

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2311508

SQUID 二阶磁梯度计标定系统的空间位置优化*

尹 淦¹, 张朝晖¹, 张天尧¹, 米 旺², 帕夫洛·萨特科夫斯基^{2,3}

(1. 北京科技大学自动化学院 北京 100083; 2. 北京斯奎德量子技术有限公司 北京 100083;
3. 乌克兰国家科学院 V. M. Glushkov 控制论研究所 基辅 03115)

摘要:超导量子干涉器件(SQUID)是利用磁通量子化与约瑟夫森效应这两种特性而形成的超导器件,可以分辨极微弱磁场变化,在磁信号灵敏探测方面应用广泛。因此,为确保其输出映射的准确性与使用质量,对使用过程中其进行定期校准至关重要。本文针对 SQUID 二阶磁梯度计在使用过程中的标定系统优化问题展开讨论,以标定线圈圆心为中心点建立笛卡尔坐标系,固定 Y 轴方向的相对位置,首先从 Z 轴方向移动标定线圈找到电流灵敏度最大位置范围,之后进一步精确标定位置,在 X 轴方向找到对 Z 轴方向移动最不敏感的相对位置,为标定中可能出现的人为误差提供更大的容错范围。并通过解析模型与有限元仿真模型相互验证,为后续实验提供了理论依据与先行性。利用解析模型与有限元模型及实测数据确定 SQUID 二阶磁梯度计在使用中的校准系数均为 1.107,并对所提出的标定方法所产生的不确定度进行分析,为梯度计在低噪声环境条件下进行标定提供了更大的鲁棒性。

关键词: SQUID 二阶磁梯度计;有限元仿真;校准系数标定

中图分类号: TH89 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 460.40

Spatial optimization in the calibration of a second order SQUID gradiometer

Yin Lu¹, Zhang Zhaohui¹, Zhang Tianyao¹, Mi Wang², Pavlo Sutkovyi^{2,3}

(1. College of Automation, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China; 2. Beijing SQUID Quantum Technology Co., Ltd., Beijing 100083, China; 3. NAS Ukraine, V. M. Glushkov Institute of Cybernetics, Kiev 03115, Ukraine)

Abstract: Superconducting quantum interference devices (SQUID) are superconducting devices that use two properties to resolve very weak magnetic field variations, including flux quantization and Josephson effect. They are used in a wide range of applications for sensitive detection of magnetic signals. Therefore, to ensure the accuracy and quality of its output mapping, it is essential to calibrate it periodically during use. In this article, the calibration system optimization of SQUID second-order magnetic gradiometer in use is discussed. A Cartesian coordinate system is established with the center of the calibration coil as the center point, and the relative position in the Y-axis direction is fixed. The calibration coil is moved from the Z-axis direction to find the maximum position range of current sensitivity. Then, the position is further calibrated precisely to find the relative position in the X-axis direction that is least sensitive to the movement in the Z-axis direction, which provides a larger tolerance range for possible human errors in calibration. The analytical model and the finite element simulation model are validated against each other to provide a theoretical basis and precedence for subsequent experiments. The calibration coefficient of SQUID second-order magnetic gradiometer in use is determined to be 1.107 through the analytical model, the finite element model and the measured data. The uncertainty generated by the proposed calibration method is analyzed to provide greater robustness for the calibration of the gradiometer under low-noise environment conditions.

Keywords: SQUID second-order magnetic gradiometer; finite element simulation; calibration coefficient calibration

收稿日期: 2023-05-31 Received Date: 2023-05-31

* 基金项目: 国家重点研发计划(2021YFA0718901)、国家自然科学基金(62005014)、国家高端外国专家引进计划(G2022105034L)、高校基本科研业务费(FRF-IDRY-21-014)项目资助

0 引言

在实际中利用超导量子干涉器件 (superconductive quantum interfere device, SQUID) 进行磁探测时, 一般容易受到环境磁场的影响^[1]。使用磁场梯度代替单一的磁场参数测量可以消除地磁场及干扰磁场的影响^[2-3]。目前梯度测量在磁未爆物定位^[4]、地下的金属管道的探测^[5]、生物磁场检测^[6-7]等方面均发挥着重要作用。

作为生物磁源感知系统中的核心弱磁传感部件, SQUID 对磁场强度的探测准确度直接关系着病灶、功能区域等目标磁源位置定位的精度。在其日常使用过程中, 会面临因空气与湿度导致电路老化、环境温度造成内部细微结构形变等会导致 SQUID 梯度计示值准等问题。因此在医疗工作中未定期更新设备的校准因子, 会对检测结果造成重大影响^[8], 特别是心磁图仪这类测量极微弱磁信号的医疗设备, 其校准精度直接影响系统性能高低和磁场数据的准确性^[9], 细微的差异极易造成误诊等重大医疗事故。由此可见, 为使输出电压真实地反映磁信号, 从而满足临床需求与使用质量, 对其出场标定系数进行定期的校准与修正至关重要。类似的, 像其他以 SQUID 为核心传感器件的弱磁传感系统也需要定期校准标定, 如用于磁异常勘探的地磁计^[10]、地下未爆物探测仪器^[4]、大脑功能研究的脑磁图仪^[6]、肺磁图仪^[7]等。

目前对 SQUID 进行标定的方法主要有基于导线或电流环产生磁场, 和基于平面线圈产生均匀场这两种方法^[11]。韩国忠南大学的 Lee 等^[12]利用两对相同的方形线圈产生两个均匀场, 由此产生二阶梯度, 对 SQUID 梯度计进行精确校准。安徽工程大学的 Yang 等^[9]在此优化了亥姆霍兹线圈的安装空间问题, 利用流函数设计双平面线圈进行了校准。利用平面线圈产生均匀磁场的方法虽然标定结果集中, 但通常实验装备空间占用率大, 使实验不具备便捷性^[11]。中科院上海微系统与信息技术研究所的孔祥燕团队, 采用 PCB 圆形线圈的标定方法, 认为与亥姆霍兹线圈产生均匀场的方法结果基本一致, 但标定线圈的定位仍是导致实验结果发散的重要原因^[11]。Omelas 等^[13]对比研究了 3 种校准方案, 其中提供基准磁场的磁源分别为长导线^[14]、小线圈^[15]和大线圈^[16], 这些方法均适用于校准单通道 SQUID 梯度计, 但长导线受发射距离和通量数值计算限制较大, 小线圈对于噪声和梯度计平衡效应表现为高敏感性, 校准过程中对外部环境要求相对严格, 大线圈由于其技术特征, 对标定时线圈的确切位置不敏感, 即在上下移动 4 cm 的情况下只会导致系数 $K_{\text{Testa/volt}}$ 值 1% 的变化^[16], 校准系数相对稳定。

