DOI: 10. 19650/j. cnki. cjsi. J2413424

# 多压电驱动机构机电耦合动力学建模与过驱动控制\*

黄 涛<sup>1,2</sup>,王迎斌<sup>1,2</sup>,林志成<sup>1,2</sup>,凌明祥<sup>3</sup>

(1.重庆大学高端装备机械传动全国重点实验室 重庆 400044; 2.重庆大学机械与运载工程学院 重庆 400044; 3.苏州大学机电工程学院 苏州 215131)

**摘 要:**多压电驱动是突破纳米压电驱动机构位移行程限制的有效方案,但多压电驱动机构存在固有迟滞非线性、压电驱动之间耦合、非线性与线性耦合、过驱动冗余等问题。针对以上挑战,提出一种多压电并行驱动机构的机电耦合动力学建模与过驱动控制策略。首先,建立 Hammerstein 结构的机电耦合动力学模型,分别描述多压电驱动机构线性和非线性特性,并相应提出模型线性部分和非线性部分的参数估计方法。其次,提出综合反馈线性化、控制分配算法、上层控制律的总体过驱动控制策略, 尤其是提出一种最小二乘控制分配算法,通过分配控制量实现误差序列二范数最小。最后,对所提出的建模与控制方法,分别进行了参数估计实验与过驱动控制实验。其中参数估计实验结果表明所提出的模型输出曲线能够很好拟合多压电驱动机构实验输出曲线,能够有效描述多压电驱动机构迟滞非线性输入输出特性,所提出的参数估计方法能准确估计模型参数。过驱动控制实验结果表明所提出的最小二乘控制分配算法的轨迹跟踪性能优于直接分配和最优分配,特别是期望轨迹为幅值 130 μm、频率 10 Hz 的正弦信号时,所提出的最小二乘控制分配算法的精度比直接分配算法提高了 56.63%,比最优分配算法提高了 47.83%。

关键词:多压电驱动;迟滞非线性;机电耦合动力学模型;过驱动控制;最小二乘控制分配算法 中图分类号:TP273+.1 TN384 TH751 **文献标识码:**A **国家标准学科分类代码:**510.80

# Electromechanical coupling dynamics modeling and over-actuation control of multi-piezoelectric drive mechanism

Huang Tao<sup>1,2</sup>, Wang Yingbin<sup>1,2</sup>, Lin Zhicheng<sup>1,2</sup>, Ling Mingxiang<sup>3</sup>

(1. State Key Laboratory of Mechanical Transmissions for Advanced Equipment, Chongqing University, Chongqing 400044, China;

2. College of Mechanical and Vehicle Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China;

3. School of Mechanical and Electrical Engineering, Soochow University, Suzhou 215131, China)

Abstract: Multi-piezoelectric drive is an effective scheme to break through the displacement travel limit of nano-piezoelectric drive mechanism. However, there are some problems such as inherent hysteresis nonlinearity, piezoelectric drives intercoupling, nonlinear and linear coupling, overdrive redundancy and so on. Inspired by those challenges, this paper presents an electromechanical coupling dynamics modeling and overdrive control strategy of a multi-piezoelectric parallel driving mechanism. Firstly, an Hammerstein electromechanical coupling dynamics model is built to separate and describe the linear and nonlinear characteristics of the multi-piezoelectric drive mechanism. Meanwhile, it is proposed that the parameter estimation method for the linear and nonlinear parts of the model. Secondly, it proposes a comprehensive overdrive control strategy, which integrates feedback linearization, control distribution algorithm, and upper level control rate. Especially, the proposed least square control distribution algorithm can minimize the 2-norm of error sequence. Finally, parameter estimation experiments and over-actuated control experiments were carried out for the proposed modeling and control methods. The results of the parameter estimation experiments showed that the proposed model's output curve closely matched the experimental output curve of the multi-piezoelectric driving mechanism, effectively describing its hysteretic nonlinear input-output characteristics. The results of the over-actuated control experiments demonstrated that the trajectory tracking performance of the proposed least squares control algorithm and optimal allocation algorithm was superior to both direct allocation algorithm and optimal allocation algorithm.

收稿日期:2024-10-30 Received Date: 2024-10-30

<sup>\*</sup>基金项目:国家重点研发计划(2022YFB3206700)、国家自然科学基金(52475510)项目资助

Specifically, when the desired trajectory was a sinusoidal signal with an amplitude of 130  $\mu$ m and a frequency of 10 Hz, the accuracy of the proposed least squares control allocation algorithm was 56. 63% higher than that of the direct allocation algorithm and 47. 83% higher than that of the optimal allocation algorithm.

