

# 关节臂式坐标测量机测量力误差分析及补偿\*

罗 哉, 刘 晖, 田 焜, 李 冬

(中国计量大学计量测试工程学院 杭州 310018)

**摘要:**针对接触测量力对关节臂式坐标测量机(AACMM)测量精度的影响展开研究。对测量力引起的长度测量误差进行理论和实验分析,得到测头与被测件的局部变形、测杆的弯曲变形是影响关节臂式坐标测量机测头精度的主要因素。建立了关节臂式坐标测量机测头与被测件的局部变形、测杆的弯曲变形的数学模型,并对测量结果进行了测量力误差补偿。实验结果研究表明,测量力引起的误差对接触式关节臂式坐标测量机测量精度影响很大。通过本研究成果,可在很大程度上补偿测量力引起的误差:平均长度测量误差降低82%左右,最大误差降低约47  $\mu\text{m}$ ,有效地提高了关节臂式坐标测量机的测量精度。

**关键词:** 关节臂式坐标测量机;测量力;测杆弯曲变形;误差补偿

**中图分类号:** TH721 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 460.40

## Error analysis and compensation of the measuring force of the articulated arm coordinate measuring machine

Luo Zai, Liu Hui, Tian Kun, Li Dong

(College of Metrology & Measurement Engineering, China Jiliang University, Hangzhou 310018, China)

**Abstract:** Measuring accuracy of AACMM based on measuring force is focused in this work. The error of length measurement caused by measuring force is analyzed theoretically and experimentally. The local deformation of the probe and the measured object and the bending deformation of the measuring rod are the main factors affecting the accuracy of AACMM. The mathematical models of the local deformation and the bending deformation of the rod are established, with which the measuring results compensated with force error. Results show the error caused by measuring force can be compensated to a great extent: the average length measurement error is reduced about 82%, the maximum error is reduced by about 47  $\mu\text{m}$ , which effectively improves the precision of AACMM.

**Keywords:** articulated arm coordinate measuring machine (AACMM); measuring force; bending model of rod; error compensation

## 1 引言

关节臂式坐标测量机(articulated arm coordinate measuring machine, AACMM)是一种基于旋转关节和转动臂的三坐标测量系统,以角度测量基准取代长度测量基准,与传统的三坐标测量机相比具有机械结构简单、体积小、效率高、重量轻、测量范围大、灵活方便、造价低、能够进行现场测量等优点<sup>[1]</sup>,广泛应用于航空航天、飞机、汽车、船舶、机械加工等领域。目前,制约 AACMM 的主要因素是其测量精度,最主要的为转角误差,包括圆光栅偏心误差<sup>[24]</sup>、零位误差等,但测头系统的误差也不能忽

视。测头系统是关节臂式坐标测量机的关键部件,测头精度的高低很大程度上决定了关节臂的测量重复性及精度<sup>[5]</sup>。测量过程中,为保证测头与被测件表面的可靠接触,测头必须以一定测量力作用于被测件表面,这使得测头与被测件表面产生接触变形,测杆在力的作用下会产生弯曲变形<sup>[6]</sup>。通常,可以通过定期对测头进行校准,以保证测头的测量精度。但是,目前校准过程中通常忽略测量力的影响,研究表明接触测量力是影响坐标测量机测量精度的一个关键性因素,不能忽略。

测头系统是高精度测量机的重要组成部分<sup>[7]</sup>,国内外学者对正交式坐标测量机的测头进行了深入的研究,得出影响正交式测量机测头性能的因素主要有测头的几

何形状、测头触发系统、测头逼近方向、采样滞后、测量力等<sup>[8-11]</sup>。安徽工业大学的杜翠翠等人<sup>[12]</sup>分析了测头行程误差来源,提出将测头动态直径与微平面结合的方法,对测头直径进行补偿;Perrir P. H. 等人<sup>[13]</sup>通过对测头的结构进行建模,并用传感器对测头的动态误差进行测量;张心明等人<sup>[14]</sup>对触发式测头进行受力分析,通过对测头模型预行程变化的定量分析,得出影响预行程的因素;文献<sup>[15]</sup>设计一个简易的装置来收集关节臂测头参数,并用高斯-牛顿法对测头参数进行优化;陈晓辉等人<sup>[16]</sup>提出了一种基于测量特征分类的半径补偿算法,提高了关节臂的测头精度;许克凤<sup>[17]</sup>给出关节臂测头的选择建议及测量规范并对测头半径误差进行补偿,从而降低测头误差的影响。这些研究方法大多聚焦正交式坐标测量机,在一定程度上提高了正交式坐标测量机的测量精度,但对关节臂测头系统的研究相对较少,其研究主要集中在测头余弦误差和测头半径补偿误差分析上,没有考虑到接触测量力这一潜在因素的影响,其不能补偿在校准和测量过程中测量力造成的误差。本文针对关节臂接触式测头测量力展开研究,通过分析得到接触测量力与长度测量误差间的关系,并对测头部分进行受力变形建模,获得测量力与关节臂测量误差的映射关系。本文设计了一个简易的接触式测头测量力测量装置,并通过对测量力误差进行补偿,提高了测量机测量精度。

## 2 AACMM 测量力分析与建模

### 2.1 关节臂式坐标测量机工作原理

AACMM 不同于传统的正交式坐标测量机 (coordinate measwring machine, CMM),它是一种非正交式柔性坐标测量机,由1个基座、2个测量臂、3个角度编码器和1个测头串联连而成,正是由于这种串联结构,使其结构参数误差被逐级放大。这也是影响其精度和限制其不断发展的重要原因。关节臂测量的空间坐标是由6个关节角度、测量臂长、关节长及测头参数所决定。一种简易的关节臂式坐标测量机结构及海克斯康 Infinite2.0型关节臂式坐标测量机实物如图1所示。

