

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J1905423

基于保角变换的微小电容标准建模与设计*

吴晓媛^{1,2}, 杨雁², 贺青², 迟宗涛¹

(1. 青岛大学电子信息学院 青岛 266000; 2. 中国计量科学研究院 北京 100029)

摘要:在可编程电容器中,亚皮法量级的微小电容单元因受边缘效应等杂散电容的影响较大,难以实现准确、稳定的微小电容标准。本文给出了一种基于 Kelvin 等电位保护电极的微小电容单元实现方法,该方法将影响小电容单元的杂散电容限定为中心电极与保护电极之间因边缘效应而产生的杂散电容。并对此结构建立了等效微小电容单元解析模型,给出了一种通过保角变换分析杂散电容变化的算法,发现在电极厚度以及间距一定的情况下,中心电极与保护电极之间的气隙是杂散电容的主要影响量。基于此,分析气隙变化对杂散电容和主电极电容值的影响,同时结合有限元分析软件 Ansoft Maxwell 验证,确定微小电容单元的最佳气隙区间,进而准确实现微小电容标准的设计。经测试,在可编程熔融石英电容器中,亚 pF 量级实际微小电容单元电容值与设计微小电容单元电容值一致性良好。

关键词:交流阻抗;电容标准;保角变换;边缘效应;有限元分析

中图分类号: TB99 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 410.55

Modeling and design of small capacitance standards based on conformal mapping

Wu Xiaoyuan^{1,2}, Yang Yan², He Qing², Chi Zongtao¹

(1.School of Electronic Information, Qingdao University, Qingdao 266000, China; 2.National Institute of Metrology, Beijing 100029, China)

Abstract: In the programmable capacitor, due to the influence of stray capacitance generated by the edge effects, it is difficult to achieve accurate and stable small capacitance standards of sub-pF and below. In this paper, a method of implementing a small capacitance standards based on Kelvin equipotential protection electrode is proposed, so that the stray capacitance affecting the small capacitance is limited to the stray capacitance generated by the edge effect between the center electrode and the guard electrode. The analytical model of equivalent small capacitance standard is established, and the algorithm for analyzing the variation of stray capacitance is proposed by conformal mapping. It is found that the air gap between the center electrode and the guard electrode is the main influencing factor of stray capacitance when both the electrode thickness and the distance between the electrode plates are determined. Combined with the finite element analysis software Ansoft Maxwell to verify the optimal air gap between the main electrode and the guard electrode, and the small capacitance standards will be realized. It has been tested that in the programmable fused silica capacitor, the actual small capacitor capacitance value of the sub-pF level is basically the same as the design small capacitor capacitance value.

Keywords: programmable capacitor; conformal mapping; precision tiny capacitor; edge effect; finite element

0 引 言

随着微电子与纳米技术行业的快速发展,对元器件小型化的要求也逐步提高,电容器作为基本阻抗元件之

一,关键参数也在不断缩小^[1]。体积小、精度高的微小电容作为优良传感器,有助于实现系统的高度集成和芯片化。在集成电路片上的电学参数测试中,高精度微小电容标准作为重要传递量也是不可或缺的一部分^[2]。因此,在交流阻抗计量领域,微小电容量值溯源与传递需求

也日益增加。

针对微小电容值溯源及标准的实现,国际上也开展了相关研究工作。法国计量院(LNE)研发了 Ziekner 空气式电容器,原理是在两个有源电极之间插入带孔屏蔽,通过控制孔径的大小决定电极之间电场线的数量,从而定义标准电容的值^[3]。美国计量院(NIST)研发了基于固定值标准熔融石英电容器 AH11 A 的可编程熔融石英标准电容器^[4]。中国计量科学研究院(NIM)也对精密可编程电容器展开了研究^[5]。

可编程熔融石英电容器的性能接近空气式电容器,因内部独立电容单元电容值之间的线性关系,可逼近皮法(pF)到飞法(fF)量级的任意被测电容的真实值,满足多个量程电容校准服务^[5]。但制作电容单元时,亚 pF 量级的微小电容单元受杂散电容影响较大,造成电容单元名义值与实际值出现偏差,是微小电容单元设计过程中重点克服的难点之一。

微小电容单元中杂散电容的影响主要由边缘效应引入。求解考虑边缘效应影响的电容值计算目前没有统一求解方法。若用对极板表面电荷积分求得总电荷量求解电容值的方法,难以对结构复杂的电容积分,增加求解难度^[6-8]。而保角变换将复杂模型转为简单模型求解^[9-10],计算量小,降低求解难度。

本文给出一种基于带 Kelvin 等电位保护电极^[11]的微小电容单元实现方法,并建立等效解析模型,利用保角变换^[12]求解杂散电容值与主电极电容值,并通过有限元^[13]软件仿真验证,确定微小电容单元最佳气隙区间。实测可编程熔融石英电容器中的微小电容单元电容值,验证微小电容单元的电容建模与设计方法。