Keywords: multi-piezoelectric drive; hysteresis nonlinearity; electromechanical coupling dynamic model; overdrive control; least squares control allocation algorithm

# 0 引 言

压电驱动纳米运动机构采用压电驱动作为驱动执行 元件,柔性铰链作为导向的位移放大机构<sup>[1]</sup>,以实现纳米 精度定位和高动态响应,被广泛应用于微型零件操作和 装配、生物医疗科学、原子力显微镜和扫描隧道显微镜、 精密光学、半导体制造等领域<sup>[2-3]</sup>。然而,大多数单个压 电驱动的驱动位移仅 1~20 μm,柔性铰链放大后也仅 5~100 μm。驱动位移小严重限制了压电驱动纳米运动 机构的应用范围,是其最主要的工程技术瓶颈。为了解 决这一工程难题,一种有效的解决方案是控制多压电并 行驱动以扩大位移行程。但是,这种方案会面临一系列 基础问题,包括压电驱动固有的迟滞非线性问题、压电驱 动非线性与位移放大机构线性耦合问题、多个压电驱动 之间耦合问题、过驱动冗余问题等。这些基础问题会严 重影响多压电驱动机构的定位和跟踪精度,甚至可能导 致控制系统不稳定性。

针对压电驱动固有的迟滞非线性问题、压电驱动 非线性与位移放大机构线性耦合问题、多个压电驱动 之间耦合问题,需要对多压电驱动机构进行综合动态 动力学建模。综合动态建模是一种将压电驱动阶段涉 及的不同关系综合表示的机电耦合建模方法,最初由 Goldfarb 等<sup>[45]</sup>提出,从电学角度提出了广义麦克斯韦电 阻电容将压电驱动的电压和电荷联系起来,描述压电驱 动机电耦合特性。之后, Gao 等<sup>[6]</sup>提出了一种压电驱动 运动机构的机电耦合线性动力学模型,可分解为为电 学模型和力学模型,但电学模型未考虑压电驱动的迟 滞非线性;Gu 等<sup>[7]</sup>提出了一个压电驱动运动机构通用 的机电耦合动力学模型,可描述其迟滞非线性,及机械 部分的频响特性。此通用的动力学模型被用于多种压 电驱动运动机构[8-13],但是,现有的压电驱动机构机电 耦合综合动态建模研究大多以单压电驱动运动机构为 研究对象,研究其压电驱动固有的迟滞非线性问题、 压电驱动非线性与位移放大机构线性耦合问题,对于 多压电驱动机构的多个压电驱动之间耦合问题还有待 研究。

针对过驱动冗余问题,一般采用范数度量控制分配 算法,实现分配解的优良性或逼近性,如李克讷等<sup>[14]</sup>提 出了一种基于关节速度约束条件的伪逆算法,采用数值

近似方法求解伪逆获取冗余驱动控制输入,但无法保证 在所有情况下得到最优解; Junswang 等<sup>[15]</sup>提出了一种基 于固定点迭代算法的计算框架,通过固定点算法和遗传 算法的集成求解目标函数,但期望指令对算法计算量和 计算速度影响较大; Zhang 等<sup>[16]</sup>提出了一种无约束时变 加权的最小二乘控制分配算法,并设计了一种基于零空 间的算法用于修正无约束解,该算法在有限次迭代后收 敛于最优解,对于中小规模优化问题具有很高的运算效 率:在多压电驱动机构研究中,Zheng 等<sup>[17]</sup>提出了一种并 联压电双驱动闭环控制算法,通过引入一个压电驱动作 为辅助补偿驱动,提高了压电驱动机构的定位精度,但尚 未充分发挥 2 个压电驱动的全部性能: Guo 等<sup>[18]</sup>研究了 并行安装的2个压电驱动器,提出了一种结合压电驱动 解耦的前馈反馈复合控制器。通过解耦算法,实现对 2个压电驱动器的独立控制,从而提升系统性能,但该系 统不具备故障容错能力。设计控制分配算法解决压电驱 动机构冗余问题有待研究,应考虑多个压电驱动差异性、 可分离性或可分配性,利于后续进行容错控制。

因此,针对多压电驱动机构存在的基础问题,提出了 一种多压电并行驱动大行程机构的机电耦合动力学建模 与过驱动控制策略。主要贡献有以下两点:1)针对多压 电驱动机构的多个压电驱动之间耦合和迟滞非线性与线 性耦合等问题,提出一种迟滞非线性模型和线性模型级 联的 Hammerstein 模型结构,实现多压电并行驱动机构 机电耦合动力学建模,并采用最小二乘法和粒子群算法 估计模型参数;2)针对过驱动冗余问题,提出一种误差矢 量序列二范数最小的最小二乘控制分配算法,以误差二 范数最小为目标函数,以压电驱动的输入电压范围为边 界条件,以多个压电驱动的输入电压为控制变量,设计前 馈+反馈+扰动补偿三自由度控制器计算虚拟控制指令, 提高系统轨迹跟踪精度。

#### 1 机电耦合动力学模型

#### 1.1 机电耦合模型

多压电驱动机构如图 1 所示,其中压电驱动 1 (piezoelectric actuator1, PEA<sub>1</sub>)和压电驱动 2(piezoelectric actuator2, PEA<sub>2</sub>)实现多压电冗余驱动,柔性铰链和导向柔性梁实现位移放大<sup>[19]</sup>,是典型的多输入单输出系统。



