

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J1904801

无人机磁惯导系统中航向校正的双内积算法*

王勇军^{1,2}, 李智^{1,2}, 李翔¹

(1. 桂林电子科技大学电子工程与自动化学院 桂林 541004; 2. 桂林航天工业学院无人遥测重点实验室 桂林 541004)

摘要:针对无人机磁惯导系统中广泛采用的三轴磁强计,建立航向角误差模型,分析出航向角的非对准误差等效为常值误差加半圆罗差,提出了一种基于双内积的航向误差校正方法,即利用地磁场矢量与自身内积得到的模值为定值以及地磁矢量与重力矢量二者的内积为常数原理进行航向角解算补偿。该方法能克服基于矢量模值不变校正方法无法补偿非对准误差的缺陷,可实现三轴磁强计的完全校正。数值仿真及实验结果显示,该方法校正效果优于标量校正法、点积不变法以及两步法,能有效降低磁场矢量的模值误差和无人机航向角误差,且对磁惯导系统中的传感器噪声有较好的鲁棒性。

关键词:磁惯导系统;三轴磁强计;校正;航向角;双内积

中图分类号: V241.61⁺1 TP212.9 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 590.30

Dual inner product algorithm for heading calibration in magneto-inertial navigation system of UAV

Wang Yongjun^{1,2}, Li Zhi^{1,2}, Li Xiang¹

(1. School of Electronic Engineering and Automation, Guilin University of Electronic Technology, Guilin 541004, China;

2. Key Laboratory of Unmanned Aerial Vehicle Telemetry, Guilin University of Aerospace Technology, Guilin 541004, China)

Abstract: By establishing the error model of heading angle for tri-axial magnetometer that widely used in magneto-inertial navigation system of unmanned aerial vehicle (UAV), the heading misalignment error that consists of constant error and half circle compass error is concluded. Therefore, a novel calibration algorithm is proposed, which is based on dual inner products. The principle of proposed method makes use of the invariance of geomagnetic vector and itself inner product, as well as the constant inner product of geomagnetic vector and gravity vector. This method can eliminate the mutual misalignment of tri-axial magnetometer that cannot be identified using the invariance of vector norm only, and thus it can achieve complete calibration of tri-axial magnetometer. Numerical simulations and experiment results show that the proposed method has better performance compared with scalar checking, dot product invariance and two-step methods. It can effectively reduce the norm error of geomagnetic vector and heading angle error of UAV, and it has preferable robustness against sensor noise.

Keywords: magneto-inertial navigation system; tri-axial magnetometer; calibration; heading angle; dual inner products

0 引言

微小型无人机主要通过机载磁惯导系统进行航姿测量,这种磁惯导系统主要由 MEMS 三轴磁强计和 MEMS 惯性传感器(包含三轴陀螺仪和三轴加速度计)组成。无人机磁惯导系统是一种可靠、易应用的无源导航装置,

它主要通过测量地磁、重力及角速度矢量来获取航向与姿态信息。但是,该系统中的地磁传感器(三轴磁强计)易受到软硬磁干扰、标度因数、零偏、非正交误差等多方面因素干扰^[1-5],在实际应用环境改变时需要磁强计进行现场校正。

从数学描述来看,三轴磁强计误差可以用式(1)所示的泊松模型来表述,其中 $\mathbf{v} = (v_1 \ v_2 \ v_3)^T$ 为磁惯导系统

收稿日期:2019-03-04 Received Date:2019-03-04

* 基金项目:国家自然科学基金(61361006)、广西自然科学基金(2015GXNSFBA139251)、广西自然科学基金重点项目(2016GXNSFDA380031)资助

中磁强计输出矢量, $\mathbf{h} = (h_1 \ h_2 \ h_3)^T$ 为无人机载体坐标系中的地磁场矢量; 矢量 $\mathbf{b} = (b_1 \ b_2 \ b_3)^T$ 代表常值误差, 如磁强计的零偏以及硬磁干扰等; 矩阵 $\mathbf{K} = (k_{ij})_{3 \times 3}$ 反映线性误差, 包括磁强计各轴的灵敏度(标度系数)误差、非对准误差、软磁干扰等; 矢量 $\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_0 + \boldsymbol{\varepsilon}_\Delta = (\varepsilon_1 \ \varepsilon_2 \ \varepsilon_3)^T$ 代表传感器噪声及高阶误差项, 其中 $\boldsymbol{\varepsilon}_0$ 为传感器噪声, $\boldsymbol{\varepsilon}_\Delta$ 表示误差的高阶项, 是小量误差。

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{pmatrix} = \mathbf{K}\mathbf{h} + \mathbf{b} + \boldsymbol{\varepsilon}_0 + \boldsymbol{\varepsilon}_\Delta \quad (1)$$

磁强计校正通常针对式(1)中的常值误差 \mathbf{b} 及误差矩阵 \mathbf{K} , 而视 $\boldsymbol{\varepsilon}_0$ 和高阶误差项 $\boldsymbol{\varepsilon}_\Delta$ 为非线性小量误差, 因其对低成本磁航向系统影响较小, 误差校正时可忽略^[6]。记 $\mathbf{L} = \mathbf{K}^{-1}$, $\mathbf{d} = \mathbf{L}\mathbf{b} = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{b}$, 则误差补偿可由式(2)实现。

$$\mathbf{h} = \mathbf{L}(\mathbf{v} - \mathbf{b}) = \mathbf{L}\mathbf{v} - \mathbf{d} \quad (2)$$