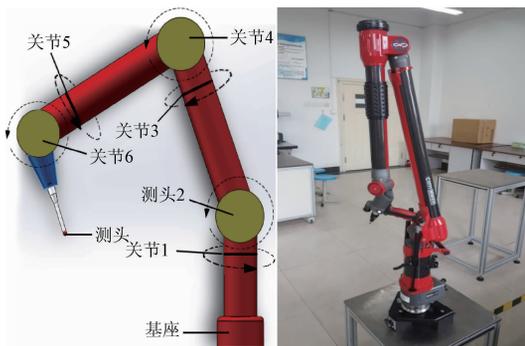


图1 关节臂式坐标测量机结构简图及实物

Fig.1 Structure diagram and physical diagram of AACMM

AACMM 运动学方程建立在 D-H 数学模型基础上,是1955年 Denavit 和 Hartenberg 为研究机器人运动提出的一种使用矩阵表示相邻两部件相对位置关系的数学方法<sup>[18]</sup>。根据 D-H 数学模型,相邻坐标系  $\{X_{i-1}, Y_{i-1}, Z_{i-1}\}$  与  $\{X_i, Y_i, Z_i\}$  可以通过坐标系的平移旋转来实现从坐标系  $\{X_{i-1}, Y_{i-1}, Z_{i-1}\}$  到  $\{X_i, Y_i, Z_i\}$  变换,其变换矩阵为:

$$\mathbf{A}_{i-1,i} = \text{Rot}(Z_{i-1}, \theta_i) \text{Trans}(0, 0, d_i) \text{Trans}(l_i, 0, 0) \text{Rot}(X_i, \alpha_i) = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i \cos\alpha_i & \sin\theta_i \sin\alpha_i & l_i \cos\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i \cos\alpha_i & -\cos\theta_i \sin\alpha_i & l_i \sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中:  $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ ,  $\mathbf{A}_{i-1,i}$  为相邻坐标系转换矩阵,  $l_i$  为臂长,  $d_i$  为关节长,  $\alpha_i$  为关节扭转角,  $\theta_i$  为关节转角。

假设关节臂测头球心在  $\{X_6, Y_6, Z_6\}$  中的坐标为  $(l_x, l_y, l_z)$ , 通过依此乘前一坐标系的变换矩阵,就能得出测头球心相对于基座坐标系  $\{X_0, Y_0, Z_0\}$  的位置坐标为:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{A}_{0,1} \mathbf{A}_{1,2} \mathbf{A}_{2,3} \mathbf{A}_{3,4} \mathbf{A}_{4,5} \mathbf{A}_{5,6} \begin{bmatrix} l_x \\ l_y \\ l_z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

### 2.2 接触测量力误差分析

由于接触测量力的影响,红宝石测头与被测件的接触面会产生局部接触变形,不同的材质、几何表面特性都会导致变形量不同。此外,测杆也会产生弯曲变形<sup>[19]</sup>,且测量力造成测杆弯曲变形对关节臂精度的影响是极其关键的<sup>[20]</sup>。为了进一步分析关节臂接触测量力误差的主要因素,下面分别对测头局部接触变形和测杆弯曲变形进行理论建模分析。

#### 2.2.1 局部变形模型

常见的接触形式分为:点面接触、线面接触和面面接触,关节臂是典型的点面接触形式。从变形和接触面来讲,接触面积越小,接触点的压强就会越大,由此引起的变形误差也就越大。赫兹公式是求解局部接触变形最合适的方法,根据赫兹公式,可以简单估计出局部变形量与测力的关系<sup>[21]</sup>。构建的简单局部变形示意图如图2所示。假设测球的半径为  $R_1$ , 被测件的半径为  $R_2$ , 当被测件为平面或近似平面时,即曲率  $1/R_2 = 0$ , 因此相对曲率半径  $R$  为:  $1/R = 1/R_1 + 1/R_2$ , 即  $R = R_1$ 。

赫兹公式表明,局部接触变形量与作用力成正比,与两接触体的曲率半径成反比,根据赫兹公式得出测头与被测件的接触圆半径  $a$  和局部接触变形总形变量  $\delta$  为:

$$a = \sqrt[3]{\frac{3FR}{4\eta}} \quad (3)$$

$$\delta = \frac{a^2}{R} = \sqrt[3]{\frac{9}{16R}(\eta F)^2} \quad (4)$$

$$\eta = \frac{1 - \mu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \mu_2^2}{E_2} \quad (5)$$

式中:  $a$  为接触圆半径,  $\delta$  为局部接触总变形量,  $F$  为测力大小,  $R_1$  为红宝石测球半径,  $E_1$ 、 $E_2$  为测头与被测件弹性模量,  $\mu_1$ 、 $\mu_2$  为测头与被测件泊松系数。

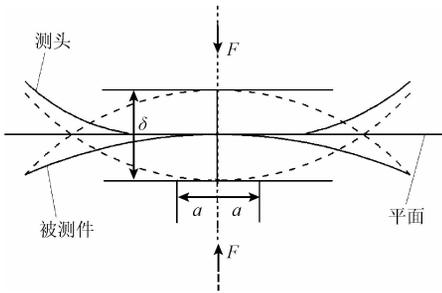


图2 测头与被测件局部接触变形示意图

Fig.2 Schematic diagram of local contact deformation between the probe and the measured part

由式(4)和(5)可知,随着测力的增加,接触变形量也逐渐递增。查阅相关资料得到关节臂测球为红宝石材质,弹性模量  $E_1 = 375 \text{ GN/m}^2$ ;泊松系数  $\mu_1 = 0.22$ ;假设被测件为合金钢材质,则弹性模  $E_2 = 186 \text{ GN/m}^2$ ;泊松系数  $\mu_2 = 0.25$ 。设红宝石测球半径  $R_1 = 3 \text{ mm}$ ,代入上述参数得出局部接触变形量与测力关系如图3所示。

