DOI: 10. 19650/j. cnki. cjsi. J2412459

# 基于器件信息融合的双旋转惯导系统误差调制策略\*

查 峰,肖良芬,童余德,林泓一,卜浩宇

(海军工程大学电气工程学院 武汉 430033)

摘 要:目前,大型水面和水下载体一般安装两套旋转惯导系统(RINS),两套系统按相同的旋转调制策略独立运行,系统信息仅互为备份,缺乏有效融合。针对两台旋转惯导系统配置,开展基于器件信息深度融合的联合旋转调制策略研究,进一步提高系统精度。不改变单套系统结构和编排的前提下,优化经典的单轴4位置旋转方案,联合设计两套系统惯性测量单元(IMU)的旋转策略和转停时序,确保任一时刻有一台惯导处于转停状态,在时序上对转停状态下的惯性测量单元输出(陀螺仪和加速度计)信息进行融合,减小因惯性测量单元转动与刻度系数误差和安装误差的耦合效应。误差特性的理论分析验证了联合调制策略的优势。仿真结果表明:在典型误差作用下,采用联合旋转调制策略的系统定位误差,由单套旋转惯导系统精度的 2.3 n mile/72 h 提高到 0.7 n mile/72 h。

关键词:惯导系统;旋转调制;信息融合;旋转策略

中图分类号: TH761 U666.1 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 420.1010

## A joint rotation modulation of two rotating inertial navigation systems based on sensor-level fusion

Zha Feng, Xiao Liangfen, Tong Yude, Lin Hongyi, Bu Haoyu

(College of Electrical Engineering, Naval university of engineering, Wuhan 430033, China)

Abstract: Large surface and underwater vehicles are typically equipped with two sets of Rotational Inertial Navigation Systems (RINS), which operate independently following the same rotation modulation strategy. The systems only serve as mutual backups, lacking effective information fusion. To improve RINS accuracy, a joint rotation modulation scheme based on sensors information fusion is proposed under the configuration of two RINSs. The classic single axis rotation scheme is optimized at first without changing the structure and arrangement of any single RINS. The rotational strategies and start-stop sequences of the Inertial Measurement Units (IMUs) of both systems are jointly designed to ensure that at any given moment, one RINS is in a stationary state. The output information (from the gyroscopes and accelerometers) of the IMUs during the stationary phases is fused in sequence to reduce the coupling effect between IMU rotation, scale factor errors, and installation errors. Theoretical analysis of error characteristics verifies the advantages of the proposed modulation scheme. Simulation results show that the position error of the system using the joint rotational modulation scheme has decreased from 2. 3 n mile/72 h of a single normal RINS to 0. 7 n mile/72 h under the typical sensor level.

Keywords: inertial navigation system; rotation modulation; information fusion; rotation scheme

## 0 引 言

惯性导航作为一种自主、可靠的导航技术广泛应用 于航空、航天和航海领域。对于水下载体,由于难以获取

收稿日期:2024-01-29 Received Date: 2024-01-29

有效的外部信息,惯性导航成为最主要的导航手段。受工作原理所限,惯导系统定位误差随时间累积<sup>[1]</sup>。为提高系统精度,对惯性测量单元(inertial measurement unit, IMU)周期性旋转以调制系统误差的旋转惯导系统研究得到了广泛重视<sup>[24]</sup>。目前,对于大型水面和水下载体而

<sup>\*</sup>基金项目:国家自然科学基金(42176195)项目资助

言,一般配置有两台或多台旋转调制式惯导系统,以提高 系统导航定位的可靠性。

近年来,旋转调制策略成为旋转惯导的研究热点之一<sup>[5-9]</sup>。文献[10]系统分析了常见的单轴和双轴旋转调制策略与误差特性,提出了一种改进的双轴调制策略。 文献[11]在此基础上,提出了减小速度误差震荡的双轴 调制方案。文献[12-13]针对文献[1-2]中的误差与旋转 运动耦合效应,提出了一种综合的双轴误差调制方案,有 效提高了系统精度。

综上,目前旋转惯导系统的研究重点在于从旋转方 案设计上最大程度抑制器件常值误差、刻度系数误差/安 装误差等因素对单台系统精度的影响,尚未关注多台系 统的信息融合问题。一些学者针对两台传统的平台式和 捷联式惯导的信息融合进行了有效尝试,有效提高了系 统精度<sup>[14-17]</sup>。但研究以惯导系统输出为观测量进行滤波 估计,未涉及器件层次的信息融合。

在两套旋转惯导应用场景下,如何充分调制误差的 同时减小旋转运动与器件误差耦合带来的负面影响,实 现两套系统器件信息的深度融合,成为需要重点关注的 方向。本文基于两台单轴旋转惯导系统配置场景(目前 一般水面舰船均采用该配置),开展基于器件信息深度融 合的联合旋转调制策略研究。不改变单套系统结构和编 排前提下,优化设计两套系统的惯性测量单元旋转策略, 融合两台惯导系统的器件输出(陀螺仪和加速度计),解 算出载体的姿态、速度和位置等导航信息。联合调制策 略实现了两套惯导之间旋转控制和器件信息的交互融 合,减小因惯性测量单元转动与刻度系数误差和安装误 差的耦合效应,进一步提高了系统精度。

## 1 旋转调制的基本原理

#### 1.1 坐标系与误差定义

首先定义文中常用的坐标系。惯性坐标系 *i*,原点位 于地球中心,*z*轴指向北极,*x*轴位于赤道平面,任意指向, *y*轴与*z*轴和*x*轴构成右手直角坐标系。

