

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2311957

基于激光灯塔的合作航天器位姿测量 方法及其精度分析*

陈汉瑜, 武俊峰, 康国华, 吴佳奇, 李旭
(南京航空航天大学航天学院 南京 211106)

摘要:针对现有合作航天器相对位姿测量手段存在不能较好兼顾视场范围和精度、缺乏简单有效的精度评价指标的问题,提出一种基于激光灯塔的合作航天器相对位姿测量方法,能够兼顾视场与精度,并提出了该方法的精度评价指标。激光灯塔系统通过激光发射站和若干光电传感器测角实现相对位姿测量。根据激光灯塔测角原理,给出了该方法的PnP位姿解算算法;针对位姿测量精度分析问题,建立PnP问题测角误差传播模型,提出了位姿测量精度因子作为精度评估指标。实验表明,激光灯塔系统的姿态、位置测量精度量级分别为 0.1° 、毫米级;精度因子模型估计结果与测量精度实测结果存在一致性规律,可快速评估测量精度,指导传感器布局优化。此外,建立的测角误差传播模型也适用于视觉等涉及PnP问题的测量系统。

关键词: 相对位姿测量; 激光灯塔; 旋转激光扫描; PnP问题; 精度因子

中图分类号: TH74 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 510.20

Pose measurement for cooperative spacecraft based on Lighthouse tracking system and the precision analysis

Chen Hanyu, Wu Junfeng, Kang Guohua, Wu Jiaqi, Li Xu

(College of Astronautics, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, China)

Abstract: Current cooperative spacecraft relative pose measurement methods face the struggles of balancing field of view and precision as well as lacking straightforward precision metrics. We propose a method based on lighthouse tracking system, which can balance both field of view and precision and introduce a precision assessment metrics. The lighthouse tracking system comprising of laser emitters and multiple light sensors realizes angular measurements to achieve relative pose measurement. Leveraging the angular measurement principles of lighthouse tracking system, we present a PnP pose estimation algorithm. To address the precision analysis of pose measurement, we establish an angular error propagation model for PnP problem, and introduces dilution of precision for attitude and position as a precision assessment metric. Experimental results indicate that the lighthouse tracking system achieves attitude and position measurement precision at the order of 0.1° and millimeters, respectively. The dilution of precision for attitude and position demonstrates a consistent pattern in estimating precision relative to experimental results, which can be utilized for a rapid assessment of measurement precision and guides the optimization of sensor installation layout. Moreover, the angular error propagation model is applicable to measurement systems involving PnP problems involved in the monocular vision.

Keywords: relative pose measurement; laser lighthouse; rotation laser scanning; PnP problem; dilution of precision

0 引言

不断增长的空间科学应用需求使得分布式协同星群系统成为航天技术的重要发展方向,其中星群成员位姿

高精度测量是实现星群系统成员间自主相对导航所需要解决的关键问题。

全球导航卫星系统(global navigation satellite system, GNSS)已广泛应用于编队航天器任务中^[1-2],但该方法依赖外部GNSS系统,并非自主相对导航方

法。自主的相对导航中,基于视觉^[3-6]、激光雷达^[7-8]等光电成像敏感器进行测距/测角实现相对位姿测量是成熟的方案。

在星群系统的相对导航场景中,成员卫星数量众多,相对位置连续时变,传统视觉敏感器视场有限,存在难以覆盖所有星群成员的问题^[9]。针对这一问题的主要解决方案包括采用局部测量的全局相对状态测量、采用全景相机实现全向视场等。Matsuka 等^[10]提出一种分布式位姿估计算法,并采用视觉测量进行了验证,成员星通过相邻星间测量和通信进行星群局部子集的相对状态估计,最后使用星群参考系估计算法实现统一基准下的星群相对状态估计。该方法实现了分布式状态估计,因此计算复杂度不随星群规模增长,但局部测量需要进行一定姿态机动来满足敏感器指向条件,这可能会对卫星主要任务造成干扰。Kaufman 等^[11]提出一种使用全景相机进行相对导航传感器的方法,实现了 360°的水平视场,可用于航天器相对导航、编队飞行,该方案采用集中式相对位姿求解方法,面临随星群规模增长带来的计算量集中式增长问题。

另一方面,视觉测量系统中涉及的 n 点透视 (perspective- n -point, PnP) 问题因求解过程过约束、非线性、多变量的等难点,导致进行精度分析具有一定挑战性,缺乏如 GNSS 系统中几何精度因子 (geometric dilution of precision, GDOP) 这样简单有效、能直接反映测量误差或精度的评价指标。针对 PnP 的精度分析问题,屈也频等^[12]研究 PnP 问题,推导得到了单目视觉测量中相关参数和变量的误差函数解析式,揭示了影响姿态测量精度的误差规律。Wang 等^[13]提出一种基于几何解释的圆特征位姿求解误差分析方法,使用成像特征对位姿参数变化的敏感性来表征圆特征测量中的位姿测量误差。但这些文献未针对一般化的 PnP 问题模型进行研究,结论的适用范围有限。

针对以上问题,本文提出了一种基于激光灯塔系统的合作航天器相对位姿测量方法,该方法在位姿估计算法中也涉及视觉领域的 PnP 问题,不同的是在硬件上相比视觉能更好地兼顾宽视场与高精度。针对该测量方法涉及的 PnP 问题进行精度分析,提出了 PnP 问题中的姿态、位置精度因子概念,能直接、有效地反映系统的位姿测量精度。

激光灯塔 (laser-beacon/lighthouse) 是一种使用旋转激光扫描原理进行测角的测量技术,该技术最早于 20 世纪 80 年代提出,主要应用于三维坐标测量、室内定位和 VR 等领域。7D Kinematic Metrology 公司的 indoor GPS (iGPS) 系统^[14]、天津大学的工作空间测量定位系统 (workshop measurement positioning system, wMPS)^[15-16]、以及 HTC VIVE 公司的 Lighthouse 系统^[17]都采用了类似

原理进行测量。其中 Lighthouse 系统在近年来随着其在 VR 消费市场的普及,引起了机器人和视觉领域研究人员的广泛兴趣。Ikbal 等^[18]对 Lighthouse 系统进行了实验分析,发现其平均误差小于 3 mm、0.5°,最大误差小于 11 mm、1°。Bauer 等^[19]实验证实 Lighthouse 基站的工作距离可达 7 m,实验显示 Lighthouse 系统的定位精密度为毫米级,但整个系统具有厘米级的系统偏差,导致最大误差可能达到 4 cm。

