DOI：10.19650/j.cnki.cjsi.J2312263

基于病态参数分离的机器人运动学标定测量构型优化*

郭万金[1,2,3]，李锦辉[1]，郝钦磊[1]，曹雏清[2,4]，赵立军[4,5]

（1.长安大学道路施工技术与装备教育部重点实验室 西安 710064；2.芜湖哈特机器人产业技术研究有限公司 芜湖 241007；3.埃夫特智能装备股份有限公司 芜湖 241060；4.长三角哈特机器人产业技术研究院 芜湖 241007；5.哈尔滨工业大学机电工程学院 哈尔滨 150000）

摘 要：针对一种高灵巧性机器人及其连杆参数高敏感性与高定位精度需求，为解决机器人运动学标定随机测量构型存在绝对定位精度低、参数辨识效果及标定结果鲁棒性较差的问题，提出一种病态参数分离与DETMAX-改进差分进化(DETMAX-IDE)算法的机器人运动学标定测量构型分步优化方法。首先，建立机器人位置误差模型。其次，建立一种可观性综合指标，评价不同机器人标定测量构型的总体可观测性和灵敏度。最后，分离机器人运动学位置误差模型的病态参数，建立测量构型优化目标函数和约束条件，提出一种基于DETMAX算法与改进差分进化算法结合的分步迭代优化算法(简称为DETMAX-改进差分进化算法，简写为DETMAX-IDE算法)，开展机器人运动学标定测量构型分步迭代优化。通过机器人运动学标定仿真与实验，验证了所提方法的有效性。实验结果表明，与随机测量构型相比，所提方法对应的机器人绝对定位精度的平均值和均方差分别降低了62.09%和62.45%。

关键词：机器人运动学标定；测量构型优化；病态参数分离；DETMAX-IDE算法；位置误差模型

中图分类号：TP242.2 TH39 **文献标识码**：A **国家标准学科分类代码**：460.50

Ill-conditioned parameter separation based optimization of measurement configuration for robot kinematic calibration

Guo Wanjin[1,2,3]，Li Jinhui[1]，Hao Qinlei[1]，Cao Chuqing[2,4]，Zhao Lijun[4,5]

(*1. Key Laboratory of Road Construction Technology and Equipment, Ministry of Education, Chang'an University, Xi'an 710064, China; 2. Wuhu HIT Robot Technology Research Institute Co., Ltd., Wuhu 241007, China; 3. EFORT Intelligent Equipment, Co., Ltd, Wuhu 241060, China; 4. Yangtze River Delta HIT Robot Technology Research Institute, Wuhu 241007, China; 5. School of Mechatronics Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150000, China*)

Abstract: For the requirement of a high dexterity robot with high sensitivity of link parameters and precise positioning accuracy, there are the problems of low absolute positioning accuracy, poor parameter identification effectiveness, and calibration robustness in the random measurement configuration of robot kinematic calibration. To address these issues, a robot kinematic calibration measurement configuration stepwise optimization method based on ill-conditioned parameter separation and DETMAX and improved differential evolution (DETMAX-IDE) algorithm is proposed. Firstly, a robot position error model is formulated. Secondly, a comprehensive observability index is developed to evaluate the overall observability and sensitivity for different robot calibration measurement configurations. Finally, ill-conditioned parameters of the robot kinematic position error model are separated. The objective function and constraint conditions are established for optimizing the measurement configuration, the differential evolution algorithm is improved (abbreviated as IDE algorithm), and a step-by-step iterative optimization algorithm based on the DETMAX algorithm and IDE algorithm is presented, which is referred to as DETMAX-improved differential evolution algorithm, and abbreviated as DETMAX-IDE algorithm. The step-by-step iterative optimization of robot kinematic calibration measurement configuration is achieved. Using numerical simulation

收稿日期：2023-12-10 Received Date：2023-12-10

*基金项目：国家自然科学基金面上项目(52275005)、中央高校基本科研业务费专项资金项目(300102253201)、安徽省博士后研究人员科研活动经费资助项目(2023B675)、安徽省教育厅科学研究重点项目(KJ2020A0364)、中国博士后科学基金(2022M722435)项目资助

and experimental robot kinematic calibration, the effectiveness of the proposed method is evaluated. Compared with the random measurement configuration, the experimental results show that the average and the mean square deviation of the robotic absolute positioning accuracy corresponding to the proposed method are improved, with an decrease of 62.09% and 62.45%, respectively.

Keywords: robot kinematic calibration; measurement configuration optimization; ill-conditioned parameter separation; DETMAX-IDE algorithm; position error model

0 引　　言

工业机器人在高端制造行业得到越来越广泛的应用[1],而机器人绝对定位精度较低[2],通常仅能达到±2~3 mm,限制了工业机器人在高精度加工作业领域的应用。为提高机器人绝对定位精度,对机器人进行机器人运动学标定[3-5]是有效手段之一,尤其是连杆参数高敏感性这类机器人结构,更需要通过机器人标定提高定位精度。

工业机器人运动学标定过程主要包括建模[6-7]、测量、辨识与补偿。通常采用随机测量构型开展机器人标定[8-10],可在一定程度提高机器人定位精度。然而,对于高定位精度机器人结构,随机测量构型将机器人连杆参数误差映射到机器人末端位置误差的能力较差[11],且参数辨识过程易受到未建模误差与测量噪声[12-13]影响,致使运动学标定结果定位精度不高、鲁棒性较差。

机器人运动学标定使用测量构型作为采样点并通过迭代逼近运动学参数的真值,补偿定位误差,测量构型的整体性和全局性将影响机器人参数辨识得到全局无偏连杆参数。为了评价机器人标定测量构型的优化效果,学者提出多种测量构型性能评价指标。其中,普遍采用的指标是基于雅可比矩阵的奇异值分解(singular value decomposition, SVD),建立一种评价测量构型可观测性指标[14]。Menq 等[15]提出一种可观测性指标 O_1,评价测量构型总体可观测性。还有学者提出其他可观测性指标(表示为 $O_2 - O_5$)[16-18]。Wang 等[19]提出一种最优型指标 Φ_p(表示为 O_6)。Wu 等[20]将误差模型协方差矩阵的加权迹作为优化测量构型的性能指标。Huang 等[21]建立一种基于雅可比矩阵的全局条件数指标(global condition number, GCN),评估测量构型全局识别精度。目前通常采用上述的某一种指标评价测量构型的单一特征[15-20],具有一定的局限性。因此,需要构建一种具有综合可观性的全局指标,以此优化获得一组标定性能良好的测量构型,提高参数辨识效果。

测量构型优化过程需要采用必要的算法进行优化求解。DETMAX 算法是一种广泛使用的优化算法[22]。然而,其对于备选构型库较大时计算效率较低[23]。Wang 等[24]提出一种改进 DETMAX 算法的摄动法,用于提高测量构型搜索的鲁棒性,减少实际测量误差的扰动。Xiong 等[25]使用改进的顺序正向浮点搜索算法(sequential forward floating search, SFFS)优化测量构型。另外,一些学者应用元启发算法全局优化测量构型,如差分进化算法[26]、粒子群算法[27],然而这类算法易受初始种群个体影响,易陷入局部最优。因此,为了使得测量构型优化具有较好的全局优化收敛能力,需要改进优化算法,生成较优的初始种群,提升迭代优化性能。

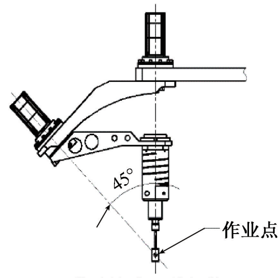
本文面向一种 3T2R 型高灵巧性工业机器人结构,为了实现该机器人末端执行器在上半个完整球面所有姿态可达、以及两组滚珠丝杠副并联驱动与差速驱动的复合方式形成平移和旋转耦合运动从而产生水平面内两个方向的平移运动,需要机器人结构满足较为严苛的连杆参数和较高的定位精度条件。针对该高灵巧性机器人及其连杆参数高敏感性与高定位精度需求,提出一种病态参数分离与 DETMAX-改进差分进化算法的机器人运动学标定测量构型分步优化方法,解决随机测量构型对该类高灵巧性机器人及其连杆参数高敏感性与高定位精度需求的机器人运动学标定存在的绝对定位精度不高、参数辨识效果较差与标定结果鲁棒性较差问题。

所提方法通过机器人位置误差建模、测量构型可观性综合指标建立、病态参数分离与 DETMAX-改进差分进化算法分步优化获得全局优化测量构型,并对所提方法通过测量构型优化仿真分析与机器人实验平台标定实验验证其有效性。其中,通过自适应变异、越界处理、交叉与选择的方式改进差分进化(improved differential evolution, IDE)算法,提高测量构型优化的全局搜索能力;并提出一种基于 DETMAX 算法与改进差分进化算法结合的分步迭代优化(简称为 DETMAX-改进差分进化算法,简写为 DETMAX-IDE)算法,用于机器人运动学标定测量构型分步迭代优化。所提方法同样适用于不同串联、并联及混联型式机器人结构的运动学标定测量构型优化。

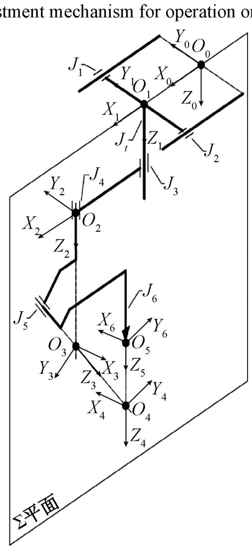
1 机器人位置误差建模

本文以一种 3T2R 型高灵巧性机器人结构[28-29]为研究对象,如图 1 所示,机器人由移动关节轴 J_1 ~ J_3(均由滚珠丝杠副构成)和转动关节轴 J_4 和 J_5 构成。机器人末端沿水平面内两个方向的平动由 J_1 和 J_2 并联驱动与差速驱动的复合方式形成平移和旋转耦合运动实现。该机器人作业姿态调整机构如图 1(b)所示,两个转动副结

(a)3T2R型高灵巧性机器人
(a)3T2R high dexterity robot



(b)作业姿态调整机构
(b)Adjustment mechanism for operation orientations



(c)D-H参考坐标系
(c)D-H reference coordinate system

图 1 高灵巧性机器人与 D-H 参考坐标系
Fig. 1 High dexterity robot with the D-H reference coordinate system

构轴线呈 45°夹角布置,在两个转动轴转动调整作业姿态过程中,末端执行器作业工具的作业点位置始终保持不变,且与两个转动关节轴线的交点保持重合,即该机器人能够实现末端执行器在上半个完整球面内所有作业姿态可达,且各向具有高灵敏度。因此,仅通过调整末端两个转动关节,即可实现作业空间中某一位置点对应的作业姿态在上半个完整球面全域内的灵活调整,使得机器人具有卓越的作业姿态灵巧调整能力。与之对应,要实现该机器人的高灵巧性作业姿态调整,需满足较为严苛的结构尺寸与连杆参数条件,使得该机器人连杆参数具有高敏感性特点,对机器人运动学标定有较高的定位精度要求。于是,针对所研究的高灵巧性机器人及其连杆参数高敏感性与高定位精度需求,为了尽可能减小转动关节轴 J_4 和 J_5 产生作业点偏移、以及移动关节轴 J_1 和 J_2 并联驱动与差速驱动的复合方式形成平移和旋转耦合运动产生水平面内两个方向的平移位移偏移,需要优化机器人运动学标定测量构型,提高运动学标定的绝对定位精度、参数辨识效果与鲁棒性。