地心地固坐标系 e:原点位于地球中心,z轴与惯性坐标系 z 轴相同,x 轴指向格林威治的零度子午线,y 轴构成 右手直角坐标系。

导航坐标系 n:选取为当地地理坐标系,原点位于载体中心,3 轴分别指向东、北、天。

载体坐标系为 b: 原点为载体中心,3 轴分别指载体的右侧、前侧、上侧。

旋转坐标系为 p: 原点位于 IMU 中心,3 轴分别指向 IMU 的右侧、前侧、上侧。在旋转惯导系统中,IMU 绕载 体坐标系 b 的某个轴旋转,该坐标系在初始时刻与载体 坐标系重合。 在捷联惯导系统中,载体与惯性测量单元固联,惯性导航中陀螺仪和加速度计测量载体相对于惯性系的角速 度和比力,设载体理想的角速度为 $\omega_{a}^{b}$ (上标表示投影坐标系为b,下标表示b系相对于i的变化,后续表示意义相同),比力为 $f^{b}$ ,由于陀螺仪和加速度计存在误差,导致其测量误差 $\delta\omega_{a}^{b}$ 和 $\delta f^{b}$ 可以表示为:

$$\delta \boldsymbol{\omega}_{ib}^{b} = (\delta \boldsymbol{K}_{g} + \delta \boldsymbol{A}_{g}) \boldsymbol{\omega}_{ib}^{b} + \boldsymbol{\varepsilon}^{b} + \boldsymbol{n}^{b}$$
(1)

$$\delta \boldsymbol{f}^{b} = (\delta \boldsymbol{K}_{a} + \delta \boldsymbol{A}_{a}) \boldsymbol{f}^{b} + \boldsymbol{\nabla}^{b} + \boldsymbol{r}^{b}$$
(2)

其中,

δ**V** -

$$\delta \mathbf{K}_{g} = \begin{bmatrix} k_{11} & 0 & 0 \\ 0 & k_{22} & 0 \\ 0 & 0 & k_{33} \end{bmatrix}, \delta \mathbf{K}_{a} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix}$$

螺仪和加速度计的刻度系数误差,即传感器输出信息转 换为相应角速度和加速度时的转换系数误差。由于传感 器在正向和反向输入时其刻度系数不完全相同,因此刻 度系数误差可以分为对称性误差和不对称性误差。刻度 系数不对称性误差定义为正向刻度系数和反向刻度系数 之差的一半,因此其符号与输入角速度的正负有关。

陀螺仪刻度系数误差可以表示为:

$$\begin{bmatrix} k_{11}^{+} + k_{11}^{-} \times f(\boldsymbol{\omega}_{ibx}^{b}) & 0 & 0 \\ 0 & k_{22}^{+} + k_{22}^{-} \times f(\boldsymbol{\omega}_{iby}^{b}) & 0 \\ 0 & 0 & k_{33}^{+} + k_{33}^{-} \times f(\boldsymbol{\omega}_{ibz}^{b}) \end{bmatrix}$$

(3)

式中: $k_{11}^{+}, k_{22}^{+}, k_{33}^{+}$ 和 $k_{11}^{-}, k_{22}^{-}, k_{33}^{-}$ 分别为3个陀螺仪的刻度 系数对称性和非对称性误差。 $f(\omega_{ib}^{b})$ 为符号函数,其正 负取决于输入角速度 $\omega_{ib}^{b}$ 的正负。加速度计刻度系数误 差定义与此类似。

$$\delta \mathbf{A}_{g} = \begin{bmatrix} 0 & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & 0 & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & 0 \end{bmatrix}, \delta \mathbf{A}_{a} = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & 0 & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & 0 \end{bmatrix}$$

螺仪和加速度计的安装误差,即由于3个轴向陀螺仪和 加速度不正交安装引起的测量误差。

ε<sup>δ</sup> 和 n 为陀螺仪的常值漂移和随机漂移误差,♥ 和 r 为加速度计的常值漂移和随机漂移误差。

#### 1.2 误差调制特性分析

式(1)和(2)表征了陀螺仪和加速度计的量测误差, 导航解算时,陀螺仪和加速度计的量测输出转换到导航 坐标系,因此测量误差  $\delta \omega_{ib}^{b}$ 和  $\delta f^{b}$ 在导航解算时的误 差为:

$$\boldsymbol{E}^{n} = \boldsymbol{C}_{b}^{n} \delta \boldsymbol{\omega}_{ib}^{b} \tag{4}$$

$$\Gamma^n = \boldsymbol{C}_b^n \delta \boldsymbol{f}^b \tag{5}$$

其中,  $C_b^n$  为 b 系到 n 系的坐标变换矩阵。

在旋转惯导系统中,惯性测量单元绕载体系旋转,因

此器件的测量误差在旋转坐标系内表示为:

$$\delta \boldsymbol{\omega}_{ip}^{p} = (\delta \boldsymbol{K}_{g} + \delta \boldsymbol{A}_{g}) \boldsymbol{\omega}_{ip}^{p} + \boldsymbol{\varepsilon}^{p} + \boldsymbol{n}^{p}$$
(6)

$$\delta \boldsymbol{f}^{p} = (\delta \boldsymbol{K}_{a} + \delta \boldsymbol{A}_{a})\boldsymbol{f}^{p} + \boldsymbol{\nabla}^{p} + \boldsymbol{r}^{p}$$
(7)

其中, $\delta K_{g}$ , $\delta A_{g}$ , $\epsilon^{p}$ , $n^{p}$ 分别为陀螺仪刻度系数误差、 安装误差、常值误差和随机误差。 $\delta K_{a}$ , $\delta A_{a}$ , $\nabla^{p}$ , $r^{p}$ 分别为 加速度计刻度系数误差、安装误差、常值误差和随机 误差。

根据旋转坐标系与载体坐标系的关系有:

$$\boldsymbol{\omega}_{ip}^{p} = \boldsymbol{C}_{b}^{p} \boldsymbol{\omega}_{ib}^{b} + \boldsymbol{\omega}_{bp}^{p}$$
(8)