目前, 三轴磁强计校正普遍采用基于地磁矢量模值(场强)不变性的校正方法^[2-5]。校正时可以让无人机作原地转动, 带动捷联磁惯导系统(传感器载体)转动, 这时传感器坐标系中各轴地磁分量的方向发生变化, 但总磁场强度大小(即矢量模值)保持不变, 这一特性可以用式(3)来描述。由于式(3)计算得到的是一个标量(地磁矢量的模方), 故基于地磁矢量模值不变特性的磁强计校正方法也称为“标量校正法”。

$$\|\mathbf{h}\|^2 = \mathbf{h}^T \mathbf{h} = \text{constant} \quad (3)$$

$$\mathbf{h}^T \mathbf{h} = \mathbf{v}^T \mathbf{L}^T \mathbf{L} \mathbf{v} - 2\mathbf{b}^T \mathbf{L}^T \mathbf{L} \mathbf{v} + \mathbf{b}^T \mathbf{L}^T \mathbf{L} \mathbf{b} = \mathbf{v}^T \mathbf{L}^T \mathbf{L} \mathbf{v} - 2\mathbf{d}^T \mathbf{L} \mathbf{v} + \mathbf{d}^T \mathbf{d} = \text{constant} \quad (4)$$

若将式(2)代入式(3)即可得到关于 \mathbf{L} 与 \mathbf{b} 的方程式(4), 在无人机现场校正时可根据磁强计的原始数据并结合非线性优化算法求解出误差矩阵 \mathbf{L} 与矢量 \mathbf{b} 。

需要指出, 若利用地磁场矢量的模值为常值这一性质进行校正, 则要求式(4)中的误差矩阵 $\mathbf{L} = \mathbf{K}^{-1}$ 存在, 即误差 \mathbf{K} 要可逆。此时, 所得关于 \mathbf{v} 的二次型必为正定二次型, 且 \mathbf{v} 的变化轨迹是一个椭球面。因此, 该校正方法在数学上等价于对椭球面进行拟合(不论其是否显式地求解椭球的中心与主轴等参数), 故而这类基于地磁矢量模值不变性的校正方法又可统称为“椭球拟合法”^[4]。

此类方法的原理是假定同一地点的地磁场强度在短时间内保持不变, 因而无论载体姿态如何变化, 磁强计测得的地磁场矢量的模值应保持为一常数。利用该方法进行校正无需外部设备或基准, 只需要现场采集三轴磁强计读数即可实现误差校正, 但是校正后的传感器坐标系会与其他传感器坐标系及载体坐标系之间存在一个未知的三维转动, 为此必须在校正时引入除式(3)以外的其他条件来辅助校正。

针对上述问题, 本文提出一种既利用地磁场矢量自身的模值不变性(地磁矢量内积为常值), 并利用地磁场矢量与重力矢量二者的内积为常数原理的双内积校正方法, 该方法可一步实现三轴磁强计的完全校正而无需附加环节, 并通过仿真及实验来验证该方法的有效性。

1 磁导航系统航姿误差模型

1.1 无人机航向角误差描述

依次记无人机的航向角、俯仰角和横滚角为 ψ 、 θ 、 φ , 根据文献[2]和[7]可得到磁惯导系统坐标系中的地磁场矢量 \mathbf{h} 与导航坐标系中的地磁场矢量 \mathbf{h}_0 之间的旋转变化关系, 如式(5)所示:

$$\mathbf{h} = \mathbf{C}_\varphi \mathbf{C}_\theta \mathbf{C}_\psi \mathbf{h}_0 \quad (5)$$

其中:

$$\mathbf{C}_\psi = \begin{pmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \mathbf{C}_\theta = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{C}_\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & \sin\varphi \\ 0 & -\sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix}$$

利用三轴陀螺仪和三轴加速度计的测量值可计算出 θ 与 φ , 此时 $\mathbf{C}_0 = \mathbf{C}_\theta \cdot \mathbf{C}_\varphi$ 为定值, 将其代入式(5)即可得到航向角引起的地磁矢量变化可由式(6)表示:

$$\mathbf{h}_\psi = \mathbf{C}_0 \mathbf{C}_\psi \mathbf{h}_0 \quad (6)$$

设传感器载体坐标系中的地磁场矢量记为 $\mathbf{h}_\psi = (h_1 \ h_2 \ h_3)^T$, 考虑到当前校正位置地磁倾角为常值, 则可得航向角 ψ 与三轴传感器中的两个水平分量之间的关系为 $\tan\psi = -h_2/h_1$ 。又设地磁场水平分量与竖直分量分别为 $h_{//}$ 与 h_{\perp} , 并令导航坐标系中的水平轴指向磁北, 则式(6)中, $\mathbf{h}_0 = (h_{//} \ 0 \ h_{\perp})^T$, 其中 $h_1 = h_{//} \cdot \cos\psi$, $h_2 = -h_{//} \cdot \sin\psi$ 。若 h_1 与 h_2 存在微小偏差 δh_1 、 δh_2 , 则地磁矢量偏差引起的航向误差可用式(7)表示:

$$\delta\psi \approx \frac{h_2 \cdot \delta h_1 - h_1 \cdot \delta h_2}{h_{//}^2} = -\frac{\sin\psi \cdot \delta h_1 + \cos\psi \cdot \delta h_2}{h_{//}} \quad (7)$$

1.2 航向角的非对准误差分析

若考虑地磁矢量和重力矢量为常值矢量, 则三轴磁强计和三轴加速度计有误差时测量数据分布于正交坐标系的椭球面上, 利用标量校正法即可实现传感器误差的校正。由于三维正交坐标系中的二次型表达式最多只能提供9个独立参数, 而式(2)所述误差模型的矩阵共有12个参数, 故通过矢量模值进行球面复原并不能完全确定所有参数, 这会导致数学上的欠定问题^[8]。因此, 采用该方法能有效校正各传感器本身的误差, 但校正后不同

传感器之间及其与磁导航系统坐标系之间仍需要进行坐标系对准,由此引起的误差称为“非对准误差”^[9-15]。

当三轴加速度计、三轴磁强计和磁导航系统坐标系坐标系存在非对准误差时,会使得俯仰角 θ 与横滚角 φ 的计算值不是无偏估计。若记 $\delta\theta$ 与 $\delta\varphi$ 分别为俯仰角 θ 和横滚角 φ 的小量偏差,根据式(5)~(7)可以看出, $\delta\theta$ 与 $\delta\varphi$ 还会导致航向角 ψ 出现误差,略去高阶项后即用式(8)表示:

$$\delta\psi \approx \sin\theta \cdot \delta\varphi + \frac{h_{\perp}}{h_{//}}(\delta\varphi \cdot \cos\theta \cos\psi - \delta\theta \cdot \sin\psi) \quad (8)$$