基于前期提出的理论, 本文采用单个载流大线圈作为激励源, 深入分析了梯度计线圈标定系统的全方位位置。通过对 SQUID 二阶磁梯度计模型进行解析建模与有限元分析计算, 相互验证确保该标定方案的理论有效性, 并以心磁图仪中装备的低温 SQUID 作为标定对象开展标定校准实验。提高标定位置对于 SQUID 二阶磁梯度计与校准线圈之间空间位置的鲁棒性, 降低了线圈激励标定系统的不确定度, 从而降低了由于不确定杜瓦内线圈的确切位置与标定时的人为误差对标定实验造成的影响。

1 二阶梯度计标定系统模型

1.1 SQUID 二阶磁梯度计

直流超导量子干涉器件 (direct current SQUID, DC-SQUID) 通常由包含两个约瑟夫森结的超导环路构成, 外界磁通变化会使得穿过 SQUID 环路的磁通量 Φ 发生变化, 从而改变 SQUID 器件的临界电流值。磁通对临界电流的调制使得 SQUID 两端的电压同样受到外界磁场的调制, 如图 1(a) 所示, 根据磁通量子化, SQUID 两端电压在最大值与最小值之间以 Φ_0 为周期产生变化^[17], 其中 Φ_a 为耦合到 SQUID 环路中的外界磁通。

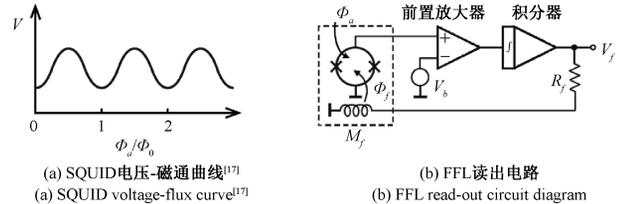


图 1 SQUID 工作原理

Fig. 1 Schematic diagram of SQUID working

由于 SQUID 磁通-电压转换是非线性的, 无法直接测量磁场, 利用磁通锁定环 (flux-locked loop, FLL) 使非线性的 SQUID 实现磁通-电压的线性转换 (图 1(b))。SQUID 的输出电压与 V_b 间的电压差值经放大积分后输出, V_f 使反馈回路产生电流, 反馈电流经由反馈线圈与 SQUID 磁耦合互感 M_f 产生可与输入磁通 Φ_a 平衡的反馈磁通 Φ_f , 因此 SQUID 的感应磁通 Φ_a 与输出电压 V_f 之间建立了式(1)所描述的线性传递关系:

$$V_f = \frac{M_f}{R_f} \Phi_a \quad (1)$$

二阶 SQUID 磁梯度计由 4 个电感相等、绕向相反的梯度线圈与 SQUID 磁强计输入线圈串联组成, 可精确测量磁场对空间的二阶导数。梯度计可通过改变线圈的缠绕方式和组合方法制成不同类型和不同阶次, 本文使用的轴向二阶梯度计示意图如图 2 所示。

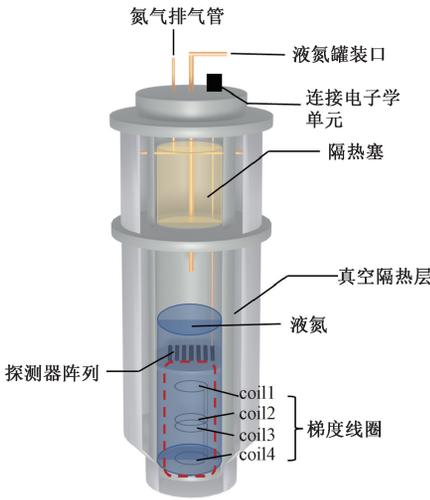


图 2 SQUID 二阶磁梯度计实物示意图

Fig. 2 Physical diagram of SQUID second-order gradiometer

由此可见, SQUID 二阶磁梯度计的输入-输出为线性关系, 因此在标定过程中选取单点即可, 即对于仿真真值与实验数据采用线性标定模型。

1.2 标定系统配置

在实际应用中, 通过在低温杜瓦瓶中使用 SQUID 器件检测到的输入磁通和室温下检测到的输出电信号之间的线性关系进行磁场-电压转换系数 $K_{Tesla/volt}$ 的校准, $K_{Tesla/volt}$ 的大小依赖于 SQUID 的磁通-电压转换系数与磁通锁定环路。本文对于校准系数 K_0 采取实验标定方法。在标定过程中, 平稳地将标定线圈放置在杜瓦下方, 并使得梯度线圈组最下方线圈接近杜瓦瓶底部, 该过程中所用的标定实验设备以及参数示意图如图 3 所示。