Fig. 1 Multi-piezoelectric driving mechanism

为解决多个压电驱动之间耦合和迟滞非线性与线性 耦合等问题,实现多压电驱动机构高精度、强鲁棒性、强 稳定性,需建立机电耦合动力学模型,揭示多个压电驱动 与位移放大机构整体复合动力学的产生机制,并准确描 述压电驱动的迟滞非线性特性与位移放大机构的线性特 性,为过驱动控制提供模型基础。

多压电驱动机构可等效为电学部分和机械部分,通 过位移和电荷,电压和力之间的映射关系,耦合为机电耦 合模型,如图2所示。



Fig. 2 Electromechanical coupling model

1) 电学部分

电学部分是 2 个压电驱动 PEA<sub>1</sub> 和 PEA<sub>2</sub> 的等效电路,如图 2 所示,  $v_{in_n}$  (n = 1, 2) 为驱动放大器的输出电压,  $q_n$  为压电驱动总电荷,  $v_{h_n}$  为迟滞效应  $H_n$  产生的电压,  $T_{em_n}$  为压电效应,即机电换能器,  $C_{A_n}$  为电容之和,  $q_{c_n}$  为存 储在线性电容中的电荷,  $q_{p_n}$  为由压电效应引起的转导电 荷,  $v_{A_n}$  为转导电压,  $F_n$  为逆压电效应产生的力, x 为多压 电驱动机构位移量。

PEA<sub>1</sub>和 PEA<sub>2</sub>的相关电学方程为:  $\begin{cases}
v_{h_n}(t) + v_{A_n}(t) = v_{in_n}(t) \\
v_{h_n}(t) = H_n(q_n) \\
q_{p_n}(t) = T_{em_n} x(t)
\end{cases}$  结合逆压电效应  $F_n = T_{em_n} v_{A_n}$ , 得到:

$$\frac{\boldsymbol{F}_n}{\boldsymbol{T}_{em_n}} = \boldsymbol{v}_{in_n} - \boldsymbol{H}_n(\boldsymbol{q}_n) \tag{2}$$

由于电压放大驱动器工作在电压控制模式下为 PEA<sub>a</sub>提供电荷以产生逆压电效应,因此电路中的感应电 荷 $q_n(t)$ 应表示为控制输入 $v_{in}(t)$ 的函数<sup>[7]</sup>。

$$q_n(t) = f(v_{in}(t)) \tag{3}$$

引入新的迟滞非线性算子:

$$P(v_{in_{n}}(t)) = v_{in_{n}}(t) - H_{n}(f(v_{in_{n}}))(t)$$
(4)

则 PEA<sub>n</sub> 作用到位移放大机构质量块 m 的驱动力  $F_n$  为:

$$w_n = P(v_{in_n})$$

$$F_n = T_{em} w_n$$
(5)

则映射到位移放大机构的合力 F 为:

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 = \boldsymbol{T} \begin{bmatrix} \boldsymbol{w}_1 \\ \boldsymbol{w}_2 \end{bmatrix}$$
(6)

式中:T为压电效应矩阵,  $T = [T_{em_1} T_{em_2}]_{\circ}$ 

因此,2个压电驱动的电学模型如图3所示。





为准确描述多压电驱动机构非对称的迟滞环特性, 采用改进的 Prandtl-Ishlinski (modified prandtl-ishlinskii, MPI) 模型<sup>[20]</sup> 描述 2 个新引入的迟滞非线性算子  $P(v_{in_1}(t))$ 和 $P(v_{in_2}(t))$ :

$$\begin{cases} w_{1}(t) = b_{1}v_{in_{1}}^{3}(t) + a_{0}v_{in_{1}}(t) + \sum_{i=1}^{6} a_{i}F_{r_{i}}[v_{in_{1}}](t) \\ w_{2}(t) = b_{2}v_{in_{2}}^{3}(t) + c_{0}v_{in_{2}}(t) + \sum_{j=1}^{6} c_{j}F_{r_{j}}[v_{in_{2}}](t) \end{cases}$$
(7)

式中: $b_1$ 、 $b_2$ 、 $a_0$ 、 $c_0$ 、 $a_i$ 、 $c_j$ 为权重参数; $r_i$ 和 $r_j$ 为阈值;i、j为阈值的序号;  $F_{r_i}[\cdot]$ 、 $F_{r_j}[\cdot]$ 为 Play 算子;其中  $F_{r_i}[\cdot]$ 的数学描述为:

$$\begin{cases} F_{r}[v_{in_{1}}](0) = f_{r}(v_{in_{1}}(0), 0) \\ F_{r}[v_{in_{1}}](t) = f_{r}(v_{in_{1}}(t), F_{r}[v_{in_{1}}](t_{k})) \\ f_{r}(v_{in_{1}}(t), w_{1}(t)) = \\ \max(v_{in_{1}}(t) - r), \min(v_{in_{1}}(t) + r, w_{1}(t)) \end{cases}$$
(8)

式中: $t_k < t < t_{k+1}$ ; 0  $\leq k < N_{\circ}$ 

$$T_{m}$$
  $C_{4}$   $Fig. 3 Elec$ 

(1)