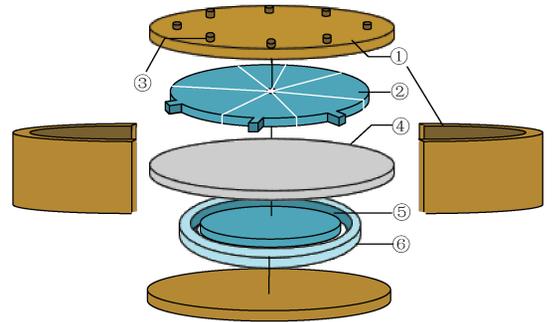
1 带 Kelvin 保护电极的微小电容标准的实现

除杂散电容外,影响微小电容单元的因素还包括电极面积、间距等几何尺寸大小,实现精确电容值需复杂的工艺手段,导致成本代价高。利用可编程电容器,即使微小电容单元实际电容值具有一定的偏差,也可通过多个电容单元组合方式来实现。

1.1 可编程电容结构与原理

可编程电容器系统如图 1 所示,系统包括屏蔽外壳、上极板、引出电极和接线盘、熔融石英片、下极板和屏蔽保护环共 6 部分。

屏蔽外壳屏蔽外界电场干扰。上、下极板及保护环借助刻蚀、电镀工艺将金属光刻在熔融石英片上,与同轴开关组成完整装置^[14]。其中,上极板面积按比例分割成多块,形成遵循式(1)变化的多个独立电容单元;外部利用同轴开关独立控制所有电容单元,实现 pF 到 fF 量级的任意电容值输出^[5]。



①屏蔽外壳、②上极板、③引出电极和接线盘、④熔融石英片、⑤下极板、⑥屏蔽保护环

图 1 可编程电容内部结构

Fig.1 Programmable capacitance system diagram

$$C_i = C_1 \left(\frac{1}{N} \right)^{i-1} \quad (1)$$

式中: C_i 表示独立电容单元; $1/N$ 表示线性系数; C_1 表示最大电容单元; i 为电容单元序号。

1.2 微小电容单元的实现

文献[5]通过仿真给出了一种特定微小电容单元的设计,但未从小电容单元实现原理进行建模与等效分析。根据引线需要而特定设计的小电容单元,均可用具有 Kelvin 屏蔽的圆盘结构来等效,基于圆盘结构的小电容单元,更便于建模与仿真研究。

图 2 所示为可编程电容器中微小电容单元在上极板的等效圆盘结构简化图。微小电容单元以圆盘形式嵌入在大电容单元上极板的边缘部分。小电容单元足够小,对大电容单元的影响可忽略,大电容单元作为小电容单元的 Kelvin 保护电极,接收微小电容单元因边缘效应导致的发散电力线。实际情况中,引出的电极对小电容单元造成的影响可忽略^[5]。

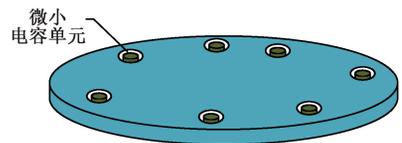


图 2 具有 Kelvin 保护电极的微小电容单元结构

Fig.2 Small capacitance standards with Kelvin protection electrode

根据圆盘式电容单元的结构,可得

$$C_n = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\pi R}{b} \quad (2)$$

式中: C_n 表示忽略边缘效应的电容值; ε_0 为真空介电常数; ε_r 为相对介电常数; S 为上下极板正对面积; d 为板间距离; b 为电容极板间距离与半径的比值,即为纵横比,当 b 趋向于 0 时,电容不存在边缘效应;当 b 数值越大,

电容边缘效应越明显^[13]。

电容边缘效应是因极板边缘部分电荷密度远大于中间部分,使边缘部分电力线发生畸变而产生的^[12]。对于大电容单元, b 远小于 1, 边缘的电荷密度稍大于中心部分, 边缘效应导致的误差通过下极板所加的保护环避免, 采用按面积比例减小的方法可实现独立电容单元之间的线性关系。对于微小电容单元, b 远大于 1, 边缘的电荷密度远大于中心部分, 呈现指数增长趋势, 此时电容的边缘效应难以忽略, 通过改变面积的方式已经无法得到准确主电极电容值。

当保护电极的长度大于极间距离的 4 倍时, 保护电极可接收小电容单元大部分发散电力线, 泄露电场发散到外界的影响可忽略^[9], 保证任意电容单元之间的互电容影响在 0.1 fF 之内。