在校准过程中, 校准线圈的位置沿梯度计轴和水平方向围绕杜瓦瓶进行调整, 将梯度计最底部线圈所在平面与标定线圈所在平面之间的垂直距离表示为高度值 z ,

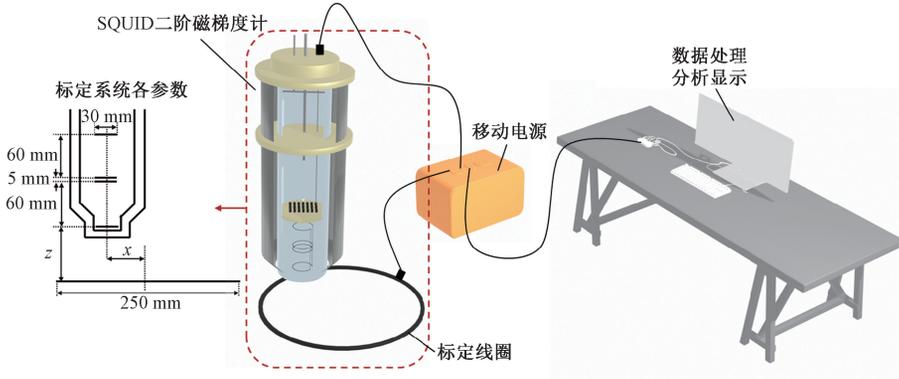


图 3 标定实验设备示意图

Fig. 3 Diagram of the calibration experimental equipment

梯度计沿 X 轴方向中心轴与校准线圈中心轴之间的垂直距离表示为偏移量 x 。标定过程中改变 z 与 x 的参数值, 同时记录输出以找到校准线圈的最佳位置。在标定过程中需要记录梯度线圈的净磁场值, 因此仅关注 Z 方向上的磁场影响。

1.3 磁场分布理论模型

与现存的参数标定过程不同, 本文基于磁场分布理论建立解析模型。梯度计线圈本身的尺寸小于激励线圈, 所以无法将激励源视为磁偶极子, 基于文献[18-19], 本文进一步推导了在笛卡尔坐标系下, 受电流环激励的某点沿 Z 方向的磁感应强度公式。

如图 4 所示, 载流线圈处于 XOY 平面, 半径为 R , 顺时针电流为 I , 取线圈与 X 轴正半轴上与其夹角 θ 一处为电流元 $I dl$, 其 X 轴坐标为 $R \cos \theta$, Y 轴坐标为 $R \sin \theta$, 则电流元 $I dl$ 可表示为:

$$I dl = IR d\theta (-i \sin \theta + j \cos \theta) \quad (2)$$

取空间内任意一点 P , 其坐标为 (x, y, z) 则 P 点到该

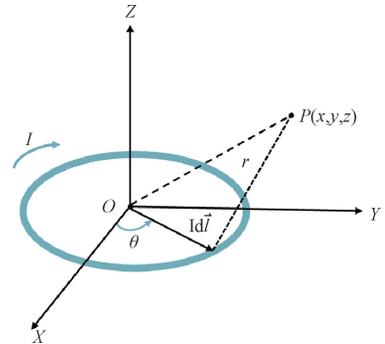


图 4 线圈模型示意图

Fig. 4 Diagram of the coil model

微元的距离 d 为:

$$d = \sqrt{(R \cos \theta - x)^2 + (R \sin \theta - y)^2 + z^2} \quad (3)$$

P 点到源点的单位方向矢量 e_d 为:

$$e_d = \frac{1}{d} (x - R \cos \theta, y - R \sin \theta, z) \quad (4)$$

根据毕奥-萨伐尔定律,通电线圈在空间某一点的磁感应强度大小可以通过下式计算:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \frac{\mathbf{I} d\mathbf{l}_e \times \mathbf{e}_d}{d^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \frac{\mathbf{I} \mathbf{e}_i \times \mathbf{e}_d}{d^2} dl \quad (5)$$

其中:

$$\mathbf{e}_i \times \mathbf{e}_d = \frac{1}{d} \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ x - R\cos\theta & y - R\sin\theta & z \end{vmatrix} \quad (6)$$

式中: $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ 分别代表 X, Y, Z 轴上的一个单位向量。

将式(6)代入到式(5)中,则载流圆线圈在空间内一点的磁感应强度 Z 分量表达式为:

$$B_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\mathbf{I}R(R - x\cos\theta - y\sin\theta)}{(\sqrt{(R\cos\theta - x)^2 + (R\sin\theta - y)^2 + z^2})^3} d\theta \quad (7)$$

由上述推导可知,在激励源为载流大线圈时,对于空间内某一点的 Z 方向的磁感应强度如式(7)所示,则一个半径为 φ 拾取线圈的磁场均值 B_{Zcoil} 可表示为:

$$B_{Zcoil} = \frac{2}{\pi\varphi^2} \int_{-\varphi}^{\varphi} \times \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\mathbf{I}R(R - x\cos\theta - (\sqrt{\varphi^2 - (x_n - a)^2 + b})\sin\theta)}{(\sqrt{(R\cos\theta - x_n)^2 + (R\sin\theta - y_n)^2 + z^2})^3} d\theta \right) \times y_n dx \quad (8)$$

其中, n 为拾取线圈序号, μ_0 为真空磁导率, a, b 分别为拾取线圈圆心的 X, Y 轴坐标, x_n 与 y_n 可通过圆方程进行描述。

根据图2中展示的二阶梯度计的绕线方向,在载流大线圈激励下, SQUID 二阶梯度计的净磁场 B_{Dcoil} 可表示为:

$$B_{Dcoil} = (B_{Zcoil2} + B_{Zcoil3}) - (B_{Zcoil1} + B_{Zcoil4}) \quad (9)$$

1.4 标定系统的有限元模型

利用 Elmer 开源仿真软件及有限元法对上述梯度计标定体系进行仿真建模。由于磁场计算需要在封闭空间内进行,构建球形区域包裹标定系统,球体表面定义完美匹配层(perfect matched layer, PML)以截断域,实现完全磁屏蔽。选用顺时针载流大小为 1 mA 的线圈为校准线圈,按照图3中的标注设置参数。为避免由于线圈自身的耦合现象产生的误差,将梯度计线圈简化为二维平面组合体处理,模型线框渲染示意图如图5(a)所示,正视图如图5(b)所示。

球内域符合安培定律,可由麦克斯韦方程与电流方程对其进行描述。在该模型中,使用了磁场(mf)的物理场进行研究,空气域的相对磁导率是恒定的,因此磁通守恒方程下本构关系选择相对磁导率($\mathbf{B} = \mu_0\mu_r\mathbf{H}$)。简化处理后,采用截面回转方法建立线圈模型,并进行相关材料参数的设置。