由前期机器人理论研究[28-29],通过机器人 D-H 参考坐标系 $\{O_i\}$ 相对于 $\{O_{i-1}\}$ 的齐次变换矩阵 A_i 可得机器人末端执行器作业工具坐标系 $\{O_5\}$ 相对于基坐标系 $\{O_0\}$ 的位姿矩阵为 $T_5 = A_1A_2A_3A_4A_5$。

当连杆参数存在误差时对应实际机器人末端位姿矩阵 $\boldsymbol{T}_5^{\mathrm{a}}$ 可表示为:

$$\boldsymbol{T}_5^{\mathrm{a}} = \boldsymbol{T}_5 + d\boldsymbol{T}_5 = \prod_{i=1}^{5}(\boldsymbol{A}_i + d\boldsymbol{A}_i) \tag{1}$$

式中:$d\boldsymbol{T}_5$ 称为末端误差矩阵;$d\boldsymbol{A}_i$ 表示机器人参考坐标系 $\{O_i\}$ 相对于 $\{O_{i-1}\}$ 的实际齐次变换矩阵与名义齐次变换矩阵的误差,称为关节误差矩阵。

机器人连杆参数包括连杆长度 a_i、连杆偏移量 d_i、连杆回转角 θ_i 和连杆扭转角 α_i。引入旋转角度参数 β_i,其表示坐标系 $\{O_i\}$ 相对于 Y_i 轴的旋转角度,并与连杆参数统称为运动学参数。以 $\Delta\beta_i$ 表示旋转角度参数 β_i 误差。旋转角度参数误差 $\Delta\beta_i$ 连同连杆参数误差 Δa_i、Δd_i、$\Delta\theta_i$ 和 $\Delta\alpha_i$(分别为连杆长度误差、连杆偏移量误差、连杆回转角误差和连杆扭转角误差)统称为运动学参数误差。于是有:

$$d\boldsymbol{A}_i = \frac{\partial \boldsymbol{A}_i}{\partial \theta_i}\Delta\theta_i + \frac{\partial \boldsymbol{A}_i}{\partial \alpha_i}\Delta\alpha_i + \frac{\partial \boldsymbol{A}_i}{\partial d_i}\Delta d_i + \frac{\partial \boldsymbol{A}_i}{\partial a_i}\Delta a_i + \frac{\partial \boldsymbol{A}_i}{\partial \beta_i}\Delta\beta_i \tag{2}$$

进一步可得相邻坐标系齐次变换矩阵 $\boldsymbol{A}_i$ 对运动学参数的偏微分矩阵(在本文,cosγ 简写为 cγ,sinγ 简写为 sγ,φ_i 为对应关节轴 $J_i(i \in 1,2,3,4,5)$ 的转角):

1)当 $i = 1$ 时,连杆 1 同时既有平移运动又有旋转运动,形成耦合运动,对应齐次变换矩阵 $\boldsymbol{A}_1$ 中由该耦合运动的物理意义直接给出[28]。连杆 1 的旋转转角,亦是机器人转台及横臂杆转角,表示为 $\psi = \arctan(s_x(\varphi_1 - \varphi_2)/(2\pi L_1))$(其中,$s_x$ 为水平丝杠螺距,L_1 表示机器人连杆几何长度),连杆 1 平移位移为 $\xi = s_x(\varphi_1 + \varphi_2)/(4\pi)$,其与 $J_i(i \in 1,2)$ 转轴转角有关。此时,$\boldsymbol{A}_1$ 对 θ_1、a_1、α_1 和 d_1 的偏微分均为 4×4 零矩阵。

为了使得后文的末端误差矩阵 $d\boldsymbol{T}_5$ 表达式更为规整紧凑,在此,用 θ_1 代替连杆 1 旋转转角 ψ,并分析表征连杆 1 旋转转角与平移位移相关的耦合运动对机器人末端误差矩阵的影响。经偏微分可得:

$$\frac{\partial \boldsymbol{A}_1}{\partial \varphi_1} = \begin{bmatrix} -s\theta_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial \varphi_1} & -c\theta_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial \varphi_1} & 0 & \frac{s_x}{4\pi} \\ c\theta_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial \varphi_1} & -s\theta_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial \varphi_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{A}_1}{\partial \varphi_2} = \begin{bmatrix} -s\theta_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial \varphi_2} & -c\theta_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial \varphi_2} & 0 & \frac{s_x}{4\pi} \\ c\theta_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial \varphi_2} & -s\theta_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial \varphi_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4}$$

式中：$\frac{\partial \theta_1}{\partial \varphi_1} = \frac{-2\pi L_1 s_x}{4\pi^2 L_1^2 + (\varphi_2 - \varphi_1)^2 s_x^2}$，$\frac{\partial \theta_1}{\partial \varphi_2} = \frac{2\pi L_1 s_x}{4\pi^2 L_1^2 + (\varphi_2 - \varphi_1)^2 s_x^2}$。

2) 当 $i = 2、3、4、5$ 时，通过偏微分求解 $\frac{\partial \boldsymbol{A}_i}{\partial \theta_i}$、$\frac{\partial \boldsymbol{A}_i}{\partial \alpha_i}$、$\frac{\partial \boldsymbol{A}_i}{\partial a_i}$、$\frac{\partial T_i}{\partial d_i}$ 和 $\frac{\partial \boldsymbol{A}_i}{\partial \beta_i}$。

其中，引入的旋转角度参数 β_i 及其误差值 $\Delta\beta_i$，前者理论值均为 0，后者用于表示相邻平行关节的机器人运动学误差。本文所研究机器人仅有一组相邻平行关节，对应齐次变换矩阵为 $\boldsymbol{A}_2$，其对 β_2 的偏微分为：

$$\frac{\partial \boldsymbol{A}_2}{\partial \beta_2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{5}$$

其余齐次变换矩阵 $\boldsymbol{A}_i$ 对 β_i 的偏微分均为 4×4 零矩阵。

根据式(1)、(2)并忽略高阶项，$d\boldsymbol{T}_5$ 可表示为：

$$d\boldsymbol{T}_5 = \sum_{i=1}^{5} \left[A_1 \cdots A_{i-1} \begin{pmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{A}_i}{\partial \theta_i}\Delta\theta_i + \frac{\partial \boldsymbol{A}_i}{\partial \alpha_i}\Delta\alpha_i + \\ \frac{\partial \boldsymbol{A}_i}{\partial d_i}\Delta d_i + \frac{\partial \boldsymbol{A}_i}{\partial a_i}\Delta a_i + \\ \frac{\partial \boldsymbol{A}_i}{\partial \beta_i}\Delta\beta_i \end{pmatrix} A_{i+1} \cdots A_5 \right] \tag{6}$$

将式(6)提取位置偏微分 3×1 矩阵，可得机器人末端位置误差与运动学参数误差的映射关系为：

$$\begin{cases} \Delta \boldsymbol{P} = [\Delta P_x \quad \Delta P_y \quad \Delta P_z]^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{J}\Delta X \\ \boldsymbol{J} = [J_\theta \quad J_\alpha \quad J_a \quad J_d \quad J_\beta] \\ \Delta \boldsymbol{X} = [\Delta\theta \quad \Delta\alpha \quad \Delta a \quad \Delta d \quad \Delta\beta]^{\mathrm{T}} \end{cases} \tag{7}$$

式中：$\Delta \boldsymbol{P}$ 为测量得到的机器人末端实际位置相对于名义位置的误差，其为 3 × 1 矩阵；$\Delta \boldsymbol{X}$ 为机器人运动学参数误差矩阵，作为待辨识运动学参数，其由运动学参数误差表征，为 1 × 21 矩阵；$\boldsymbol{J}$ 为运动学参数误差矩阵对应的系数矩阵，称为雅可比矩阵，其即为机器人位置误差模型，为 3 × 21 矩阵。

式(7)建立的位置误差模型具有普适性，即后文分离病态参数后，重构位置误差模型时只需分离行列式中病态参数即可。

通过上述建立的机器人位置误差模型，再经机器人测量构型优化和运动学参数辨识，将机器人参数误差补偿。本文采用结合梯度下降法和 Gauss-Newton 法的 LM 算法[30-31]参数辨识，其可有效解决 Hessian 构造矩阵的非正定和奇异问题，能够快速寻优。引入阻尼因子 μ，用于调节全局特性，其迭代求解公式为：

$$\Delta \boldsymbol{X} = (\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J} + \mu \boldsymbol{I})^{-1}\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}\Delta P \tag{8}$$

式中：$\boldsymbol{I}$ 为单位方阵。

2 测量构型可观性综合指标建立

机器人不同的测量构型对应不同的位置误差模型，即具有不同的可观测性。本文建立一种机器人标定测量构型可观性综合指标，评价不同测量构型的总体可观测性和灵敏度。将位置误差模型奇异值分解得到奇异值 $\sigma_1, \sigma_2, \cdots, \sigma_k$。

一般常用的可观测性指标有 O_1、O_2、O_3、O_4 和 O_5[15-18]，均由位置误差模型 $\boldsymbol{J}$ 的奇异值计算得到。本文选择 O_1 与 O_5 指标：

$$O_1 = \sqrt[k]{\sigma_1 \sigma_2 \cdots \sigma_k} / \sqrt{m} \tag{9}$$

$$O_5 = 1 \Big/ \left(\frac{1}{\sigma_1} + \frac{1}{\sigma_2} + \cdots + \frac{1}{\sigma_k} \right) \tag{10}$$

式中：m 为当前测量构型个数，k 为运动学参数误差个数。O_1 指标中奇异值的乘积，表示机器人末端位置误差分布形成的椭球体积[32]，符合实验设计 D-最优性，该指标可用于筛选运动学参数误差产生最大位置误差的测量构型；O_5 指标表示所有奇异值的调和平均数，其同样可表示位置误差分布形成的椭球体积。

此外，选择一种最优型指标 $\boldsymbol{\Phi}_p$[19]（用 O_6 表示）作为运动学标定可观测性指标，并选择其参数 p 为 2，其符合实验设计 A-最优性，可增加机器人末端位置误差对参数误差的敏感度，为：

$$O_6 = \left\{ \Phi\left(\frac{1}{2}\right) \right\}^{-\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{\sigma_i^2} \right)^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{k} \cdot O_A^{0.5} \tag{11}$$

