez9595@163.com

**Zhou Jie** received his B.Sc. degree from Chongqing University of Technology in 2022.

He is currently a master student at Chongqing University of Technology. His main research interest is medical robots.



吴小勇 (通信作者), 2013 年于武汉轻工大学获得学士学位, 2018 年于重庆大学获得博士学位, 现为重庆理工大学副教授, 主要研究方向为医疗机器人、机电一体化、机器人机构学。

E-mail: wuxy@cqut.edu.cn

**Wu Xiaoyong** (Corresponding author) received his B.Sc. degree from Wuhan Polytechnic University in 2013 and received his Ph.D. degree from Chongqing University in 2018. He is currently an associate professor at Chongqing University of Technology. His main research interests include medical robots, mechatronics, and robotic mechanisms.