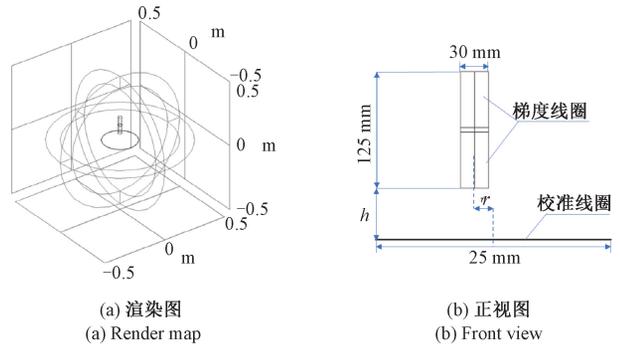


图5 Elmer 仿真结构示意图

Fig. 5 Diagram of Elmer simulation structure

完成参数设定后,对模型进行网格划分,考虑到梯度计线圈组合与标定线圈尺寸较小,对界面处网格进行加密处理,其余剩余几何部分利用自由四面体网格进行划分。计算过程中通过参数化扫描改变两个优化参数的数值,使用稳态求解器进行求解。

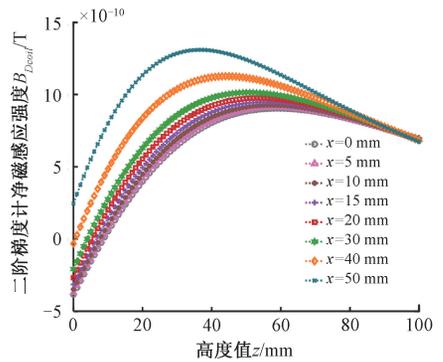
2 系统空间位置的优化

2.1 解析求解

SQUID 梯度计最大输出的位置表示对电流的最高灵敏响应,即此时磁信号所占的比值最大。选取满足此条件的位置作为标定位置可以有效降低环境噪声的影响。

根据实际参数(图1)基于解析计算建立二阶梯度计模型。通过数值计算绘磁场二阶梯度随高度 z 的变化函数,对比分析不同偏移量 x 的条件下磁场二阶梯度曲线最大值转折处所对应的高度值,结果如图6所示。

由图6(b)可知,在偏移量 x 为 0~30 mm 时,最高值位置集中在 50~60 mm 范围内,变化非常微小,该范围内梯度计对于标定电流的响应最灵敏,信噪比最大。根据图6中最高值位置范围,进一步精确分析标定系统的相对空间位置,寻找确定最佳偏移量 x ,使 SQUID 随高度的变化曲线在该位置处具有最大的鲁棒性。



(a) 不同 x 下输出随 z 变化图

(a) The variation of output with z for different x

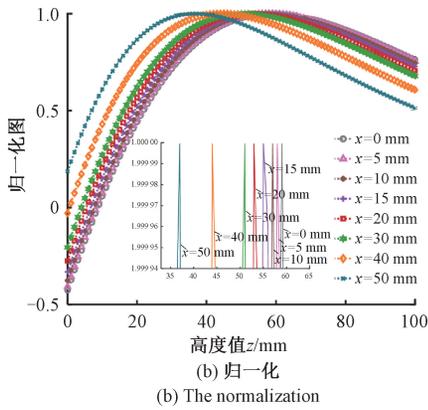


图6 解析模型下高度值 z 对 SQUID 二阶梯度计输出的影响
Fig. 6 Influence of height values z on the output of SQUID second-order gradiometer under the analytic model

根据前期式(8),令梯度线圈组圆心坐标 $\xi(a, b)$ 为变量,根据上述最高值集中范围确定偏移量 x 扫描范围为 $0 \sim 50$ mm,绘制不同高度值 z 下磁场二阶梯度值随偏移量 x 的变化曲线(图7(a))。

为寻找在某一偏移量 x 下,高度值 z 的变化对二阶磁场的输出产生的影响最小。对同一偏移量 x 下所有

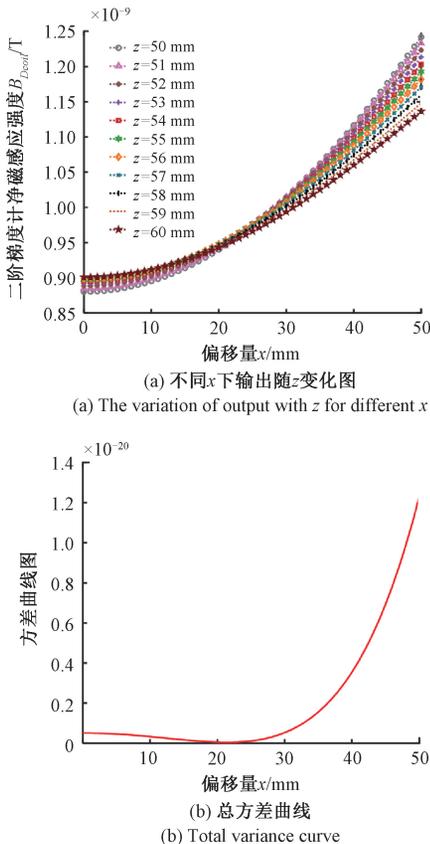


图7 解析模型下偏移量 x 对 SQUID 二阶梯度计输出的影响
Fig. 7 Influence of offset x on the output of SQUID second-order gradiometer under the analytic model

曲线进行均值计算,定义均值 B_{ξ} 为 $\frac{1}{n} \sum B_{Dcoil}$,其中 n 为曲线数量。以均值 B_{ξ} 为基线,令不同高度值 z 的数据曲线与基线做差值并计算方差,累加数据的方差值并在上述范围内取最小值,该位置对应的偏移量即为所求位置。定义每条曲线点的方差总和为 σ_{ξ} 为 $\sum (B_{Dcoil} - B_{\xi})^2$,绘制总方差曲线如图7(b)所示。