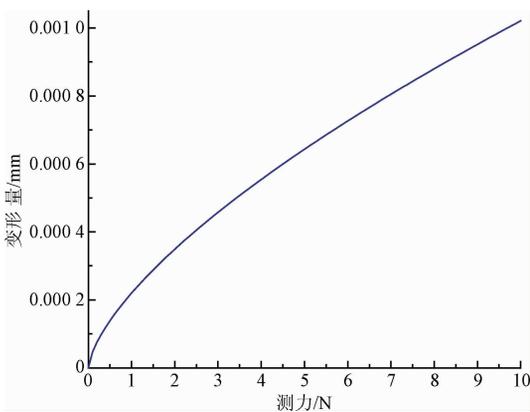


图3 局部变形量与测力关系

Fig.3 The relationship between local deformation and measuring force

由图3可知,测量力引起的局部变形量很小,对于大小为10 N的测量力,造成局部接触变形量约仅为1  $\mu\text{m}$ 。

而在测量过程中,接触测量力一般不会超过10 N,对此造成的变形误差小之又小,因此,可忽略局部变形对关节臂测量精度的影响。

### 2.2.2 测杆弯曲变形模型

测量过程中,当测头触测方向与被测面法线方向不平行时,测杆在测量力的作用下会产生弯曲变形,使得测量出坐标位置偏离了理论坐标位置,由此带来较大的坐标测量误差。根据制造商的技术规格及材料力学中悬臂梁的受力分析进行关节臂测杆弯曲变形建模,其测杆弯曲变形的简易示意图如图4所示。

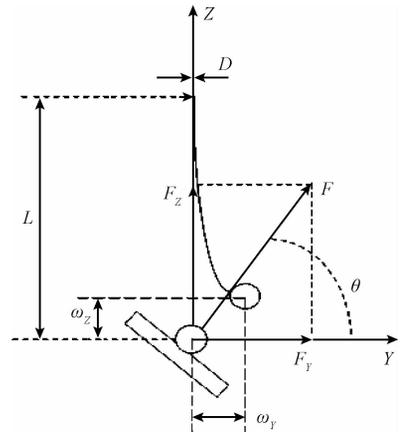


图4 测杆弯曲变形示意图

Fig.4 Schematic diagram of bending deformation of the measuring rod

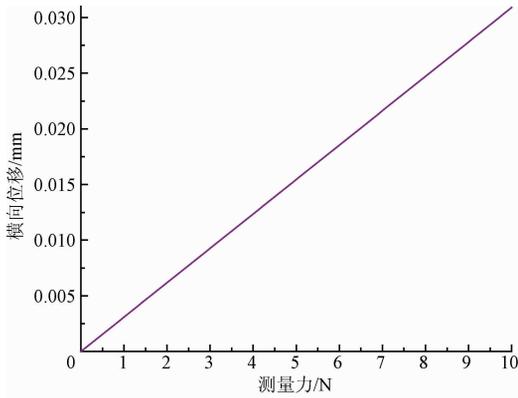
图4中  $L$  为测杆的长度,  $D$  为测杆直径,  $F_y$  和  $F_z$  分别是  $F$  在  $XY$  平面和  $XZ$  平面的投影,  $\theta$  为接触测量力  $F$  与  $Y$  轴的夹角。在测量力  $F$  的作用下,测杆发生弯曲变形,测端在  $Y$  和  $Z$  方向分别产生横向位移  $\omega_y$  和轴向压缩位移  $\omega_z$ ,其计算公式:

$$\omega_y = F_y \frac{L^3}{3EJ} \quad (6)$$

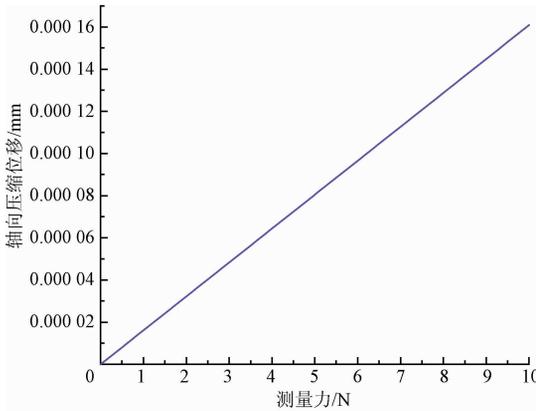
$$\omega_z = F_z \frac{4L}{\pi D^2 E} \quad (7)$$

$$J = \frac{\pi D^4}{64} \quad (8)$$

式中:  $E$  为测杆的弹性模量,  $J$  为测杆截面的惯性力矩。进一步分析接触测量力对轴向位移  $\omega_z$  与横向位移  $\omega_y$  影响程度。假设测杆轴向和横向所受测量力大小相同,即  $F_y = F_z$ 。关节臂测杆长度  $L \approx 15 \text{ mm}$ ;测杆直径  $D \approx 2.5 \text{ mm}$ ,测杆为不锈钢材质,弹性模量  $E = 190 \text{ GN/m}^2$ ,带入以上参数分析得到测量力对测杆横向位移与轴向位移影响程度如图5所示。



(a) 测量力对横向位移的影响  
(a) The influence of measuring force on lateral displacement



(b) 测量力对轴向压缩位移的影响  
(b) The influence of measuring force on axial

图5 测量力对测杆横向位移和轴向压缩位移的影响

Fig. 5 Effect of measuring force compression displacement on the lateral displacement and axial rod