其中,  $C_b^p$  为 b 系到 p 系的坐标变换矩阵。

旋转惯导系统中,陀螺仪和加速度计的测量误差在 导航解算时可以表示为:

$$\boldsymbol{E}^{n} = \boldsymbol{C}_{b}^{n} \boldsymbol{C}_{p}^{b} \boldsymbol{\omega}_{ip}^{p} = \boldsymbol{C}_{b}^{n} \boldsymbol{C}_{p}^{b} [(\delta \boldsymbol{K} + \delta \boldsymbol{A}) \boldsymbol{\omega}_{ip}^{p} + \boldsymbol{\varepsilon}^{p} + \boldsymbol{n}^{p}]$$

$$(9)$$

$$\boldsymbol{\Gamma}^{n} = \boldsymbol{C}_{b}^{n} \boldsymbol{C}_{p}^{b} \delta \boldsymbol{f}^{p} = \boldsymbol{C}_{b}^{n} \boldsymbol{C}_{p}^{b} (\delta \boldsymbol{K} + \delta \boldsymbol{A}) \boldsymbol{f}^{p} + \boldsymbol{C}_{b}^{n} \boldsymbol{C}_{p}^{b} \boldsymbol{\nabla}^{p} + \boldsymbol{C}_{b}^{n} \boldsymbol{C}_{p}^{b} \boldsymbol{r}^{p}$$

$$(10)$$

下面以 IMU 绕 Z 轴旋转为例,根据上式分析陀螺仪 常值误差、刻度系数误差、安装误差的调制特性。

当 IMU 以角速度  $\omega$  绕 Z 轴旋转时,在 t 刻坐标变换 矩阵  $C_p^b$  可以表示为:

$$\boldsymbol{C}_{p}^{b} = \begin{bmatrix} \cos \omega t & -\sin \omega t & 0\\ \sin \omega t & \cos \omega t & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(11)

同时, IMU 相对于载体系的角速率  $\boldsymbol{\omega}_{bp}^{p} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \boldsymbol{\omega} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ 。

假设载体静止且载体系与导航系重合,即 C<sup>\*</sup><sub>b</sub> 为单位阵。

1) 陀螺仪常值漂移误差特性

设 IMU 的 3 个轴向的陀螺仪常值漂移为  $\varepsilon = [\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_z]^{T}$ 。在捷联惯导中,载体系的陀螺仪常值漂移  $\varepsilon$  在导航系内的传播形式为  $C_b^n \varepsilon$ ,为便于比较,我们首先计算在一个旋转周期内引起的姿态误差,可以表示为:

$$\boldsymbol{\phi} = \int_{0}^{\frac{2\pi}{\omega}} \boldsymbol{E}_{s}^{\mathrm{u}} \mathrm{d}t = \left[\boldsymbol{\varepsilon}_{s} \frac{2\pi}{\omega} \quad \boldsymbol{\varepsilon}_{s} \frac{2\pi}{\omega} \quad \boldsymbol{\varepsilon}_{s}^{p} \frac{2\pi}{\omega}\right]^{\mathrm{T}}$$
(12)

在旋转惯导系统中该误差形式为 $C_b^*C_b^*\epsilon$ ,此时陀螺 仪常值漂移在一个旋转周期内引起的姿态误差可以表示为:

$$\boldsymbol{\phi} = \int_{0}^{\frac{2\pi}{\omega}} \boldsymbol{E}_{x}^{n} dt = \int_{0}^{\frac{2\pi}{\omega}} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{x}^{p} \cos \omega t - \boldsymbol{\varepsilon}_{y}^{p} \sin \omega t \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{x}^{p} \sin \omega t + \boldsymbol{\varepsilon}_{y}^{p} \cos \omega t \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{z}^{p} \end{bmatrix} dt = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{z}^{p} \frac{2\pi}{\omega} \end{bmatrix}$$
(13)

比较式(12)和(13)可知,与旋转轴正交的 X 轴和 Y 轴向上的常值陀螺漂移被调制成周期形式,在一个旋转 周期内,陀螺仪常值漂移不会引起姿态误差累积。 2)比例因子误差和安装误差补偿

将式(8)代人式(9)可知,载体角运动 **ω**<sup>b</sup><sub>a</sub> 与刻度系 数误差和安装误差耦合引起的误差为:

$$\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{\omega}}^{n} = \boldsymbol{C}_{b}^{n} \boldsymbol{C}_{p}^{b} (\,\delta \boldsymbol{K} + \delta \boldsymbol{A}\,) \, \boldsymbol{C}_{b}^{p} \boldsymbol{\omega}_{ib}^{b} \tag{14}$$

这与捷联惯导并无区别。不同的是,由于 IMU 存在 旋转运动,引入其转动角速度  $\boldsymbol{\omega}_{bp}^{p}$  与刻度系数误差和安 装误差耦合的额外误差为:

$$E_{\omega}^{n} = C_{b}^{n} C_{p}^{b} (\delta K + \delta A) \omega_{bp}^{p}$$
(15)

该项误差在捷联惯导中不存在,为 IMU 旋转运动给 系统带来的负面影响。

可见,在旋转惯导中,由于 IMU 周期旋转运动,旋转 变换矩阵  $C_p^b$  改变了误差源的传播方式。从式(9)和 式(10)可以看出,不同的旋转方案  $C_p^b$ 不同,刻度系数误 差、安装误差、陀螺仪和加速度计的常值误差等调制特性 也不相同。

合理的旋转方案应在最大程度抑制陀螺仪和加速度 计常值误差的同时,减小 IMU 运动与刻度系数和安装误 差的耦合效应,减小因旋转引入的额外误差。

## 2 单轴旋转策略的误差分析

## 2.1 典型单轴旋转策略

目前较为典型的单轴旋转调制方案如图 1 所示<sup>[10]</sup>。



图 1 典型 4 位置旋转方案 Fig. 1 The traditional 4-position rotation scheme

其旋转秩序从正转 180°到达 C 点,停留 T<sub>s1</sub> 后,从 C 正转 90°达到 D 点,停止 T<sub>s2</sub> 后,反转 180°到达 B 点,停止 T<sub>s1</sub> 后,从 B 点反转 90°达到 A 点,停止 T<sub>s2</sub> 后完成一个旋 转周期。