本文首先阐述了激光灯塔系统的测量原理,并针对激光灯塔系统的相对位姿解算问题进行研究,提出使用角位移矢量-位移矢量组成位姿参数,建立 PnP 模型完成位姿求解;进一步研究位姿测量精度评估问题,针对激光灯塔位姿测量系统,建立通用 PnP 测角误差传播模型,研究了该系统的姿态精度因子 (altitude dilution of precision, ADOP)、位置精度因子 (position dilution of precision, PDOP) 作为精度评估指标;最后设置实验对激光灯塔系统的可行性和位姿精度因子模型的有效性进行了验证。

1 激光灯塔工作方式与测角原理

相对位姿测量系统由激光灯塔、光电传感器以及数据处理电路组成,系统结构框图与工作方式如图 1 所示。

激光灯塔作为星群相对位姿测量的统一参考基准,发射分别围绕 Y 、 X 轴匀速旋转、扫描相位相差 π 的线激光束 X 、 Y 交替地扫过空间,如图 1(a) 所示,两束线激光在空间传播中形成两个扫描平面,分别对激光灯塔的 X 、 Y 方向进行扫描。当两束扫描光到达各自的扫描零位时,激光灯塔都会发射同步光脉冲,为测量场范围内的航天器提供时间同步信号,根据光电同步脉冲信号的编码可以区分该同步信号所对应的扫描光束。由于激光束 X 、 Y 扫描相位相差 π ,实际工作时并不会发生扫描光束 X 、 Y 同时扫过激光灯塔前方的场景,图 1 中的扫描光束仅作参考。

被测航天器安装光电传感器和数据处理电路,如图 1(b) 所示,用于接收激光灯塔所发射的光信号,解算自身相对激光灯塔的位姿。传感器内部的感光元件、脉冲放大和整形电路会将所接收到的光电信号转化为数字脉冲输出,如图 1(c) 所示。

根据激光灯塔的扫描时序,光电传感器在一个扫描周期中输出的数字脉冲信号如图 1(c) 所示。令扫描周期长度为 T ,在 t_0 时刻,扫描光束 X 扫过激光灯塔 X 轴正半轴,到达其扫描零位,此时传感器接收到激光灯塔发射的同步信号并输出同步脉冲 X ,其上升沿作为扫描的开始信号; t_1 时刻,扫描光束 X 扫过光电传感器,传感器输出扫描脉冲 X ;同步脉冲 Y 和扫描脉冲 Y 同理。由于两

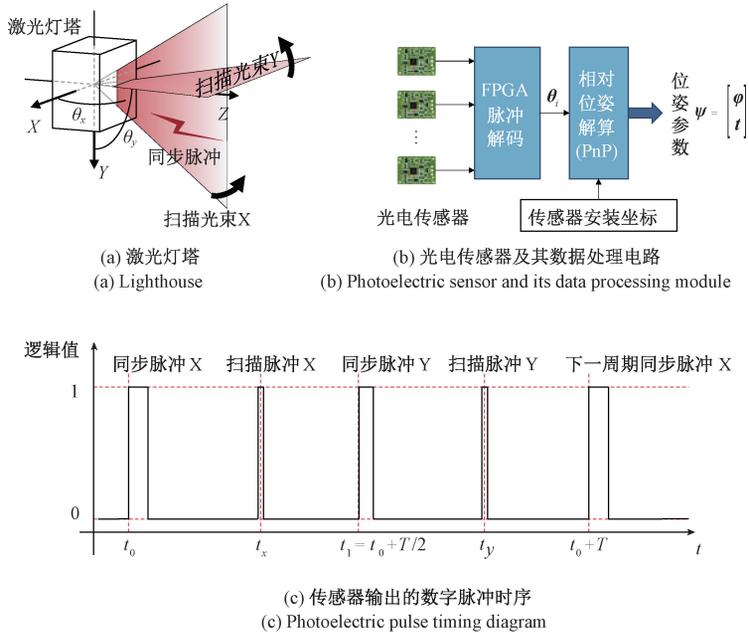


图 1 激光灯塔位姿测量系统框图

Fig. 1 Diagram of lighthouse tracking system

束线激光的扫描相位相差 π , 同步脉冲 Y 与同步脉冲 X 的上升沿时刻始终相差 $T/2$, 激光灯塔的两束扫描光交替对 X、Y 方向进行扫描。

已知激光扫描速度 ω , 使用现场可编程门阵列 (field programmable gate array, FPGA) 对光电传感器所输出的数字脉冲进行解码, 根据传感器输出的扫描脉冲及其对应同步脉冲到达时间差可得两激光束照射到传感器光敏面中心时对应的扫描相位 θ_x 、 θ_y , 实现各光电传感器相对激光灯塔的方位角度测量, 即:

$$\begin{cases} \theta_x = \omega(t_x - t_0) \\ \theta_y = \omega(t_y - t_1) \end{cases} \quad (1)$$

实际工作时, 激光灯塔的扫描速度可达上千转每分钟, 因此可对动态目标进行测量; 激光灯塔的光束覆盖视场可达 120° , 工作距离范围主要取决于激光发射功率和光电传感器的光脉冲检测能力, 一般可达 $1 \sim 20$ m, 可以为航天器对接、近距离编队场景提供高精度的位姿测量数据, 且能对多个目标进行并行测量。

2 激光灯塔系统位姿解算方法

各传感器在激光灯塔坐标系下的方位角度向量 $\theta_i = [\theta_{i,x}, \theta_{i,y}]$ 由信号处理电路采集各传感器输出的脉冲并计算, 各传感器在航天器本体系统下的安装坐标 ${}^w p_i = [{}^w x_i \ {}^w y_i \ {}^w z_i]^T (i = 1, 2, \dots, n)$ 作为先验信息, 通过构建并求解 PnP 问题完成航天器相对激光灯塔的位姿测量。

2.1 PnP 问题描述

根据透视几何关系, 可构建如下方程:

$$\begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i/z_i \\ y_i/z_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cot \theta_{i,x} \\ \cot \theta_{i,y} \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中: u_i 、 v_i 分别为传感器 i 在激光灯塔坐标系下的透视投影坐标在 x 和 y 方向上的分量; x_i 、 y_i 、 z_i 表示传感器 i 在激光灯塔坐标系下实际坐标 p_i 的 x 、 y 、 z 分量。

每一个被光脉冲照射的传感器都能通过式 (2) 提供两个约束方程。传感器的航天器本体系统坐标 ${}^w p_i$ 、激光灯塔坐标系坐标 p_i 之间的关系用旋转矩阵 R 和平移向量 t 描述:

$$p_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} = [R \ t] \begin{bmatrix} {}^w p_i \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中: $R \in SO(3)$, 为 3×3 正交矩阵, 且 $\det(R) = 1$, 表示航天器本体系统和激光灯塔坐标系之间的相对姿态; $t \in R^3$, 为 3×1 列向量, 表示航天器本体系统和激光灯塔坐标系之间的平移。