2)机械部分

机械部分抽象为一个多输入的质量-弹簧-阻尼系统,其中2个压电驱动器产生驱动力 $F_1$ 、 $F_2$ 共同作用于位移放大机构,产生多压电驱动机构位移x,则机械动力学方程为:

式(9) 描述了多压电驱动机构的动力学线性特性, 由此,二阶振荡环节形式传递函数<sup>[21]</sup> 表示输出位移 *x* 与 中间变量 *v* 关系为:

$$\begin{cases} v = \frac{F}{k_s} \\ G(s) = \frac{X(s)}{V(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2} \end{cases}$$
(10)

式中: $\zeta$ 和 $\omega_n$ 分别为柔性模态的阻尼比和固有频率。

综上,多压电驱动机构机电耦合动力学模型为 式(6)、(7)、(10)。

#### 1.2 模型参数估计

目前,尚无最佳算法能够一次性精确估计机电耦合 动力学模型的所有参数<sup>[22]</sup>,将线性部分和非线性部分级 联为 Hammerstein 模型结构<sup>[20]</sup>,分别估计出各部分的模 型参数。由式(6)和(10)可得:

$$\begin{cases} \boldsymbol{T}^* = \begin{bmatrix} \boldsymbol{T}_{em_1}^* & \boldsymbol{T}_{em_2}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{T}_{em_1} & \boldsymbol{T}_{em_2} \\ \boldsymbol{k}_s & \boldsymbol{k}_s \end{bmatrix} \\ v = \boldsymbol{T}^* \begin{bmatrix} \boldsymbol{w}_1 \\ \boldsymbol{w}_2 \end{bmatrix} \end{cases}$$
(11)

则多压电驱动机构的 Hammerstein 模型线性部分为:

$$\ddot{x}(t) + 2\zeta \omega_n \dot{x}(t) + \omega_n^2 x(t) = \omega_n^2 v(t)$$

$$\vec{x}(12) \oplus \pm dt \pm \delta \pm \delta x = \zeta + \delta \omega_n + \delta \theta = v(t) + \delta \theta = 0$$

$$(12)$$

$$v(t) = (b_1 v_{in_1}^3(t) + a_0 v_{in_1}(t) + \sum_{i=1}^{6} a_i F_{r_i}[v_{in_1}](t)) T_{em_1}^* +$$

$$(b_2 v_{in_2}^3(t) + c_0 v_{in_2}(t) + \sum_{j=1}^{6} c_j F_{r_j}[v_{in_2}](t)) T_{em_2}^*$$
(13)

式(13)为 Hammerstein 模型的非线性部分,需估计 参数有  $b_1$ 、 $b_2$ 、 $a_i$ ( $i=0,1,\dots,6$ )、 $c_j$ ( $j=0,1,\dots,6$ )、 $T^*_{em1}$ 、  $T^*_{em2}$ 。

Hammerstein 线性部分模型参数辨识由白噪声激励多压电驱动机构,位移输出数据经快速傅里叶变换后可得固有频率  $\omega_n$ ;由小幅值阶跃信号激励多压电驱动机构<sup>[7]</sup>,位移输出数据采用最小二乘法估计参数  $\zeta_o$ 

非线性部分模型参数正弦扫频信号激励多压电驱动 机构,输出位移数据作为粒子群算法输入,通过不断迭代 更新获得 MPI<sub>1</sub> 模型和 MPI<sub>2</sub> 模型参数的最优值。则 Hammerstein 线性部分和非线性部分模型参数估计如图 4 所示。



图 4 Hammerstein 模型参数估计方法

Fig. 4 Parameter estimation method of Hammerstein model

# 2 过驱动控制

#### 2.1 反馈线性化

针对多压电驱动机构的迟滞非线性问题,基于 Hammerstein 模型设计反馈线性化算法补偿迟滞非线性, 多压电驱动机构的控制输入为:

$$\begin{cases} w_1(t) = \frac{1}{a_0 \omega_n^2} [u_1(t) - f_1(t)] \\ w_2(t) = \frac{1}{a_7 \omega_n^2} [u_2(t) - f_2(t)] \end{cases}$$
(14)

式中: $u_1(t)$ 、 $u_2(t)$ 是待定新输入; $f_1(t)$ 、 $f_2(t)$ 是式(7)中的非线性部分;其表达式为:

式(16)中,输出 x(t)与新输入  $u_1(t)$ 和  $u_2(t)$ 为线性 关系。

#### 2.2 控制分配

针对多压电驱动机构的过驱动冗余问题,设计控制 分配算法求解各个压电驱动控制输入的最优解。控制分 配算法的结构如图 5 所示,主要分为上层控制律、控制分 配、下层驱动控制、驱动器和机械结构。上层控制律计算 机械结构的期望输入虚拟控制指令 v<sub>e</sub>,其维度通常与控 制的过驱动系统自由度相等。控制分配算法以 v=v<sub>e</sub> 为 目的,求 u 的最优解。下层驱动控制主要处理过驱动系 统的非线性、不确定性等等。过驱动系统由驱动器和机 械结构组成。