当测杆横向受力与轴向受力相等时,由式(6)和(7)可得:

$$\frac{\omega_y}{\omega_z} = \frac{16L^2}{3D^2} = 192 \quad (9)$$

根据式(9)及图6分析不难得出:在同等条件下,测杆横向变形是轴向压缩变形的192倍,对于大小为1 N的横向力产生的横向位移误差约为 $3.1 \mu\text{m}$ ;大小为1 N的轴向力产生的轴向压缩位移约为 $0.0161 \mu\text{m}$ 。而常见施加在测头上的横向力为5 N左右,其相应测量误差会影响到关节臂的测量精度。而对于5 N的轴向力,虽然在评价关节臂的性能方面有用,但其影响程度可以忽略。因此本文忽略轴向压缩位移 $\omega_z$ 对关节臂测量精度的影响,所以测杆弯曲变形误差近似为:

$$\omega \approx \omega_y = F_y \frac{L^3}{3EJ} \quad (10)$$

在进行长度测量过程中,当测杆方向与被测件测量平面法线方向以近似垂直时,即 $F_y = F$ 。根据式(10)得出关节臂理论长度测量误差与测量力大小的函数关系约为:

$$e = 2\omega = 0.006179 F \quad (11)$$

分析得出,关节臂在进行长度测量过程中,测量力与测量误差呈式(11)函数关系变化,而对于一般5 N的接触测量力造成的长度测量误差约为 $30.9 \mu\text{m}$ ,由此分析得出测头与被测件间的接触测量力对关节臂的测量精度影响很大。

### 3 实验研究

#### 3.1 平面拟合及平面间距离计算

基于上述建模和公式分析,选择测量力对关节臂长度测量精度展开实验分析。为降低测量误差,采用面与面间的距离为研究基础,下面给出平面拟合求解及两测量平面间距离计算方法:

根据平面方程的一般表达式: $Ax + By + Cz + D = 0$ ,

$$\text{当 } C \neq 0 \text{ 时,得 } z = -\frac{A}{C}x - \frac{B}{C}y - \frac{D}{C},$$

$$\text{令 } a_0 = -\frac{A}{C}, b_0 = -\frac{B}{C}, d_0 = -\frac{D}{C},$$

$$\text{有 } z = a_0x + b_0y + d_0.$$

根据 $N(N \geq 3)$ 个坐标点 $P_i(x_i, y_i, z_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ 到测量平面平方和最小进行平面拟合,即满足 $S =$

$$\sum_{i=1}^n (a_0x + b_0y + d_0 - z)^2 \text{ 最小。}$$

$$\text{上式等价于 } \frac{\partial S}{\partial a_0} = 0, \frac{\partial S}{\partial b_0} = 0, \frac{\partial S}{\partial d_0} = 0.$$

从而得到方程:

$$\begin{cases} \sum 2(a_0x_i + b_0y_i + d_0 - z_i)x_i = 0 \\ \sum 2(a_0x_i + b_0y_i + d_0 - z_i)y_i = 0 \\ \sum 2(a_0x_i + b_0y_i + d_0 - z_i) = 0 \end{cases}$$

将上述方程写成矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} \sum x_i^2 & \sum x_i y_i & \sum x_i \\ \sum x_i y_i & \sum y_i^2 & \sum y_i \\ \sum x_i & \sum y_i & n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ b_0 \\ d_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum x_i z_i \\ \sum y_i z_i \\ \sum z_i \end{bmatrix} \quad (12)$$

根据式(12)解出待定系数 $a_0, b_0, d_0$ ,得到拟合平面方程: $z = a_0x + b_0y + d_0$ ,然后由点到面的距离公式求得 $P_k$ 到拟合平面 $V$ 距离为:

$$l = \frac{|z_k - a_0x_k - b_0y_k - d_0|}{\sqrt{a_0^2 + b_0^2 + 1}} \quad (13)$$

#### 3.2 距离长度标定实验

实验设计了一个简易的接触测量力测量装置,其示意图如图6所示,将两高精度压力传感器分别固定在刚性基座两端,以两压力传感器测量平面间的距离长度为

实验对象,研究接触测量力对关节臂长度测量精度的影响。实验之初,需要对两传感器测量端面距离进行标定,这里采用更高精度的正交式坐标测量机进行标定,如图7所示。

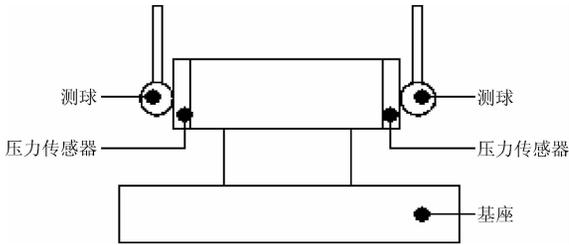


图6 长度测量示意图

Fig.6 Schematic diagram of length measurement



图7 正交式坐标测量机对长度标定实验

Fig.7 Length calibration experiment of CMM

用正交式坐标测量机在两传感器测量平面分别进行坐标测量。为提高测量精度,本文限定坐标测量范围为传感器测量平面中心半径3 mm 范围内。首先在左侧传感器测量平面上随机测出25个坐标点 $P_N(N = 1, 2, \dots, 25)$ ,右侧传感器测量平面测出25个坐标点 $P_M(M = 1, 2, \dots, 25)$ 。然后取左侧传感器测出的25个坐标中的5个进行平面拟合,共拟合出5个平面 $V_i(i = 1, 2, \dots, 5)$ ,右侧同理,共拟合出5个平面 $V_j(j = 1, 2, \dots, 5)$ 。最后分别计算出平面 $V_i$ 和 $V_j$ 的平面度、两拟合平面的平行度及三维距离,从而实现两传感器测量两平面的真实距离的标定。其平面度、平行度及标定距离如表1所示。