上述所选择的 3 个可观测性指标从实验设计 D-最优性与 A-最优性对测量构型的可观测性进行评价，将三者加权建立综合指标，表征测量构型的总体可观性和灵

敏度。相比于单一指标,其可以进一步提高标定机器人末端位置误差对运动学参数误差的灵敏度,更利于优化测量构型,使在该测量构型下位置误差对参数误差敏感度最大,提高参数辨识效果,进而满足所研究高灵巧性机器人的连杆参数高敏感性与高定位精度需求。为方便,将 3 个指标 O_1、O_5、O_6 分别记为 O_1、O_2、O_3。

为建立一种可观性综合指标评价不同测量构型的总体可观测性和灵敏度,本文采用熵权法[33]作为重要度标准对选择的 3 个可观测性指标进行动态赋权,提取每个指标的特征值信息作为信息熵,降低权重赋值的随机性与不确定性。主要步骤如下:

1)可观测性指标综合评价矩阵建立。计算所选测量构型的位置误差模型的奇异值 $\sigma_i(i \in 1,2,\cdots,k,k$ 为运动学参数误差个数),根据 3 个指标公式(9)、(10)和(11),将对应奇异值作为特征值信息,构成各指标特征值组,记为 $\boldsymbol{X}=\left\{\sigma_i,\dfrac{1}{\sigma_i},\dfrac{1}{\sigma_i^2}\right\}$。于是,包含特征值组的可观测性指标评价矩阵 $\boldsymbol{X}$ 为 $k\times 3$ 矩阵。

2)指标权重分配。因各指标特征值组不同,应对其分配赋值适宜的权重,本文采用信息熵值确定各指标对应权重。计算各指标特征值组对应的信息熵值为:

$$\begin{cases} S_{O_1}=-\dfrac{1}{\lg(k)}\sum\limits_{i=1}^{k}\dfrac{\sigma_i}{\sum\limits_{i=1}^{k}\sigma_i}\lg\left(\dfrac{\sigma_i}{\sum\limits_{i=1}^{k}\sigma_i}\right)\\ S_{O_2}=-\dfrac{1}{\lg(k)}\sum\limits_{i=1}^{k}\dfrac{\dfrac{1}{\sigma_i}}{\sum\limits_{i=1}^{k}\dfrac{1}{\sigma_i}}\lg\left(\dfrac{\dfrac{1}{\sigma_i}}{\sum\limits_{i=1}^{k}\dfrac{1}{\sigma_i}}\right)\\ S_{O_3}=-\dfrac{1}{\lg(k)}\sum\limits_{i=1}^{k}\dfrac{\dfrac{1}{\sigma_i^2}}{\sum\limits_{i=1}^{k}\dfrac{1}{\sigma_i^2}}\lg\left(\dfrac{\dfrac{1}{\sigma_i^2}}{\sum\limits_{i=1}^{k}\dfrac{1}{\sigma_i^2}}\right)\end{cases} \tag{12}$$

各指标特征值组对应的信息熵值越大,则对应指标内含有的评估信息量越多,即表明该指标的特征值信息在整体评估过程中占比越大。根据式(12)计算的信息熵值,各指标对应权重值分配为:

$$\begin{cases} \omega(O_1)=\dfrac{1-S_{O_1}}{(1-S_{O_1})+(1-S_{O_2})+(1-S_{O_3})}\\ \omega(O_2)=\dfrac{1-S_{O_2}}{(1-S_{O_1})+(1-S_{O_2})+(1-S_{O_3})}\\ \omega(O_3)=\dfrac{1-S_{O_3}}{(1-S_{O_1})+(1-S_{O_2})+(1-S_{O_3})}\end{cases} \tag{13}$$

3)矩阵加权处理。将各指标对应的分配权重与可观测性指标评价矩阵 $\boldsymbol{X}$ 各因子相乘,得到为 $k\times 3$ 矩阵形式的可观测性指标综合矩阵 $\boldsymbol{D}$。

将矩阵 $\boldsymbol{D}$ 中每列特征值分别代入式(9)、(10)、(11),即可得到加权处理后的可观性指标 O_1、O_2、O_3,并采用基于反正切函数映射初始值的归一化方法将其相加,建立一种机器人标定测量构型可观性综合指标。

由所建立的机器人标定测量构型可观性综合指标,评价不同测量构型的总体可观测性和灵敏度,提高机器人末端位置误差对运动学参数误差的灵敏度,以此选择位置误差对运动学参数误差相对更敏感的测量构型,提高参数辨识效果。通过权重分配与加权处理,该可观性综合指标相比于前人提出的各种单一可观测性指标,可减小误差建模中未建模误差与测量噪声对机器人运动学标定的影响,提高测量构型优化效果。

3　病态参数分离与测量构型优化

针对所研究高灵巧性机器人及其连杆参数高敏感性与高定位精度需求,为尽可能减小转动关节轴 J_4 和 J_5 产生作业点偏移、以及移动关节轴 J_1 和 J_2 并联驱动与差速驱动的复合方式形成平移和旋转耦合运动产生水平面内两个方向的平移位移偏移,提供鲁棒性较强的运动学标定测量构型,并解决随机测量构型导致机器人运动学标定存在绝对定位精度不高、参数辨识效果较差与标定结果鲁棒性较差的问题,本文提出一种病态参数分离与DETMAX-IDE 算法的机器人运动学标定测量构型分步优化方法。首先,采用分支定界法筛选分离位置误差模型病态参数,提高位置误差模型稳定性;其次,建立机器人运动学标定测量构型优化的目标函数和约束条件;最后,提出一种基于 DETMAX 算法与改进差分进化算法结合的 DETMAX-IDE 算法,开展测量构型分步迭代优化。

3.1　位置误差模型病态参数分离

在使用位置误差模型(后文简称为误差模型)进行机器人标定中,采用 LM 算法迭代求解进行参数辨识,而迭代过程中可能会存在误差模型 J 的条件数较大的情况。不同测量构型下,条件数大小不同,其与可观测性指标一样,也能反映机器人末端位置误差对各连杆参数误差的灵敏度。此时误差模型含有受测量误差和未建模误差影响较大、具有不稳定性的参数,称为病态参数,其会致使误差模型对测量噪声与其它未建模误差敏感度较高,对测量构型的可观测性评价产生较大影响,导致测量构型优化效果较差。本文通过分离病态参数与重构位置误差模型,提高误差模型的稳定性与参数辨识效果。同时,引入评估指标评估误差模型的稳定性以及参数辨识在整个工作空间的识别效果。

本文采用基于误差模型条件数的 GCN[21]作为评估指标,其以所有测量构型条件数的平均值为准则,评估误

差模型的稳定性,判断参数病态性。GCN 值数量级越大,对应的误差模型优化测量构型效果越差,其对应的标定结果鲁棒性越差,需要重复更多次计算对比,筛选测量构型,计算成本较高。与之对应,GCN 值数量级越小,优化测量构型效果越好,标定结果鲁棒性越好,测量误差的影响越小。计算公式为:

$$\mathrm{GCN}=\frac{\mathrm{cond}(\boldsymbol{J})}{m}=\frac{\|\boldsymbol{J}\|\cdot\|\boldsymbol{J}^{+}\|}{m}\tag{14}$$

式中:m 为测量构型个数。

为减小病态参数对测量构型优化的影响,采用分支定界法,分离误差模型中的病态参数,并重构位置误差模型。按不同运动学参数误差 $\Delta\theta$、$\Delta\alpha_i$、Δa_i、Δd_i 和 $\Delta\beta(i\in 1,2,3,4,5)$ 将误差模型分支为 5 个子域,并求解各子域 GCN 值。通过不断分支的方式,求解分支后子域 GCN 值并对比其数量级来筛选分离病态参数病态并重构位置误差模型。主要步骤如下:

1) 划分误差模型 $\boldsymbol{J}_{\theta_i}$,分支构建对应子域为 J_{θ_i}、J_{α_i}、J_{a_i}、J_{d_i} 和 $J_{\beta}(i\in 1,2,3,4,5)$,计算各子域对应的 GCN 值并对比数量级。如果某个子域的 GCN 值数量级远大于其余子域的 GCN 值数量级并超出设定阈值,表明该子域存在病态参数,将其继续进行分支,其余 GCN 值数量级未超出设定阈值的子域则剪枝,不做进一步分支。

2) 将存在病态参数的子域继续分支,采用后向消元法依次分离子域参数。例如:若子域 J_{a_i} 存在病态参数,则依次分离子域 $J_{a_i}=[\Delta a_1\ \ \Delta a_2\ \ \Delta a_3\ \ \Delta a_4\ \ \Delta a_5]$ 中每一个参数 Δa_i,进一步分支构建分离参数后的子域,记为 $J^{i}_{\Delta a}(i\in 1,2,3,4,5)$;如分离参数 Δa_1,则构建分离参数后的子域为 $J^{1}_{\Delta a}=[\Delta a_2\ \ \Delta a_3\ \ \Delta a_4\ \ \Delta a_5]$。计算分离参数后各子域 $J^{i}_{\Delta a}$ 的 GCN 值,若某个子域 GCN 值数量级显著减小至设定阈值范围内,则该子域已被分离的参数即为筛选出的病态参数。

3) 同理,采用步骤 2),其余具有病态参数的子域进行分支与参数分离,直至不断分支后的子域 GCN 值数量级均未超出设定阈值。

4) 分离病态参数后,采用式(7),将各子域重组建立重构位置误差模型 $J_p=[J_{\theta_i}\ \ J_{\alpha_i}\ \ J_{a_i}\ \ J_{d_i}\ \ J_{\beta}]$,对该模型求解 GCN 值,若其数量级未超出设定阈值,便可验证其稳定性,该满足要求的重构位置误差模型即可用于后续的测量构型优化。

3.2　测量构型优化

在病态参数分离后获得的重构位置误差模型基础上,开展所研究高灵巧性机器人测量构型优化。首先,建立测量构型优化目标函数和约束条件,并逐步增加测量构型个数及计算其可观性综合指标值,确定适宜测量构型个数。其次,提出一种基于 DETMAX 算法与改进差分进化算法结合的分步迭代优化算法(DETMAX-IDE 算法),进行分步迭代优化,其中,采用 DETMAX 算法实现测量构型的预优化,并改进差分进化算法(improved differential evolution algorithm,IDE 算法)将预优化测量构型作为初始构型,获得全局优化测量构型。

1) 测量构型优化目标函数和约束条件建立

以前文建立的可观性综合指标作为目标函数,将机器人运动学标定测量构型优化问题转换为求解可观性综合指标的问题,迭代计算使目标函数尽可能最大,目标函数表示为:

$$\mathrm{func}(\varepsilon)=\max\left[\frac{2}{\pi}\cdot\sum_{i=1}^{3}\arctan O_i(\varepsilon)\right]\tag{15}$$