综上, 本文所涉及的 PnP 问题可以概括为^[20] 已知 n ($n \geq 4$) 个光电传感器的在激光灯塔坐标系下的透视投影坐标及其在航天器本体系统下的安装坐标, 求解航天器本体系统和激光灯塔坐标系之间的旋转矩阵 R 和位移矢量 t 。

2.2 位姿参数定义

旋转矩阵 R 包含 9 个参数, 且受到 $R^T R = 1$ 、 $\det(R) = 1$ 的约束, 各参数之间彼此耦合, 为直接求解旋

转矩阵 \mathbf{R} 带来不便,针对这一问题通常的做法是使用姿态参数表示旋转。

本文使用角位移矢量-位移矢量共同组成位姿参数,表示坐标系之间的相对位姿,其定义如下:

$$\boldsymbol{\psi} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varphi} \\ \mathbf{t} \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^6 \quad (4)$$

式中: $\boldsymbol{\varphi}$ 为角位移矢量,其方向表示旋转轴方向,模表示绕旋转轴旋转的角度; \mathbf{t} 为位移矢量,对应三维空间中的平移。

旋转矩阵 \mathbf{R} 可通过罗德里格斯公式表示为 $\boldsymbol{\varphi}$ 的函数:

$$\mathbf{R}(\boldsymbol{\varphi}) = \cos \|\boldsymbol{\varphi}\| \mathbf{I}_{3 \times 3} + (1 - \cos \|\boldsymbol{\varphi}\|) \mathbf{e} \mathbf{e}^T - \sin \|\boldsymbol{\varphi}\| \mathbf{e}^\times \quad (5)$$

式中: $\mathbf{I}_{3 \times 3}$ 为 3×3 单位矩阵; \mathbf{e} 为 $\boldsymbol{\varphi}$ 的单位方向矢量; \mathbf{e}^\times 为 \mathbf{e} 的叉乘矩阵。

2.3 全局最小化重投影误差的位姿解算算法

本文使用非线性优化方法求解 PnP 问题。在以上位姿参数定义的基础上,本文提出了一种基于 L-M 方法 (Levenberg-Marquardt) 的位姿求解算法,通过最小化重投影误差计算位姿参数的最优解。L-M 法成熟且常见,故不对其迭代步骤进行赘述,仅给出目标函数和雅可比矩阵。

重投影误差向量 $\mathbf{f}(\boldsymbol{\psi})$ 定义如下:

$$\begin{cases} \mathbf{f}^T(\boldsymbol{\psi}) = [\mathbf{f}_1^T(\boldsymbol{\psi}), \mathbf{f}_2^T(\boldsymbol{\psi}), \dots, \mathbf{f}_n^T(\boldsymbol{\psi})] \\ \mathbf{f}_i(\boldsymbol{\psi}) = \begin{bmatrix} u_i - \cot(\theta_{i,x}) \\ v_i - \cot(\theta_{i,y}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i/z_i - \cot(\theta_{i,x}) \\ y_i/z_i - \cot(\theta_{i,y}) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (6)$$

式中: n 表示本测量周期受到光脉冲照射的传感器数量; $i = 1, 2, \dots, n$; $\mathbf{f}(\boldsymbol{\psi})$ 为 $2n \times 1$ 列向量; $\mathbf{f}_i(\boldsymbol{\psi})$ 为传感器 i 所对应的重投影误差向量,其第 1、2 个元素构成重投影误差向量 $\mathbf{f}(\boldsymbol{\psi})$ 的第 $2i-1$ 、 $2i$ 个元素;各传感器在激光灯塔坐标系下的坐标通过式(3)和(5)得到。

将重投影误差向量作为残差可构建求解所需目标函数 $\mathbf{F}(\boldsymbol{\psi})$, 即:

$$\mathbf{F}(\boldsymbol{\psi}) = \mathbf{f}(\boldsymbol{\psi})^T \mathbf{f}(\boldsymbol{\psi}) \quad (7)$$

在各传感器在航天器本体系的安装坐标确定的情况下,其在激光灯塔坐标系下的坐标是位姿参数的函数。根据位姿参数性质,可推导得到传感器 i 的激光灯塔坐标系坐标对位姿参数的雅可比矩阵为:

$$\frac{\partial \mathbf{p}_i}{\partial \boldsymbol{\psi}} = [(\mathbf{p}_i - \mathbf{t})^\times \mathbf{J}_r(\boldsymbol{\varphi}) \quad \mathbf{I}_{3 \times 3}] \quad (8)$$

式中: $\mathbf{J}_r(\boldsymbol{\varphi})$ 为 SO(3) 群的右乘 BCH (Baker-Campbell-Hausdorff) 近似雅可比矩阵^[21],其表达式如下:

$$\mathbf{J}_r(\boldsymbol{\varphi}) = \frac{\sin \|\boldsymbol{\varphi}\|}{\|\boldsymbol{\varphi}\|} \mathbf{I}_{3 \times 3} + \left(1 - \frac{\sin \|\boldsymbol{\varphi}\|}{\|\boldsymbol{\varphi}\|}\right) \mathbf{e} \mathbf{e}^T + \frac{\cos \|\boldsymbol{\varphi}\| - 1}{\|\boldsymbol{\varphi}\|} \mathbf{e}^\times \quad (9)$$

由重投影误差定义可得传感器 i 的重投影误差向量 $\mathbf{f}_i(\boldsymbol{\psi})$ 对传感器 i 的激光灯塔坐标系坐标的雅可比矩阵:

$$\frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial \mathbf{p}_i} = \begin{bmatrix} 1/z_i & 0 & -x_i/z_i^2 \\ 0 & 1/z_i & -y_i/z_i^2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

综合式(8)、(10)可得传感器 i 的重投影误差向量 $\mathbf{f}_i(\boldsymbol{\psi})$ 对位姿参数 $\boldsymbol{\psi}$ 的雅可比矩阵:

$$\mathbf{J}(\mathbf{f}_i, \boldsymbol{\psi}) = \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial \mathbf{p}_i} \frac{\partial \mathbf{p}_i}{\partial \boldsymbol{\psi}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{z_i} & 0 & -\frac{x_i}{z_i^2} \\ 0 & \frac{1}{z_i} & -\frac{y_i}{z_i^2} \end{bmatrix} [(\mathbf{R}(\boldsymbol{\varphi})^w \mathbf{p}_i)^\times \mathbf{J}_r(\boldsymbol{\varphi}) \quad \mathbf{I}_{3 \times 3}] \quad (11)$$