Fig. 5 Block of control allocation algorithm

因此,提出总体控制策略如图 6 所示,其中,r 为期望 轨迹信号,e 为跟踪误差,v<sub>e</sub> 为虚拟控制指令,w<sub>FF</sub>(t)为标 称前馈控制输出,  $w_{FB}(t)$  为标称比例 – 积分 – 微分 (proportion integration and differentiation, PID) 反馈控制 输出,  $w_{DC}(t)$  为基于等效扰动补偿控制输出。控制分配 将虚拟控制指令  $v_e$  映射分配到 2 个压电驱动中, 使中 间变量  $v = v_e$ 。控制分配输出  $u_1$  和  $u_2$  与 v 的函数关 系为:

$$v = \Phi(u,t) = \mathbf{T}^* \mathbf{u}$$
(17)  
$$\vec{x} \div \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}_{\circ}$$



#### 图 6 多压电驱动机构过驱动控制

#### Fig. 6 Overdrive control block diagram of multi-piezoelectric drive mechanism

基于式 (17),以误差序列二范数最小为目标,提出 最小二乘控制分配算法(least squares control allocation algorithm, LSCAA):

$$\begin{cases} \Omega = \arg\min_{\substack{u \le u \le \overline{u} \\ -}} \| \boldsymbol{T}^* \boldsymbol{u} - \boldsymbol{v}_e \|_2 \\ \boldsymbol{u} = \arg\min_{\substack{u \in \Omega \\ u \in \Omega}} \| \boldsymbol{u} \|_2 \end{cases}$$
(18)

式中: **Ω** 为满足条件的所有解集; **u** 和 **u** 分别为压电驱动的输入电压最小值和最大值。

#### 2.3 上层控制律

通过上述最小二乘控制分配算法式(18)实现了多 压电驱动机构解耦控制,可针对单压电驱动机构进行控 制,上层控制律采用前馈+反馈+等效扰动补偿三自由度 控制策略<sup>[23]</sup>,如图6所示,得到虚拟控制指令 v<sub>e</sub>。

$$v_{e}(t) = w_{FF}(t) + w_{FB}(t) + w_{DC}(t)$$
(19)  
前馈控制器表示为:

$$w_{\rm FF}(t) = \frac{1}{\omega_n^2} (\ddot{r}(t) + 2\zeta \omega_n \dot{r}(t) + \omega_n^2 r(t))$$
(20)

反馈控制器表示为:

$$w_{\rm FB}(t) = K_{\rm I} \int_{0}^{t} e(\tau) \,\mathrm{d}\tau + K_{\rm P} e(t) + K_{\rm D} \dot{e}(t) \qquad (21)$$

式中:e(t) = r(t) - x(t); $K_{I}$ 、 $K_{P}$ 、 $K_{D}$ 为反馈控制器参数。 等效扰动控制器表示为:

$$\begin{cases} w_{\rm DC}(s) = -\frac{1}{d_2} F(s) q(s) \\ F(s) = \frac{f_1}{s + f_1} \times \frac{f_2}{s + f_2} \\ q(s) = -(s^2 + d_1 s + d_2) e(s) - d_2(w_{\rm FB}(s) + w_{\rm DC}(s)) \end{cases}$$
(22)

式中:  $d_1 = 2\zeta \omega_n; d_2 = \omega_n^2; F(s)$  是二阶低通滤波器;  $f_1$  和

 $f_2$ 是2个决定低通滤波器带宽的正常数;q(s)为等效扰动。如果 $f_1$ 和 $f_2$ 足够大,滤波器F(s)具有足够宽的频率带宽,其中滤波器的增益近似于1。因此, $w_{DC}(s)$ 将近似等于 –  $q(s)/d_2$ ,进而降低q(s)的影响。

# 3 实验验证

实验系统由多压电驱动机构、驱动放大器、电容位移 传感器、Speedgoat实时控制系统和上位机组成,如图 7 所 示。位移放大机构的尺寸为 80 mm×40 mm×7 mm,具有 8.2 倍的位移放大比<sup>[19]</sup>。驱动放大器的最大工作电压为 150 V。电容位移传感器的分辨率为 2.5 nm。该传感器 实时采集多压电驱动机构输出位移信号,并通过 A/D 接 口输入到 Speedgoat 实时控制器中,Speedgoat 实时控制器 通过控制算法生成控制输入信号,并通过 D/A 接口输出 电压控制信号,然后经过驱动放大器驱动多压电驱动机 构,实现系统闭环。



图 7 实验设置 Fig. 7 Experimental setup

#### 3.1 参数估计实验

依据 1.2 节所述最小二乘法估计 Hammerstein 线性 部分模型参数,粒子群算法估计 Hammerstein 非线性线性 部分模型参数。

### 1) Hammerstein 线性部分模型参数

首先,使用 2 个无相关性幅值为 1.5 V 的白噪声信 号分别激励 2 个压电驱动,输出位移数据经快速傅里叶 变换得到信号频谱,如图 8 所示,可知共振频率  $f_n$  = 880.8 Hz( $\omega_n$  = 2 ×  $\pi$  ×  $f_n$ )。