式中:ε 表示测量构型。

测量构型优化过程中,每个测量构型的各组关节变量(所研究 3T2R 型机器人结构前 3 个移动关节变量以对应驱动电机转角表征 $(\varphi_1,\varphi_2,\varphi_3)$,后两个旋转关节变量以对应旋转关节驱动电机转角表征(φ_4,φ_5))需满足各自变量取值范围,建立关节变量约束(亦为测量构型边界约束)为:

$$\begin{cases}\varphi_1\in[\varphi_1^{\min},\varphi_1^{\max}]\\ \varphi_2\in[\varphi_2^{\min},\varphi_2^{\max}]\\ \varphi_3\in[\varphi_3^{\min},\varphi_3^{\max}]\\ \varphi_4\in[\varphi_4^{\min},\varphi_4^{\max}]\\ \varphi_5\in[\varphi_5^{\min},\varphi_5^{\max}]\\ (\varphi_1-\varphi_2)\in\left[\dfrac{-2\pi L_1}{s_x},\dfrac{2\pi L_1}{s_x}\right]\end{cases}\tag{16}$$

式中:$(\varphi_1-\varphi_2)$ 的范围约束由连杆 1 旋转转角 ψ 范围约束可得,即:

$$\theta_1=\arctan(s_x(\varphi_1-\varphi_2)/(2\pi L_1))\in\left[\frac{-\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right]\tag{17}$$

确定与机器人自由度及辨识参数有关的最小测量个数[8]为:

$$m\geqslant\frac{(n+1)k}{6}\tag{18}$$

式中:n 为机器人自由度数,k 为运动学参数误差个数。

2) 测量构型分步优化

提出一种基于 DETMAX 算法与改进差分进化算法结合的分步迭代优化算法(简称为 DETMAX-IDE 算法),开展测量构型分步迭代优化。首先,采用 DETMAX 算法,对备选测量构型逐一采用“添加-比较-删除-比较”操作不断迭代,获得预优化测量构型。然后,通过自适应变异、越界处理、多个测量构型交叉与选择的方式 IDE 算法,将预优化测量构型作为 IDE 算法的初始测量构型,对该测量构型多次变异生成初始种群,并对种群迭代实施变异、交叉与选择操作,获得全局优化测量构型。

DETMAX 算法从可行域 N 个测量构型中选择前 M 个测量构型作为初始测量构型 ε_M，进行迭代求解。主要步骤如下：

(1)采用 Added 算法，从可行域剩余 $(N-M)$ 个测量构型中依次取出每个测量构型 $\xi_i^+(i\in[1,N-M])$ 添加至初始测量构型中进行比较操作，构成一组测量构型 $\varepsilon_{M+1}^i=\varepsilon_M+\xi_i^+$。根据式(26)与(28)，选出每次迭代对应目标函数 $\mathrm{func}(\varepsilon_{M+1}^i)$ 取值最大的一组测量构型 ε_{M+1}^{opt}，则对应添加的测量构型 ξ_i^+ 记为 ξ_{opt}^+。

(2)采用 Removed 算法，从测量构型 ε_{M+1}^{opt} 中依次删除一个测量构型 $\xi_i^-(i\in[1,M+1])$，得到一组测量构型 $\varepsilon_M^i=\varepsilon_{M+1}^{opt}-\xi_i^-$。同理，进行比较操作，选出使目标函数 $\mathrm{func}(\varepsilon_M^i)$ 取值最大的一组测量构型 ε_M^{opt}，则对应删除的测量构型 ξ_i^- 记为 ξ_{opt}^-。

(3)判断交换法则是否有效，若 $\xi_{opt}^-\neq\xi_{opt}^+$ 则有效，将 ε_M^{opt} 替代初始测量构型 ε_M，重复步骤 1)和 2)迭代，更新 ε_{M+1}^{opt} 和 ε_M^{opt}。若 $\xi_{opt}^-=\xi_{opt}^+$ 则失效，结束 DETMAX 算法迭代求解，迭代后的测量构型 ε_M^{opt} 作为预优化测量构型。

将该组预优化测量构型 ε_M^{opt} 作为差分进化算法的初始构型，并对其进行变异，生成初始种群，优化测量构型。随着差分进化算法的迭代计算，种群粒子会逐渐收敛，同时也易陷入局部优化。为此，本文通过自适应变异、越界处理、多个测量构型交叉与选择的方式改进差分进化算法，提高测量构型优化的全局搜索能力。主要步骤如下：

(1)自适应变异。引入高斯变异，产生正态分布随机值，将预优化测量构型 ε_M^{opt} 进行高斯变异，得到初始种群并作为备选测量构型库。

$$x_g=\varepsilon_M^{opt}+\varepsilon_M^{opt}\cdot\mathrm{Gauss}(0,1)\tag{19}$$

式中：x_g 表示第 g 次迭代生成的种群，$\mathrm{Gauss}(0,1)$ 为为均值和方差分别是 0 和 1 的高斯分布随机值。

生成初始种群后，对其进行自适应变异操作，为：

$$\varepsilon_g=\varepsilon_{opt}+F\cdot(x_{r_1}-x_{r_2})+F\cdot(x_{r_3}-x_{r_4})\tag{20}$$

式中：g 为当前迭代次数；ε_{opt} 为前 $(g-1)$ 次迭代得到的全局优化测量构型；x_{r_1}、x_{r_2}、x_{r_3}、x_{r_4} 为每次迭代时初始种群即备选测量构型库中随机抽取的第 r_1、r_2、r_3、r_4 个不同测量构型；F 为自适应变异差分因子，其随迭代次数增加而对数收敛，表达式为：

$$F=F_0-\log_2\left(1+\frac{g-1}{G}\right)\tag{21}$$

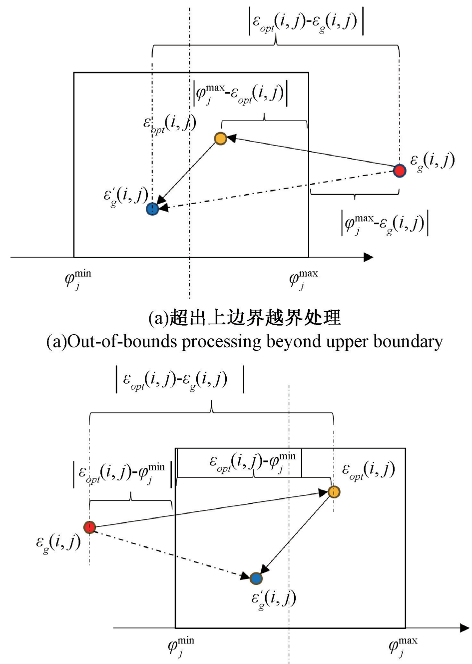
式中：F_0 初始变异因子，G 为总迭代次数。

此外，将每次迭代时的种群个体进行二次自适应变异，表示为：

$$v_g=v_{g-1}+F\cdot(\varepsilon_{opt}-v_{g-1})+F\cdot(x_{r_5}-x_{r_6})\tag{22}$$

式中：v_g 为二次自适应变异产生的一组测量构型，x_{r_5} 和 x_{r_6} 为初始种群即备选测量构型库中第 r_5 和 r_6 个不同测量构型。

(2)越界处理。将测量构型进行高斯变异、自适应变异后，部分测量构型可能会超出上、下边界约束，不满足关节变量约束条件。因此，需要对超出边界的测量构型重新定义以满足约束条件，使得超出边界的群体重新回到有效序列中，增强种群的多样性及优化的有效性。于是，采用一种越界处理策略，依据全局优化测量构型 ε_{opt}，在测量构型超出边界时，对其反向搜索越界处理，示意图如图 2 所示。



(a)超出上边界越界处理
(a)Out-of-bounds processing beyond upper boundary

(b)超出下边界越界处理
(b)Out-of-bounds processing beyond lower boundary

图 2　反向搜索越界处理示意图

Fig. 2　Diagram of reverse search out-of-bounds processing

当超出上边界，反向搜索越界处理为：

$$\varepsilon'_g(i,j)=\varepsilon_{opt}(i,j)+|\varphi_j^{\max}-\varepsilon_{opt}(i,j)|\cdot\frac{|\varphi_j^{\max}-\varepsilon_g(i,j)|}{|\varepsilon_{opt}(i,j)-\varepsilon_g(i,j)|}\tag{23}$$

当超出下边界，反向搜索越界处理为：

$$\varepsilon'_g(i,j)=\varepsilon_{opt}(i,j)+|\varepsilon_{opt}(i,j)-\varphi_j^{\min}|\cdot\frac{|\varepsilon_g(i,j)-\varphi_j^{\min}|}{|\varepsilon_{opt}(i,j)-\varepsilon_g(i,j)|}\tag{24}$$

式中：i 为第 i 个测量构型，j 为第 j 个关节变量，$|\varphi_j^{\max}-\varepsilon_{opt}(i,j)|$ 与 $|\varepsilon_{opt}(i,j)-\varphi_j^{\min}|$ 控制步长距离，后面分式控制步长比例，将超出边界的测量构型由 $\varepsilon_{opt}(i,j)$ 修正至关节变量约束范围内。

(3)交叉。引入交叉概率因子 cr 判断，增强种群多样性，得到交叉后的测量构型 $h_{g,i}$。其表示为：

$$h_{g,i}=\begin{cases}\varepsilon_{g,i}, & rand(0,1)\leqslant cr\\ \varepsilon_{opt,i}, & rand(0,1)>cr\end{cases}\tag{25}$$

式中：cr 为[0,1]内的实值交叉概率因子，$h_{g,i}$ 为交叉后得到的测量构型。

（4）选择。基于贪婪竞争机制，在交叉后的测量构型 h_g、二次自适应变异生成的测量构型 v_g 与当前全局优化测量构型 $\varepsilon_{opt,g}$ 三者之间，选择使式(26)所示目标函数取最大值的测量构型，作为下一次迭代优化的初始测量构型：

$$\varepsilon_{opt,g+1}=\begin{cases} h_g, & \mathrm{func}(h_g)\geqslant \mathrm{func}(v_g)\&\& \\ & \mathrm{func}(h_g)\geqslant \mathrm{func}(\varepsilon_{opt,g}) \\ v_g, & \mathrm{func}(v_g)\geqslant \mathrm{func}(h_g)\&\& \\ & \mathrm{func}(v_g)\geqslant \mathrm{func}(\varepsilon_{opt,g}) \\ \varepsilon_{opt,g}, & \mathrm{func}(\varepsilon_{opt,g})\geqslant \mathrm{func}(h_g)\&\& \\ & \mathrm{func}(\varepsilon_{opt,g})\geqslant \mathrm{func}(v_g) \end{cases} \tag{26}$$

式中：$\mathrm{func}(h_g)$，$\mathrm{func}(v_g)$ 和 $\mathrm{func}(\varepsilon_{opt,g})$ 三者均相等时，选择其一即可。

采用所提 DETMAX-IDE 算法的测量构型分步迭代优化流程如图 3 所示。在确定适宜测量构型个数之后，结合 DETMAX 算法与 IDE 算法，采用前者获得预优化测量构型，将其作为后者迭代优化的初始测量构型，并通过自适应变异、越界处理、交叉与选择，增强种群多样性，增加搜索范围，提高全局收敛能力，全局优化测量构型。