由图7(b)可知,对 $50 \sim 60$ mm 区间进行扫描时,总方差曲线在 20 mm 处发生明显转折,即该位置下高度值 z 的变化对磁场二阶梯度的输出值影响最小,对外部干扰呈现的敏感性更低,此时的 X 轴向偏移量满足最佳标定位置条件。

2.2 有限元模型最佳标定位置

本分别控制两个优化参数观察磁场强度二阶梯度变化图,标定位置的确定遵循与解析模型相同的流程。首先控制偏移量 x 为定值进行高度值 z 的扫描,得到 SQUID 二阶梯度计的输出值随相对偏移量 z 的变化曲线(图8(a))。由图8(a)中可以看出,随着偏移量 x 的增大,梯度曲线峰值呈现左移趋势,偏移量 x 为 $0 \sim 20$ mm 的曲线几近重合。对其进行归一化处理,以便直观地分析和判断梯度曲线峰值,如图8(b)所示。

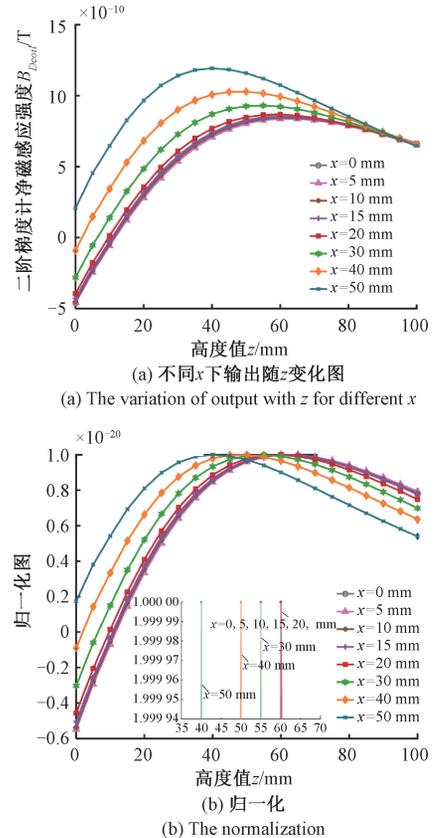
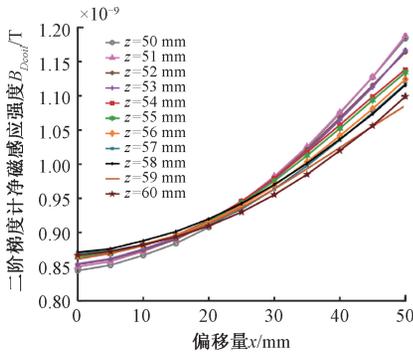


图8 有限元模型下高度值 z 对 SQUID 二阶梯度计输出影响
Fig. 8 Influence of height values z on the output of SQUID second-order gradiometer under finite element model

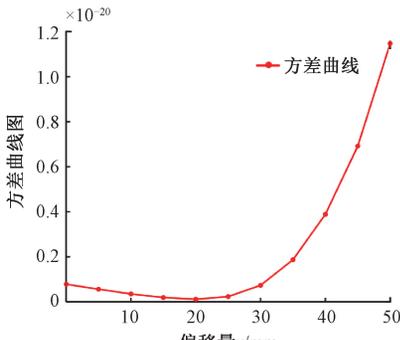
图8(b)中内插图可直观地看出不同偏移量 x 下的曲线峰值位置,其中偏移量 x 为 0~25 mm 的曲线峰值均落于高度值 z 等于 60 mm 为中心值的范围内,与解析模型得出的结果(图6)相互验证。说明在此高程区域中,磁通信号的输出达到最大值,对标定电流的灵敏度最高,即该位置满足最佳标定位置条件。

进一步在 x 轴向寻找对高度值 z 表现最低依赖性的标定位置。流程同解析模型,首先控制高度值 z 为定值,利用有限元模型对偏移量 x 进行扫描,得到 SQUID 二阶梯度计的磁通输出值随相对偏移量 x 的变化曲线(图9(a))。

由解析模型思路可得,存在偏移量 x 使得不同高度值 z 下磁场输出曲线最接近。对数据进行与解析模型相同的处理,构造方差函数图,使其数值化体现最优位置。方差函数图如图9(b)所示。



(a) 不同 z 下输出随 x 变化图
(a) The variation of output with x for different z



(b) 总方差曲线
(b) Total variance curve

图9 有限元模型下偏移量 x 对 SQUID 二阶梯度计输出影响
Fig. 9 Influence of offset x on the output of SQUID second-order gradiometer under finite element model

方差函数图9(b)可以直观地看出,在偏移量 x 为 20 mm 时,曲线的重合度最高,与解析模型相互验证。即在该偏移量 x 下,SQUID 二阶梯度计的磁通输出值对于不同的高度值 z 表现为最低依赖性,该位置满足最佳标定位置条件,具有更大的空间鲁棒性。

2.3 两种模型对比及结论

由此可见,解析模型与有限元模型仿真结果形成闭环,相互验证。解析模型通过公式推演,更有利于分析标定系统的抗干扰能力与稳定性,为后续实验提供了理论支撑。有限元模型通过外部条件与边界参数设置,更加准确地模拟出与实际实验相近似的环境,为实验的先行性提供了可靠的依据。

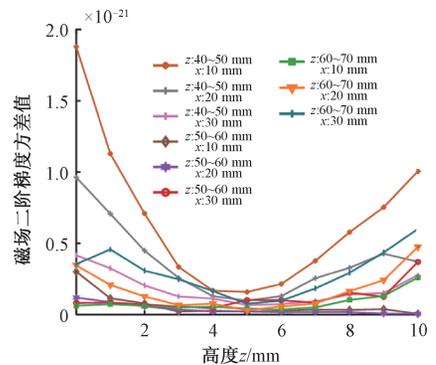
为进一步证明本文所选范围的精准性,增加对照数据,选取表1所示的范围,在该范围内测量梯度计二阶磁场梯度随高度 z 的变化值,利用变化值的总方差评定位置的鲁棒性,绘制不同位置下曲线方差图与总方差图如图10所示。图10(b)所示结果表明,偏移量 x 为 20 mm,高度 z 为 50~60 mm,梯度计的二阶磁场梯度输出最稳定,为标定实验提供更大的容错性。