式(8)右边第一项分式与航向角 ψ 无关,故当无人机俯仰角 θ 不变的情况下,水平转动时该项为一常值误差。另外从式(8)还可以看到,右边括号中出现了航向角 ψ 的正弦及余弦,即无人机水平转动一周时航向误差的变化曲线类似于正余弦函数的一个周期,这也称为磁强计的“半圆罗差”^[2,12]。

若考虑磁强计相对于无人机载体坐标系存在小量非对准误差时,相当于使执行误差补偿后的地磁场矢量在导航坐标系中进行了一次小角度三维旋转,且转过的角度分别为 δ_1 、 δ_2 和 δ_3 (以弧度记),其矩阵可近似表示为式(9):

$$\mathbf{C}_{\delta} \approx \begin{pmatrix} 1 & \delta_3 & -\delta_2 \\ -\delta_3 & 1 & \delta_1 \\ \delta_2 & -\delta_1 & 1 \end{pmatrix} \quad (9)$$

将式(9)代入式(5)~(7),略去高阶项,可得到非对准误差造成的航向误差近似表达式:

$$\delta\psi \approx (\delta_3 \cos\varphi + \delta_2 \sin\varphi) \cos\theta - \delta_1 \left(\sin\theta + \frac{h_{\perp}}{h_{//}} \cos\theta \right) + \frac{h_{\perp}}{h_{//}} [(\delta_2 \cos\varphi - \delta_3 \sin\varphi) \sin\psi - (\delta_3 \cos\varphi + \delta_2 \sin\varphi) \cdot \sin\theta \cos\psi] \quad (10)$$

式(10)较式(8)更复杂,但该误差仍然可看成是常值误差与磁强计的“半圆罗差”来构成的。

综上所述,无人机磁导航系统中三轴传感器的非对准误差,均会引起航向角的偏差,而且其变化值亦难以辨识和补偿,这也正是基于矢量模值不变性的标量检验法无法完全校正航向角误差的问题所在。

2 航向双内积校正

2.1 三轴磁强计的非对准误差控制方法

前述三轴加速度计的非对准误差直观地反映为俯仰角 θ 与横滚角 φ 的误差,相对来说比较容易校正。而三轴磁强计与传感器及载体载体坐标系的非对准误差则常

与各种干扰引起的误差相混合,这使得其变化规律更加复杂。

从数学描述来看,三轴磁强计非对准误差的校正可归为正交普氏分析问题。因此,可用空间旋转变换来校正三轴磁强计的非对准误差^[16]。然而,使用该方法进行误差补偿必须同时获取地磁场矢量在传感器坐标系以及在无人机载体坐标系下的一系列读数。若已知无人机载体坐标系下的地磁场矢量,则意味着磁强计误差模型(式(2))中被测量场 \mathbf{v} 为已知,因此可结合磁强计读数直接求解误差矩阵 \mathbf{L} 及常值矢量 \mathbf{b} ,而不再需单独考虑普氏分析问题中的旋转变换。

在实际应用中,为了解决非对准误差问题,通常借助重力矢量校正航向误差^[17]。将磁导航系统绕其加速度计的某一轴旋转,根据该轴磁场读数的变化,可依次求出式(9)中的3个非对准转动角度 δ_1 、 δ_2 和 δ_3 ,进而得到误差修正矩阵。

无人机作原地转动时,无人机载体坐标系中重力矢量 $\mathbf{g}=(g_1 \ g_2 \ g_3)^T$ 与地磁场矢量 \mathbf{h}_0 夹角不变,故二者的内积是一个常值,上述原理可由式(11)描述。

$$\mathbf{g}^T \mathbf{h} = \mathbf{g}^T \mathbf{L}(\mathbf{v} - \mathbf{b}) = \text{constant} \quad (11)$$

单独利用式(11)即可直接求解 \mathbf{L} 与 \mathbf{b} ,即利用矢量内积为定值来校正三轴磁强计,被称为“点积不变法”。该方法能克服标量校正法(椭球拟合法)导致的欠定问题及非对准误差,但其主要缺点是对补偿矩阵 \mathbf{L} 无任何约束,对磁强计测量噪声较敏感^[18-19]。

点积不变法也可与椭球拟合法相结合来使用,即:先采用椭球拟合法得到 \mathbf{L} 与 \mathbf{b} ,并用三维旋转矩阵 \mathbf{R} 表示三轴磁强计与载体坐标系间的非对准误差,再由式(12)求解矩阵 \mathbf{R} ,由此构成磁强计校正的两步法^[20-23],即先对传感器进行椭圆拟合再利用点积不变法校正非对准误差。

$$\mathbf{g}^T \mathbf{R} \mathbf{L}(\mathbf{v} - \mathbf{b}) = \text{constant} \quad (12)$$

值得注意的是,表示三维旋转的矩阵 \mathbf{R} 应当是一个正交矩阵,在实际误差校正时就需要对式(12)中的矩阵 \mathbf{R} 作一定的约束,从而保证 \mathbf{R} 的正交性。

2.2 基于双内积的误差控制原理

若同时利用2.1节所述的模值不变性及点积为定值特性构建新的校正模型,可进一步改善校正效果。从数学角度看,式(3)中的 $\mathbf{h}^T \cdot \mathbf{h}$ 及式(11)中的 $\mathbf{g}^T \cdot \mathbf{h}$ 均属于矢量的内积,故不妨将此法称为“双内积算法”。