表1 平面度、平行度及标定距离

Table 1 Flatness, parallelism and calibration distance

(mm)

| 序号 | $V_i$ 平面度 | $V_j$ 平面度 | $V_{i,j}$ 平行度 | 标定距离    |
|----|-----------|-----------|---------------|---------|
| 1  | 0.003     | 0.003     | 0.002         | 186.200 |
| 2  | 0.001     | 0.001     | 0.007         | 186.201 |
| 3  | 0.002     | 0.002     | 0.007         | 186.202 |
| 4  | 0.001     | 0.003     | 0.004         | 186.202 |
| 5  | 0.002     | 0.001     | 0.006         | 186.201 |
| 平均 | 0.0018    | 0.002     | 0.0068        | 186.201 |

由上述标定实验可知,两传感器测量平面的平面度、平行度误差均很小,平面度误差最大不超过0.003 mm,平行度误差最大不超过0.007 mm,满足实验要求,两传感器间的标定距离取5次实验的平均值 $\bar{L} = 186.201$  mm。

### 3.3 关节臂接触测力实验

以Hexagon-Infinite2.0型关节臂式坐标测量机为研究对象,实验场景如图8所示。



图8 关节臂测量实验

Fig.8 Experimental measurement of AACMM

首先关节臂在左端压力传感器的测量平面测 $N(N \geq 3)$ 个坐标点 $P_i(x_i, y_i, z_i), i = 1, 2, \dots, N$ ,且保证测力大小近似相同,利用各点到测量平面距离平方和最小得出拟合平面 $V$ ,然后在右端压力传感器的测量平面测出一点 $P_k(x_k, y_k, z_k)$ ,且保证与左端压力传感器测力近似相同,最后求得 $P_k$ 到平面 $V$ 的距离即为两传感器测量平面间的距离长度。改变测量力的大小,进行重复实验,部分测力与对应测量坐标如表2所示。

根据以上实验全部数据计算出 $P_k(x_k, y_k, z_k)$ 到对应 $P_i$ 拟合平面的距离即为关节臂长度测量值,而其实际距离应为测量值减去测头直径值及其系统误差值。通过计算得出实际距离与正交式坐标测量机标定值间的差即为关节臂的长度测量误差。得出的关节臂长度测量误差与测量力的对应关系如图9所示;图10所示为实验测量误差与理论测量误差(见式(11))的对比。

从图9和10中可以看出,随着测量力的增大,长度测量误差也呈增大的趋势,且近似呈线性变化。试验中,当测量力较小时,由于测头与被测件不能很好地接触,增大了测量的不稳定性,误差波动较大。当测量力过大,引起的误差较大,最大误差约0.08 mm,这对于精密仪器来说是不容忽视的。上述分析表明理论分析与实验分析的正确性,也证明了测量力对关节臂测量精度影响很大。

表2 测力及对应测量坐标

Table 2 Measuring force and corresponding measuring coordinate

| 序号 | 左端测力/N | 左端测量坐标 $P_i(x_i, y_i, z_i)$  | 右端测力/N | 右端测量坐标 $P_k(x_k, y_k, z_k)$  |
|----|--------|------------------------------|--------|------------------------------|
| 1  | 0.44   | (644.402, -259.843, 180.405) | 0.45   | (836.378, -266.830, 177.868) |
| 2  | 0.59   | (644.401, -259.982, 180.675) | 0.65   | (836.375, -266.795, 177.756) |
| 3  | 0.83   | (644.375, -260.656, 180.220) | 0.83   | (836.380, -266.798, 177.964) |
| 4  | 1.05   | (644.393, -260.125, 180.611) | 1.02   | (836.393, -265.441, 177.051) |
| 5  | 1.42   | (644.394, -260.136, 180.642) | 1.46   | (836.392, -256.446, 177.057) |
| 6  | 1.85   | (644.396, -260.044, 180.384) | 1.80   | (836.386, -265.554, 176.506) |
| 7  | 2.18   | (644.386, -260.373, 179.963) | 2.18   | (836.370, -266.096, 177.412) |
| 8  | 2.46   | (644.375, -260.556, 180.067) | 2.46   | (836.369, -266.161, 177.568) |
| 9  | 2.78   | (644.410, -259.710, 180.255) | 2.71   | (836.367, -266.138, 177.458) |
| 10 | 2.94   | (644.411, -259.698, 180.233) | 2.93   | (836.368, -266.096, 177.393) |
| 11 | 3.11   | (644.419, -259.607, 180.522) | 3.13   | (836.369, -266.070, 177.397) |
| 12 | 3.65   | (644.418, -259.645, 180.691) | 3.65   | (836.385, -265.784, 177.483) |
| 13 | 3.86   | (644.427, -259.629, 180.633) | 3.82   | (836.380, -265.708, 177.262) |
| 14 | 4.03   | (644.391, -260.519, 180.331) | 4.05   | (836.374, -265.713, 177.272) |
| 15 | 4.56   | (644.421, -259.553, 179.496) | 4.56   | (836.374, -265.712, 177.274) |
| 16 | 4.82   | (644.423, -259.565, 179.839) | 4.83   | (836.372, -265.712, 177.271) |
| 17 | 5.07   | (644.407, -260.308, 180.293) | 5.06   | (836.369, -265.970, 177.490) |
| 18 | 5.21   | (644.406, -260.256, 180.198) | 5.25   | (836.369, -265.969, 177.492) |
| 19 | 5.63   | (644.408, -260.221, 180.184) | 5.62   | (836.370, -265.879, 177.205) |
| 20 | 5.85   | (644.405, -260.221, 180.189) | 5.83   | (836.375, -265.770, 177.122) |
| 21 | 5.92   | (644.404, -260.208, 180.177) | 5.94   | (836.368, -265.785, 177.165) |
| 22 | 6.12   | (644.402, -260.175, 180.303) | 6.19   | (836.368, -266.223, 177.890) |
| 23 | 6.41   | (644.409, -260.152, 180.218) | 6.40   | (836.364, -266.220, 177.868) |
| 24 | 6.60   | (644.413, -260.070, 180.020) | 6.62   | (836.355, -266.250, 177.746) |
| 25 | 6.85   | (644.408, -260.040, 179.975) | 6.85   | (836.359, -266.172, 177.701) |
| 26 | 7.02   | (644.408, -260.107, 180.089) | 7.02   | (836.343, -266.755, 177.506) |
| 27 | 7.27   | (644.403, -260.588, 180.568) | 7.24   | (836.342, -267.052, 178.799) |
| 28 | 7.60   | (644.402, -260.534, 180.095) | 7.61   | (836.332, -266.974, 178.440) |
| 29 | 7.85   | (644.419, -260.167, 180.403) | 7.81   | (836.337, -267.008, 178.603) |
| 30 | 8.03   | (644.417, -260.185, 180.444) | 8.01   | (836.324, -267.221, 177.437) |
| 31 | 8.14   | (644.409, -260.447, 180.249) | 8.13   | (836.321, -267.357, 177.381) |
| 32 | 8.58   | (644.413, -260.444, 180.269) | 8.55   | (836.323, -267.334, 177.308) |
| 33 | 8.76   | (644.412, -260.446, 180.269) | 8.72   | (836.328, -267.205, 177.429) |
| 34 | 8.96   | (644.378, -261.167, 180.244) | 8.91   | (836.325, -267.348, 177.386) |
| 35 | 9.13   | (644.387, -261.138, 180.355) | 9.16   | (836.350, -266.673, 178.020) |
| 36 | 9.55   | (644.386, -261.141, 180.355) | 9.54   | (836.312, -267.445, 178.140) |
| 37 | 9.75   | (644.383, -261.108, 180.401) | 9.71   | (836.342, -266.629, 177.893) |
| 38 | 10.05  | (644.391, -261.136, 180.348) | 10.01  | (836.338, -266.243, 177.719) |