表1 不同范围梯度计输出鲁棒性对比

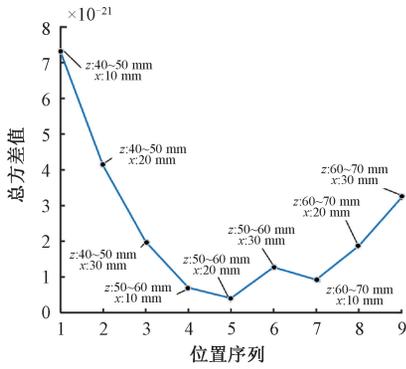
Table 1 Comparison of the output robustness of different range gradiometers

偏移量 x	最高值范围 z	最高值范围 z	最高值范围 z
0	40~50	50~60	60~70
10	(10,40~50)	(10,50~60)	(10,60~70)
20	(20,40~50)	(20,50~60)	(20,60~70)
30	(30,40~50)	(30,50~60)	(30,60~70)

本文提出的标定体系从解析模型和有限元模型两种不同的角度进行了相互验证,确定了 SQUID 二阶梯度线圈的最佳标定位置,理论上有效避免了由于人工操作下无法完全准确控制梯度计轴和校准线圈轴的相对位置而产生的实验误差,使相对于梯度计轴移动的校准线圈具有更大的容错范围。同时为下一步进行标定实验提供了充足的理论依据。



(a) 不同范围梯度计输出值均方差图
(a) Mean squared deviation of gradiometer output values for different ranges



(b) 不同范围梯度计输出值总方差图
(b) Total variance plot of gradiometer output values for different range

图 10 不同范围梯度计输出鲁棒性对比

Fig. 10 Comparison of the output robustness of different range gradiometers

3 最佳范围内 SQUID 实际标定及分析

3.1 最佳范围内 SQUID 标定

根据前期标定理论基础针对实物展开标定实验,实物装置如图 11 所示。实验时对标定线圈施加大小为 4 mA 的直流电,令梯度线圈与标定线圈的径向相对位移为 20 mm,实际操作中由于包裹梯队线圈的杜瓦瓶底部自身厚度,高度值 z 无法从 0 开始测量。实验过程中移动标定线圈,改变高度值 z ,观察 SQUID 梯度计实际输出数值,测试数据如表 2 所示。

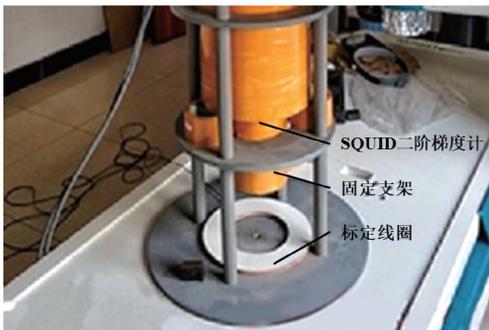


图 11 标定实验实物装置图

Fig. 11 Diagram of Calibration experiment physical device

表 2 实验测试数据表

Table 2 Experimental test data

高度值 z /mm	25	30	35	40	45	50	55
输出量 B /pT	1 500	1 750	2 000	2 100	2 200	2 280	2 300
高度值 z /mm	60	65	70	80	90	100	-
输出量 B /pT	2 300	2 250	2 200	2 050	1 870	1 700	-

分别将解析模型与有限元模型计算的仿真数据点作为样本数据点的真值数组 B_{Di} , 利用最小二乘原理, 使实验数据中标定范围内的数据点 B_{Di} 与真值间的总体误差 $\sum [B_{Di} - B_{Di}]^2$ 最小, 拟合曲线 $B_{Di} = F(\hat{B}_{Di})$ 整体逼近真值曲线, 结果如图 12 所示。

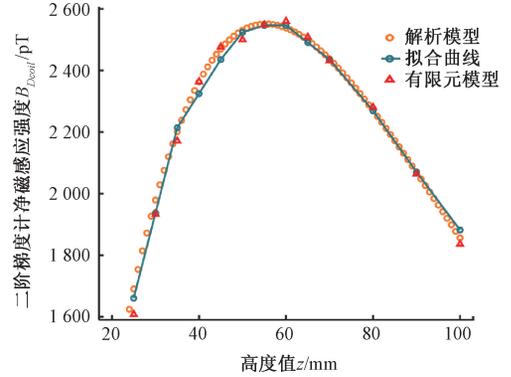


图 12 实验数据与仿真结果对比

Fig. 12 Comparison of experimental data and simulation results

显而易见, 实验真值曲线与仿真曲线的拟合程度较高, 再次验证了本文提出的标定体系的实用性。对于 SQUID 二阶磁梯度计, 根据式 (1) 电压响应与通过梯度计的净磁通量成正比, 因此可以表示为:

$$\vec{V} = \vec{B} \cdot \vec{A} / (K_{Tesla/volt} \cdot K_0) \quad (10)$$

其中, \vec{B} 为磁场矢量, \vec{A} 为梯度线圈面积矢量, $K_{Tesla/volt}$ 为梯度计的磁场 - 电压转换系数, K_0 为校准系数。而本文中的标定为梯度线圈的法线方向与磁场方向平行的情况, 因此式 (10) 可以改写为:

$$K_0 = \frac{B}{V \cdot K_{Tesla/volt}} = \frac{B}{B_0} \quad (11)$$

结合实验数据, 根据最小二乘法在保留 4 位有效数字后可得 SQUID 二阶梯度计的校准系数 K_0 均为 1.107。

对于实际的标定体系, 应充分评估标定误差来源以表征校准能力。因此, 结合本文根据所提出的标定体系, 对校准系数 K_0 从空间轴向与径向位置 2 个方面进行不确定度分析。