在误差校正实验过程中, \mathbf{g}_0 和 \mathbf{h}_0 分别表示重力矢量及地磁场矢量的模值,假定获取到 r 组测量数据,包括重力测量值 $\{g_1, g_2, \dots, g_r\}$ 以及磁强计测量值 $\{v_1, v_2, \dots, v_r\}$,仍采用式(2)中的误差模型,可构建式(13)所示的代价函数 \mathbf{e} 作为校正模型,其中 γ 为两矢量间的夹角(其理论值等于本地地磁倾角的余角)。

$$\mathbf{e} = \begin{cases} \mathbf{v}_1^T \mathbf{L}^T \mathbf{L} \mathbf{v}_1 - 2\mathbf{v}_1^T \mathbf{L}^T \mathbf{L} \mathbf{b} + \mathbf{b}^T \mathbf{L}^T \mathbf{L} \mathbf{b} - \mathbf{h}_0^2 \\ \vdots \\ \mathbf{v}_r^T \mathbf{L}^T \mathbf{L} \mathbf{v}_r - 2\mathbf{v}_r^T \mathbf{L}^T \mathbf{L} \mathbf{b} + \mathbf{b}^T \mathbf{L}^T \mathbf{L} \mathbf{b} - \mathbf{h}_0^2 \\ \mathbf{g}_1^T \mathbf{L} \mathbf{v}_1 - \mathbf{g}_1^T \mathbf{L} \mathbf{b} - \mathbf{g}_0 \mathbf{h}_0 \cos \gamma \\ \vdots \\ \mathbf{g}_r^T \mathbf{L} \mathbf{v}_r - \mathbf{g}_r^T \mathbf{L} \mathbf{b} - \mathbf{g}_0 \mathbf{h}_0 \cos \gamma \end{cases} \quad (13)$$

这样,三轴磁强计的校正便转化为求解代价函数 e 的问题,即求解使 $\|\mathbf{e}\|^2 = \mathbf{e}^T \cdot \mathbf{e}$ 最小化的矩阵 \mathbf{L} 与 \mathbf{b} 。

理论上,式(13)中的 \mathbf{g}_0 和 \mathbf{h}_0 分别等于加速度测量的本地重力加速度及磁强计测量的地磁场强度,但其具体数值并不影响姿态解算,故可以选一近似标准值来代替实际值。另一方面,重力矢量与地磁场矢量间的夹角 γ 直接影响二者的内积,且由于环境磁场干扰等因素,实际的夹角未必精确等于本地的地磁倾角的余角,故宜将 $\lambda = \cos \gamma$ 也列为待估计参数。这使得待估计参数由 12 个变为 13 个。

2.3 非线性优化算法实现

根据式(13)可知,求解令 $\|\mathbf{e}\|^2 = \mathbf{e}^T \mathbf{e}$ 最小化的 \mathbf{L} 与 \mathbf{b} 是一个非线性优化问题,采用 L-M 法(即 Levenberg-Marquardt 法的简写)可进行优化估计,矩阵 \mathbf{L} 与 \mathbf{b} 的求解过程如下:

1) 令迭代次数 $k=0$,地磁倾角的余角 $\lambda_k=1$,矩阵 \mathbf{L} 为单位阵($\mathbf{L}_k = \mathbf{I}_{3 \times 3}$),矩阵 \mathbf{b} 为零向量($\mathbf{b}_k = \mathbf{0}_{3 \times 1}$),同时设置衰减因数 $\mu_k = 10^{-3}$ 。

2) 按式(14)构造待估计参数向量 \mathbf{x}_k ,其中 $l_{k,ij}$ 表示矩阵 \mathbf{L}_k 第 i 行第 j 列的元素, $b_{k,i}$ 表示 \mathbf{b}_k 的第 i 个元素。

$$\mathbf{x}_k = (l_{k,11} \quad \lambda \quad l_{k,33} \quad b_{k,1} \quad b_{k,2} \quad b_{k,3} \quad \lambda_k)^T \quad (14)$$

3) 根据式(13)可计算代价函数 e_k 。

4) 计算雅可比矩阵 \mathbf{J}_k 。

$$\mathbf{J} = \partial(e_1, e_2, \dots, e_{2r}) / \partial(e_1, e_2, \dots, e_{13}) = \partial e_k / \partial \mathbf{x}_k \quad (15)$$

$$\frac{\partial e_{k,s}}{\partial l_{k,ij}} = \begin{cases} 2\alpha_{s,i} \beta_{s,j} & (1 \leq s \leq r) \\ g_{s-r,i} \beta_{s,j} & (r < s \leq 2r) \end{cases} \quad (16)$$

$$\frac{\partial e_{k,s}}{\partial B_{k,i}} = \begin{cases} -2 \sum_{j=1}^3 \alpha_{s,j} l_{k,ji} & (1 \leq s \leq r) \\ - \sum_{j=1}^3 g_{s-r,j} l_{k,ji} & (r < s \leq 2r) \end{cases} \quad (17)$$

$$\frac{\partial e_{k,s}}{\partial \lambda_k} = \begin{cases} 0 & (1 \leq s \leq r) \\ -g_0 \mathbf{h}_0 & (r < s \leq 2r) \end{cases} \quad (18)$$

若 \mathbf{v}_s 和 \mathbf{g}_s 分别是磁强计和重力的第 s 组测量值,则式(14)~式(17)中: $e_{k,s}$ 为 e_k 的第 s 个元素, $\alpha_{s,i}$ 表示矢量 $\mathbf{L}_k(\mathbf{v}_s - \mathbf{b}_k)$ 的第 i 个元素, $\beta_{s,j}$ 表示矢量 $(\mathbf{v}_s - \mathbf{b}_k)$ 的第 j 个元素, $g_{s,i}$ 表示 \mathbf{g}_s 的第 i 个元素。

5) 根据式(19)计算 \mathbf{x}_{k+1} 。

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - (\mathbf{J}_k^T \mathbf{e}_k + \mu_k \mathbf{I}_{3 \times 3})^{-1} \mathbf{J}_k^T \mathbf{e}_k \quad (19)$$