对于 fF 及以下量级的微小电容单元而言, 随着微小电容单元电容值的逐级递减, 受边缘效应的影响越来越大, 杂散电容不可避免, 此时微小电容单元主电极电容值 C_r 由两部分电容组成。

$$C_r = C_n + C_e \quad (3)$$

式中: C_e 表示受边缘效应影响的杂散电容值, 此部分电容是导致 C_r 出现偏差的主要原因。若将每个微小电容单元的杂散电容控制在一个稳定的范围内, 目标微小电容值也能保持稳定, 此时改变圆盘大小便可实现电容单元之间的线性变化关系。

若直接求解杂散电容 C_e , 存在以下问题: 1) 上极板各表面都与下极板产生杂散电容; 2) 上极板侧面和下极板为非平行板电容器; 3) 上极板上表面与下极板产生的电容有空气和熔融石英两种介质; 4) 难以界定在中心电极具体在哪一点开始产生发散电力线。

鉴于此, 采用以下思路求解: 假设气隙无限小, 发散电场全部作用到保护电极上, 增大气隙, 上极板部分电力线则由保护电极转移到下极板上。此时, 定义发散电场作用到保护电极上的杂散电容为 C_g 。若能得到 C_g 的稳定输出范围, 则可间接得到 C_e 的稳定输出范围, 最终可实现稳定主电极电容 C_r 。

2 带 Kelvin 保护电极的微小电容标准的实现

基于以上分析, 分别给出 C_g 和 C_r 的解析模型, 利用保角变换分析微小电容单元的影响因素, 得到稳定杂散电容值 C_g 的输出范围, 实现稳定的主电极电容值 C_r 。

将图 2 中一个微小电容单元为中心建立如图 3 所示解析模型。 r 代表小电容单元上极板电极的半径; L 代表电容器与屏蔽外壳之间的距离; k 代表极板的厚度; D 代表下极板直径; G 代表保护电极的长度; g 代表上极板与保护电极之间的气隙; l 代表极板间距离。

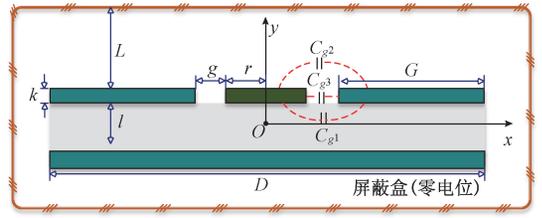


图3 微小电容单元解析模型

Fig.3 Small capacitance standards analytical model

1) 微小电容单元杂散电容 C_g 解析

因电容为对称结构, 将图 3 中 x 轴的正半平面变换即可。 C_g 由上极板下、上表面和侧面分别与保护电极产生的电容 C_{g1} 、 C_{g2} 和 C_{g3} 3 部分组成。 C_{g1} 的介质是熔融石英, C_{g2} 和 C_{g3} 的中间介质为空气。以 C_{g1} 的保角变换为例, 图 4 所示为在两个复平面下的模型。

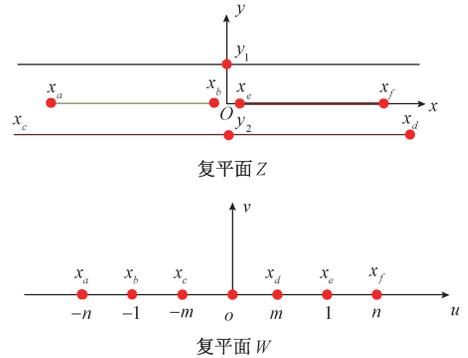


图4 C_{g1} 的保角变换模型

Fig.4 Analytical model of C_{g1} 's conformal transformation

在复平面 W 下, y_1 是 $+\infty$ 点, y_2 是 0 点, 点 $x_a \sim x_f$ 映射为 $-n, -1, -m, m, 1, n$, ± 1 点的角度为 2π , $\pm m$ 与 $\pm n$ 点的角度为 0, $m \cdot n = 1$ 。线段 $x_a x_b$ 为中心电极, 线段 x_{cxd} 为下极板, 线段 x_{exf} 为保护电极。将点 $x_a \sim x_f$ 代入许瓦兹-克里斯多夫^[14] 公式可得:

$$\frac{dw}{dx} = (z+n)^{\frac{n}{n-1}}(z+1)^{\frac{2\pi}{n-1}}(z+m)^{\frac{m}{m-1}}(z-m)^{\frac{m}{m-1}}(z-1)^{\frac{2\pi}{m-1}}(z-n)^{\frac{n}{n-1}} \quad (4)$$

将式(4)化简代入积分公式, 得到映射关系:

$$f(z) = K \left(\ln \frac{z+m}{z-m} + \ln \frac{z+n}{z-n} \right) + C \quad (5)$$