3.2 标定体系的不确定度分析

磁根据误差传递原理, 分析标定过程的不确定度。根据式 (7), 则磁感应强度 B_z 的不确定度 δ_{B_z} 为:

$$\delta_{B_z} = \sqrt{\left(\frac{\partial B_z}{\partial x}\right)^2 \Delta x^2 + \left(\frac{\partial B_z}{\partial y}\right)^2 \Delta y^2 + \left(\frac{\partial B_z}{\partial z}\right)^2 \Delta z^2} \quad (12)$$

其中, 系数 $\frac{\partial B_z}{\partial x}$ 、 $\frac{\partial B_z}{\partial y}$ 、 $\frac{\partial B_z}{\partial z}$ 可看作磁场二阶梯度随各参数值的变化曲线各点处的斜率, 其中 Y 轴方向为定值,

因此 $\frac{\partial B_z}{\partial y}$ 为 0, 对于 Z 轴方向取曲线各点处斜率值并绘制曲线, 结果如图 13 所示。

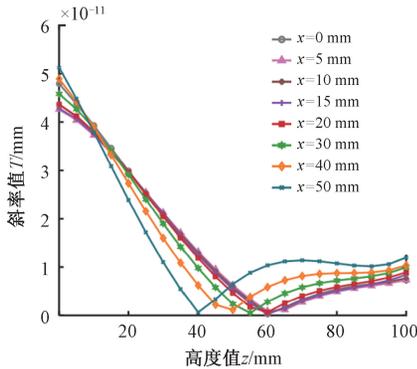


图 13 磁场二阶梯度随高度值 z 变化曲线斜率

Fig. 13 Slope of the second-order gradient of magnetic field with height value z

由图 13 可知, 对于标定范围 50~60 mm 处, 曲线斜率近似为 0, 即误差传递系数 $\frac{\partial B_z}{\partial z}$ 近似为 0。对于 X 轴方向, 标定位置 20 mm 处由数据处理可得误差传递系数 $\frac{\partial B_z}{\partial x}$ 为 6.384×10^{-12} T/mm, Δx^2 为 1.129×10^{-22} , 因此标定

系统的不确定度 $\delta_{B_z} \approx \sqrt{\left(\frac{\partial B_z}{\partial x}\right)^2 \Delta x^2} \approx 2.68 \times 10^{-17}$ T/mm。

前期文献中涉及的双平面线圈标定法与亥姆霍兹线圈的校准不确定度分别为 2.68×10^{-4} nT/mm 和 7.13×10^{-4} nT/mm^[9], 本文使用的标定方法提供了更低的校准不确定度, 满足了校准过程的精度需求。

4 结 论

本文提出了一种针对心磁图仪中装备中的低温 SQUID 二阶磁梯度计的校准问题的标定体系, 并利用解析模型与有限元模型确定最佳标定位置。利用解析模型与有限元模型对上述梯度计标定体系进行仿真计算, 并在实际工业现场进行实测实验, 得到校准系数 K_0 均为 1.107, 不确定度为 2.68×10^{-17} T/mm 的结果。本研究的主要创新点在于, 首先, 同时引入垂直距离与水平距离两个优化参数, 从 Z 轴方向与 X 轴方向两个方面对标定位置进行优化; 其次, 采用了两种模型进行理论值计算, 相互验证为实验提供真值依据; 最后, 使用误差传递法对该方法所产生的不确定度进行分析。本研究针对于 SQUID 二阶磁梯度计提出, 有效降低了标定过程中由于线圈位置未知和人为失误带来的误差, 为

以此为核心传感器使用过程中的标定与校准提供了理论依据。

参考文献

- [1] 李享, 翟晶晶, 张海波, 等. 梯度磁场标准装置组成及不确定度分析 [J]. 磁性材料及器件, 2021, 52(5): 87-90.
LI X, ZHAI J J, ZHANG H B, et al. Composition and uncertainty analysis of gradient magnetic field standard device [J]. Journal of Magnetic Materials And Devices, 2021, 52(5): 87-90.
- [2] 杨威, 王传雷. 规则形体垂直磁梯度场研究及应用 [J]. 工程地球物理学报, 2012, 9(3): 326-331.
YANG W, WANG CH L. Study of vertical magnetic gradient field of rule model and its application [J]. Chinese Journal of Engineering Geophysics, 2012, 9(3): 326-331.
- [3] 张昌达. 航空磁力梯度张量测量——航空磁测技术的最新进展 [J]. 工程地球物理学报, 2006(5): 354-361.
ZHANG CH D. Airborne tensor magnetic gradiometry — the latest progress of airborne magnetometric technology [J]. Chinese Journal of Engineering Geophysics, 2006(5): 354-361.
- [4] 李庭筠. 用于未爆炸物探测的磁梯度探测技术研究 [D]. 成都: 成都理工大学, 2020.
LI T J. Research on magnetic gradient detection technology for unexploded ordnance detection [M]. Chengdu: Chengdu University of Technology, 2020.
- [5] PRIMIN A M, NEDAYVODA I V. Method and algorithm for obtaining elements of the tensor of spatial derivatives of the magnetic induction vector in the problem of searching for magnetic anomalies [J]. Cybernetics and Systems Analysis 2019, 55(2), 336-346.
- [6] 吴婷. 脑磁图和磁源影像在颅脑疾病中的应用 [J]. 临床神经病学杂志, 2007(4): 311-312.
WU T. Magnetoencephalography and magnetic source imaging in craniosynostosis [J]. Journal of Clinical Neurology, 2007(4): 311-312.
- [7] 秦娅楠, 方云龙, 王明, 等. 肺磁图的研究进展 [J]. 现代科学仪器, 2010(4): 129-134.
QIN Y N, FANG Y L, WANG M, et al. Development of magnetopneumography [J]. Modern Scientific Instrument, 2010(4): 129-134.

