

# 非笛卡尔并行磁共振成像重建技术研究新进展\*

吴振洲, 常 严, 徐雅洁, 王 慧, 杨晓冬

(中国科学院苏州生物医学工程技术研究所医学影像室 苏州 215163)

**摘要:**相对于传统的  $k$  空间笛卡尔采样, 非笛卡尔采样能够使得  $k$  空间具有更高的覆盖效率, 同时可以更有效地利用梯度系统性能, 减少 dB/dt 值, 避免引起人体不良的生理反应。  $k$  空间非笛卡尔采样和并行成像技术结合能够进一步提高成像速度, 但是也使得图像域中的伪影模式更加复杂, 因此非笛卡尔并行磁共振成像重建具有更高的技术难度。综述了目前几种典型的非笛卡尔并行成像重建技术, 具体讨论了每种方法的技术细节和优缺点, 包括敏感度编码 (SENSE)、共轭梯度敏感度编码 (CG-SENSE)、非笛卡尔自标定并行采集方法 (non-Cartesian GRAPPA)、基于数据一致性的迭代方法 (SPIRiT) 和近年来发展迅速的压缩感知技术。SENSE 和 CG-SENSE 理论上可以获得最优的重建结果, 但受制于线圈敏感度分布的准确测量; Non-Cartesian GRAPPA 无需测量线圈敏感度, 但只能对特定的非笛卡尔采样模式进行近似计算; SPIRiT 结合了 SENSE 和 GRAPPA 的优点, 通过迭代优化方法可以获得较满意的结果; 压缩感知技术利用图像的稀疏变换特性, 配合现有的迭代优化并行成像方法可以进一步提升重建图像质量, 将继续成为未来研究的热点。

**关键词:** 磁共振成像技术; 非笛卡尔采样; 并行成像; 压缩感知

中图分类号: R445.2 TH77 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 320.1140

## New research advances in non-Cartesian parallel MRI reconstruction

Wu Zhenzhou, Chang Yan, Xu Yajie, Wang Hui, Yang Xiaodong

(Medical Imaging Division, Suzhou Institute of Biomedical Engineering and Technology,  
Chinese Academy of Sciences, Suzhou 215163, China)

**Abstract:** Compared with conventional Cartesian  $k$ -space sampling, the non-Cartesian sampling can enable higher coverage efficiency of  $k$ -space, more efficiently make use of the gradient system performance, and reduce dB/dt to prevent to cause the undesirable human physiological reactions. The combination of non-Cartesian  $k$ -space sampling and parallel imaging can further accelerate imaging speed, however the artifact pattern in image domain would become much more complicated, which introduces a lot of technical difficulties to non-Cartesian parallel MRI reconstruction. In this article, several typical non-Cartesian parallel imaging reconstruction techniques including SENSE, CG-SENSE, non-Cartesian GRAPPA, SPIRiT and newly-emerging compressed sensing are reviewed, their technical details, advantages and disadvantages are discussed. SENSE and CG-SENSE can achieve optimal reconstruction results theoretically, but both of them are restricted by the accurate measurement of coil sensitivity distribution. Non-Cartesian GRAPPA doesn't rely on coil sensitivity measurement, but can only perform approximate calculation for specified non-Cartesian sampling mode. SPIRiT combines the advantages of SENSE and GRAPPA, and can obtain satisfactory result by using iterative optimization algorithm. Taking the advantage of sparse transform characteristic of images, compressed sensing cooperating with existing iterative optimization parallel imaging method can further improve reconstructed image quality, and it will be a hotspot in the future study.

**Keywords:** magnetic resonance imaging (MRI); non-Cartesian sampling; parallel imaging; compressed sensing

## 0 引言

磁共振成像技术 (magnetic resonance imaging, MRI) 由于具有能够实现任意空间方位成像、软组织对比度好、图像空间分辨率高、无电离辐射、能够进行功能成像等优点,已经成为一种重要的临床医学影像检查方法,但是 MRI 较长的成像时间会引起运动伪影、被试舒适度降低等问题,并且无法满足实时快速成像的需要,制约了其在临床上的应用效率。由于人体生理上对梯度场的时间变化率 (dB/dt) 的固有限制,已经很难通过继续提升梯度系统硬件性能来缩短成像时间,而多通道射频接收线圈给出了新的提高成像速度的方法。多通道接收线圈最初是用来提高图像的信噪比,但各通道并行接收的信号中包含了不同的线圈敏感度加权,利用这一加权信息可以省略某些 Fourier 编码步数,使  $k$  空间欠采样,从而达到加速成像的目的,由于欠采样的  $k$  空间不再满足 Nyquist 采样定理,会在重建图像中产生伪影,需要通过特殊的算法重建出没有伪影的图像,这就是所谓的并行成像技术。这一想法最初由 Kelton J. R. 等人<sup>[1]</sup>于 1989 年提出,直到 20 世纪 90 年代末期,空间谐波同时获取 (simultaneous acquisition of spatial harmonics, SMASH)<sup>[2]</sup>和敏感度编码 (sensitivity encoding, SENSE)<sup>[3]</sup>算法问世之后,并行成像技术逐渐实用化,开始得到了广泛研究和应用,相应改进优化的新算法也纷纷出现<sup>[4-13]</sup>。