K 和 C 为未知参数, 此时将边界条件 y_1, y_2 以及 x_e 代入公式可得:

$$K = \frac{d}{\pi}; C = jd \quad (6)$$

$$m = \frac{e^{\frac{\pi}{2n-1}}}{e^{\frac{\pi}{2n-1}} + 1} = \tanh\left(\frac{\pi g}{8l}\right) \quad (7)$$

由于 $m \cdot n = 1$, 式(5)可化简为:

$$f(z) = \frac{d}{\pi} \ln \left(\frac{z^2 + m + nz + 1}{z^2 - m + nz + 1} \right) + dj \quad (8)$$

计算电容值时, 首先根据拉普拉斯方程^[15]求出电场强度, 其次根据高斯定理求出电荷量, 最后利用 $C = Q/U$ 得到电容值。其中, 在利用拉普拉斯方程求解电场强度时, 为保证中心电极所有发散出去的电力线都能被保护电极接收, 需将图4中复平面 W 下 x_d 定为到 $+\infty$ 点, x_f 定位到 0 点。首先将坐标点减去 m , 将坐标点取倒数, 最后减去 $1/(n-m)$, 最终结果如图5所示。

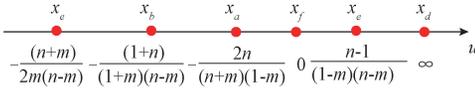


图5 变化坐标系后的复平面 W 坐标点

Fig.5 W plane coordinate point after conformal mapping

利用在圆柱坐标系下场强的计算方式, 借助高斯定律可得:

$$Q = \left| \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r V_0}{\pi} \int_{x_a}^{x_c} \frac{1}{\rho} d\rho \right| \quad (9)$$

则有

$$C = \frac{Q}{V_0} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r}{\pi} \left(\ln \frac{m+n}{2m} - \ln \frac{2n}{m+n} \right) \quad (10)$$

式(10)代表在单位长度下电容值的大小, 实际中心电极下表面与保护电极的电容值为:

$$C_{g1} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \left(r + \frac{g}{2} \right) \ln \left(\frac{\tanh \left(\frac{\pi g}{8l} \right) + 1}{2 \tanh \left(\frac{\pi}{8l} \right)} \right) \quad (11)$$

C_{g2} 求解和 C_{g1} 类似, 改变了间距和中介质, 中心电极与上表面的电容值为:

$$C_{g2} = \varepsilon_0 \left(r + \frac{g}{2} \right) \ln \left(\frac{\tanh \left(\frac{\pi \delta}{8L} \right) + 1}{2 \tanh \left(\frac{\pi \delta}{8L} \right)} \right) \quad (12)$$

C_{g3} 同样利用保角变换得到, 且在复平面 W 下是平行板电容器, 因此可在复平面 W 中代入式(2)得到电容计算公式为:

$$C_{g3} = \frac{\pi \varepsilon_0 k}{\ln(r+g) - \ln r} \quad (13)$$

整体的电容值为:

$$C_g = C_{g1} + C_{g2} + C_{g3} \quad (14)$$

2) 微小电容单元主电极 C_r 解析模型求解

由于上述方法无法继续求解主电极 C_r , 因此将图3中 x 正半轴建立解析模型如图6所示。

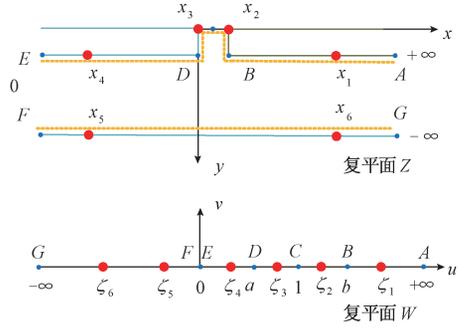


图6 C_r 的保角变换解析模型

Fig.6 Analytical model of C_r 's conformal transformation

多边形 $ABCDEFGG$ 是包括两个无穷远点的五边形, 将复平面 Z 下五边形的4个端点 $B, C, D, E(F)$ 映射到复平面 W 下 $b, 1, a, 0$ 点, 角度为 $3/2\pi, 0, 3/2\pi, 0$, $a \cdot b = 1$, 点 $x_1 \sim x_6$ 映射为点 $\xi_1 \sim \xi_6$ 。电容中相关变量在图4中已表明, 此处省略标注。线段 $x_1 x_2$ 为中心电极, 线段 $x_3 x_4$ 为保护电极, 线段 $x_5 x_6$ 为下极板。将点 $B, C, D, E(F)$ 代入许瓦兹克里斯多夫公式可得:

$$g(z) = A_0 \ln \left(\frac{(\sqrt{z-a} + \sqrt{z-b})^2}{b-a} \right) - A_0 \ln \left(\frac{(\sqrt{z(z-a)} + \sqrt{a(z-b)})^2}{(b-a)z} \right) - 2A_0 \sqrt{(1-a)(b-1)} \arctan \left(\frac{\sqrt{(1-a)(z-b)}}{\sqrt{(z-1)(z-a)}} \right) + z_0 \quad (15)$$