Fig. 8 Resonance frequency

其次,由幅值分别为2和3V的小幅值阶跃信号激励2个压电驱动,通过最小二乘法估计阻尼比ζ,如表1 所示。

表 1 Hammerstein 线性部分模型参数 Table 1 Parameters of Hammerstein linear model

模型参数	参数值	模型参数	参数值
ζ	0.882 6	$\boldsymbol{\omega}_n$	5. 534 23×10 <sup>3</sup>

2) Hammerstein 非线性部分模型参数

由频率 1~100 Hz、幅值 100 V、相位差 90°的 2 个正 弦扫频信号激励多压电驱动机构,采用粒子群算法估计 Hammerstein 非线性部分模型参数,如表 2 所示。

3)模型验证

为验证模型的有效性和参数的准确性,分别输入频 率为10、50、100 Hz,幅值为100 V,相位差90°的2个正 弦信号激励2个压电驱动,实验输出曲线与模型输出曲 线结果如图9所示;多压电驱动机构实验输入输出迟滞 曲线与 Hammerstein 模型输入输出迟滞曲线如图10所 示;表3为图9中模型输出和实验输出数据的均方根误 差(root mean square error, RMSE),均方根最大仅为 2.1056μm。

表 2 Hammerstein 非线性部分模型参数 Table 2 Parameters of Hammerstein nonlinear model

模型参数	参数值	模型参数	参数值
$a_0$	0.7592	$c_0$	0.3857
$a_1$	-0.027 3	$c_1$	0.062 4
$a_2$	0.004 9	$c_2$	0.0614
$a_3$	0.019 1	$c_3$	0.0427
$a_4$	-0.009 7	$c_4$	0.019 1
$a_5$	-0.027 3	$c_5$	0.004 6
$a_6$	0.038 1	$c_6$	0.021 1
$b_1$	-1.374 94×10 <sup>-5</sup>	$b_2$	$-1.0167 \times 10^{-5}$
$T_{em1}^{*}$	1. 123 1	$T_{em2}^*$	1.514 0



由图 9、10 及表 3 可知所提出的 Hammerstein 模型输 出曲线能够很好拟合多压电驱动机构实验输出曲线,能 够有效描述多压电驱动机构迟滞非线性输入输出特性, 所提出的参数估计方法能准确估计模型参数。





图 10 实验输入输出迟滞曲线与模型输入输出迟滞曲线 Fig. 10 Experimental and model input-output hysteresis curves

表 3 模型均方根误差 Table 3 Model of RMSE

频率/Hz	10	50	100
RMSE∕µm	1.671 5	2.060 1	2.105 6

# 4)不同压电驱动机构行程对比

文献[24] 中单压电驱动机构由单个压电驱动和位 移放大机构组成,其位移放大比为 6.1,本研究机构的位 移放大比为 8.2,2 个机构使用的压电驱动相同。在输入 频率 1 Hz、幅值 100 V 的正弦信号,单压电驱动机构行程 为 60 μm,多压电驱动机构行程为 130 μm,如表 4 所示。 即是单压电驱动机构为 8.2 放大比,多压电驱动机构的 行程也扩大了 62.5%。

#### 表 4 不同机构行程对比

Table 4 Comparison of travel ranges of different mechanisms

机构类型	位移放大比	行程/μm
单压电驱动机构	6. 1	60
多压电驱动机构	8.2	130

#### 3.2 过驱动控制实验

依据第2章所述的反馈线性化算法、控制分配算法 和上层控制律,实现对多压电驱动机构的过驱动控制。 反馈线性化算法式(14)、反馈线性化算法线性函数 式(17)、前馈控制器式(20)的参数通过 3.1 节的参数估 计获取。反馈控制器式(21)参数采用极点配置法获得, 分别为 $K_1$ =0.4354、 $K_p$ =350、 $K_p$ =0.1×10<sup>6</sup>。等效扰动补 偿控制器式(22)的二阶低通滤波器参数设计为 $f_1$ =1.3× 10<sup>3</sup>、 $f_2$ =1.6×10<sup>3</sup>。

将所提出的 LSCAA 与以下 2 种控制分配算法进行对比 实验。直接分配算法(direct allocation algorithm, DAA):

$$\begin{cases} v_{e}^{*} = T^{*} u^{*} \\ a = \frac{\|v_{e}^{*}\|_{2}}{\|v_{e}\|_{2}} \\ u = \frac{u^{*}}{a}, \quad a > 1 \\ u = u^{*}, \quad a \le 1 \end{cases}$$

$$\vec{x} \oplus : u^{*} \oplus u \text{ in } \oplus \vec{x} \wedge \vec{u}_{\circ}$$

$$(23)$$

最优分配算法(optimal allocation algorithm,OAA)<sup>[25]</sup>为:  $J = \| T^* u - v_e \|_1 + \varepsilon \| u - u_p \|_1$ (24) 式中: $u_p$ 为期望控制输入; $\varepsilon$ 为权值。