6) 根据式(13)计算 e_{k+1} 。

7) 若 $\|\mathbf{e}_{k+1}\|^2$ 小于 $\|\mathbf{e}_k\|^2$,则更新当前 $\mathbf{L}_{k+1}, \mathbf{b}_{k+1}$ 和 λ_{k+1} ,同时令 $\mu_{k+1} = 0.1\mu_k$,否则令 $\mathbf{L}_{k+1} = \mathbf{L}_k, \mathbf{b}_{k+1} = \mathbf{b}_k, \lambda_{k+1} = \lambda_k$ 和 $\mu_{k+1} = 10\mu_k$ 。

⑧ 若 $\|\mathbf{e}_{k+1}\|^2 - \|\mathbf{e}_k\|^2$ 小于给定阈值 $10^{-4} \|\mathbf{e}_k\|^2$,或迭代次数 k 达到上限,则结束;否则 $k = k + 1$,转步骤 2)。

3 仿真算例

设北-东-地导航坐标系中的地磁场矢量为 $\mathbf{h} = (40 \ 0 \ 30)^T \mu\text{T}$,重力矢量为 $\mathbf{g} = (0 \ 0 \ 9.8)^T \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ 。若磁惯导系统分别在水平及向前、后、左、右各倾斜 30° 姿态下,以 10° 步进旋转一周,则通过磁场数据可以得到载体坐标系下地磁场矢量变化轨迹如图 1 所示。

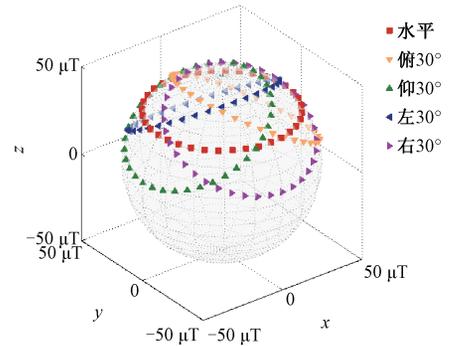


图 1 载体坐标系下地磁场矢量变化轨迹

Fig.1 Locus of geomagnetic vector in the body frame

又可预设式(1)中的补偿矩阵 \mathbf{L} 与 \mathbf{b} 分别为:

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} 1.00 & -0.05 & -0.20 \\ 0.15 & 1.10 & -0.30 \\ 0.25 & -0.15 & 0.90 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0.9 \\ 1.3 \\ -1.2 \end{pmatrix}$$

则有:

$$\mathbf{h} = \begin{pmatrix} 1.00 & -0.05 & -0.20 \\ 0.15 & 1.10 & -0.30 \\ 0.25 & -0.15 & 0.90 \end{pmatrix} (\mathbf{v} - \boldsymbol{\varepsilon}) - \begin{pmatrix} 1.075 \\ 1.925 \\ -1.05 \end{pmatrix} \quad (20)$$

除上述 \mathbf{L} 与 \mathbf{b} 外,还假定磁强计测量值包含零均值高斯白噪声 $\boldsymbol{\varepsilon}$,并记其标准差为 σ_h 。另一方面,重力矢量也含有零均值、标准差 $\sigma_g = 0.05 \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ 的高斯白噪声,但不含其他误差。

对于不同的 σ_h 值,分别采用前述标量校正法、点积不变法、两步法以及双内积法对磁强计进行校正,可得到不同的 \mathbf{L} 与 \mathbf{b} ,如表 1 所示,并检验校正后地磁场矢量的模值误差(以均方根计),结果见图 2。

表 1 不同校正方法下得到的补偿矩阵参数 ($\sigma_h = 0.05 \mu\text{T}$)

Table 1 Parameter estimations of different calibration methods

校正方法	L	b
标量校正法	$\begin{pmatrix} 1.001 & 0.105 & 0.202 \\ 0.105 & 1.021 & -0.001 \\ 0.202 & -0.001 & 0.902 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.900 \\ 1.290 \\ -1.151 \end{pmatrix}$
点积不变法	$\begin{pmatrix} 0.999 & -0.042 & -0.107 \\ 0.089 & 1.001 & -0.183 \\ 0.102 & -0.151 & 0.897 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.667 \\ 1.016 \\ -0.987 \end{pmatrix}$
两步法	$\begin{pmatrix} 1.017 & -0.001 & -0.010 \\ 0.007 & 1.001 & -0.021 \\ 0.026 & -0.024 & 0.983 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.899 \\ 1.294 \\ -1.183 \end{pmatrix}$
双内积法	$\begin{pmatrix} 1.001 & -0.014 & -0.012 \\ 0.005 & 1.001 & -0.001 \\ 0.015 & -0.001 & 0.997 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.900 \\ 1.293 \\ -1.150 \end{pmatrix}$

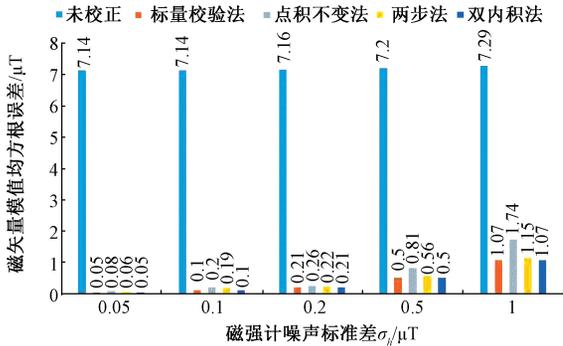


图 2 不同算法校正的地磁场矢量模值误差

Fig.2 RMS error of geomagnetic vector's norm at different calibration algorithms

由图 2 可见,预设的补偿矩阵 L 与 b 与实际误差矩阵有着较大的偏差,采用的 4 种校正方法均能显著降低磁场矢量的模值误差,其中又以标量校正法和双内积法误差最小。因此,对于只关心地磁场总强度(即只需对地磁场进行标量测量)的应用场合,采用标量校正法已经足够。

然而,对于无人机磁惯导系统而言,通过地磁场矢量解算的航向角^[24]才是真正有用的信息,因此讨论地磁场矢量对应的方向误差更为重要。对在不同的 σ_h 值下,由各种校正方法解算的航向角误差可得到图 3 所示结果。

由图 3 可看到不同校正方法的表现:

1) 标量校正法始终存在较大误差,如前所述,这是由于校正后三轴磁强计仍存在非对准误差,且该误差不能

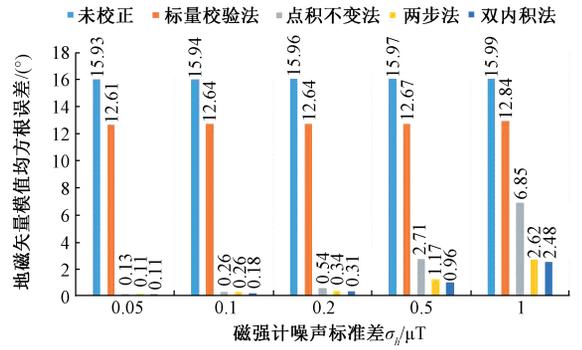


图 3 不同算法校正后解算的航向角平均误差

Fig.3 Mean error of calculating heading angle after different calibration algorithms

由标量校正法本身予以消除;

2) 点积不变法的校正效果在磁强计噪声水平较低时明显好于标量校正法,但随噪声增大而迅速恶化;

3) 两步法与点积不变法的校正效果大体相当,但在磁强计噪声水平较高时,效果明显优于点积不变法;

4) 双内积法在不同噪声水平下始终具有较好的校正效果。

4 实物验证

在包含三轴磁强计 HMC5883 及 MEMS 惯性传感器 MPU6500 (三轴陀螺仪+三轴加速度计) 的自制磁惯导模块上验证前述校正方法的效果。同时,校正过程中采用北微传感科技公司的 BW-AH500 型 AHRS 模块提供航向角、俯仰角及横滚角等数据的精确值。

4.1 模块实验流程及结果

实验中使用俯仰角、横滚角和航向角分辨率为 0.1° 的三轴转台作为姿态与航向基准。

实验流程如下: 1) 将自制的磁惯导模块和 BW-AH500 型 AHRS 模块一起固定在三轴转台 PT5 台面上; 2) 依次在水平及向前、后、左、右各倾斜 30° (即俯仰角和横滚角: $(0^\circ, 0^\circ)$, $(30^\circ, 0^\circ)$, $(-30^\circ, 0^\circ)$, $(0^\circ, 30^\circ)$, $(0^\circ, -30^\circ)$) 5 种姿态下,航向角从 0° 起每隔 10° 为一测量点,采集 AHRS 模块的航向角输出和磁惯导模块原始磁场数据及航向角; 3) 分别将前述标量校正法、点积不变法、两步法和双内积算法植入磁惯导模块,并在步骤 2) 所述 5 种姿态下回转一周,采集磁场数据和航向角; 4) 根据采集的 AHRS 模块和磁惯导模块数据分别计算植入校正算法前后的航向角剩余误差。

图 4(a) 所示为未校正磁强计时磁惯导模块的航向误差。图 4(b)~(e) 所示分别为标量校正法、点积不变法、两步法和双内积法校正结果。

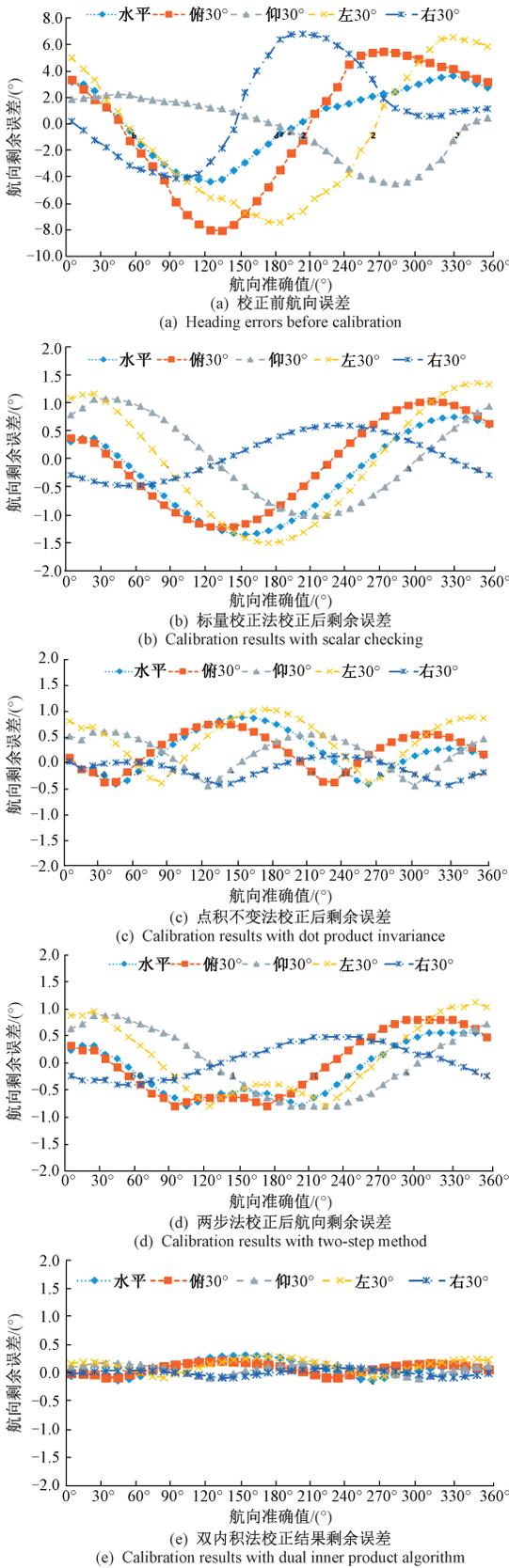


图4 校正前后航向误差

Fig.4 Heading errors before and after calibration

校正前,磁惯导模块在水平及向前、后、左、右各倾斜30°这5种姿态下的航向误差均方值达到5.51°,经标量校正法校正后航向误差均方值减至2.62°,利用点积不变法校正后的航向误差均方值为1.34°,采用两步法校正后的航向误差均方值为1.27°,而经双内积算法校正后的航向误差均方值可达到0.33°。