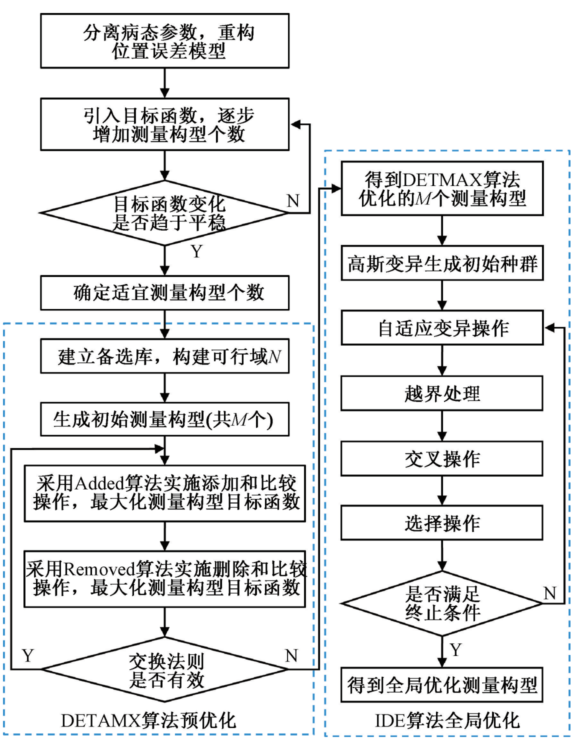


图 3 DETMAX-IDE 算法测量构型分步迭代优化流程

Fig. 3 Flowchart of DETMAX-IDE algorithm stepwise iterative optimization for measurement configurations

所提 DETMAX-IDE 算法，通过结合 DETMAX 算法与 IDE 算法，分步迭代优化。与采用单一 DETMAX 算法[22-23]相比，所提算法可减小备选测量构型库数量的影响，并以较少的预选测量构型即可满足 IDE 算法初始种群的预优化测量构型要求。与采用单一的元启发算法[11,19,26-27]相比，所提方法具有较优的初始种群，并通过自适应变异、越界处理、多个测量构型交叉与选择改进差分进化算法，可提高良性变异机会与种群多样性，实现全局搜索迭代优化。

3.3 病态参数分离与 DETMAX-IDE 算法的测量构型分步优化

本文针对一种 3T2R 型高灵巧性机器人，为尽可能减小末端作业点偏移以及并联驱动与差速驱动复合方式的平移位移偏移，满足较为严苛的连杆参数和较高的定位精度条件，并解决机器人运动学标定采用随机测量构型存在绝对定位精度不高、参数辨识效果及标定结果鲁棒性较差的问题，提出一种病态参数分离与 DETMAX-IDE 算法的机器人运动学标定测量构型分步优化方法，其流程如图 4 所示。首先，分析影响标定性能的因素，建立机器人误差模型。其次，采用熵权法建立一种机器人

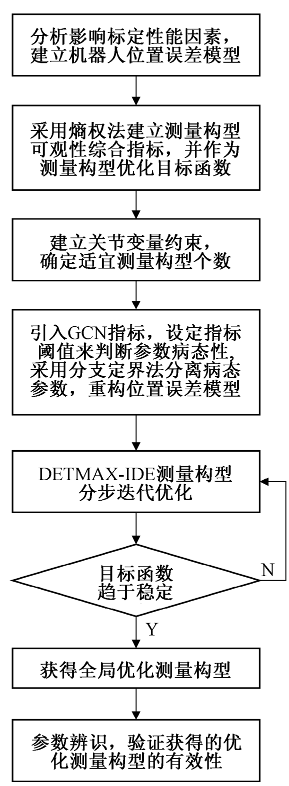


图 4 病态参数分离与 DETMAX-IDE 算法的测量构型分步优化方法流程

Fig. 4 Flowchart of the measurement configuration stepwise optimization method based on ill-conditioned parameter separation and DETMAX-IDE algorithm

标定测量构型可观性综合指标,其评价测量构型的综合可观性与灵敏度,并将其作为测量构型优化目标函数,同时,建立关节变量约束,确定适宜测量构型个数。再次,引入 GCN 指标,并设定指标阈值来判断参数病态性,进而采用分支定界法分离误差模型病态参数,并重构位置误差模型,解决因存在误差模型病态参数致使绝对定位精度不高、参数辨识效果较差的问题,提高该高灵巧性机器人的标定结果鲁棒性。最后,采用所提的 DETMAX-IDE 算法分步迭代优化,通过 DETMAX 算法预优化测量构型,再经 IDE 算法自适应变异、越界处理、交叉与选择,开展测量构型全局优化;与此同时,采用 LM 算法进行参数辨识,完成机器人运动学标定,验证所提出方法获得的全局优化测量构型的有效性。

所提出方法对于其他串联、并联及混联型式机器人结构的运动学标定测量构型优化仍然具有适用性,根据相应机器人构型结构建立对应的机器人位置误差模型、测量构型可观性综合指标、采用分支定界法分离误差模型病态参数与 DETMAX-IDE 算法分步优化即可获得全局优化测量构型。

4　测量构型优化仿真分析

4.1　位置误差模型病态参数分离仿真

由式(7)可知,机器人位置误差模型 $\boldsymbol{J}$ 为 $[J_\theta \ J_\alpha \ J_a \ J_d \ J_\beta]$,其为 3×21 矩阵,运动学参数误差 $\Delta\boldsymbol{X}$ 为 $[\Delta\theta \ \Delta\alpha \ \Delta a \ \Delta d \ \Delta\beta]^{\mathrm{T}}$。采用分支定界法按不同运动学参数误差将误差模型分支为 5 个子域($J_{\theta_i}, J_{\alpha_i}, J_{a_i}, J_{d_i}, J_\beta (i\in 1,2,3,4,5)$)。从工作空间中随机选取 100 个测量构型,并将测量构型个数从 1 增加至 100,由式(14)计算不同个数下各子域 GCN 值并求取平均值,作为误差模型各子域 GCN 值,如表 1 所示。

表 1　误差模型各子域 GCN 值

Table 1　GCN values for each subdomain of the error model

子域	J_{a_i}	J_{a_i}	J_{a_i}	J_{a_i}	J_{a_i}
GCN 值	3.678 5	1.1071	$1.329\ 7\times10^{14}$	$1.976\ 5\times10^{14}$	1.971 4

GCN 值数量级阈值设定为 1×10^2。由表 1 可知,子域 J_{a_i} 和 J_{d_i} 对应 GCN 值数量级远大于其他子域的 GCN 值数量级并超出设定阈值。于是,该两个子域参数存在病态性且含有病态参数,需进一步分支,其余子域剪枝不作处理。采用后向消元法,依次分离该两个子域中每一个参数 Δa_k 和 $\Delta d_k (k\in(1,2,3,4,5))$,各构建出新的 5 个子域。实现步骤如下:

1)分离 J_{a_i} 第 1 个参数 Δa_1,构建子域为 $\boldsymbol{J}^1_{\Delta a} = [\Delta a_2 \ \Delta a_3 \ \Delta a_4 \ \Delta a_5]$。

2)分离 J_{a_i} 第 2 个参数 Δa_2,构建子域为 $\boldsymbol{J}^2_{\Delta a} = [\Delta a_1 \ \Delta a_3 \ \Delta a_4 \ \Delta a_5]$。

3)以此类推,依次分离参数 Δa_3、Δa_4 和 Δa_5,分支构建其余子域。

4)J_{d_i} 分支采用上述步骤 1)~3)方式,分支后构建各子域 $J^i_{\Delta d}(i\in 1,2,3,4,5)$。

分支构建子域后,计算子域 J_{a_i} 和 J_{d_i} 的 GCN 值,如表 2 和 3 所示。

表 2　$J^1_{\Delta a}$ 各子域 GCN 值

Table 2　$J^1_{\Delta a}$ GCN values of each subdomain

子域	$J^1_{\Delta a}$	$J^2_{\Delta a}$	$J^3_{\Delta a}$	$J^4_{\Delta a}$	$J^5_{\Delta a}$
GCN 值	$1.329\ 7\times10^{14}$	$9.921\ 6\times10^{14}$	$1.292\ 9\times10^{14}$	0.021 5	0.021 5

表 3　$J^1_{\Delta d}$ 各子域 GCN 值

Table 3　$J^1_{\Delta d}$ GCN values of each subdomain

子域	$J^1_{\Delta d}$	$J^2_{\Delta d}$	$J^3_{\Delta d}$	$J^4_{\Delta d}$	$J^5_{\Delta d}$
GCN 值	$1.976\ 5\times10^{14}$	0.028 8	0.028 8	$2.271\ 7\times10^{14}$	$2.231\ 2\times10^{14}$

由表 2 和 3 可知,J_{a_i} 分离参数 Δa_4 或 Δa_5 后子域 GCN 值大幅减小至 0.021 5,J_{d_i} 分离参数 Δd_2 或 Δd_3 后子域 GCN 值减小至 0.028 8,且均减小至设定阈值范围之内。即对于 Δa_4 与 Δa_5、Δd_2 与 Δd_3,各分离其中任意一个参数后,J_{a_i} 和 J_{d_i} 子域 GCN 值数量级均大幅降低,且具有明显的一致性。由此可知,Δa_4、Δa_5、Δd_2 和 Δd_3 可能为病态参数。

考虑到 Δa_4 与 Δa_5、Δd_2 与 Δd_3 之间可能存在耦合影响关系,将 Δa_4、Δa_5、Δd_2 和 Δd_3 均分离后建立重构位置误差模型,可能其稳定性优于只分离两个子域其中之一可能病态参数的重构位置误差模型。因此,分别分离 4 个可能病态参数、分离两个子域其中之一可能病态参数后的重构位置误差模型分别为:

$$\boldsymbol{J}_p = [\Delta\theta \ \cdots \ \Delta\theta_5 \ \Delta\alpha \ \cdots \ \Delta\alpha_5 \ \Delta a_1 \ \Delta a_2 \ \Delta a_3 \ \Delta d_4 \ \Delta d_5 \ \Delta\beta] \tag{27}$$

$$\boldsymbol{J}^o_p = [\Delta\theta_1 \ \cdots \ \Delta\theta_5 \ \Delta\alpha_1 \ \cdots \ \Delta\alpha_5 \ \Delta a_1 \ \Delta a_2 \ \Delta a_3 \ \Delta a_4(\Delta a_5) \ \Delta d_1 \ \Delta d_2(\Delta d_3) \ \Delta d_4 \ \Delta d_5 \ \Delta\beta] \tag{28}$$

式中:$\boldsymbol{J}_p$ 表示分离 4 个参数 Δa_4、Δa_5、Δd_2 和 Δd_3 后的重构位置误差模型,$\boldsymbol{J}^o_p$ 表示分离两个参数 Δa_4 或 Δa_5、Δd_2 或 Δd_3 后的重构位置误差模型。