分别以频率 10、50、100 Hz, 幅值 130 μm 的正弦信号 为期望参考轨迹(Referece), 3 种控制分配算法的多压电驱 动机构过驱动控制的跟踪曲线与跟踪误差如图 11 所示, 期望轨迹与实际输出位移数据的均方根误差如表 5 所示。



输入信号频率/Hz	控制方法	RMSE∕µm
	DAA	0.418 7
10	OAA	0.527 1
	LSCAA	0.181 6
	DAA	1.270 4
50	OAA	1.831 9
	LSCAA	1.052 9
	DAA	2.1507
100	OAA	2.924 8
	LSCAA	1.980 1

图 11 和表 5 实验结果表明所提出的最小二乘控制 分配算法的轨迹跟踪性能优于直接分配和最优分配,特 别是期望轨迹为幅值 130 μm、频率 10 Hz 的正弦信号时, 所提出的最小二乘控制分配算法的精度比直接分配算法 提高了 56.63%,比最优分配算法提高了 47.83%。

# 4 结 论

针对多压电驱动机构的迟滞非线性、非线性与线性 耦合、多压电驱动之间耦合、过驱动冗余问题,研究了多 压电驱动机构机电耦合动力学建模、模型参数辨识、过驱 动控制,实现了其线性与非线性分离的 Hammerstein 结构 建模与大位移高精度过驱动控制。首先,通过分析机构 的电学与机械部分特性,建立了能精确描述其迟滞非线 性和线性特性的 Hammerstein 结构机电耦合动力学模型. 并对应地提出了基于最小二乘法和粒子群算法的模型 参数估计方法。其次,提出了综合反馈线性化算法、最 小二乘控制分配算法和上层控制律的总体过驱动控制 策略。具体地,反馈线性化算法实现了实时线性化模 型迟滞非线性;最小二乘控制分配算法以误差序列二 范数最小为目标,获取控制分配的最优解:上层控制律 为前馈+反馈+等效扰动补偿三自由度控制器,计算虚 拟控制指令,提高了轨迹跟踪精度。最后,参数估计实 验表明所提出的 Hammerstein 模型能有效描述多压电 驱动机构输入输出特性,所提出的参数估计方法能准 确估计得到模型参数:过驱动控制实验表明所提出的 最小二乘控制分配算法的轨迹跟踪性能优于直接分配 算法和最优分配算法。

以此研究为基础,未来将研究多压电驱动机构的故 障监测和诊断方法,设计多输入重分配控制算法,实现部 分压电驱动故障或失效时系统的容错控制。

#### 参考文献

[1] 周民瑞,周振华,刘鑫,等. 压电执行器的非对称动态迟滞特性建模研究[J]. 仪器仪表学报,2022,43(4):108-120.

ZHOU M R, ZHOU ZH H, LIU X, et al. Modeling of asymmetric dynamic hysteresis characteristics of piezoelectric actuator [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2022, 43(4): 108-120.

- [2] 白沙沙,刘新妹,殷俊龄. 一种超声治疗仪的自动跟踪锁频电路设计[J]. 电子测量技术, 2023, 46(3): 61-67.
   BAI SH SH, LIU X M, YIN J L. A circuit design of automatic tracking and frequency locking for ultrasonic therapeutic apparatus[J]. Electronic Measurement Technology, 2023, 46(3): 61-67.
- [3] 赵田锋,许红梅,李岩,等. 原子力显微镜的分数阶 PID 控制设计[J]. 电子测量与仪器学报, 2021, 35(5):91-99.
  ZHAO T F, XU H M, LI Y, et al. Design of fractional PID control for atomic force microscope[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2021, 35(5):91-99.
- GOLDFARB M, CELANOVIC N. Modeling piezoelectric stack actuators for control of micromanipulation [J].
   IEEE Control Systems Magazine, 1997, 17(3): 69-79.
- [5] ADRIAENS H J M T S, DE KONING W L, BANNING
   R. Modeling piezoelectric actuators [J]. IEEE/ASME
   Transactions on Mechatronics, 2000, 5(4): 331-341.
- [6] GAO Y SH, ZHANG D W, YU CH W. Dynamic modeling of a novel workpiece table for active surface grinding control [J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2001, 41(4): 609-624.
- [7] GU G Y, ZHU L M, SU CH Y, et al. Motion control of piezoelectric positioning stages: Modeling, controller design, and experimental evaluation [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2013, 18(5): 1459-1471.
- [8] SAVOIE M, SHAN J J. Temperature-dependent asymmetric Prandtl-Ishlinskii hysteresis model for piezoelectric actuators[J]. Smart Materials and Structures, 2022, 31(5): 055022.
- [9] KANCHAN M, SANTHYA M, BHAT R, et al. Application of modeling and control approaches of piezoelectric actuators: A review [J]. Technologies, 2023, 11(6) :155.
- [10] NIE L L, LUO Y L, GAO W et al. Rate-dependent asymmetric hysteresis modeling and robust adaptive trajectory tracking for piezoelectric micropositioning stages[J]. Nonlinear Dynamics, 2022, 108(3): 2023-2043.