4.2 多模块实验测试

仍采用4.1节的实验流程采集数据,即分别在水平及向前、后、左、右各倾斜30°姿态下回旋一周。

实验中,对5个相同规格的模块(依次记为1#至5#模块)分别采用前述校正方法进行校正。校正后,再分别对地磁场矢量的模值以及航向角数据进行检验,结果分别如图5及图6所示。

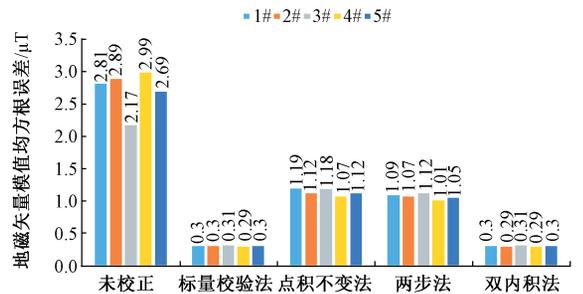


图5 不同模块地磁场矢量的模值误差

Fig.5 RMS geomagnetic vector's norm error of each module

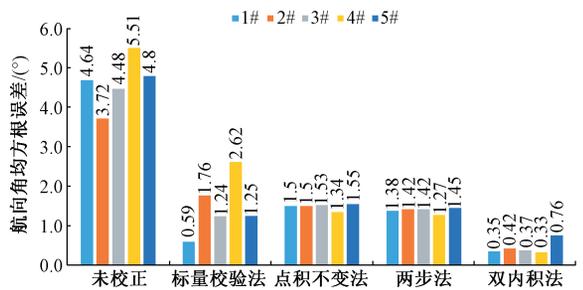


图6 不同模块的航向角误差

Fig.6 RMS heading error of each module in experiment

4.3 无人机悬停实验

将磁惯导模块和AHRS模块一起接入自制的六旋翼无人机飞控系统上,通过阻尼万向节将无人机固定在试验台上,并调节遥控器油门、升降和副翼通道使无人机保持水平悬停状态,选定每次起始的固定位置点,然后通过遥控器方向舵(感度40%,无人机约每分钟转30圈)操作无人机水平顺时针转动,在不同校正算法下,通过机载SD卡存储的数据可以得到无人机航向误差变化情况,如图7所示。

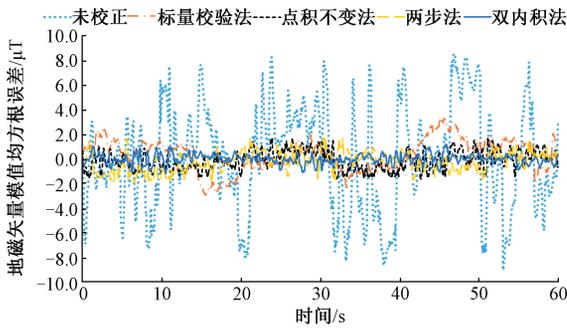


图7 无人机动态测试航向角误差

Fig.7 Heading errors in the UAV's dynamic test

4.4 实验分析

由图4~7可见:

1) 标量校正法能显著减小地磁场矢量的模值误差,但航向角误差较大;

2) 点积不变法校正后,不仅地磁场矢量的模值误差大,而且航向角误差也未明显优于标量校正法,这主要是由于HMC5883磁强计分辨率较低而噪声较高,导致点积不变法效果欠佳;

3) 多模块实验测试时,两步法校正效果略好于点积不变法,但无人机悬停测试航向角误差相差不大;

4) 双内积法校正后具有最小的地磁场矢量模值误差和航向角误差且具有较好的噪声特性,在单模块和多模块测试都有较好的效果;

5) 双内积算法在六旋翼无人机实验中有较好的效果,以BW-AH500型AHRS模块做基准,动态情况下航向角误差可控制在 1.1° 以内。

以上实验结果与4.1节中的仿真结果整体吻合,且双内积法呈现出更明显的优势,表明该方法能更有效地抑制和补偿磁惯导系统中磁强计的误差,保证无人机飞行过程中的航向角输出。

5 结论

本文提出了用于校正三轴磁强计的双内积法,该方法结合了标量校正法与点积不变法的优点,构建了双内积误差目标函数,通过对目标函数进行优化求解,得到的补偿矩阵能解决磁强计与其他传感器及载体坐标系之间的非对准误差,且在受测量噪声影响时仍能保持较好的校正效果。仿真及实物实验表明,双内积算法可在不同噪声水平下始终具有较好的校正效果,采用该算法的磁惯导系统在三轴转台静态测试时航向角误差均方值可达 0.33° ,在旋翼无人机动态测试时航向角误差可控制在 1.1° 以内。

参考文献

- [1] HEMERLY E M, COELHO F A A. Explicit solution for magnetometer calibration [J]. IEEE Transactions on Instrumentation & Measurement, 2014, 63 (8): 2093-2095.
- [2] 刘诗斌. 无人机磁航向测量的自动罗差补偿研究[J]. 航空学报, 2007, 28(2):411-414.
LIU SH B. Study on automatic magnetic deviation compensation of magnetic heading measurement for UAV[J]. Acta Aeronautica Et Astronautica Sinica, 2007, 28(2):411-414.
- [3] MOHAMADABADI K, HILLION M. An automated indoor scalar calibration method for three-axis vector magnetometer [J]. IEEE Sensors Journal, 2014, 14(9): 3076-3083.
- [4] 龙礼, 黄家才. 基于递推最小二乘法的地磁测量误差校正方法[J]. 仪器仪表学报, 2017, 38(6): 1440-1446.
LONG L, HUANG J C. Recursive least square based online error calibration method in geomagnetic detection [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2017, 38(6): 1440-1446.
- [5] 张宏欣, 周穗华, 张伽伟. 三轴磁强计实时自校正算法[J]. 电子学报, 2017, 45(7): 1750-1757.
ZHANG H X, ZHOU S H, ZHANG J W. Real-time self calibration algorithm for three-axis magnetometer [J]. Acta Electronica Sinica, 2017, 45(7): 1750-1757.
- [6] MARKUS L, BERNO M, DANIEL R, et al. Multi-sensor calibration of low-cost magnetic, angular rate and gravity systems[J]. Sensors, 2015, 15(10):25919-25936.
- [7] 李艳, 管斌, 王成宾, 等. 电子磁罗盘航向角误差推导及分析[J]. 仪器仪表学报, 2013, 34(7):127-133.
LI Y, GUAN B, WANG CH B, et al. Deduction and analysis of heading angle error for electronic magnetic compass[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2013, 34(7):1566-1572.
- [8] WU Y X, SHI W. On calibration of three-axis magnetometer [J]. IEEE Sensors Journal, 2015, 15(11): 6424-6431.
- [9] HUANG Y, WU L H. Two-step complete calibration of magnetic vector gradiometer based on functional link artificial neural network and least squares [J]. IEEE Sensors Journal, 2016, 16(11): 4230-4237.
- [10] 高翔, 严胜刚, 李斌. 三轴磁通门磁梯度仪转向差校正方法研究[J]. 仪器仪表学报, 2016, 37(6): 1226-1232.
- [11] GAO X, YAN SH G, LI B. Study on the steering differential calibration method for magnetic gradiometer base on tri-axis fluxgate [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2016, 37(6): 1226-1232.