重投影误差向量 $\mathbf{f}(\boldsymbol{\psi})$ 对位姿参数 $\boldsymbol{\psi}$ 的雅可比矩阵 $\mathbf{J}(\mathbf{f}, \boldsymbol{\psi})$ 由各传感器的 $\mathbf{J}(\mathbf{f}_i, \boldsymbol{\psi})$ 导出:

$$\mathbf{J}(\mathbf{f}, \boldsymbol{\psi}) = [\mathbf{J}^T(\mathbf{f}_1, \boldsymbol{\psi}), \mathbf{J}^T(\mathbf{f}_2, \boldsymbol{\psi}), \dots, \mathbf{J}^T(\mathbf{f}_n, \boldsymbol{\psi})]^T \quad (12)$$

迭代初值点可由直接线性变换法 (direct linear transformation, DLT)^[22]、RPnP (robust PnP)^[23] 提供。DLT 算法计算速度较快,但需要至少 4 个传感器提供数据,必要时可采用鲁棒性较高的 RPnP 算法提供初值。位姿解算算法在大多数情况下经 4 轮以内迭代就能收敛至最优位姿参数值。

3 误差传播分析及精度因子提出

3.1 误差来源

激光灯塔位姿测量系统存在的主要误差来源如表 1 所示。

表 1 位姿测量系统主要误差源

Table 1 The main error sources of the pose measurement system

系统部件	误差源
激光灯塔	线激光线性度、驱动电机转速波动、扫描转轴偏斜、同步脉冲触发时刻误差
光电传感器	安装坐标误差、脉冲触发时间误差
数据处理电路	计时误差、数值舍入误差

安装坐标误差、线激光线性度误差、扫描转轴偏斜等导致的系统误差可以通过参数标定进行修正,对位姿测量精度造成影响的主要为扫描电机转速波动和脉冲触发时间误差等各种随机误差。

根据位姿测量模型,传感器测角值、传感器航天器本体系统安装坐标是位姿解算算法的输入量,因此以上所述的各种随机误差均以不同形式表现为传感器的测角误差并最终影响位姿测量精度。

因此,对测角误差的误差传播进行分析,并研究了一定测角精度条件下的位姿测量精度评估问题。

3.2 激光灯塔测角误差传播模型

雅可比矩阵 $\mathbf{J}(f_i, \boldsymbol{\psi})$ 反映了各传感器的透视投影坐标与位姿参数之间的数学关系,在此基础上可导出传感器 i 方位角度向量对位姿参数的雅可比矩阵 $\mathbf{J}(\boldsymbol{\theta}_i, \boldsymbol{\psi})$, 该矩阵通过对 $\mathbf{J}(f_i, \boldsymbol{\psi})$ 左乘 $\mathbf{J}(\boldsymbol{\theta}_i, f_i)$ 得到:

$$\begin{cases} \mathbf{J}(\boldsymbol{\theta}_i, \boldsymbol{\psi}) = \mathbf{J}(\boldsymbol{\theta}_i, f_i) \mathbf{J}(f_i, \boldsymbol{\psi}) \\ \mathbf{J}(\boldsymbol{\theta}_i, f_i) = - \begin{bmatrix} z_i^2 / (x_i^2 + z_i^2) & 0 \\ 0 & z_i^2 / (y_i^2 + z_i^2) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (13)$$

式中: $\mathbf{J}(\boldsymbol{\theta}_i, f_i)$ 为传感器 i 方位角度向量 $\boldsymbol{\theta}_i$ 对其重投影误差向量 f_i 的雅可比矩阵,可由式 (2) 导出。

各传感器 $\mathbf{J}(\boldsymbol{\theta}_i, \boldsymbol{\psi})$ 串联得到所有传感器测角向量 $\boldsymbol{\theta}$ 对位姿参数的雅可比矩阵 $\mathbf{J}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi})$:

$$\mathbf{J}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi}) = [\mathbf{J}^T(\boldsymbol{\theta}_1, \boldsymbol{\psi}), \mathbf{J}^T(\boldsymbol{\theta}_2, \boldsymbol{\psi}), \dots, \mathbf{J}^T(\boldsymbol{\theta}_n, \boldsymbol{\psi})]^T \quad (14)$$

式中: $\boldsymbol{\theta} = [\boldsymbol{\theta}_1^T, \boldsymbol{\theta}_2^T, \dots, \boldsymbol{\theta}_n^T]^T$ 。为简便起见,使用 \mathbf{J} 代替所有传感器测角向量 $\boldsymbol{\theta}$ 对位姿参数的雅可比矩阵 $\mathbf{J}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi})$;使用 \mathbf{J}_i 代替传感器 i 测角向量 $\boldsymbol{\theta}_i$ 对位姿参数雅可比矩阵 $\mathbf{J}(\boldsymbol{\theta}_i, \boldsymbol{\psi})$ 。

式 (14) 反映了在当航天器本体系、激光灯塔坐标系之间的位姿关系用位姿参数表示为 $\boldsymbol{\psi}$ 时,位姿参数变化 $\delta\boldsymbol{\psi}$ 对各传感器测角数据所产生的影响 $\delta\boldsymbol{\theta}$, 即:

$$\delta\boldsymbol{\theta} = \mathbf{J}\delta\boldsymbol{\psi} \quad (15)$$

当位姿解算算法以最小二乘的方式进行位姿求解时, $\delta\boldsymbol{\theta}$ 对位姿参数所造成的影响可以用 \mathbf{J} 的最小二乘广义逆描述, 即:

$$\delta\boldsymbol{\psi} = (\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^T \delta\boldsymbol{\theta} \quad (16)$$

根据误差协方差传播律,可由测角误差协方差矩阵 $\text{Cov}(\boldsymbol{\theta})$ 计算得到位姿参数协方差矩阵:

$$\text{Cov}(\boldsymbol{\psi}) = (\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^T \text{Cov}(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{J} (\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1} \quad (17)$$

3.3 位姿测量精度因子

对传感器测角噪声进行建模。若假定各传感器角度测量噪声为相同分布,且标准差均为 σ_θ , 则测角向量协方差矩阵建模为 $\text{Cov}(\boldsymbol{\theta}) = \sigma_\theta^2 \mathbf{R}_\theta$, 其中 \mathbf{R}_θ 为测角向量的相关系数矩阵。那么对式 (17) 分解可以得到与测角精度 σ_θ 不相关的 6×6 矩阵 \mathbf{H} :

$$\text{Cov}(\boldsymbol{\psi}) = (\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{R}_\theta \mathbf{J} (\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1} \sigma_\theta^2 = \mathbf{H} \sigma_\theta^2 \quad (18)$$