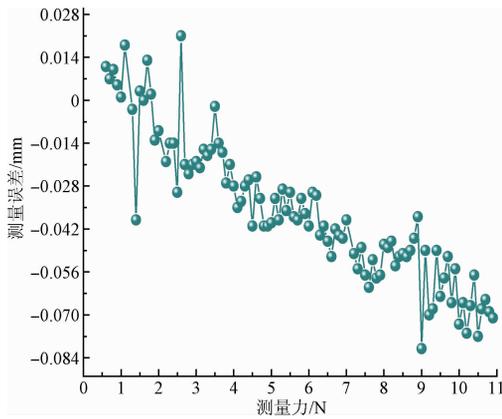


图9 测量力对关节臂测量误差影响

Fig. 9 Influence of measuring force on measuring error of AACMM

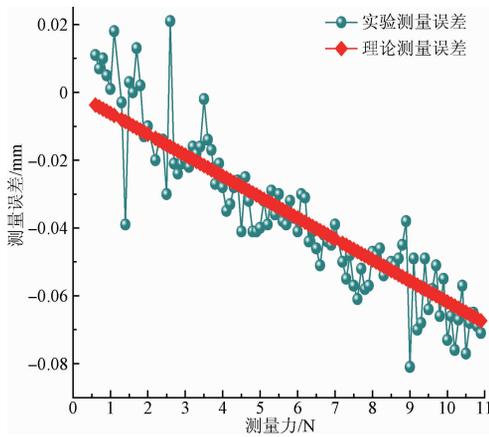


图10 实验测量误差与理论测量误差对比

Fig. 10 Comparison of experimental measurement error and theoretical measurement error

#### 4 测量力误差补偿

为提高关节臂的测量精度, 需要对测量力误差进行有效补偿。补偿方法可以用测杆弯曲变形模型进行理论误差补偿, 也可以应用最小二乘法拟合关节臂长度测量误差, 得出测量误差与测量力函数关系, 实现对测量力误差补偿。最小二乘法的原理是根据  $m$  个数据点  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ , 构造出含有待定参数的函数  $f(x; a_1, a_2, \dots, a_n)$ , 然后求出偏离程度函数:

$$H(a_1, a_2, \dots, a_n) = \sum_{i=1}^m [y_i - f(x_i; a_1, a_2, \dots, a_n)]^2 \quad (14)$$

通过求函数  $H(a_1, a_2, \dots, a_n)$  最小值来确定待定系数  $a_1, a_2, \dots, a_n$  的值。根据最小二乘法原理拟合出的长

度测量误差与测量力大小间的函数关系为:

$$d = 0.005\ 23 - 0.007\ 12\ F \quad (15)$$

图 11 所示为最小二乘法对关节臂长度测量误差的拟合; 图 12(a) 所示为测杆弯曲变形模型对测量误差的理论误差补偿; 图 12(b) 所示为最小二乘法对测量误差的补偿。可以看出两种补偿方法补偿效果明显即提高了测量精度。