- [12] 李翔,王勇军,李智.航姿系统矢量传感器非对准误差及其校正[J].传感技术学报,2017,30(2):266-271.
LI X, WANG Y J, LI ZH. Inter-triad misalignment of vector field sensors in attitude and heading reference systems and its calibration [J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2017, 30(2):266-271.
- [13] 袁广民,苑伟政,罗丹瑶,等.基于自适应遗传算法的三轴磁强计校准[J].中国惯性技术学报,2017,25(3):382-386.
YUAN G M, YUAN W ZH, LUO D Y, et al. Calibration of three-axis magnetometer based on adaptive genetic algorithm [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2017, 25(3):382-386.
- [14] 石岗,李希胜,李雪峰,等.航向测量系统中三轴磁传感器标定等效两步法[J].仪器仪表学报,2017,38(2):402-407.
SHI G, LI X SH, LI X F, et al. Equivalent two-step algorithm for the calibration of three-axis magnetic sensor in heading measurement system [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2017, 38(2):402-407.
- [15] WU Y X, LUO SH T. On misalignment between magnetometer and inertial sensors [J]. IEEE Sensors Journal, 2016, 16(16):6288-6297.
- [16] VASCONCELOS J F, ELKAIM G, SILVESTRE C, et al. Geometric approach to strapdown magnetometer calibration in sensor frame [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2011, 47(2):1293-1306.
- [17] KOK M, SCHÖN T B. Magnetometer calibration using inertial sensors [J]. IEEE Sensors Journal, 2016, 16(14):5679-5689.
- [18] 李翔,李智.航姿参考系统三轴磁强计校正的点积不变法[J].仪器仪表学报,2012,33(8):1813-1818.
LI X, LI ZH. Dot product invariance method for the calibration of three-axis magnetometer in attitude and heading reference system [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2012, 33(8):1813-1818.
- [19] LI X, LI ZH. A new calibration method for tri-axial field sensors in strap-down navigation systems [J]. Measurement Science and Technology, 2012, 23(10):105.
- [20] LIU Y X, LI X SH, ZHANG X J, et al. Novel calibration algorithm for a three-axis strapdown magnetometer [J]. Sensors, 2014, 14(5):8485-8504.
- [21] ZHU X N, ZHAO T, CHENG D F, et al. A three-step calibration method for tri-axial field sensors in a 3D magnetic digital compass [J]. Measurement Science and Technology, 2017, 28(3):055106.
- [22] OUSALOO H S, SHARIFI G, MAHDIAN J, et al. Complete calibration of three-axis strapdown

magnetometer in mounting frame [J]. IEEE Sensors Journal, 2017, 17(23):7886-7893.

- [23] LIU Z W, SONG J CH. A low-cost calibration strategy for measurement-while-drilling system [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2018, 65(4):3559-3567.

- [24] 张丽杰,常佶.微小型航姿测量系统及其数据融合方法[J].中国惯性技术学报,2011,19(3):307-311.
ZHANG L J, CHANG J. Attitude and heading measurement system and its data fusion method [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2011, 19(3):307-311.

作者简介



王勇军,分别在2007年及2010年于桂林电子科技大学获学士与硕士学位,现为桂林电子科技大学博士研究生、桂林航天工业学院副教授,主要研究方向为精密测量与智能控制、无人机组合导航技术。

E-mail: dongwang@guat.edu.cn

Wang Yongjun received his B. Sc. and M. Sc. degree from Guilin University of Electronic Technology in 2007 and 2010, respectively. He is now a Ph. D. student in Guilin University of Electronic Technology and a lecturer in Guilin University of Aerospace Technology. His main research interests include precision measurement and intelligent control and UAV integrated navigation technology.



李智(通信作者),2003年于电子科技大学获博士学位,现为桂林航天工业学院教授,主要研究方向为智能仪器系统,现代测试理论与技术。

E-mail: cclizhi@guet.edu.cn

Li Zhi(Corresponding author) received his Ph. D. from University of Electronic Science and Technology of China in 2003. He is now a professor at Guilin University of Aerospace Technology. His main research interests include intelligent instrument system and modern testing theory and technology.



李翔,2007年于北京航空航天大学获学士学位,2010年于桂林电子科技大学获硕士学位,2013年于西安电子科技大学获博士学位,现为桂林电子科技大学讲师,主要研究方向为姿态测量与智能传感器。

E-mail: xli1984@hotmail.com

Li Xiang received B. Sc. from Beijing University of Aeronautics and Astronautics in 2007, M. Sc. from Guilin University of Electronic Technology in 2010, and Ph. D. from Xidian University in 2013. He is currently a lecturer in Guilin University of Electronic Technology. His main research interest include attitude measurement and intelligent sensors.