文献[10] 指出,由于一个转动周期内 IMU 未经历 A 与 D 间的转动过程,因此由 B 到 C,C 到 B 的转动的过程 中的常值器件误差未能得到抵消。因此提出增加在 A 和 D 位置的停留时间以减小上述未能抵消的水平陀螺仪引 起的姿态误差积累。这种旋转策略可有效调制陀螺仪和 加速度计的常值漂移误差,但由于 IMU 在 4 个位置的停止 时间不同,在双惯导联合调制时难以在时序上实现两套惯 导转动和停止时刻的衔接,因此不能满足联合调制需求。 针对双惯导联合调制的需求,本文对典型的单轴旋转方案进行优化设计,提出一种6位置的单轴转停旋转 方案,如图2所示。



图 2 改进的 6 位置旋转方案 Fig. 2 The improved 6-position rotation scheme

其旋转秩序为:从A正转 90°到达B点,停留T<sub>s</sub>后, 从B反转 180°达到D点,停止T<sub>s</sub>后,反转 180°到达B 点,停止T<sub>s</sub>后,从B点正转 90°达到C点,停止T<sub>s</sub>后,从C 点正转 90°达到D点,停止T<sub>s</sub>后,从D点正转 90°达到A 点,完成一个旋转周期。

由图可知,与4位置相比,6位置旋转方案中增加了 A到D和D到A的转动过程,旋转更具对称性,同时 IMU在4个位置停止的时间相同,从而有利于双惯导在 转动和停止时序上的衔接设计。

为验证改进6位置方案的误差调制效果,以陀螺仪 误差为进行分析。

1)常值误差特性

IMU 在 A、B、C、D 这 4 位置停止时,旋转变换矩阵与 典型单轴 4 位置旋转方案相同,不同的是 IMU 在 B、D 位 置停留了两次,因此 IMU 停止在 6 位置时的姿态误差积 累可以表示为:

$$\boldsymbol{\phi} = \int_{0}^{T_{s}} \boldsymbol{C}_{pA}^{b} \boldsymbol{\varepsilon}^{p} dt + \int_{0}^{T_{s}} 2 \times \boldsymbol{C}_{pB}^{b} \boldsymbol{\varepsilon}^{p} dt + \int_{0}^{T_{s}} \boldsymbol{C}_{pC}^{b} \boldsymbol{\varepsilon}^{p} dt + \int_{0}^{T_{s}} 2 \times \boldsymbol{C}_{pD}^{b} \boldsymbol{\varepsilon}^{p} dt = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 6T_{s} \boldsymbol{\varepsilon}_{z}^{p} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(16)

可见,在 IMU 停止的 4 位置,陀螺仪常值漂移累积的水平姿态误差为零。

根据几何关系,可得在1和2的旋转过程中IMU的 旋转变换矩阵  $C_{n1}^b$  和  $C_{n2}^b$  为:

$$\boldsymbol{C}_{p1}^{b} = \begin{bmatrix} \cos \omega t & -\sin \omega t & 0\\ \sin \omega t & \cos \omega t & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{C}_{p2}^{b} = \begin{bmatrix} \sin \omega t & -\cos \omega t & 0\\ \cos \omega t & \sin \omega t & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

同理,可得 3~6 阶段的旋转变换矩阵。将旋转变换 矩阵代入式(9)可得 3 个轴向陀螺仪常值漂移在 1~6 的 转动过程的姿态误差为:

$$\boldsymbol{\phi} = \int_{0}^{\frac{\pi}{\omega}} \boldsymbol{C}_{p1}^{b} \boldsymbol{\varepsilon}^{p} dt + \int_{0}^{\frac{\pi}{\omega}} \boldsymbol{C}_{p2}^{b} \boldsymbol{\varepsilon}^{p} dt + \int_{0}^{\frac{\pi}{\omega}} \boldsymbol{C}_{p3}^{b} \boldsymbol{\varepsilon}^{p} dt + \int_{0}^{\frac{\pi}{\omega}} \boldsymbol{C}_{p4}^{b} \boldsymbol{\varepsilon}^{p} dt + \int_{0}^{\frac{\pi}{\omega}} \boldsymbol{C}_{p5}^{b} \boldsymbol{\varepsilon}^{p} dt + \int_{0}^{\frac{\pi}{\omega}} \boldsymbol{C}_{p6}^{b} \boldsymbol{\varepsilon}^{p} dt = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{4\pi}{\omega} \boldsymbol{\varepsilon}_{z}^{p} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

$$(17)$$

可见,IMU 转动过程中,水平方向的陀螺漂移同样被 完全调制,不会引起累积误差。

2) 刻度系数误差和安装误差特性

根据式(15)可得6位置方案中刻度系数误差和安装 误差与 IMU 旋转角速度耦合引起的姿态误差可以表 示为:

$$\boldsymbol{\phi} = \int_{0}^{\frac{\pi}{2\omega}} \left[ \boldsymbol{C}_{p1}^{b} (\delta \boldsymbol{K} + \delta \boldsymbol{A}) \boldsymbol{\omega}_{bp}^{p} \right] dt + \int_{0}^{\frac{\pi}{\omega}} \left[ \boldsymbol{C}_{p2}^{b} (\delta \boldsymbol{K} + \delta \boldsymbol{A}) \boldsymbol{\omega}_{bp}^{p} \right] dt + \int_{0}^{\frac{\pi}{2\omega}} \left[ \boldsymbol{C}_{p3}^{b} (\delta \boldsymbol{K} + \delta \boldsymbol{A}) \boldsymbol{\omega}_{bp}^{p} \right] dt + \int_{0}^{\frac{\pi}{2\omega}} \left[ \boldsymbol{C}_{p4}^{b} (\delta \boldsymbol{K} + \delta \boldsymbol{A}) \boldsymbol{\omega}_{bp}^{p} \right] dt + \int_{0}^{\frac{\pi}{2\omega}} \left[ \boldsymbol{C}_{p5}^{b} (\delta \boldsymbol{K} + \delta \boldsymbol{A}) \boldsymbol{\omega}_{bp}^{p} \right] dt + \int_{0}^{\frac{\pi}{2\omega}} \left[ \boldsymbol{C}_{p5}^{b} (\delta \boldsymbol{K} + \delta \boldsymbol{A}) \boldsymbol{\omega}_{bp}^{p} \right] dt = \left[ \left[ 0 \quad 0 \quad 4\pi k_{33}^{-} \right] \right]$$
(18)

刻度系数误差和安装误差与 IMU 旋转耦合效应与 典型的4位置也无本质区别,因此该方案在误差调制效 果上与典型的单轴旋转方案一致。不同的是,该方案增 加了A与D之间的旋转运动,使得旋转更具对称性,IMU 在每个位置的停止时间相同,这有利于不同 IMU 间转动 和停止阶段的时序衔接,为两台惯导间的联合调制奠定 了基础。

为验证 6 位置单轴旋转方案对误差调制的有效性, 进行了该方案与经典单轴 4 位置旋转方案的仿真。设 3 个轴向 陀螺仪常值漂移为 0.001°/h,随机噪声为 0.000 3°√h,加速度计零偏为 10 µg,随机噪声为 1 µg, 3 个陀螺仪的安装误差为 3″,刻度系数对称性误差 2 ppm,非对称性误差 0.5 ppm,3 个加速度计的安装误差 为 2″,刻度系数对称性误差 2 ppm,非对称性误差 0.5 ppm。经典单轴旋转中,设转动角速度为 3°/s,在 B、 C 位置的停止时间为 60 s,根据文献[10] 推导,在 A、D 位 置的停止时间为 98.197 s。本文 6 位置方案中,设转动 角速度为 3°/s,在每个位置的停止时间相同,均为 60 s。 仿真步长设为 1 s,导航时间为 72 h。两种方案的速度位 置和位置误差如图 3、4 所示。可见,两种方案下,系统的 误差特性无本质区别,误差调制特性一致。







Fig. 4 Position error of two different schemes

## 3 联合旋转调制策略设计

基于上节误差特性分析,根据式(15)可知,不论是 典型的4位置方案还是6位置方案,只要IMU旋转必然 会引起旋转角速度  $\boldsymbol{\omega}_{bp}^{p}$ 与刻度系数误差和安装误差耦 合。当IMU停止转动时,IMU与载体间不存在旋转运 动,此时不会激励与刻度系数误差和安装误差的耦合 效应。

若 IMU 停止转动,惯性传感器(陀螺仪和加速度计) 的敏感方向不变,系统则变为捷联惯导系统,其常值漂移 同样会引起误差的累积。为了消除常值漂移在停止阶段 的误差累积,需要停止一段时间后,驱动 IMU 转动到反 向位置,以改变常值误差指向。

因此,最理想的旋转调制方案为:使 IMU 某一方向 停止一段时间后,不需经过旋转过程而直接瞬间变换到 其相反方向。对于单套旋转惯导而言,这在物理世界中 不可实现。 目前,水面和水下载体一般安装有两套相同的旋转 惯导系统,互为信息备份。两套系统独立工作,系统误差 调制特性与单套系统无本质区别。但在两套旋转惯导配 置下,通过联合设计两套 IMU 的旋转调制策略,合理设 计两套 IMU 的旋转秩序和转停时刻,使得两台惯导系统 交替完成转动和停止过程,确保任意时刻,有一台惯导系 统的 IMU 处于停止状态。在此基础上,通过时序选择, 实现两套 IMU 数据的融合,在消除常值误差的同时,最 大程度抑制 IMU 旋转运动与刻度系数误差和安装误差 的耦合。

#### 3.1 联合旋转调制方案的时序设计

根据 2.2 节设计的 6 位置单轴旋转方案可知, IMU 保持间歇转动和停止状态。设 6 位置单轴旋转方案中, 每个位置停止时间为  $T_{,}$ 转动 90°的时间为  $T_{,}$ , IMU 的 Z轴旋转角速度的时序如图 5 所示。



根据上述 Z 轴旋转运动时序,设计两套系统 IMU 的 旋转调制方案。令第 1 套系统 IMU 在每个位置的停止 时间为  $T_s$ ,转动 90° 时间  $T_r = T_s/2$ ,即旋转角速度  $\omega = \pi/T_s$ ,第 2 套系统 IMU 的转动秩序与第 1 套相同,但其 旋转周期滞后  $T_s$ ,由此得到了 2 套 IMU 的 Z 轴的旋转角 速度时序如图 6 所示。



#### 3.2 器件信息融合方案

从图 6 的时序中可知,若从第 1 套 IMU 在 A 位置停止时开始,第 2 套惯导系统时序上滞后 T<sub>s</sub>。若融合上图

时序中 IMU 停止(加粗部分)时段的惯性传感器数据构 成传感器数据序列,即融合图中的第1 套系统的  $t_1, t_3, t_5, t_7, t_9, t_{11}$ 时间段和第2套系统的  $t_2, t_4, t_6, t_8, t_{10}, t_{12}$ 时间 段的传感器输出。