利用 $B(g, jk), D(0, jk)$ 代入式(15)可得:

$$g + jk = z_0 \quad (16)$$

$$-A_0 \pi \sqrt{(1-a)(b-1)} + z_0 = jk \quad (17)$$

联立(16)(17)得到如下关系, 式(19)为已知条件。

$$A_0 \pi \sqrt{(1-a)(b-1)} = g \quad (18)$$

$$a \cdot b = 1 \quad (19)$$

因点 $E(-\infty, jk)$ 在复平面 W 下趋近于 0 点, 将其代入式(15)。因等式两边的实部与实部相等, 虚部与虚部相等, 则可得到:

$$A_0 = \frac{l}{\pi} \quad (20)$$

将式(20)代入式(18), 可得:

$$a = \frac{1}{2} \left(\left(2 + \left(\frac{l}{g} \right)^2 \right) - \sqrt{\left(2 + \left(\frac{l}{g} \right)^2 \right)^2 - 4} \right) \quad (21)$$

最后映射公式为:

$$g(z) = \frac{l}{\pi} \ln \left(\frac{(\sqrt{z-a} + \sqrt{z-b})^2}{b-a} \right) -$$

$$\frac{l}{\pi} \ln \left(\frac{(\sqrt{z(z-a)} + \sqrt{a(z-b)})^2}{(b-a)z} \right) - 2 \frac{l}{\pi} \sqrt{(1-a)(b-1)} \arctan \left(\frac{\sqrt{(1-a)(z-b)}}{\sqrt{(z-1)(z-a)}} \right) + g + jk \quad (22)$$

复平面 Z 下, $x_1 \sim x_6$ 是已知点, 代入式(22)反求出点 $\xi_1 \sim \xi_6$. 复平面 W 下, 线段 $\xi_1 \xi_2$ 和线段 $\xi_5 \xi_6$ 之间是主电极电容 C_r , 为保证中心电极发散出去的电力线能被下极板吸收, 进行简单的坐标变换后, 代入式(9)可得:

$$C_r = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r}{\pi} \ln \left(\frac{(\zeta_5 - \zeta_1)(\zeta_6 - \zeta_2)}{(\zeta_2 - \zeta_1)(\zeta_6 - \zeta_5)} \right) \quad (23)$$

式(23)为单位长度下电容值, 实际主电极电容 C_r 为:

$$C_r = 2 r \varepsilon_0 \varepsilon_r \ln \left(\frac{(\zeta_5 - \zeta_1)(\zeta_6 - \zeta_2)}{(\zeta_2 - \zeta_1)(\zeta_6 - \zeta_5)} \right) \quad (24)$$

由式(14)、(24)可知, 气隙、极板厚度和极间距离都对电容值有影响。但设计大电容单元时, 已确定极板厚度和间距。故可选择合适的气隙大小间接控制 C_e , 得到稳定的杂散电容输出范围, 借助式(24)计算主电极电容值。

利用有限元分析软件 Ansoft Maxwell 建立模型, 验证通过式(14)可求出在一定气隙范围内较稳定的杂散电容, 利用式(24)控制气隙大小, 减小边缘效应带来的误差影响。

3 模型验证与数据分析

通过上文可知, 在可编程电容中, fF 量级微小电容单元采用 Kelvin 式等电位保护电极方式实现。若设计可编程电容中某个微小电容单元为 30 fF, 以该电容单元为例, 验证如何选择最佳气隙区间实现稳定的微小电容单元, 仿真模型参数设置如表 1 所示。

表 1 有限元仿真参考值

Table 1 Finite element simulation reference value

变量	数值
V_0	10 V
l	0.4 mm
L	3 mm
G	<4 mm
D	8 mm
r	0.27 mm
k	0.025 mm

在气隙范围 0.01~0.2 mm 内均匀取 20 个点, 得到列向量:

$$\{C_i^T\} = \{C_1, C_2, \dots, C_i\}^T, i = 1, 2, \dots, 20 \quad (25)$$

若要获知杂散电容的稳定范围, 需观察电容值的变化。

$$\{\Delta C_g\}^T = \{C_2 - C_1, \dots, C_i - C_{i-1}\}^T \quad (26)$$

由式(27)得到 $\{\Delta C_g\}^T$ 仿真值和计算值变化趋势, 仿真和计算的相对变化量贴合较好, 结果如图 7 所示。

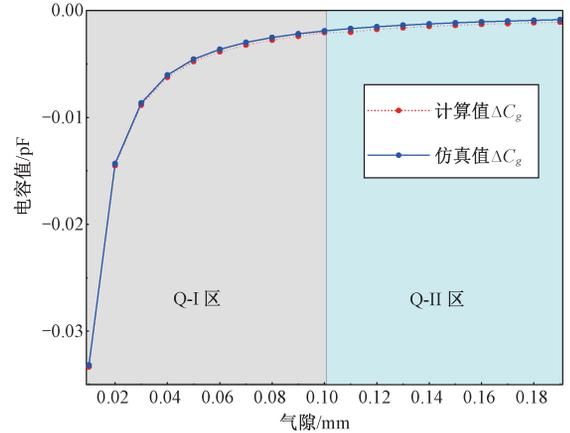


图 7 ΔC_g 仿真值与计算值趋势图

Fig.7 ΔC_g simulation value and theoretical value

在图 7 中, Q-I 区代表气隙范围 0.01~0.1 mm 的变化趋势, Q-II 区域代表气隙范围 0.1~0.2 mm 的变化趋势。

在 Q-I 区内, ΔC_g 的计算值和仿真值变化较剧烈, 表明此区间内气隙尺寸细微增大, 使上极板边缘部分电力线对下极板的作用加剧, 引起 ΔC_e 剧烈变化, 导致 C_r 的不稳定。

在 Q-II 区内, ΔC_g 的计算值和仿真值变化较平缓, 表明此区间内上极板边缘部分电力线已经基本作用到下极板, C_g 近似线性变化, ΔC_e 基本恒定。若在此范围内改变气隙, 主电极发散的电力线状态改变较小, 使得 C_e 稳定, 同时 C_r 也比较稳定。鉴于此, 气隙大小应在平缓区内选取。

在气隙范围为 0.01~0.3 mm 取 30 个点代入式(26)得到主电极的计算电容值, 与仿真电容值做对比, 如图 8 所示。

在图 8 中, S-I 区代表气隙范围 0.01~0.1 mm 的变化趋势; S-II 区代表气隙范围 0.1~0.18 mm 的变化趋势; S-III 区代表气隙范围 0.18~0.3 mm 的变化趋势。 b_1 、 b_2 表示贴合区内仿真值极大值和极小值的切线斜率。

在 S-I 区内, 因上极板的厚度仅为 0.025 mm, 保角变换下的点 x_2 与点 B 在复平面 W 下比较接近, 所以得到的 C_r 是近似忽略上极板厚度的电容值。由图 7 可知, C_e 的变化比较剧烈, 且在上文计算 C_g 时可发现, C_{g3} 的值远大于 C_{g1} 与 C_{g2} , 这说明在此气隙范围内, 电极厚度造成的

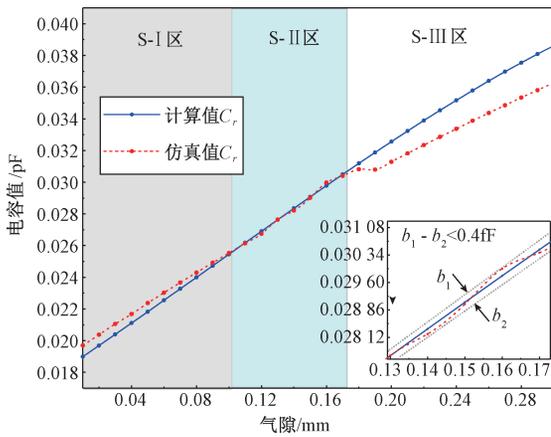


图 8 C_r 仿真值与计算值趋势图

Fig.8 C_r simulation value and theoretical value

边缘效应影响最大,导致计算值和仿真值出现偏差,也可证明此范围内的气隙尺寸不可采用。

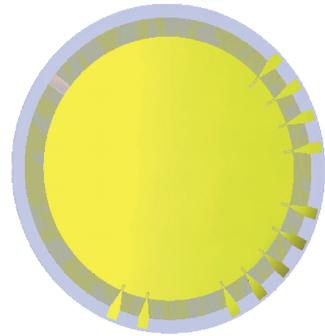
在 S-II 区内, C_r 的计算值与仿真值都大于曲线 b_2 , 小于曲线 b_1 , 且在此区域内有 $b_1 - b_2 < 0.4 \text{ fF}$, C_r 的计算值和仿真值重合度较高。由图 7 可知, C_r 趋于稳定且影响较小, 厚度所导致的边缘效应影响可忽略, 此范围内的气隙大小可采用。

在 S-III 区内, 气隙尺寸与中心电极半径 r 逐渐逼近甚至超越, 两侧气隙附近电力线出现交叉影响, 而保角变换所得的计算值 C_r 无法考虑电力线交叉影响, 因此与仿真值逐渐远离, 也不可采用。