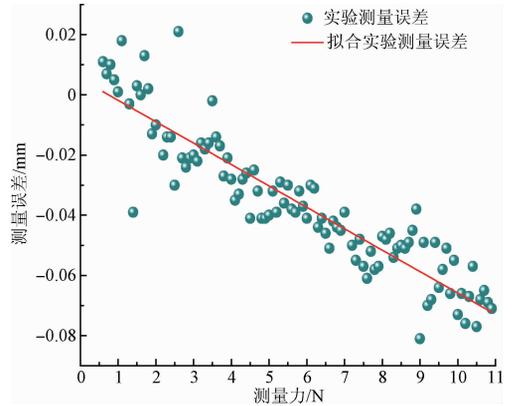
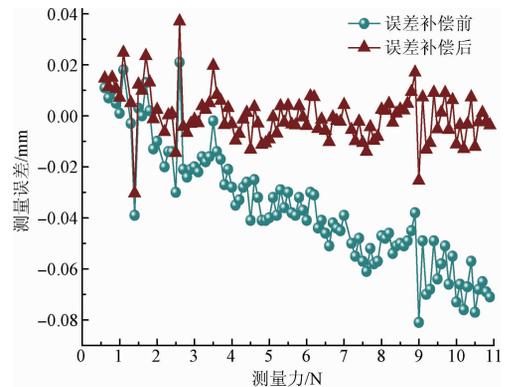
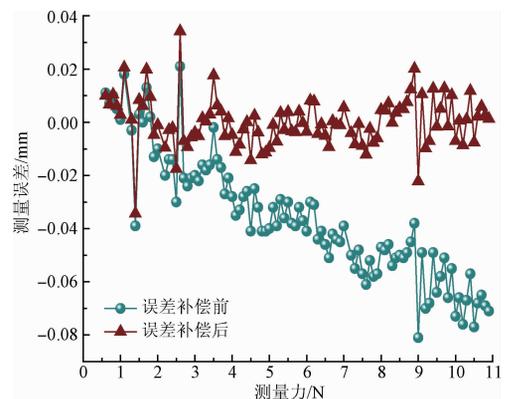


图11 最小二乘法测量误差拟合

Fig. 11 Fitting of measurement error by least square method



(a) 理论误差补偿前后  
(a) Theoretical error compensation before and after



(b) 最小二乘法拟合误差补偿前后  
(b) The least squares error compensation before and after

图12 两种误差补偿方法

Fig. 12 Two methods of error compensation

通过对比测杆弯曲模型理论误差补偿效果与最小二乘法补偿效果如图13及表3所示。

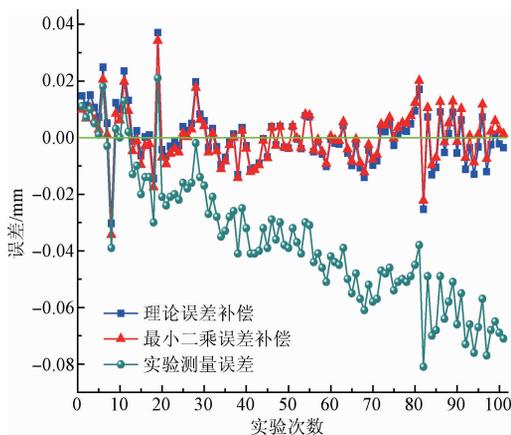


图13 两种误差补偿方法前后对比

Fig. 13 Comparison of the two methods of error compensation

表3 理论误差补偿与最小二乘误差补偿对比

Table 3 Comparison of theoretical error compensation and least square error compensation

| 项目  | 误差补偿前   | 理论误差补偿  | 最小二乘误差补偿 |
|-----|---------|---------|----------|
| 最大值 | 0.081 0 | 0.037 1 | 0.034 2  |
| 最小值 | 0       | 0       | 0        |
| 平均值 | 0.037 9 | 0.007 2 | 0.006 9  |

由以上分析可以得出理论误差补偿和最小二乘误差补偿都在很大程度上补偿了测量力对关节臂长度测量造成的误差,前者最大测量误差由0.081 0 mm降低到0.037 1 mm,降低了约54.2%;平均测量误差由0.037 9 mm降低到0.007 2 mm,测量精度提高了约81%;后者最大误差降低到0.034 2 mm,降低了约57.8%;平均误差降低到0.006 9 mm,测量精度提高了约82%,对比得出最小二乘误差补偿效果优于理论误差补偿。

## 5 结 论

针对关节臂接触测量力这一因素展开理论和实验分析,创新点在于通过设计一个简单测力装置,可以将关节臂在考虑接触测量力的情况下进行坐标测量,研究发现接触测量力对关节臂式坐标测量机测量精度的影响主要表现在测杆的弯曲变形上,尤其横向变形是最关键因素,并根据测量力造成误差进行误差补偿,结果表明该研究方法是可行的,其在很大程度上降低了测量误差。本文

的研究尚有不完善之处,试验中忽略温湿度等环境因素的影响,但为求更准确实验,应尽力排除实验过程中环境因素的干扰。

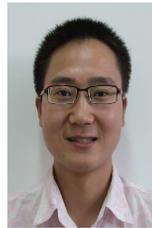
该研究充分考虑到接触测量力对关节臂式坐标测量机测量精度的影响,并对降低测量力的影响进行了深入理论分析和实验分析,并验证了测量力误差补偿方法的正确性,为后续提高关节臂式坐标测量机的测量精度奠定了一定的基础。