设 $t_i$ 时间段内第 1 套系统的陀螺仪输出为 $\boldsymbol{\omega}_{1i}$  = [ $\boldsymbol{\omega}_{1x} \quad \boldsymbol{\omega}_{1y} \quad \boldsymbol{\omega}_{1z}$ ]<sup>T</sup>,加速度计输出为 $\boldsymbol{f}_{1i}$  = [ $f_{1x} \quad f_{1y} \quad f_{1z}$ ]<sup>T</sup>,  $t_i$ 时间段内第 2 套系统的陀螺仪输出为 $\boldsymbol{\omega}_{2t_i}$  = [ $\boldsymbol{\omega}_{2x} \quad \boldsymbol{\omega}_{2y} \quad \boldsymbol{\omega}_{2z}$ ]<sup>T</sup>,加速度计输出为 $\boldsymbol{f}_{2t_i}$  = [ $f_{2x} \quad f_{2y} \quad f_{2z}$ ]<sup>T</sup>, 则进行惯性导航解算的陀螺仪和加速度计输出 $\boldsymbol{\omega}$ 和f可以表示为:

$$\boldsymbol{\omega} = (\boldsymbol{\omega}_{1\iota_{1}}, \boldsymbol{\omega}_{2\iota_{2}}, \boldsymbol{\omega}_{1\iota_{3}}, \boldsymbol{\omega}_{2\iota_{4}}, \boldsymbol{\omega}_{1\iota_{5}}, \boldsymbol{\omega}_{2\iota_{6}}, \boldsymbol{\omega}_{1\iota_{7}}, \boldsymbol{\omega}_{2\iota_{8}}, \boldsymbol{\omega}_{1\iota_{9}},$$

$$\boldsymbol{\omega}_{2\iota_{10}}, \boldsymbol{\omega}_{1\iota_{11}}, \boldsymbol{\omega}_{2\iota_{12}})$$

$$f = (\boldsymbol{f}_{1\iota_{1}} \boldsymbol{f}_{2\iota_{2}} \boldsymbol{f}_{1\iota_{3}} \boldsymbol{f}_{2\iota_{4}} \boldsymbol{f}_{1\iota_{5}} \boldsymbol{f}_{2\iota_{6}} \boldsymbol{f}_{1\iota_{7}} \boldsymbol{f}_{2\iota_{8}} \boldsymbol{f}_{1\iota_{9}} \boldsymbol{f}_{2\iota_{10}} \boldsymbol{f}_{1\iota_{11}} \boldsymbol{f}_{2\iota_{12}})$$

$$(20)$$

基于上述输出序列 ω 和 f,即可完成载体的导航解 算,实现对载体的姿态、速度和位置计算。

#### 3.3 联合旋转调制方案的误差分析

从第 1 套 IMU 的陀螺仪常值漂移为  $\varepsilon_1$ ,刻度系数误 差和安装误差为  $\delta K_1$  和  $\delta A_1$ ,第 2 套 IMU 的陀螺仪常值 漂移为  $\varepsilon_2$ ,刻度系数误差和安装误差为  $\delta K_2$  和  $\delta A_2$ 。根 据上述时序图可知在一个旋转周期内,第 1 套和第 2 套 IMU 在 A、C 和 B、D 位置停止时间分别为  $T_s$ 和  $3T_s/2$ 。

1) 常值误差特性

第1套IMU在A、B、C、D这4个位置的姿态误差积 累可以表示为:

$$\phi = \int_{0}^{T_{s}} \boldsymbol{C}_{pA}^{b} \boldsymbol{\varepsilon}_{1}^{p} dt + \int_{0}^{3T_{s}^{2}} \boldsymbol{C}_{pB}^{b} \boldsymbol{\varepsilon}_{1}^{p} dt + \int_{0}^{T_{s}} \boldsymbol{C}_{pC}^{b} \boldsymbol{\varepsilon}_{1}^{p} dt + \int_{0}^{3T_{s}^{2}} \boldsymbol{C}_{pD}^{b} \boldsymbol{\varepsilon}_{1}^{p} dt = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 5T_{s} \boldsymbol{\varepsilon}_{1z}^{p} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(21)

第2套IMU在A、B、C、D这4个位置的姿态误差积 累可以表示为:

$$\boldsymbol{\phi} = \int_{0}^{T_{s}} \boldsymbol{C}_{pA}^{b} \boldsymbol{\varepsilon}_{2}^{p} dt + \int_{0}^{3T_{s}^{\prime}/2} \boldsymbol{C}_{pB}^{b} \boldsymbol{\varepsilon}_{2}^{p} dt + \int_{0}^{T_{s}} \boldsymbol{C}_{pC}^{b} \boldsymbol{\varepsilon}_{2}^{p} dt + \int_{0}^{3T_{s}^{\prime}/2} \boldsymbol{C}_{pD}^{b} \boldsymbol{\varepsilon}_{2}^{p} dt = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 5T_{s} \boldsymbol{\varepsilon}_{2z}^{p} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(22)

可见,利用联合调制方案在 X 和 Y 轴向上的陀螺仪 常值误差得到调制,不会引起累积误差,这与单轴 6 位置 方案相同。对 Z 轴陀螺仪误差而言,根据式(21) 和(22) 可知,联合调制方案在 1 个周期内的 Z 轴向陀螺常值漂 移的累积为5 $T_s(\varepsilon_{1z}^n + \varepsilon_{2z}^n)$ 。根据式(16)、(17),基于 $T_r = T_s/2$  假设,单轴 6 位置方案在一个周期内的 Z 轴向陀螺 仪常值漂移的累积为 6 $T_s \varepsilon_z^n + 8T_r \varepsilon_z^n = 10T_s \varepsilon_z^n$ 。对于两套 旋转惯导系统,其 Z 轴陀螺仪常值误差  $\varepsilon_{1z}^n \pi \varepsilon_{2z}^n$ 大致相 当,因此联合调制方案并不能改变 Z 轴陀螺仪的指向,因 此其 Z 轴上误差特性与单轴 6 位置方案无本质区别。加 速度计的常值误差分析类似,在此不赘述。 2) 刻度系数误差和安装误差特性