其中相关系数矩阵 \mathbf{R}_θ 的各元素取值如下:

$$\mathbf{R}_{\theta(i,j)} = \begin{cases} 1, & i = j \\ \rho, & i \neq j \text{ and } 2 \mid (i + j) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (19)$$

由式 (19) 可知,不同传感器之间来自不同扫描电机的测角值互不相关,而来自同一电机的测角值存在一定相关性,相关系数为 ρ 。

矩阵 $\mathbf{H} = (\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{R}_\theta \mathbf{J} (\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1}$ 定量描述了系统测角误差到位姿参数误差的传播关系。由于 \mathbf{H} 与测角误差无关,对其进行分析,进一步提出激光灯塔系统的测量精度因子概念。

为了对姿态、位移分别进行分析,将 \mathbf{H} 写成分块矩阵形式:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_\varphi & \mathbf{H}_{t,\varphi} \\ \mathbf{H}_{\varphi,t} & \mathbf{H}_t \end{bmatrix} \quad (20)$$

式中: \mathbf{H}_φ 、 $\mathbf{H}_{t,\varphi}$ 、 $\mathbf{H}_{\varphi,t}$ 、 \mathbf{H}_t 均为 3×3 矩阵, \mathbf{H}_φ 、 \mathbf{H}_t 分别对应矩阵 \mathbf{H} 中关于角位移矢量 $\boldsymbol{\varphi}$ 、位移矢量 \mathbf{t} 的部分。

对于姿态部分 \mathbf{H}_φ , 角位移矢量之间的误差并不能直接反映真实姿态误差,根据 BCH 近似^[21], 可得:

$$\delta\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{J}_r(\boldsymbol{\varphi}) (\hat{\boldsymbol{\varphi}} - \boldsymbol{\varphi}) \quad (21)$$

式中: $\delta\boldsymbol{\varphi}$ 为姿态 $\hat{\boldsymbol{\varphi}}$ 相对姿态 $\boldsymbol{\varphi}$ 的姿态误差所对应的角位移矢量。

因此, ADOP 和 PDOP 定义为:

$$\begin{cases} ADOP = \frac{180}{\pi} \sqrt{\text{tr}[\mathbf{J}_r(\boldsymbol{\varphi}) \mathbf{H}_\varphi \mathbf{J}_r^T(\boldsymbol{\varphi})]} \\ PDOP = \sqrt{\text{tr}(\mathbf{H}_t)} \end{cases} \quad (22)$$

式中: $\text{tr}(\)$ 表示取矩阵的迹。实际测量时,位姿真值未知,可使用位姿的测量值替代位姿真值进行精度因子的近似计算。

在测角精度不变情况下,激光灯塔系统的测量精度受航天器与激光灯塔相对位姿、接收到光信号的传感器的布局、数量等因素影响,利用式 (22) 即可对这些复杂因素影响下系统的姿态、位置测量精度进行一定的估计。由于 ADOP、PDOP 与系统的测角精度无关,因此可以评价系统布局的优劣,这在光电传感器的布局优化方面具有指导意义。

此外,以上针对 PnP 问题的最小重投影误差位姿解的精度进行分析,因此不局限于本文所给出的 PnP 求解算法,对于满足最小重投影误差原则的 PnP 算法均可适用。因此,所述内容也适用于单目视觉等 PnP 原理测量系统的测量精度评估。

4 实 验

4.1 实验硬件环境

搭建了激光灯塔位姿测量验证系统原型机(图 2)用于实验。采用 HTC VIVE Lighthouse 1.0 作为激光灯塔发射站,其内部结构如图 2(a) 所示,激光灯塔工作在近红外波段,工作转速为 3 600 r/min,测角精度 (1σ) 约为 $8.8''$;使用靶标模拟被测航天器,靶标设计为凸多面体,其表面装有 12 个光电传感器,尺度大小为 $12.5 \text{ cm} \times 12.5 \text{ cm} \times 6.25 \text{ cm}$,光电传感器的安装布局如图 2(b) 所示。

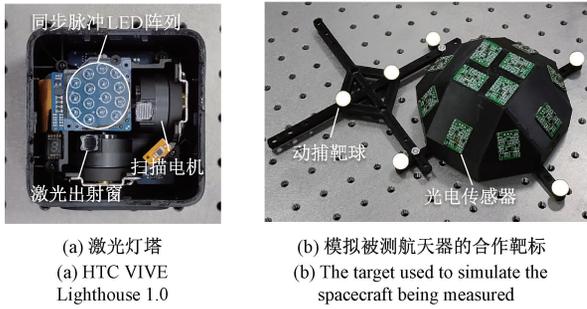


图2 位姿测量验证系统实物

Fig. 2 Prototype for pose measurement validation

光电传感器采用光电二极管和光电脉冲整形电路实现激光灯塔脉冲信号的接收和整形输出,如图3所示。光电二极管感光面具有一定大小,取感光面的几何中心坐标作为传感器的安装坐标。感光面几何中心可从光电二极管的产品规格书得知。

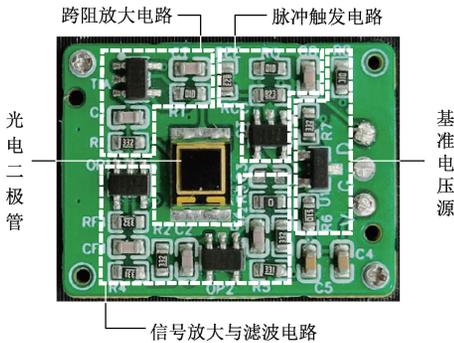


图3 光电传感器

Fig. 3 Light sensor

采用 TEMP5080X01 光电二极管,峰值响应波长为 940 nm,有效接收激光灯塔的近红外信号。各个光电传感器连接至搭载 Cyclone IV EP4CE10 芯片的 FPGA 开发板,时钟频率 50 MHz,时间分辨率为 20 ns。FPGA 记录各传感器输出的数字脉冲并计算各个传感器相对激光灯塔的方位角度,输出的实验数据经串口传输至计算机完成位姿解算。

除光电传感器外,被测靶标还装有动捕靶球,以使用动作捕捉系统对被测靶标的位姿进行测量,作为被测靶标的位姿真值来源。实验中使用 NOKOV 公司的动作捕捉系统,数据刷新率为 60 Hz,实测对被测靶标(图2(b))的姿态测量精度在 0.01°量级,位置测量精度为亚毫米级,其测量精度满足作为真值的要求。