计算求解重构位置误差模型 $\boldsymbol{J}_p$ 和 $\boldsymbol{J}^o_p$ 的 GCN 值,分别为 $2.274\ 9\times10^{18}$ 和 $4.051\ 6\times10^{29}$,前者较小。因此,Δa_4、Δa_5、Δd_2 和 Δd_3 均为病态参数;重构位置误差模型 $\boldsymbol{J}_p$ 较 $\boldsymbol{J}^o_p$ 的稳定性高,前者为 3×17 矩阵。对应分离病态参数之前的全参数误差模型 $\boldsymbol{J}$ 的 GCN 值为 $2.886\ 5\times$

10^{35}。于是，分离 4 个病态参数后，重构位置误差模型 $\boldsymbol{J}_p$ 相较于全参数误差模型 $\boldsymbol{J}$，GCN 值减小了 17 个数量级，模型稳定性大幅提高。重构位置误差模型 $\boldsymbol{J}_p$ 随测量构型个数增加对应的 GCN 值 V_{GCN} 变化情况如图 5 所示。

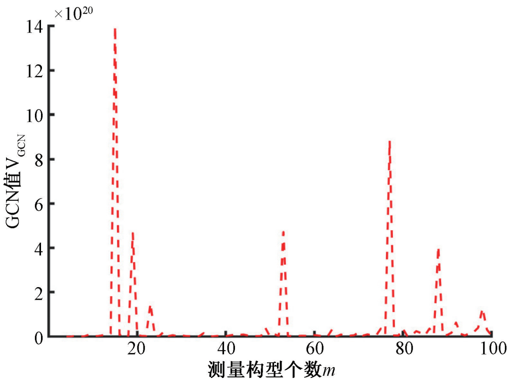


图 5 重构位置误差模型 J_p GCN 值变化曲线

Fig. 5 J_p GCN value change curve for reconstruction of position error model

采用所提 DETMAX-IDE 算法，分别对分离病态参数误差模型 J_p（即重构位置误差模型 J_p）与全参数误差模型 J 进行分步迭代求解，优化机器人测量构型，对应目标函数 J_p 随迭代次数 g 的变化情况，如图 6 所示。由图 6 可知，分离病态参数误差模型 J_p 和全参数误差模型 J 的测量构型优化分别迭代 35 次与 72 次收敛至目标函数稳定值，分别为 2.049 和 1.833。因此，经病态参数分离后，可有效提高误差模型稳定性和测量构型优化效果。

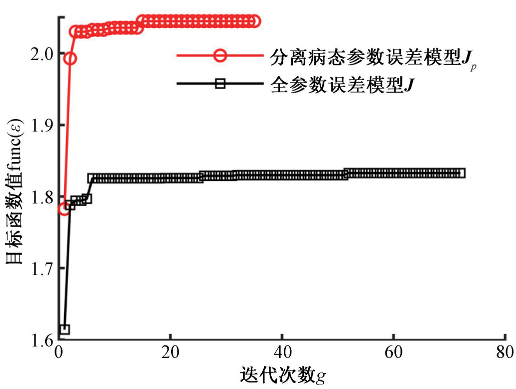


图 6 误差模型重构前后目标函数迭代值

Fig. 6 Iterative values of objective function before and after reconstruction of the error model

4.2 测量构型优化仿真

采用所提方法进行测量构型优化前，需先确定测量构型适宜个数。在工作空间中随机选取 100 个测量构型，并逐步增加测量构型个数直至 100，使用所得到的重构位置误差模型 $\boldsymbol{J}_p$，根据式(15)计算其目标函数 func(ε)，如图 7 所示。测量构型适宜个数取为 60，作为后续优化测量构型的个数，此时目标函数值 func(ε) 前后变化波动较小，曲线平缓，且没有增加过高的计算成本。

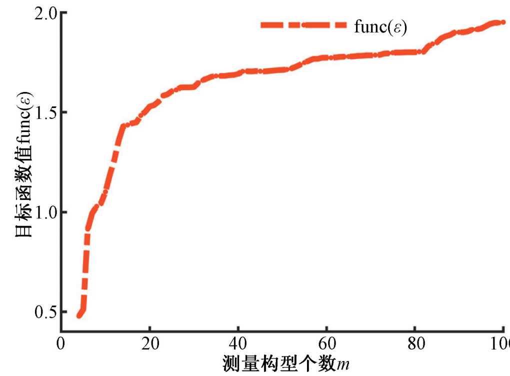


图 7 测量构型个数增加 func(ε) 的变化

Fig. 7 Changes in func(ε) as the number of measurement configurations increasing

采用所提方法，经分离病态参数与分步迭代优化优化获得一组 60 个全局优化测量构型。同时，在工作空间随机选取一组 60 个测量构型。将两组测量构型均按含有所有运动学参数误差的全参数误差模型 $\boldsymbol{J}$，并采用 LM 算法进行参数辨识，其中阻尼因子 μ 取为 1，机器人运动学参数的线性误差和弧度误差分别设定为 0.500 0 mm 和 0.050 0 rad。两组测量构型对应的参数辨识结果如表 4 和 5 所示。

表 4 全局优化测量构型参数辨识结果

Table 4 Identification results of global optimization measurement configuration parameters

关节	参数误差				
	$\Delta\theta$ /rad	$\Delta\alpha$ /rad	Δa /mm	Δd /mm	$\Delta\beta$ /rad
1	0.050 1	0.050 0	0.500 0	0.500 0	–
2	0.049 9	0.050 0	0.500 5	0.509 7	0.050 0
3	0.050 0	0.050 0	0.500 0	0.490 3	–
4	0.050 0	0.008 6	−0.004 3	0.097 8	–
5	0.046 4	0.101 2	−0.004 3	0.159 3	–

定义运动学参数误差识别精度 η_k 为：

$$\eta_i = \left(1 - \left|\frac{x_i - x_i'}{x_i}\right|\right) \times 100\% \tag{29}$$

式中：x_i 表示设定的第 i 个运动学参数误差，x_i' 表示辨识后的第 i 个运动学参数误差，($i \in 1,2,\cdots,k$)，k 为运动学参数误差个数。

表 5　随机测量构型参数辨识结果

Table 5　Identification results of random measurements of configuration parameters

关节	参数误差				
	$\Delta\theta$ /rad	$\Delta\alpha$ /rad	Δa /mm	Δd /mm	$\Delta\beta$ /rad
1	0.050 2	0.050 0	0.500 0	0.500 0	-
2	0.049 7	0.050 0	0.500 9	0.516 6	0.050 0
3	0.050 0	0.050 0	0.500 0	0.483 4	-
4	0.050 0	0.008 0	−0.004 2	0.094 0	-
5	0.046 4	0.101 9	−0.004 2	0.152 8	-

由表 4 和 5 所示的参数辨识结果,计算各运动学参数误差识别精度 η_k,如图 8 所示。由图 8 可知,两组运动学参数误差中 $\Delta\theta_3$、$\Delta\alpha_1$、$\Delta\alpha_2$、$\Delta\alpha_3$、$\Delta\beta$、Δa_1、Δa_2、Δa_3、Δd_1 的识别精度均达到 100%,全局优化测量构型的 $\Delta\alpha_4$、Δd_2、Δd_3、Δd_4 和 Δd_5 运动学参数识别精度均高于随机测量构型的对应运动学参数识别精度,如表 6 所示,且前者更接近于设定误差值。因此,相较于随机构型,全局优化测量构型能够提高部分运动学参数误差识别精度,提高参数辨识效果,验证了所提方法的有效性。

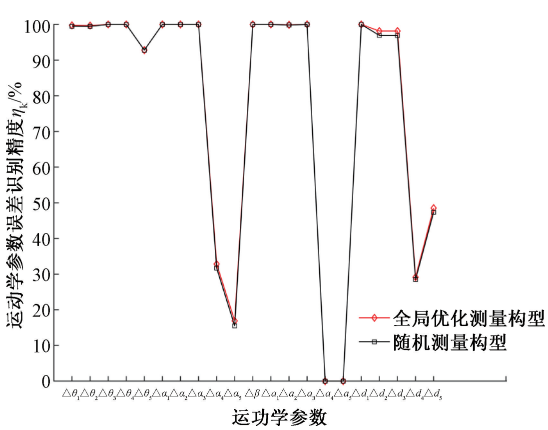


图 8　运动学参数误差识别精度

Fig. 8　Identification accuracy of kinematic parameter errors

表 6　测量构型运动学参数误差识别精度对比

Table 6　Comparison of identification accuracy for kinematic parameter errors with measurement configurations　%

运动学参数误差	$\Delta\alpha_4$	Δd_2	Δd_3	Δd_4	Δd_5
全局优化测量构型	17.159	98.068	98.066	19.557	31.855
随机测量构型	15.964	96.673	96.671	18.796	30.556

5　测量构型优化机器人标定实验验证

5.1　机器人标定实验系统构建

以 3T2R 型高灵巧性机器人为实验平台,构建如图 9 所示的机器人标定实验系统,开展机器人末端位置测量运动学标定实验和测量构型优化研究,验证所提出的病态参数分离与 DETMAX-IDE 算法的机器人运动学标定测量构型分步优化方法的有效性。该系统主要由机器人本体、激光跟踪仪、靶球及 SA(spatial analyzer)计量软件构成。激光跟踪仪 Leica AT960-MR 用于测量机器人位置坐标,精度为 15 μm。靶球安装在机器人末端。在 SA 计量软件建立基坐标系与工具坐标系,并获得基坐标系、工具坐标系与测量坐标系之间的位置转换关系,所测得的机器人空间位置为机器人末端靶球处相对于基坐标系的位置坐标。

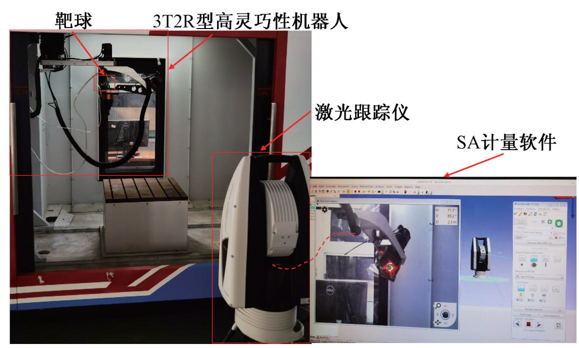


图 9　机器人标定系统实验平台

Fig. 9　Experimental platform of the robot calibration system

将前述采用所提方法获得的一组 60 个全局优化测量构型(称其为分离病态参数优化测量构型),以及在工作空间随机选取的一组 60 个测量构型(称其为随机测量构型),分别通过 SA 计量软件采集对应的机器人末端位置作为该两种测量构型的实际机器人末端位置,对应位置点集分别记为 γ_b 和及 γ_r,前者在工作空间分布情况如图 10 所示。此外,应用全参数误差模型 $\boldsymbol{J}$,将 γ_b 对应测量构型不分离病态参数并采用所提方法分步迭代优化测量构型,获得一组 60 个全参数误差模型优化测量构型(也称其为全参数优化测量构型),仍通过 SA 计量软件采集获得实际机器人末端位置并将对应位置点集记为 γ_{fb}。最后,再按等间隔采集一组共 60 个测量点作为机器人运动学标定误差补偿及绝对定位精度计算的验证测试点集,记为 γ_v。