- [8] 尹秀云,孙士欣,李波,等. 医学实验室仪器设备检定和校准修正因子的使用方法[J]. 标记免疫分析与临床,2022,29(9):1588-1591.
YIN X Y, SUN SH X, LI B, et al. The application of correction factors generated during the verification and calibration of medical laboratory instruments and equipments [J]. Labeled Immunoassays and Clinical Medicine,2022,29(9):1588-1591.
- [9] YANG K, WU D, GAO W G, et al. Calibration of SQUID magnetometers in multichannel MCG system based on bi-planar coil [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement,2022,71:1-9.
- [10] CHWALA A, LINZEN S, SCHNEIDER M, 等. SQUID 在地下管线与空洞探测方面的应用[J]. 办公自动化,2014(S1):349-351.
CHWALA A, LINZEN S, SCHNEIDER M, et al. Application of SQUID in underground pipeline and cavity detection [J]. Office Informatization, 2014 (S1): 349-351.
- [11] 张永升,邱阳,张朝祥,等. 多通道心磁系统标定方法研究[J]. 物理学报,2014,63(22):422-427.
ZHANG Y SH, QIU Y, ZHANG CH X, et al. Multi-channel magnetocardiography system calibration [J]. Acta Physica Sinica,2014, 63(22): 422-427.
- [12] LEE S G, KANG C S, CHANG J W. Square loop coil system for balancing and calibration of second-order SQUID gradiometers [J]. IEEE Trans. Appl. Supercond,2007,17: 3769-3772.
- [13] ORNELAS P H, BRUNO A C, BARBOSA C H. A survey of calibration procedures for SQUID gradiometers [J]. Superconductor Science & Technology,2003, 16:421-431.
- [14] HALL B C, ANDRADE L E, BRUNO A C. Flux-voltage calibration of axial SQUID gradiometers using an optimization procedure [J]. IEEE Trans. Appl. Supercond,1999,9:3523-3526.
- [15] BUCHANAN D S, PAULSON D N. Neuromagnetometer calibration using an array of small coils Advances in Biomagnetism [C]. New York: Advances in Biomagnetism, 1989: 705-708.
- [16] COSTA RI P, WILLIAMSON S J, KAUFMAN L. SQUID arrays for simultaneous magnetic measurements: Calibration and source localization performance [J]. IEEE Trans. Biomed. Eng. , 1988,35,551-560.
- [17] 郑东宁. 超导量子干涉器件[J]. 物理学报, 2021, 70(1): 170-183.
ZHENG D N. Superconducting quantum interference devices [J]. Acta Physica Sinica, 2021, 70 (1): 170-183.
- [18] 程军. 载流圆线圈磁场的 MATLAB 数值计算[J]. 物理通报,2018(5):19-20.
CHENG J. MATLAB numerical calculation of the magnetic field of a current-carrying circular coil [J]. Physics Bulletin, 2018(5):19-20.
- [19] 孟雨. 载流圆线圈周围磁场分布[J]. 物理通报,2013(11):25-28.
MENG Y. Magnetic field distribution around the current-carrying circular coil [J]. Physics Bulletin, 2013(11): 25-28.

作者简介



尹淦,2021年于北京科技大学获得学士学位,现为北京科技大学博士研究生,主要研究方向为磁异常反演重建成像。
E-mail: yinlu_1999@163.com

Yin Lu received her B.Sc. degree from University of Science and Technology Beijing in 2021. She is currently a Ph.D. candidate at University of Science and Technology Beijing. Her main research interest is magnetic anomaly inversion reconstruction imaging.



张朝晖(通信作者),1985年于中国石油大学获得学士学位,1988年于重庆大学获得硕士学位,1999年于东南大学获得博士学位,现为北京科技大学自动化学院教授,主要研究方向为太赫兹波检测技术及智能感知技术。

E-mail: zhangzhaohui@ustb.edu.cn

Zhang Zhaohui (Corresponding author) received his B.Sc. degree from China University of Petroleum in 1985, M.Sc. degree from Chongqing University in 1988, and Ph.D. degree from Southeast University in 1999. He is currently a professor in the School of Automation at University of Science and Technology Beijing. His main research interests include Terahertz wave detection technique and sensors and intelligent perception technique.



张天尧, 2011 年于中国矿业大学获得学士学位, 2019 年于北京科技大学获得博士学位, 现为北京科技大学自动化学院教师, 主要研究方向为超表面增强太赫兹光谱技术。

E-mail: zhangtianyao@ustb.edu.cn

Zhang Tianyao received his B.Sc. degree from China University of Mining and Technology in 2011, and Ph. D. degree from University of Science and Technology Beijing in 2019. He is currently a teacher in the School of Automation at University of Science and Technology Beijing. His current research interest is meta-surface enhanced THz spectroscopy.



米旺, 1984 年于内蒙古工业大学获得学士学位, 2002 年于湖南大学获得硕士学位, 现为北京美尔斯通科技发展股份有限公司总经理, 主要研究方向为弱磁探测。

E-mail: miwang8500@126.com

Mi Wang received his B.Sc. degree from Inner Mongolia

University of Technology in 1984, and received his M. Sc. degree from Hunan University in 2002. He is currently the general manager in Beijing Milestone Technology Development Co., Ltd. His main research interest is weak magnetic detection.



帕夫洛·萨特科夫斯基, 1977 年于基辅国立大学获得学士学位, 1980 年于基辅国立大学获得硕士学位, 1997 年于乌克兰国家科学院获得博士学位, 现为北京斯奎德量子技术有限公司高级专家, 主要研究方向为低温电子学与微电子学。

E-mail: pavsutk@meta.ua

Pavlo Sutkovyi received his B.Sc. degree from Kiev State University in 1977, received his M. Sc. degree from Kiev State University in 1980, and received his Ph. D. degree from National Academy of Sciences of Ukraine in 1997. He is currently a senior expert at Beijing SQUID Quantum Technology Co., Ltd. His main research interests include cryoelectronics and microelectronics.