4.2 位姿测量精度测试

设置静态位姿测量实验,保持重复性测量条件进行相对位姿测量,对激光灯塔位姿测量精密度进行了测试,并验证激光灯塔测量精度因子的正确性。

实验场景如图4所示,激光灯塔光信号范围覆盖其前方 $120^\circ \times 120^\circ$ 区域,在确保至少4个传感器稳定接收到激光灯塔光信号的前提下,于激光灯塔前方 $3\text{ m} \times 3\text{ m}$ 大理石平台范围内任意选取位置、姿态摆放被测靶标,保持靶标静止,使用激光灯塔对被测靶标进行测量。

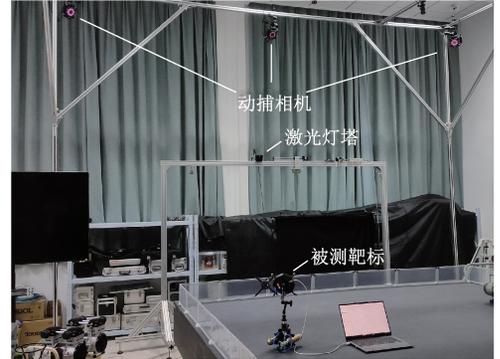


图4 位姿测量精度测试

Fig. 4 Measurement of pose measurement precision

进行 50 组重复性测量实验,获取了 50 组激光灯塔静态测量数据,每组数据均包括 3 600 帧测角数据,以及基于这些测角数据的位姿解算数据。

为了衡量位姿测量的精度,取位姿参数样本相对于样本均值的偏差,分别计算姿态、位移偏差的均方根 σ_{rot} 和 σ_{trans} 定义为姿态、位置测量精度,计算方法如下:

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_{\text{rot}} &= \frac{180}{\pi} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \|\varphi(\mathbf{R}(\varphi_i)\mathbf{R}^T(\varphi_{\text{mean}}))\|^2}{N}} \\ \sigma_{\text{trans}} &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \|\mathbf{t}_i - \mathbf{t}_{\text{mean}}\|^2}{N}} \end{aligned} \right. \quad (23)$$

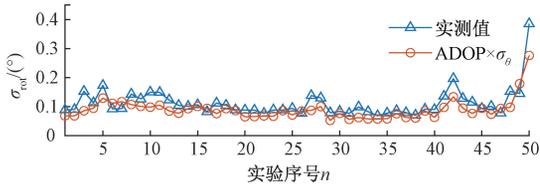
式中: σ_{rot} 、 σ_{trans} 表示姿态、位置测量精度; φ_i 、 \mathbf{t}_i 表示该组数据中第 i 帧位姿参数中角位移矢量、位移矢量测量值; φ_{mean} 、 \mathbf{t}_{mean} 表示该组数据角位移矢量、位移矢量的均值; $\mathbf{R}(\varphi)$ 表示角位移矢量 φ 对应的旋转矩阵; $\varphi(\mathbf{R})$ 表示旋转矩阵 \mathbf{R} 对应的角位移矢量。

另一方面,根据 3.3 节的位姿测量精度因子模型,可分别将各组数据所对应的 ADOP、PDOP 分别乘以测角精度 σ_θ 得到 σ_{rot} 、 σ_{trans} 的估计值:

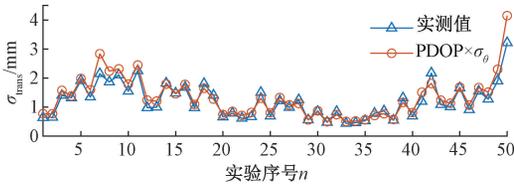
$$\left\{ \begin{aligned} \hat{\sigma}_{\text{rot}} &= \text{ADOP} \times \sigma_\theta \\ \hat{\sigma}_{\text{trans}} &= \text{PDOP} \times \sigma_\theta \end{aligned} \right. \quad (24)$$

其中, σ_θ 取值为 4.014×10^{-5} rad (8.8"); ADOP、PDOP 由式(18)、(22)计算;式(18)相关系数矩阵 \mathbf{R}_θ 中,来自同一电机的不同传感器测角值之间相关系数 ρ 取统计值 0.8717。

由式 (23)、(24) 分别计算这 50 组静态测量实验数据的 σ_{rot} 、 σ_{trans} 实测值和估计值, 如图 5 所示。图 5(a)、(b) 分别为姿态、位置测量精度结果。结果表明激光灯塔的姿态、位置测量精度分别为 0.1° 级, 毫米级。



(a) 姿态测量精度
Attitude measurement precision



(b) 位置测量精度
Position measurement precision

图 5 位姿测量精度的实测值与估计值对比
Fig. 5 Comparison of measured and estimated pose measurement precision

对比 σ_{rot} 、 σ_{trans} 的实测值和估计值, 估计值在数值以及总体趋势上与实测值基本相符, 存在一致性规律, 这表明了本文 3.2 节的激光灯塔测量精度因子模型的有效性和正确性。

实验中旋转电机的测角精度 σ_θ 存在一定波动, 测角向量的相关系数矩阵 R_θ 也并非完美符合式 (19) 的建模, 这是利用位姿精度因子模型对 σ_{rot} 、 σ_{trans} 进行估计存在误差的主要原因。

4.3 动态位姿测量实验

通过动态位姿测量对比实验, 验证所提出激光灯塔位姿测量系统的可行性、和位姿解算算法的准确性。

实验场景与 4.2 节一致, 不同的是被测靶标在激光灯塔位于前方约 1 m 的 4 m×4 m×2 m 空间内进行三维姿态、位置机动。实验中分别使用激光灯塔、NOKOV 动作捕捉系统对被测靶标的位姿进行测量。动捕系统坐标系相对激光灯塔坐标系的位姿关系经事先标定, 对应位姿参数为 $\psi_0 = [-1.4620, 1.3741, -1.0023, 6.8050 \times 10^2, 6.2403 \times 10^2, 2.8839 \times 10^3]^T$ 。根据标定结果将动捕系统的位姿测量数据转换到激光灯塔坐标系中, 作为被测靶标相对激光灯塔坐标系的位姿真值。

进行了 10 次动态位姿测量实验, 以第 1 次实验为例进行可视化。第 1 次实验中被测靶标相对激光灯塔坐标系的运动轨迹如图 6 所示, 图 6 中包含两条运动轨迹, 分别来自激光灯塔系统、动捕系统的测量数据, 两条轨迹重合度较高, 这表明基于激光灯塔系统进行位姿测量具备可行性。