5.2　机器人标定实验

使用含有所有运动学参数误差的全参数误差模型 $\boldsymbol{J}$,并采用 LM 算法分别对采集的机器人位置点集 γ_b、γ_r 和 γ_{fb} 进行参数辨识,结果如图 11 所示。分离病态参数

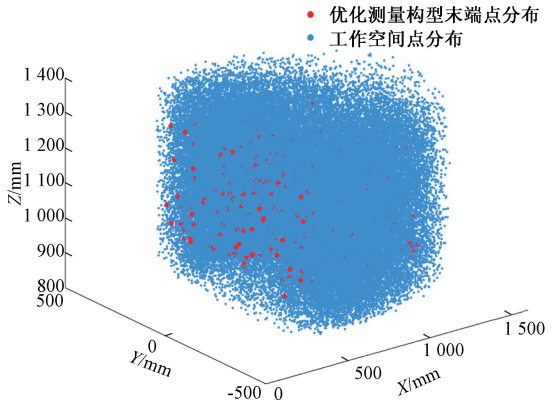
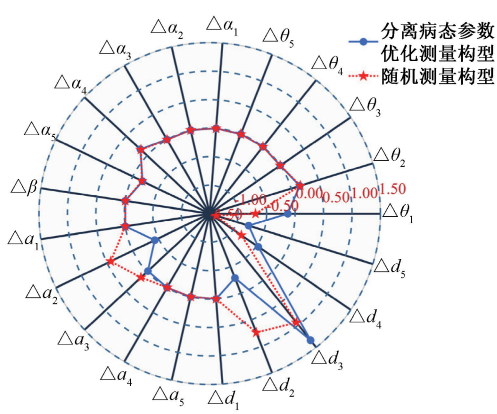


图 10 优化测量构型机器人位置点工作空间分布

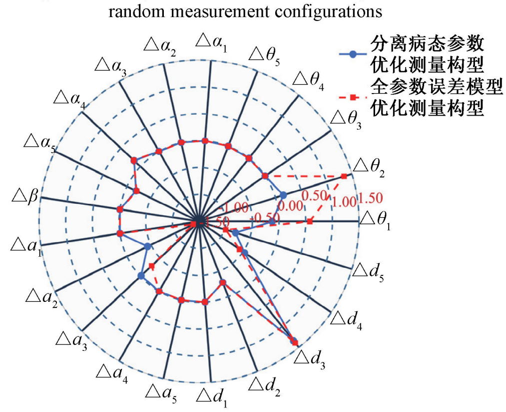
Fig. 10 Workspace distribution of robot position points for optimization measurement configurations

优化测量构型(即采用所提方法获得的优化测量构型)对应的参数辨识结果如表 7 所示。

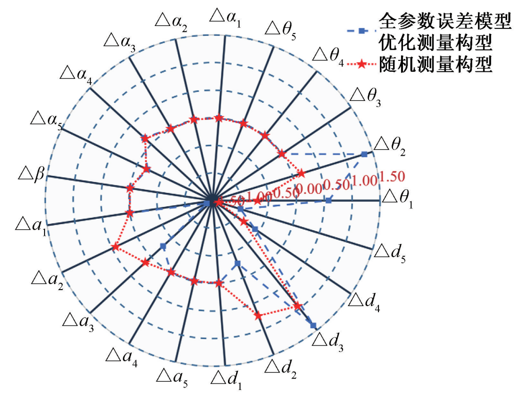
由图 11 可知,三者比较,分离病态参数优化测量构型的参数辨识效果最优。由图 11(a)与(c)可知,与随机测量构型参数辨识相比,分离病态参数优化测量构型参数辨识与全参数误差模型优化测量构型参数辨识的效果



(a)分离病态参数优化测量构型与随机测量构型参数辨识
(a)Parameter identification results of ill-conditioned parameters separation for optimized measurement configurations and random measurement configurations



(b)分离病态参数优化测量构型与全参数误差模型优化测量构型参数辨识
(b)Parameter identification results of ill-conditioned parametersseparation for optimized measurement configurations and full parameter error model for optimized measurement configurations



(c)全参数误差模型优化测量构型与随机测量构型参数辨识
(c)Parameter identification results of full parameter error model for optimized measurement configurations and random measurement configurations

图 11 3 组测量构型参数辨识结果

Fig. 11 Identification results of three sets of measurement configuration parameters

表 7 分离病态参数优化测量构型参数辨识结果

Table 7 Identification results of measurement configuration parameters with separated ill-conditioned parameters

关节	参数误差				
	$\Delta\theta$ /rad	$\Delta\alpha$ /rad	Δa /mm	Δd /mm	$\Delta\beta$ /rad
1	−0.128 5	0.000 0	0.000 0	0.000 0	-
2	0.154 9	−0.428 4	−0.284 8	0.002 9	0.001 9
3	0.000 0	−0.018 5	1.342 7	0.002 7	-
4	0.001 7	−0.001 8	−0.466 5	0.160 9	-
5	0.000 6	−0.001 8	−0.784 0	−0.189 6	-

较优处主要位于 Δa_2、Δa_3、Δd_2、Δd_3、Δd_4 和 Δd_5。另外,由图 11(b)可知,分离病态参数优化测量构型参数辨识与全参数误差模型优化测量构型参数辨识相比,前者效果较优处主要位于 $\Delta\theta_1$、$\Delta\theta_2$、Δd_5、Δa_2 和 Δa_3。

将所得到的分离病态参数优化测量构型、随机测量构型与全参数误差模型优化测量构型对应的 3 组参数辨识结果,分别在验证测试点集 γ_v 中开展运动学参数误差补偿,完成机器人运动学标定并计算其绝对定位精度。首先,分别将 3 组参数误差值补偿至机器人运动学参数,并对验证测试点集 γ_v 中每个点进行机器人末端位置求解,分别得到标定前、及标定后共 4 组理论的机器人末端位置点。其次,采用激光跟踪仪分别测量标定前、及标定后共 4 组实际的机器人末端位置点。最后,对比计算标定前、及标定后的理论和实际的机器人末端位置误差,并计算在 3 个方向机器人末端位置误差的平均值作为验证测试点集 γ_v 中各点的机器人位置误差 e,进一步将机器人位置误差值的均方差表征机器人绝对定位精度。

标定前与 3 组测量构型标定后的机器人位置误差随验证测试点个数的变化情况如图 12 所示,对应的机器人位置误差的最大值、平均值和均方差如图 13 和表 8 所示。其中,机器人绝对定位精度由对应的机器人位置误差的均方差表征。

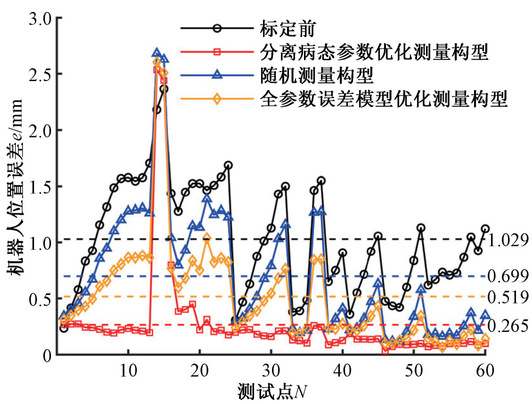
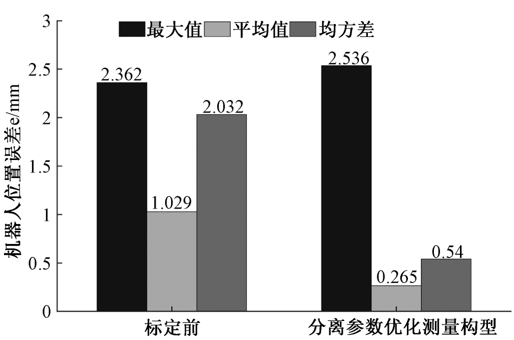


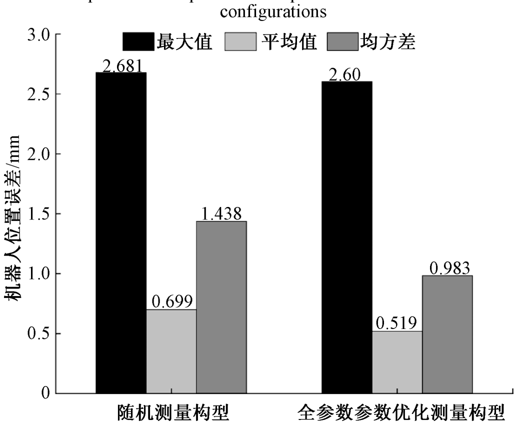
图 12　3 组测量构型标定前后机器人位置误差变化

Fig. 12　Changes in robot position errors before and after calibration of three measurement configurations



(a)标定前与分离参数优化测量构型位置误差

(a)Position errors of before calibration and ill-conditioned parameters separation for optimized measurement configurations



(b)随机测量构型与全参数优化测量构型位置误差

(b)Position errors of random measurement configurations and full parameter error model for optimized measurement configurations

图 13　3 组测量构型标定前后机器人位置误差

Fig. 13　Robot position errors before and after calibration of three measurement configurations

表 8　标定前后机器人位置误差

Table 8　Robot position errors before and after calibration

mm

		最大值	平均值	均方差
标定前		2.362	1.029	2.032
标定后	分离病态参数优化测量构型	2.536	0.265	0.540
	随机测量构型	2.681	0.699	1.438
	全参数误差模型优化测量构型	2.603	0.519	0.983

由图 12 和 13 以及表 8 可知,与标定前比较,经 3 种测量构型标定后,机器人的绝对定位精度均有显著提高。与随机测量构型和全参数误差模型优化测量构型标定结果相比,分离病态参数优化测量构型标定对应的机器人位置误差的最大值、平均值与均方差均最小,平均值与均方差均大幅度降低,相应平均值分别降低了 62.09% 和 48.94%,相应均方差分别降低了 62.45% 和 45.07%。另外,由图 12 可知,采用分离病态参数优化测量构型标定后,绝大多数的验证测试点对应机器人位置误差值处于平均值 0.265 以下;而采用全参数误差模型优化测量构型标定后,超过半数的验证测试点对应机器人位置误差值处于平均值 0.519 以上,且波动较大。因此,采用所提方法分离病态参数后,误差模型稳定性大幅提升,测量构型优化效果提高,标定结果鲁棒性较好,验证了所提方法的有效性。