根据联合调制的时序图 6 可知,联合调制方案中用 于导航解算的 IMU 数据序列为 IMU 处于停止状态的数 据,因此 IMU 旋转角速度  $\omega_{bp}^{r} = 0$ 。根据式(15)可知,刻 度系数误差和安装误差不会与 IMU 旋转运动耦合。与 式(18)相比可知,一方面联合调制方案不会在 Z 轴上形 成与刻度系数非对称性误差有关的累积误差;另一方面, 由于 ( $\delta K + \delta A$ ) $\omega_{bp}^{r}$ 的值为零,使得耦合误差在任意时间内 的积分均为零,因此姿态累积误差比式(18)有更小的振荡 幅值。联合调制方案中,刻度系数误差和安装误差仅与载体 自身角运动  $\omega_{b}^{r}$ 耦合,这与捷联式惯导无本质区别。

综上,联合调制方案对传感器常值误差的调制特性 与单轴6位置方案基本一致,但方案有效减小 IMU 旋转 运动与刻度系数误差和安装误差的耦合效应。

## 4 联合旋转调制的误差仿真试验

为验证方案有效性,进行单套惯导系统4位置、6位 置旋转方案以及两套惯导联合旋转调制方案等3种旋转 策略下的系统误差仿真试验。

#### 4.1 仿真试验条件

单套旋转惯导系统的 4 位置和 6 位置旋转策略、旋 转速度和转停时间与 2. 2 节相同。设第 1 套惯导系统的 误 差 参 数 为: 3 个 轴 向 陀 螺 仪 常 值 漂 移 为 [0.001 0.001 0.000 6]°/h, 随 机 噪 声 为 [0.000 5 0.000 5 0.000 3]°/√h, 3 个轴向加速度计 的常值误差为 10  $\mu$ g,随机噪声为 3  $\mu$ g, 3 个陀螺仪和加 速度计的刻度系数对称性误差为 2 ppm 和 20 ppm,非对 称性误差为 0.5 ppm,陀螺仪安装误差为 3",加速度计安 装误差为 2"。第 2 套惯导系统的误差参数为: 3 个轴向 陀螺仪常值漂移为[0.001 5 0.001 5 0.000 5]°/h, 随机噪声为[0.000 7 0.000 7 0.000 3]°/√h, 3 个轴 向加速度计的常值误差为 15  $\mu$ g,随机噪声为 5  $\mu$ g, 3 个 陀螺仪和加速度计的刻度系数对称性误差为 3 ppm 和 15 ppm,非对称性误差为 0.5 ppm,陀螺仪和加速度计的 安装误差为 3"。

#### 4.2 试验结果

两套惯导系统在3种旋转策略下的姿态误差曲线如 图7所示,可见联合调制策略下系统姿态误差振荡幅值 最小。如图8所示,30 min 的姿态误差曲线更能清晰显 示其姿态误差变化规律。

由于姿态误差振荡幅值较小,导致其引起的速度误差幅值随之减小,如图9所示。30min的速度误差曲线如图10,可见联合旋转调制方案有效减小了速度误差振荡幅值。



Fig. 7 Attitude error of different rotation schemes



图 8 不同旋转方案下的短时姿态误差

Fig. 8 Attitude error of different rotation schemes





如图 11 所示为 3 种旋转策略下的经纬度误差曲线。 可见,对于单套旋转惯导系统,4 位置和 6 位置旋转调制 方案对误差的改善相当。同时,惯导 1 和惯导 2 因器件 水平相当,单套旋转方案带来的系统精度相当。



根据 3.3 节联合旋转调制方案的误差分析可知,采 用两套惯导的联合旋转调制方案,利用 IMU 停止时刻的 陀螺仪和加速度计输出进行解算。根据式(15)可知,由 于 IMU 处于转停状态时,  $\omega_{bp}^{p} = 0$ , 陀螺仪的刻度系数误 差  $\delta K$  和安装误差  $\delta A$  时不会引起等效漂移, 因此姿态振 荡误差减小, 从而使得 系统纬度振荡误差和经度积累误 差得到显著改善。综合位置误差曲线如图 12 所示, 采用 双套惯导系统联合调制方案将位置误差由单套系统的 2.3 n mile/72 h 提高到 0.7 n mile/72 h。

## 5 结 论

针对目前单轴 4 位置旋转方案在每个位置停止时间 不同,导致的旋转不对称性进了优化,提出了单轴 6 位置 旋转方案。基于优化的单轴 6 位置旋转方案联合设计了 两套惯导配置下的旋转调制方案。方案在不改变单套系 统结构和编排前提下,联合设计两套系统 IMU 的旋转策 略和转停时序,确保任一时刻有一台惯导处于转停状态, 在时序上对转停状态下的 IMU 输出(陀螺仪和加速度 计)信息进行融合,减小因 IMU 转动带来的负面影响。 误差特性理论分析和仿真证明,联合调制策略可有效实 现两套惯导惯性传感器信息的交互融合,减小了因 IMU 转动与刻度系数误差和安装误差的耦合效应,在减小姿 态和速度误差振荡的基础上,进一步提高了系统定位 精度。

### 参考文献

 [1] 查峰,许江宁,李京书,等. 一类捷联惯导系统模糊内 阻尼算法的改进[J]. 武汉大学学报信息科学版, 2013,38(6):705-709.

> ZHA F, XU J N, LI J SH, et al. Improvement of a series of fuzzy damp algorithms in SINS [J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2013,38(6): 705-709.

- YUAN B L, LIAO D, HAN S L. Error compensation of an optical gyro INS by multi-axis rotation [J]. Measurement Science and Technology, 2012, 23 (2): 025102.
- [3] 杨金晶,蔡善军,原润,等. 基于惯性空间稳定的双轴 惯导旋转调制方法[J]. 导航定位与授时,2023, 10(2):57-64.