高源蓬,张泉,李清灵,等.压电陶瓷执行器迟滞非 [11] 线性补偿与最优控制[J]. 仪器仪表学报, 2022, 43(8): 163-172.

> GAO Y P, ZHANG Q, LI Q L, et al. Hysteresis nonlinear compensation and optimal control of piezoelectric actuators [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2022, 43(8): 163-172.

- LI L, ZHANG SH X, WEN SH J. Coupling modeling [12] and adaptive control for piezoelectric-actuated positioning stage [J]. Modelling and Simulation in Engineering, 2022, 2022(1): 2534439.
- [13] FLORES G, RAKOTONDRABE M. Dahl hysteresis modeling and position control of piezoelectric digital manipulator [J]. IEEE Control Systems Letters, 2023, 7: 1021-1026.
- 李克讷,马玉如,王温鑫,等.基于伪逆的冗余度机 [14] 械臂关节速度约束方案[J]. 仪器仪表学报, 2022, 43 (2):225-233.

LI K N, MA Y R, WANG W X, et al. Redundant manipulator joint-velocity constraint scheme based on pseudoinverse [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2022, 43(2):225-233.

- [15] JUNSWANG P, SABIR Z, RAJA M A Z, et al. An advanced stochastic numerical approach for host-vectorpredator nonlinear model [J]. Computers, Materials & Continua, 2022, 72(3): 5823-5843.
- [16] ZHANG J X, ZHANG J ZH, ZHANG Y et al. Test mass 6-DOF control allocation based on the null space for space gravitational wave mission [J]. Aerospace Science and Technology, 2023, 140: 108485.
- [17] ZHENG J W, LU H, WEI Q Y, et al. Dual-piezoelectric ceramic micro-positioning control based on the modified Prandtl-Ishlinskii model [C]. 2016 IEEE International Conference on Information and Automation, 2016: 2036-2040.
- GUO Z, TIAN Y. LIU X, et al. An inverse Prandtl-[18] Ishlinskii model based decoupling control methodology for a 3-DOF flexure-based mechanism [ J ]. Sensors and Actuators A: Physical, 2015, 230, 52-62.
- [19] LING M X, YUAN L, ZHANG X M. Bionic design of a curvature-adjustable flexure hinge inspired by red blood cells [J]. Precision Engineering-Journal of the International Societies for Precision Engineering and Nanotechnology, 2023, 81: 124-134.
- [20] 黄涛,罗治洪,陶桂宝,等. 压电定位平台 Hammerstein 建模与反馈线性化控制[J]. 光学精密工 程, 2022, 30(14): 1716-1724. HUANG T, LUO ZH H, TAO G B, et al. Hammerstein

modeling and feedback linearization control for piezoelectric positioning stage [J]. Optics and Precision Engineering, 2022, 30(14): 1716-1724.

- LIU D M, DONG J Q, GUO SH, et al. Parameter [21] identification of model for piezoelectric actuators [J]. Micromachines, 2023, 14(5): 1050.
- [22] GU G Y, ZHU L M, SU CH Y, et al. Modeling and control of piezo-actuated nanopositioning stages: A survey [J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2016, 13(1): 313-332.
- [23] HUANG T, WANG Y B, LUO ZH H, et al. Feedback linearization and equivalent-disturbance compensation control strategy for piezoelectric stage [ J ]. Nanotechnology and Precision Engineering, 2024, 7(2): 49-59.
- [24] LING M X, YUAN L, LUO ZH H, et al. Enhancing dynamic bandwidth of amplified piezoelectric actuators by a hybrid lever and bridge-type compliant mechanism [J]. Actuators, 2022, 11(5) :134.
- [25] BLAHA T M, SMEUR E J J, REMES B D W. A survey of optimal control allocation for aerial vehicle control [J]. Actuators, 2023, 12 (7): 282.

#### 作者简介



黄涛,2008年于东南大学获得学士学 位,2011年于电子科技大学获得硕士学位, 2017年于清华大学获得博士学位,现为重庆 大学副教授,主要研究方向为机电系统动力 学建模与控制、超精密运动控制。

E-mail:thuang@cqu.edu.cn

Huang Tao received his B. Sc. degree from Southeast University in 2008, received his M. Sc. degree from University of Electronic Science and Technology of China in 2011, received his Ph. D. degree from Tsinghua University in 2017. Now he is an associate professor at Chongqing University. His main research interests include dynamic modeling and control of mechatronic systems and ultra-precision motion control.



凌明祥(通信作者),2009年于西安交 通大学获得学士学位,2011年于哈尔滨工业 大学获得硕士学位,2019年于西安交通大学 获得博士学位,现为苏州大学教授,主要研 究方向为柔顺机构学、压电精微驱动、微纳 操作机器人。

E-mail:ling\_mx@163.com

Ling Mingxiang (Corresponding author) received his B. Sc. degree from Xi' an Jiaotong University in 2009, received his M. Sc. degree from Harbin Institute of Technology in 2011, received his Ph. D. degree from Xi' an Jiaotong University in 2019. Now he is a professor at Soochow University. His main research interests include flexible mechanism, piezoelectric precision drive, micro-and nano-operated robot.