6　结　　论

本文针对一种 3T2R 型高灵巧性机器人及其连杆参数高敏感性与高定位精度需求,为了尽可能减小末端作业点产生偏移以及并联驱动与差速驱动复合方式形成平移和旋转耦合运动产生平移位移偏移,并解决随机测量构型进行机器人运动学标定存在绝对定位精度不高、参数辨识结果与标定结果鲁棒性较差的问题,提出了一种病态参数分离与 DETMAX-IDE 算法的机器人运动学标定测量构型分步优化方法,为解决随机测量构型对该类高灵巧性机器人及其连杆参数高敏感性与高定位精度需求的机器人运动学标定存在绝对定位精度不高、参数辨识结果与标定结果鲁棒性较差的问题,提供了一种机器人运动学标定测量构型优化方法。

1)提出了一种病态参数分离与 DETMAX-IDE 算法的机器人运动学标定测量构型分步优化方法。首先,采用分支定界法筛选分离位置误差模型病态参数,重构位

置误差模型,解决了病态参数对测量构型优化、参数辨识求解过程的扰动,提高了位置误差模型鲁棒性与参数辨识效果。其次,采用熵权法建立一种可观性综合指标,动态加权多种可观测性指标,提高机器人末端位置误差对连杆参数误差的灵敏度,提高测量构型优化效果。最后,提出一种基于 DETMAX 算法与改进差分进化算法结合的分步迭代优化算法(DETMAX-IDE 算法),分步优化测量构型,先以 DETMAX 算法获得预优化测量构型,后经自适应变异、越界处理、交叉与选择改进差分进化(IDE)算法全局优化测量构型。

2)开展机器人测量构型优化仿真,筛选分离位置误差模型病态参数,验证误差模型稳定性,并采用 LM 算法进行参数辨识。结果表明,分离病态参数误差模型 $\boldsymbol{J}_p$ 与全参数误差模型 $\boldsymbol{J}$ 的测量构型优化分别迭代 35 次和 72 次收敛至目标函数稳定值 2.049 与 1.833;相较于随机构型,所提方法获得的分离病态参数优化测量构型能够提高部分运动学参数误差识别精度,提高参数辨识效果。仿真结果验证了所提方法的有效性。

3)构建机器人标定实验系统,使用激光跟踪仪采集机器人末端实际位置点,开展测量构型优化机器人标定实验,将分离病态参数优化测量构型、随机测量构型与全参数误差模型优化测量构型在验证测试点集进行实验对比,验证了所提方法的有效性。实验结果表明,所提方法得到的分离病态参数优化测量构型与后两者相比,机器人位置误差的平均值分别降低了 62.09% 和 48.94%,均方差分别降低了 62.45% 和 45.07%,所提方法有效提高了机器人绝对定位精度,误差模型稳定性大幅提升,标定结果鲁棒性较好。

所提方法对于其他串联、并联及混联型式机器人结构的运动学标定测量构型优化仍然具有适用性。在后续研究中,将开展机器人非几何因素影响与刚度辨识研究工作,进一步提高该高灵巧性机器人的绝对定位精度。

参考文献

[1] LI J Y, ZOU L, LUO G Y, et al. Enhancement and evaluation in path accuracy of industrial robot for complex surface grinding[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2023, 81: 102521.

[2] TAN S Z, YANG J X, DING H. A prediction and compensation method of robot tracking error considering pose-dependent load decomposition[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2023, 80: 102476.

[3] 赵艺兵, 温秀兰, 康传帅, 等. 零参考模型用于工业机器人定位精度提升研究[J]. 仪器仪表学报, 2020, 41(5): 76-84.
ZHAO Y B, WEN X L, KANG CH SH, et al. Research on improvement of industry robot positioning accuracy based on ZRM[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41(5): 76-84.

[4] XU X B, BAI Y H, ZHAO M H, et al. A novel calibration method for robot kinematic parameters based on improved manta ray foraging optimization algorithm[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2023, 72: 1-11.

[5] CHEN X Z, ZHAN Q. The kinematic calibration of an industrial robot with an improved beetle swarm optimization algorithm[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2022, 7(2): 4694-4701.

[6] 夏纯, 张海峰, 李秦川, 等. 基于等效运动链的并联机器人运动学标定方法[J]. 机械工程学报, 2022, 58(14): 71-84.
XIA CH, ZHANG H F, LI Q CH, et al. Novel kinematic calibration method of parallel mechanisms Using the equivalent kinematic chains[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2022, 58(14): 71-84.

[7] 张俊, 蒋舒佳, 池长城. 2UPR&2RPS 型冗余驱动并联机器人的运动学标定[J]. 机械工程学报, 2021, 57(15): 62-70.
ZHANG J, JIANG SH J, CHI CH CH. Kinematic calibration of a 2UPR&2RPS redundantly actuated parallel robot[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2021, 57(15): 62-70.

[8] LI Z B, LI S, LUO X. Using quadratic interpolated beetle antennae search to enhance robot arm calibration accuracy[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2022, 7(4): 12046-12053.

[9] 江文松, 李旋, 罗哉, 等. 六自由度机械臂参数校准不确定度评定方法[J]. 仪器仪表学报, 2022, 43(7): 26-34.
JIANG W S, LI X, LUO Z, et al. Uncertainty evaluation of calibration model of six DOF robot arm[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2022, 43(7): 26-34.

[10] 白明, 庞淋峻, 史羽胜, 等. 基于参数与非参数模型

结合的双臂机器人协作定位精度提升方法[J]. 机器人, 2023, 45(3): 276-286.
BAI M, PANG L J, SHI Y SH, et al. An improvement method of cooperative positioning accuracy for dual-arm robot based on the combination of parametric and non-parametric models[J]. Robot, 2023, 45(3): 276-286.

[11] CHEN G, WANG L, YUAN B N, et al. Configuration optimization for manipulator kinematic calibration based on comprehensive quality index [J]. IEEE Access, 2019, 7: 50179-50197.

[12] LI T, SUN K, JIN Y, et al. A novel optimal calibration algorithm on a dexterous 6 DOF serial robot-with the optimization of measurement poses number [C]. 2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation. IEEE, 2011: 975-981.

[13] LI T, SUN K, XIE Z, et al. Optimal measurement configurations for kinematic calibration of six-DOF serial robot[J]. Journal of Central South University, 2011, 18(3): 618-626.

[14] BORM J H, MENG C H. Determination of optimal measurement configurations for robot calibration based on observability measure[J]. The International Journal of Robotics Research, 1991, 10(1): 51-63.

[15] MENQ C H, BORM J H, LAI J Z. Identification and observability measure of a basis set of error parameters in robot calibration[J]. Journal of Mechanical Design, 1989, 111(4): 513-518.

[16] DRIELS M R, PATHRE U S. Significance of observation strategy on the design of robot calibration experiments[J]. Journal of Robotic Systems, 1990, 7(2): 197-223.

[17] NAHVI A, HOLLERBACH J M, HAYWARD V. Calibration of a parallel robot using multiple kinematic closed loops [C]. Proceedings of the 1994 IEEE International Conference on Robotics and Automation. IEEE, 1994: 407-412.

[18] NAHVI A, HOLLERBACH J M. The noise amplification index for optimal pose selection in robot calibration[C]. Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation. IEEE, 1996: 647-654.

[19] WANG W D, SONG H J, YAN Z Y, et al. A universal index and an improved PSO algorithm for optimal pose selection in kinematic calibration of a novel surgical robot[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2018, 50: 90-101.

[20] WU Y, KLIMCHIK A, CARO S, et al. Geometric calibration of industrial robots using enhanced partial pose measurements and design of experiments[J]. Robotics and Computer Integrated Manufacturing, 2015, 35(10): 151-168.

[21] HUANG C H, XIE F G, LIU X J, et al. Measurement configuration optimization and kinematic calibration of a parallel robot[J]. Journal of Mechanisms and Robotics-Transactions of the ASME, 2022, 14(3): 1-11.

[22] JIA Q X, WANG S W, CHEN G, et al. A novel optimal design of measurement configurations in robot calibration[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2018, 2018.

[23] 温秀兰, 宋爱国, 冯月贵, 等. 基于最优位姿集的机器人标定及不确定度评定[J]. 仪器仪表学报, 2022, 43(9): 276-283.
WEN X L, SONG AI G, FENG Y G, et al. Robot calibration and uncertainty evaluation based on optimal position set[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2022, 43(9): 276-283.

[24] WANG H B, GAO T Q, KINUGAWA J, et al. Finding measurement configurations for accurate robot calibration: Validation with a cable-driven robot [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2017, 33(5): 1156-1169.

[25] XIONG G, DING Y, ZHU L M, et al. A product-of-exponential-based robot calibration method with optimal measurement configurations[J]. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2017, 14 (6): 1729881417743555.

[26] LUO G Y, ZOU L, WANG Z L, et al. A novel kinematic parameters calibration method for industrial robot based on Levenberg-Marquardt and differential evolution hybrid algorithm[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2021, 71(1): 102165.

[27] CHEN X Z, ZHAN Q. The kinematic calibration of a drilling robot with optimal measurement configurations based on an improved multi-objective PSO algorithm[J]. International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, 2021, 22: 1537-1549.

[28] 郭万金. 复杂形状零部件打磨作业机器人研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2017.
GUO W J. Research on robot manipulator for grinding complex shaped parts deburring [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2017.

[29] GUO W J, LI R F, CAO C Q, et al. A novel method of dexterity analysis for a 5-DOF manipulator[J]. Journal of Robotics, 2016, 2016: 8901820.

[30] FAN J Y, HUANG J C, PAN J Y. An adaptive multi-step Levenberg-Marquardt method [J]. Journal of Scientific Computing, 2019, 78(1): 531-548.

[31] GAN Y H, DUAN J J, DAI X Z. A calibration method of robot kinematic parameters by drawstring displacement sensor[J]. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2019, 16(5): 172988141988307.

[32] JOUBAIR A, BONEV I A. Comparison of the efficiency of five observability indices for robot calibration [J]. Mechanism and Machine Theory, 2013, 70: 254-265.

[33] ZHANG S Y, MAO Y J, LIU F, et al. Multi-objective optimization and evaluation of PEMFC performance based on orthogonal experiment and entropy weight method[J]. Energy Conversion and Management, 2023, 291: 117310.

作者简介

郭万金(通信作者),2007 年于长安大学获得学士学位,2010 年于西安电子科技大学获得硕士学位,2017 年于哈尔滨工业大学获得博士学位,现为长安大学副教授、博士生导师,主要研究方向为机器人智能控制与标定技术、机器人打磨及应用。
E-mail: guowanjin@chd.edu.cn

Guo Wanjin (Corresponding author) received his B. Sc. degree from Chang'an University in 2007, M. Sc. degree from Xidian University in 2010, and Ph. D. degree from Harbin Institute of Technology in 2017. He is currently an associate professor and a Ph. D. advisor at Chang'an University. His main research interests include robot intelligent control and calibration technology, robot grinding and robotic applications.

李锦辉,2021 年于长安大学获得学士学位,现为长安大学硕士研究生,主要研究方向为机器人标定技术。
E-mail: excellentlee1999@163.com

Li Jinhui received his B. Sc. degree from Chang'an University in 2021. He is currently a graduate student at Chang'an University. His main research interest is robot calibration technology.