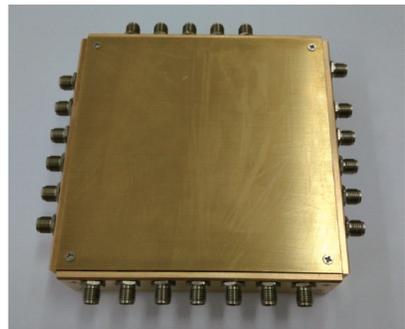
基于以上, 可编程电容中嵌入 30 fF 电容单元的气隙范围应选取在 0.1 ~ 0.18 mm。当气隙大小为 0.16 mm 时, 电容仿真值为 29.9 fF, 计算值为 29.8 fF。若气隙加工误差控制在 0.01 mm 内, 微小电容单元因气隙杂散电容影响导致电容值的变化范围小于 0.1 fF, 使因气隙尺寸的误差引入电容值的偏差可控。

设计可编程电容器中微小电容单元时, 根据电容值粗略得到不考虑边缘效应的半径值, 计算微小电容单元的纵横比, 判断边缘效应影响程度。当边缘效应不可忽略时, 用 Kelvin 等电位保护电极方法控制杂散电容的影响, 建立解析模型利用保角变换得到电容计算式, 确定合适气隙, 最终实现微小电容单元。实际制作时, 微小电容单元的设计方案如图 9 所示^[5]。

图 9(a) 所示为可编程熔融石英电容器中微小电容单元设计方案, 为方便实际使用中电极的连接, 微小电容单元为同面积和气隙大小的长条式形状嵌入在大电容单元边缘部分。图 9(b) 所示为可编程熔融石英标准电容器实物图, 该装置共有 23 个独立电容单元组成, 独立电容单元之间满足式 (1) 的线性关系, 线性系数 $1/N = 1/2$, 其中 $C_1 = 55 \text{ pF}$, $C_1 \sim C_{12}$ 为大电容单元,



(a) 微小电容单元设计方案
(a) small capacitance design scheme



(b) 可编程熔融石英电容器实物图
(b) programmable fused silica capacitor physical map

图 9 可编程熔融石英标准电容器

Fig.9 The programmable fused silica capacitor standard

$C_{13} \sim C_{23}$ 为微小电容单元, 独立电容单元的电容值依照二进制方式衰减。本文旨在研究可编程熔融石英电容器中微小电容单元实现, 对于大电容单元不做赘述, 因此针对微小电容单元的实测值和仿真设计值对比分析, 如图 10 所示。

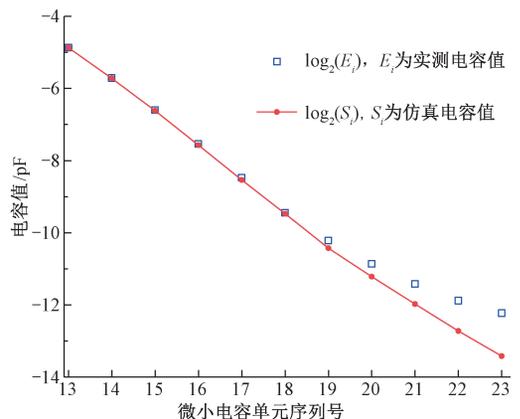


图 10 可编程电容器微小电容单元实际值与仿真数据分析
Fig.10 Analysis of actual value and simulation value of programmable capacitor

图 10 中, E_i 是可编程熔融石英电容器中微小电容单元电容值实测值, S_i 是可编程熔融石英电容器中微小电容单元电容值仿真值, $E_{13} = 34.24 \text{ fF}$, $S_{13} = 34.13 \text{ fF}$ 。为便于观察微小电容单元的线性度, 对 E_i 和 S_i 取 $\log_2(x)$ 做数据分析对比图。由图可知, 在仿真中, S_i 严格按照线性变化; 在实际中, E_{10} 往后的微小电容单元在亚 fF 量级以下, 气隙尺寸与上极板尺寸接近甚至超越, 受到杂散电力线的交叉影响, 使实际电容值与仿真值出现偏差, 由于此部分微小电容单元主要用作于电容值补偿, 其误差在可接受范围内。

4 结 论

针对微小电容单元中边缘效应导致的电容误差, 可利用 Kelvin 等电位保护电极减小杂散电容的影响。通过对考虑气隙的微小电容单元建模, 借助保角变换将电容单元复杂模型转化为简单模型, 得到电容计算公式, 并通过仿真验证找到最优气隙尺寸区间。基于保角变换的微小电容建模与设计方法, 可使可编程电容器中的微小电容单元满足精确线性变化关系, 亚 pF 量级微小电容单元与实际测试结果一致性良好, 并且通过可编程切换方式可实现 fF 量级的任意电容值输出。

参考文献

[1] HABBACHI N, BOUSSETTA H, BOUKABACHE A, et al. Tunable MEMS capacitor: Influence of fluids[J]. Electronics Letters, 2016, 53(2): 72-73.