YANG J J, CAI SH J, YUAN R, et al. Biaxial inertial navigation rotation modulation method based on inertial space stabilization [ J ]. Navigation Positioning and Timing, 2023,10(2):57-64.

 [4] 周海渊,房新兵,舒东亮,等.单/双轴旋转惯导融合技 术在航天测量船的应用[J].中国惯性技术学报, 2023,31(11):1061-1066.

ZHOU H Y, FANG X B, SHU D L, et al. Application of single/dual-axis rotational inertial navigation fusion

- [5] WEI Q SH, ZHA F, CHANG L B. Novel rotation scheme for dual-axis rotational inertial navigation system based on body diagonal rotation of inertial measurement unit[J]. Measurement Science and Technology, 2022, 33(9):095105.
- [6] 查峰,位秋硕,何泓洋,等. 基于 IMU 体对角线旋转的 双轴旋转方案[J]. 系统工程与电子技术,2023, 45(8):26-34.
  ZHA F, WEI Q SH, HE H Y, et al. Biaxial rotation scheme based on diagonal rotation of IMU body [J].
  Journal of Systems Engineering and Electronic Technology, 2023,45(8):26-34.
- [7] WEI Q SH, ZHA F, LI B. An improved system-level calibration scheme for rotational inertial navigation systems[J]. Sensors. 2022; 22(19):7610.
- [8] LIU Z J, WANG L, LI K, et al. An improved rotation scheme for dual-axis rotational inertial navigation system[J]. IEEE Sensors Journal, 2017, 17(13):4189-4196.
- [9] 查峰,位秋硕,何泓洋. 一种改进的双轴旋转惯导系统 误差调制方案[J]. 火力与指挥控制,2023,48(2): 180-186.
  ZHA F, WEI Q SH, HE H Y, An improved error modulation scheme for two-axis rotation inertial navigation system[J]. Fire Control & Command Control, 2023, 48(2):180-186.
- [10] 袁保伦.四频激光陀螺旋转式惯导系统研究[D].长沙:国防科学技术大学,2007.
   YUAN B L. Research on four frequency laser gyroscope rotating inertial navigation system [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2007.
- [11] 纪志农,刘冲,蔡善军,等. 一种改进的双轴旋转惯导系统十六位置旋转调制方案[J]. 中国惯性技术学报,2013,21(1):46-50.
  JI ZH N, LIU CH, CAI SH J, et al. Improved sixteen-sequence rotation scheme for dual-axis SINS[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2013,21(1):46-50.
- [12] 查峰,覃方君,李京书. 三轴旋转惯性导航系统的旋转 控制建模研究[J]. 兵工学报,2017,38(8):1610-1618.

ZHA F, QIN F J, LI J SH. Rotation control modeling of triaxial rotating inertial navigation system [J]. Acta Anmamentarii, 2017,38(8):1610-1618.

[13] ZHA F, CHANG L B, HE H Y. Comprehensive error

compensation for dual-axis rotational inertial navigation system[J]. IEEE Sensors Journal, 2020, 20(7):3788-3802.

- [14] 王悦勇,麻永平,程伟民.双惯导自主定位系统方案探讨[J].导航与控制,2011,10(3):69-70,45.
  WANG Y Y, MA Y P, CHENG W M. Research on double inertial navigation system and its self-determination position [J]. Navigation and Control, 2011, 10(3):69-70,45.
- [15] 刘为任,王宁,刘国彬. 一种双惯导组合导航方法[J]. 中国惯性技术学报,2014,22(1):1-4,13.
  LIU W R, WANG N, LIU G B. Integration navitation method for dual INS [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2014, 22(1): 1-4,13.
- [16] 杜学禹,王茂松,崔加瑞.一种高精度自主式组合导航系统滤波算法[J].中国惯性技术学报,2021,29(1): 55-61.

DU X Y, WANG M S, CUI J R. A filtering algorithm of a high-precision autonomous combined navigation system[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2021,29(1):55-61.

[17] DENG ZH H, SUN M, WANG B, et al. Analysis and calibration of the nonorthogonal angle in dual-axis rotational INS [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(6):4762-4771.

作者简介



查峰,2006年于空军第一航空学院获得 学士学位,分别于 2008年,2012年在海军工 程大学获得硕士和博士学位,现为海军工程 大学电气工程学院副教授,主要研究方向为 新型惯性技术与融合导航。

E-mail:zha\_feng@ 126. com

**Zha Feng** received his B. Sc. degree in 2006 from The First Aviation Academy of Chinese Air Force, and received his M. Sc. and Ph. D. degree in 2008 and 2012 from Naval University of Engineering. Now he is an associate professor in Naval University of Engineering. His main research interests include new inertial technology and integrated navigation.



**童余德**(通信作者),2007年于镇江船 艇学院获得学士学位,2009年于海军工程大 学获得硕士学位,2013年于海军工程大学获 得博士学位,现为海军工程大学讲师,主要 研究方向为匹配辅助惯性导航技术。

E-mail:tongyude@126.com

**Tong Yude**(Corresponding author) received his B. Sc. degree in 2007 from Zhenjiang Boat Academy, received his M. Sc. degree in 2009 from Naval University of Engineering, and received his Ph. D. degree in 2013 from Naval University of Engineering. Now he is an instructor in Naval University of Engineering. His main research interests focus on matching aided inertial navigation technology.



卜浩宇,2021年于盐城工学院获得学士 学位,2024年于华北理工大学获得硕士学 位,现为海军工程大学博士研究生,主要研 究方向为惯性技术及应用。

E-mail:bryant0714@163.com

**Bu Haoyu** received his B. Sc. degree in 2021 from Yancheng Institute of Technology, and received his M. Sc. degree in 2024 from North China University of Technology. He is currently a Ph. D. candidate at Naval Engineering University. His main research interests include inertial technology and application.