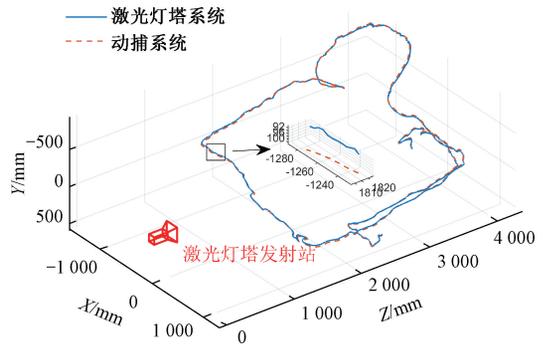


图 6 第 1 次实验中被测靶标相对激光灯塔的运动轨迹
Fig. 6 The trace of the measured target relative to the lighthouse in the first experiment

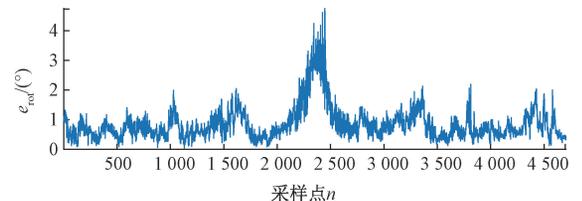
为了进一步评价激光灯塔位姿测量的准确度, 以动捕系统位姿测量数据为真值, 对激光灯塔位姿测量的姿态、位移误差进行计算。

姿态误差 e_{rot} 、位移误差 e_{trans} 为:

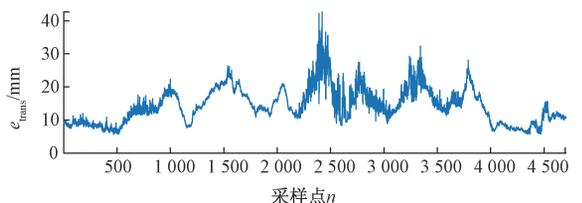
$$\begin{cases} e_{rot} = \frac{180}{\pi} \|\varphi(R(\varphi_1)R^T(\varphi_m))\| \\ e_{trans} = \|\mathbf{t}_l - \mathbf{t}_m\| \end{cases} \quad (25)$$

式中: $R(\varphi_m)$ 、 $R(\varphi_1)$ 分别为动捕系统和激光灯塔所测量的角位移矢量对应的旋转矩阵; $\varphi(R)$ 表示旋转矩阵 R 对应的角位移矢量; \mathbf{t}_m 、 \mathbf{t}_l 分别为动捕系统和激光灯塔所测量的位移矢量。

按照式 (25) 计算激光灯塔对靶标的姿态、位移测量误差, 其中第 1 次实验的误差曲线如图 7 所示, 其中图 7(a)、(b) 分别为姿态、位置测量误差曲线。图 7 中姿态测量误差最大值为 4.76°、位移测量误差最大值为 42.6 mm。



(a) 姿态测量误差
Attitude measurement error



(b) 位置测量误差
Position measurement error

图 7 第 1 次实验中激光灯塔姿态、位移测量误差曲线
Fig. 7 Attitude and translation measurement errors of Lighthouse in the first experiment

统计了所有 10 次实验中姿态、位置误差的均方根、最大值,如表 2 所示。统计结果表明,在动态位姿测量实

验中激光灯塔的姿态测量误差为 1° 量级,位置测量误差为 cm 级。

表 2 位姿测量误差统计结果
Table 2 Statistical results of pose measurement error

实验序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
姿态误差	误差均方根/ $^\circ$	0.96	0.94	0.91	1.07	0.95	0.85	0.78	0.86	0.18	0.21
	误差最大值/ $^\circ$	4.76	3.76	2.90	3.70	5.58	3.00	5.76	3.11	0.91	0.82
位置误差	误差均方根/mm	12.7	16.9	17.8	19.0	9.9	10.1	14.3	10.2	9.7	3.5
	误差最大值/mm	42.6	43.5	44.3	45.4	20.5	25.5	32.0	27.3	31.2	11.6

4.4 实验结果讨论

4.3 节动态测量实验的测量误差在数量级上约为 4.2 节精度测试中所得到的精度数值的 10 倍,这表明激光灯塔测量结果存在一定系统误差,造成测量结果准确度的降低。Bauer 等^[19]的实验也有类似的结论。

根据 3.1 节对激光灯塔误差来源的分析,造成系统误差的因素主要有传感器安装坐标误差、线激光线性度误差、扫描转轴偏斜等因素,为实现更高精度测量,对这些系统误差来源应予以参数标定进行误差修正。

5 结 论

现有视觉、激光雷达等基于光电成像原理的相对位姿测量系统存在难以兼顾视场范围和精度的问题;并且视觉系统所涉及的 PnP 位姿求解问题因求解过程复杂,存在缺乏简单有效的测量精度评价指标的问题。本文提出一种基于激光灯塔的合作航天器相对位姿测量方法,通过求解 PnP 问题得到被测航天器位姿,并给出了相应求解算法;针对系统的位姿测量精度进行分析,建立 PnP 测角误差传播模型,推导了 ADOP 和 PDOP 作为精度评价指标。

以 Lighthouse 1.0 基站作为激光灯塔发射站进行实验验证。位姿测量精度测试表明,激光灯塔系统姿态、位置测量精度量级分别为 0.1° 、毫米级,通过 ADOP、PDOP 对测量精度的估计结果与实验结果有明显一致规律,验证了位姿精度因子的有效性;动态位姿测量实验表明,系统存在一定系统误差导致准确度降低,姿态、位置测量误差量级分别为 1° 、厘米级。

激光灯塔系统采用旋转激光扫描方式进行测量,视场可达 $120^\circ \times 120^\circ$,兼顾了覆盖范围与精度;此外,其分布式特点和空间编码信息的单向传输方式使得各航天器仅负责自身位姿解算,具备高度可拓展性和并行测量能力,在多目标测量场景具有明显优势;利用位姿测量精度

因子可对系统的测量精度进行快速有效的评价,为传感器布局优化提供指导。此外,所提出的 ADOP、PDOP 也可应用于单目视觉等涉及 PnP 问题的测量系统的精度评价。

参考文献

- [1] 邵凯,张厚喆,秦显平,等. 分布式 InSAR 编队卫星精密绝对和相对轨道确定[J]. 测绘学报, 2021, 50(5): 580-588.
SHAO K, ZHANG H ZH, QIN X P, et al. Precise absolute and relative orbit determination for distributed InSAR satellite system [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2021, 50(5): 580-588.
- [2] 楼良盛,缪剑,陈筠力,等. 卫星编队 InSAR 系统设计系列关键技术[J]. 测绘学报, 2022, 51(7): 1372-1385.
LOU L SH, MIAO J, CHEN J L, et al. Key issues of InSAR system designment based on satellite formation[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2022, 51(7): 1372-1385.
- [3] DELPECH M, BERGES J C, KARLSSON T, et al. Results of PRISMA/FFIORD extended mission and applicability to future formation flying and active debris removal missions [J]. International Journal of Space Science and Engineering, 2013, 1(4): 382-409.
- [4] 王世新,华宝成,袁琦,等. 交会对接光学成像敏感器中合作目标的分析与设计[J]. 空间控制技术与应用, 2020, 46(6): 56-62.
WANG SH X, HUA B CH, YUAN Q, et al. Analysis and design of cooperative targets for camera-type rendezvous and docking sensor [J]. Aerospace Control and Application, 2020, 46(6): 56-62.