[2] CALIANO G, MATRONE G, SAVOIA A S. Biasing of capacitive micromachined ultrasonic transducers [J]. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 2016, 64(2): 402-413.

[3] KHAN M S, SÉRON O, THUILLIER G, et al. Development of a programmable small capacitance standard at LNE [C]. Precision Electromagnetic Measurements (CPEM 2016), IEEE, 2016: 1-2.

[4] KOFFMAN A D, LEE R D, LEE L, et al. Programmable capacitors developed at NIST [C]. 29th Conference on Precision Electromagnetic Measurements (CPEM 2014), IEEE, 2014, 478-479.

[5] 季晓玲, 杨雁, 贺青, 等. 可编程熔融石英标准小电容的仿真研究[J]. 电测与仪表, 2019, 56(8): 36-40.

JI X L, YANG Y, HE Q, et al. Simulation study of a programmable fused silica small capacitance standard[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2019, 56(8): 36-40.

[6] CARLSON GT, ILLMAN BL. The circular disk parallel plate capacitor[J]. American Journal of Physics, 1994, 62(12): 1099-1105.

[7] NISHIYAMA H, NAKAMURA M. Capacitance of disk capacitors [J]. IEEE Transactions on Components, Hybrids, and Manufacturing Technology, 1993, 16(3): 360-366.

[8] CHEW W C, KONG J A. Effects of fringing fields on the capacitance of circular microstrip disk [J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 1980, 28(2): 98-104.

[9] NISHIYAMA H, NAKAMURA M. Capacitance of disk capacitors [J]. IEEE Transactions on Components, Hybrids, and Manufacturing Technology, 1993, 16(3): 360-366.

[10] 李世松, 张钟华, 赵伟, 等. 一种用保角变换求解带电 Kelvin 电容器边缘效应所产生静电力的解析模型[J]. 物理学报, 2015, 64(6): 102-108.

LI SH S, ZHANG ZH H, ZHAO W, et al. Analytical model of electrostatic force generated by edge effect of a Kelvin capacitor based on conformal transformation [J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(6): 102-108.

[11] 张钟华. Kelvin 式等电位保护电极的气隙误差[J]. 计量学报, 1986(3): 168-176.

ZHANG ZH H. The calculation of the error due to the gap for the electrode with equipotential guard of Kelvin type [J]. Metrologia, 1986(03): 168-176.

[12] 傅壮. 摆动周期方案测量普朗克常数关键问题研究[D]. 北京: 清华大学, 2018.

FU ZH. Absolute determination of inertial mass by quasi-elastic electrostatic oscillation method [D]. Beijing: Tsinghua University, 2018.

[13] 王彦, 秦楠, 刘吉虹, 等. 基于光纤光栅的温度与压力柔性传感性能测试[J]. 仪器仪表学报, 2019, 40(3): 93-98.

WANG Y, QIN N, LIU J H, et al. Performance test of temperature and pressure flexible sensor based on optical fiber bragg grating [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2019, 40(3): 93-98.

[14] 姚梅玲. 基于 LabVIEW 的同轴开关控制系统设计及应用[D]. 青岛: 青岛大学, 2017.

Design and application of coaxial switch control system based on LabVIEW [D]. Qingdao: Qingdao University,

2017.

- [15] 黄云志,郑亮,汪蓓蓓.多波长边缘电场传感器介电测量系统的研究[J].电子测量与仪器学报,2015,29(6):853-859.

HUANG Y ZH, ZHENG L, WANG B B. Research on permittivity measurement for multi-wavelength fringing electric field sensor [J]. Journal of electronic measurement and instrumentation, 2015, 29 (6): 853-859.

作者简介



吴晓媛,现为青岛大学硕士研究生,主要研究方向为精密电磁测量。

E-mail:75787121@qq.com

Wu Xiaoyuan is now a M. Sc. candidate at Qingdao University. Her main research interests include precision electromagnetic measurement.



杨雁(通信作者),分别在2000年和2003于湖南大学获得学士学位和硕士学位,2007年于中科院自动化研究所获得博士学位,现为中国计量科学研究院副研究员,主要研究方向为阻抗标准、同轴电桥、精密电磁测量。

E-mail:yangyan@nim.ac.cn

Yang yan received his B. Sc. degree and M. Sc. degrees from Hunan University in 2000 and 2003, respectively, and his Ph. D. degree from the Chinese Academy of Sciences in 2007. Now he is an associate researcher in the National Institute of Metrology (NIM). His current research interests include impedance standards, coaxial bridges, precision electromagnetic measurement.