## 参考文献

- [1] 刘万里,曲兴华,闫勇刚. 便携式三坐标测量臂校准和误差补偿[J]. 仪器仪表学报, 2007,28(增刊1): 86-89.  
LIU W L, QU X H, YAN Y G. Calibration and error compensation of portable coordinate measuring arm[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument. 2007, 28 (Suppl. 1):86-89.
- [2] 艾华,戴岑. 圆光栅衍射光干涉偏心测量方法[J]. 仪器仪表学报, 2014,35(增刊1):128-132.  
AI H, DAI C. Eccentric measuring approach of circular grating by diffracted light interference[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2014,35(Suppl. 1)L128-132.
- [3] 唐松,方明,姚磊. 安装偏心对圆光栅测角精度的影响及误差补偿技术研究[J]. 计量与测试技术, 2013, 40(6):11-12.  
TANG S, FANG M, YAO L. Error compensation for installation eccentric of circular gratings[J]. Metrology & Measurement, 2013, 40(6):11-12.
- [4] 冯超鹏,祝连庆,潘志康,等. 一种新的圆光栅偏心参数自标定方法[J]. 仪器仪表学报, 2016, 37(11): 2459-2464.  
FENG CH P, ZHU L Q, PAN ZH G, et al. New self-calibration method of circular grating eccentric parameters[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2016, 37(11): 2459-2464.
- [5] 诸锡荆,王晋. 坐标测头技术及应用[J]. 中国计量, 2004(2):10-11.  
ZHE X J, WANG J. Coordinate probe technology and application[J]. China Metrology, 2004(2):10-11.
- [6] 丁旺,王春花,孟峰,等. 接触式测量时测量力对测量结果的影响[J]. 现代车用动力, 2016(3):58-60.  
DING W, WANG CH H, MENG F, et al. The effect of measuring force on measurement results in contact measurement[J]. Modern Vehicle Power, 2016(3): 58-60.
- [7] CaUCHICK-MIGUEL P, KINGA T, DAVIS J. CMM verification: A survey[J]. Measurement, 1996, 17(1): 1-16.

- [8] WOŹNIAK A, DOBOSZ M. Influence of measured objects parameters on CMM touch trigger probe accuracy of probing[J]. Precision Engineering, 2005, 29(3): 290-297.
- [9] 马修水. 三坐标测量机动态误差源分析、建模与修正技术研究[D]. 合肥: 合肥工业大学, 2005.  
MA X SH. Research on dynamic error source analysis, modeling and correction technical of coordinate measuring machines[D]. Hefei: Hefei University of Technology, 2005.
- [10] WOŹNIAK A, DOBOSZ M. Metrological feasibilities of CMM touch trigger probes. Part I: 3D theoretical model of probe pretravel[J]. Measurement, 2003, 34(4): 273-286.
- [11] CAUCHICK P A. Factors which influence CMM touch trigger probe performance[J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 1998, 38(4): 363-374.
- [12] 杜翠翠, 徐强, 冯旭刚, 等. 三坐标测量机测头系统的误差分析与修正[J]. 常州工学院学报, 2016, 29(3): 33-37.  
DU C C, XU Q, FENG X G, et al. Error analysis and modification on the probe system of coordinate measuring machine[J]. Journal of Changzhou Institute of Technology, 2016, 29(3): 33-37.
- [13] PEREIRA P H, HOCKEN R J. Characterization and compensation of dynamic errors of a scanning coordinate measuring machine[J]. Precision Engineering, 2007, 31(1): 22-32.
- [14] 张心明, 崔连柱. 三坐标测量机触发式测头误差分析[J]. 机电技术, 2011(2): 60-62.  
ZHANG X M, CUI L ZH. Error analysis of trigger probe for coordinate measuring machine[J]. Mechanical & Electrical Technology, 2011(2): 60-62.
- [15] CHENG A W, FEI Y, YU L, et al. Probe parameters calibration for articulated arm coordinate measuring machine[J]. Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering, 2010, 7544: 75445K-75445K-7.
- [16] 陈晓晖, 周钢, 李中伟, 等. 柔性测量臂测头半径补偿算法研究[J]. 新技术新工艺, 2009(6): 10-14.  
CHEN X H, ZHOU G, LI ZH W, et al. Research on probe radius compensation procedure for articulated coordinate measuring machine[J]. New Technology & New Process, 2009(6): 10-14.
- [17] 许克凤. 柔性测量臂测头半径补偿算法及平衡机构研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2007.  
XU K F. Research on Probe radius compensation and Equilibrium mechanism of Articulated CMM [D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2007.
- [18] 程文涛, 于连栋, 费业泰. 关节式坐标测量机参数识别算法研究[J]. 中国科学技术大学学报, 2011, 41(1): 45-49.  
CHENG W T, YU L D, FEI Y T. Study on parameter identification algorithms for articulated arm coordinate measuring machine[J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2011, 41(1): 45-49.
- [19] 赵宇. 曲面接触式测量测头预行程误差的研究[D]. 重庆: 重庆理工大学, 2013.  
ZHAO Y. Study on probe pre-travel error in contact measurement on curved surface [D]. Chongqing: Chongqing University of Technology, 2013.
- [20] GONZÁLEZMADRUGA D, CUESTA G E, BARREIRO G J, et al. Application of a force sensor to improve the reliability of measurement with articulated arm coordinate measuring machines [J]. Sensors, 2013, 13(8): 10430-48.
- [21] 李志渤, 黄强先, 赵剑, 等. 接触测量中的微探球力变形研究[J]. 中国机械工程, 2014, 25(14): 1926-1929.  
LI ZH B, HUANG Q X, ZHAO J, et al. Research on force deformation of micro ball in contact measurement[J]. China Mechanical Engineering, 2014, 25(14): 1926-1929.

## 作者简介



罗哉, 分别在 2001 年和 2005 年于合肥工业大学获得学士学位和博士学位, 现为中国计量大学教授, 主要研究方向为汽车零部件检测、精密测试技术及坐标测量技术。

E-mail: luozai@cjl.u.edu.cn

**Luo Zai** received his B. Sc. and Ph. D. degrees both from HeFei University of Technology in 2001 and 2005, respectively. Now he is a professor in China Jiliang University. His main research interests include auto parts detection, precision measurement technology and coordinate measurement technology.



刘晖 (通讯作者), 2015 年于江西理工大学获得学士学位, 现为中国计量大学硕士研究生, 主要研究方向为精密测量及坐标测量技术。

E-mail: 392102168@qq.com

**Liu Hui** (Corresponding author) received his B. Sc. degree in 2015 from Jiangxi University of Science and Technology. Now he is a graduate student in China Jiliang University. His main research interest is Precision measurement and coordinate measuring technology.