- [5] 陶孟卫, 姚宇威, 元海文, 等. 无人机自主降落视觉标识设计及位姿测量方法[J]. 仪器仪表学报, 2022, 43(5): 155-164.
TAO M W, YAO Y W, YUAN H W, et al. Visual target design and pose measurement method for UAV autonomous landing [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2022, 43(5): 155-164.
- [6] 陈曼桐, 侯培国. 基于相对定位技术实现对 Apriltags 测量范围拓展的研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2023, 37(3): 74-85.
CHEN M T, HOU P G. Method to expand the measuring range of Apriltags based on relative positioning [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2023, 37(3): 74-85.
- [7] CHRISTIAN J A, ROBINSON S B, D'SOUZA C N, et al. Cooperative relative navigation of spacecraft using flash light detection and ranging sensors [J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2014, 37(2): 452-465.
- [8] 张海峰, 程志恩, 李朴, 等. 激光雷达合作目标设计及其在空间交会对接中的应用[J]. 红外与激光工程, 2015, 44(9): 2556-2561.
ZHANG H F, CHENG ZH EN, LI P, et al. Design of lidar cooperative target and its application to space rendezvous and docking [J]. Infrared and Laser Engineering, 2015, 44(9): 2556-2561.
- [9] 刘付成, 韩飞, 韩宇, 等. 分布式协同微纳遥感星群的智能控制系统关键技术[J]. 上海航天(中英文), 2022, 39(4): 1-24.
LIU F CH, HAN F, HAN Y, et al. Key technologies of intelligent control system for distributed cooperative micro/nano remote sensing satellites [J]. Aerospace Shanghai (Chinese & English), 2022, 39(4): 1-24.
- [10] MATSUKA K, FELDMAN A O, LUPU E S, et al. Decentralized formation pose estimation for spacecraft swarms [J]. Advances in Space Research, 2021, 67(11): 3527-3545.
- [11] KAUFMAN O, GURFIL P. Spacecraft relative navigation with an omnidirectional vision sensor [J]. Acta Astronautica, 2021, 188: 334-351.
- [12] 屈也频, 侯旺. 基于误差传播理论的 PnP 问题姿态精度分析[J]. 光学精密工程, 2019, 27(2): 479-487.
QU Y P, HOU W. Attitude accuracy analysis of PnP based on error propagation theory [J]. Optics and Precision Engineering, 2019, 27(2): 479-487.
- [13] WANG Z, CHEN D, GONG J. Pose error analysis method based on a single circular feature [J]. Pattern Recognition, 2022, 129: 108726.
- [14] NICKSCH C, SABZEHI M, SCHMITT R H. Virtual indoor-GPS for measurement uncertainty determination in reconfigurable environments [J]. Production Engineering, 2022, 16(4): 545-560.
- [15] 金兆瀚, 杨凌辉, 杜兆才, 等. 基于 wMPS 的工业机器人定位精度自动补偿方法[J]. 自动化与仪器仪表, 2022(4): 202-209.
JIN ZH H, YANG L H, DU ZH C, et al. Automatic compensation method of industrial robot positioning accuracy based on wMPS [J]. Automation and Instrumentation, 2022(4): 202-209.
- [16] 林嘉睿, 荆伟杰, 任永杰, 等. 基于合作靶标的分布式测量系统定向方法[J]. 仪器仪表学报, 2021, 42(11): 10-16.
LIN J R, JING W J, REN Y J, et al. Orientation method for distributed measurement system based on cooperative target [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021, 42(11): 10-16.
- [17] PAIJENS A F M, HUANG L, AL-JUMAILY A M. Measurement of the positions of light sensors on a mobile frame being tracked with a lighthouse localization system[J]. Sensors and Actuators A-Physical, 2021, 331: 112979.
- [18] IKBAL M S, RAMADOSS V, ZOPPI M. Dynamic pose tracking performance evaluation of HTC Vive virtual reality system[J]. IEEE Access, 2021, 9: 3798-3815.
- [19] BAUER P, LIENHART W, JOST S. Accuracy investigation of the pose determination of a VR system[J]. Sensors, 2021, 21(5): 1622.
- [20] 王平, 周雪峰, 安爱民, 等. 一种鲁棒且线性的 PnP 问题求解方法[J]. 仪器仪表学报, 2020, 41(9): 271-280.
WANG P, ZHOU X F, AN AI M, et al. Robust and linear solving method for Perspective-n-Point problem[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41(9): 271-280.
- [21] BARFOOT T D. State Estimation for Robotics [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2017.

- [22] HARTLEY R, ZISSERMAN A. Multiple view geometry in computer vision[M]. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.
- [23] LI S, XU C, XIE M. A robust $O(n)$ solution to the perspective-n-point problem[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2012, 34(7): 1444-1450.

作者简介



陈汉瑜,2021年于南京航空航天大学获得学士学位,现为南京航空航天大学硕士研究生,主要研究方向为光电检测、航天器姿态测量。

E-mail: hanyuchen@nuaa.edu.cn

Chen Hanyu received his B.Sc. degree from Nanjing University of Aeronautics and Astronautics in 2021. Now he is a

M.Sc. candidate at Nanjing University of Aeronautics and Astronautics. His main research interests include photoelectric detection and spacecraft pose measurement.



武俊峰(通信作者),2010年于中国科学院长春光学精密机械与物理研究所获博士学位,现为南京航空航天大学副教授、硕士生导师,主要研究方向为激光传感、光学测控。

E-mail: awublack@126.com

Wu Junfeng (Corresponding author) received his Ph. D. from Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences in 2010. Now he is an associate professor and M.Sc. supervisor at Nanjing University of Aeronautics and Astronautics. His main research interests include laser sensing and optical measurement and control.