相对于常规的均匀笛卡尔采样, $k$  空间非笛卡尔采样具有更加灵活的方式,常见的包括螺旋状<sup>[14]</sup>、放射状<sup>[15]</sup>和车轮状<sup>[16]</sup>等。非笛卡尔采样在  $k$  空间中心使用高密度、在外围使用低密度采样,有效提高了  $k$  空间的覆盖效率<sup>[14-15]</sup>,同时由于  $k$  空间能量主要集中在中心点附近,受噪声影响较小,因此有助于提高图像的信噪比;此外由于梯度编码是沿两个方向同时进行,梯度变化更加连续,不会有某一个方向梯度的剧烈切换,因此可以使用更高的梯度场强进行编码,提高了梯度系统硬件的使用效率<sup>[17]</sup>;最后,图像中的伪影与  $k$  空间采样方式相关,非笛卡尔采样是沿着各个方向进行数据采集的,因此伪影能量也是沿着各个方向分布,这可以有有效的抑制运动伪影,甚至在低加速因子 ( $R \leq 2$ ) 的并行成像时,无需进行额外的校正算法即可得到无明显伪影的重建图像<sup>[18-19]</sup>。

并行成像和非笛卡尔采样的相结合,即非笛卡尔并行成像技术,在保留了二者优点的同时,也突破了各自对于采样加速的限制,可以实现更高加速因子的并行成像,进一步缩短图像的采集时间,但是相应地对重建算法提出了更高的要求。由于  $k$  空间数据呈现非笛卡尔分布模式,往往无法直接使用笛卡尔采样下的并行成像算法,如 SMASH、自标定并行采集方法 (generalized autocalibrating

partially parallel acquisitions, GRAPPA) 等,因此必须对现有算法加以修改。目前已经有众多学者提出了各类非笛卡尔并行成像重建算法,包括 SENSE、共轭梯度 SENSE (conjugate-gradient SENSE, CG-SENSE)<sup>[20]</sup>、非笛卡尔自标定并行采集方法 (non-Cartesian GRAPPA)<sup>[21-24]</sup>、基于数据一致性的迭代方法 (iterative self-consistent parallel imaging reconstruction, SPIRiT)<sup>[25]</sup>、利用局部敏感度分布的方法 (partially parallel imaging with localized sensitivities, PILS)<sup>[5,26]</sup>、利用  $k$  空间稀疏矩阵的方法 (parallel imaging for arbitrary trajectories using  $k$ -space sparse matrices, kSPA)<sup>[27]</sup>、利用  $k$  空间局部特征的方法 (parallel MRI with adaptive radius in  $k$ -space, PARS)<sup>[28-29]</sup>、基于连续卷积操作的方法 (parallel reconstruction based on successive convolution operations, BOSCO)<sup>[30]</sup> 等。这些算法既有利用线圈敏感度分布的 (如 SENSE、CG-SENSE、PILS、kSPA、PARS),也有通过自标定进行计算 (如 non-Cartesian GRAPPA、SPIRiT、BOSCO);既有在图像域内的 (如 SENSE、CG-SENSE、PILS),也有在  $k$  空间内计算的 (如 non-Cartesian GRAPPA、kSPA、PARS、BOSCO);既有利用迭代进行计算的 (如 CG-SENSE、SPIRiT),也有非迭代类的直接计算 (如 SENSE、non-Cartesian GRAPPA、PILS、kSPA、PARS、BOSCO)。本文详细介绍了几种具有代表性的非笛卡尔并行成像重建算法,分别是 SENSE、CG-SENSE、non-Cartesian GRAPPA 和 SPIRiT,包括算法的具体流程以及各自的优缺点。其中 SENSE 算法利用线圈敏感度信息在图像域进行直接计算,是非笛卡尔并行 MRI 成像重建技术研究的基础;CG-SENSE 算法利用线圈敏感度信息在图像域进行迭代计算,在 SENSE 算法的基础上首次引入了迭代优化思路;Non-Cartesian GRAPPA 通过自标定在  $k$  空间域进行直接计算,是在目前应用广泛的 GRAPPA 算法基础上衍生而来;SPIRiT 结合了 SENSE 和 GRAPPA 的优点,通过自标定进行迭代计算,既可在图像域也可在  $k$  空间域得到重建结果,是一种新颖的非笛卡尔并行成像重建方法。此外,压缩感知技术是近十年来发展起来的全新数据采样理论,为欠采样  $k$  空间的重建开辟了有一条新的道路,本文也介绍了压缩感知理论用于非笛卡尔并行成像重建的理论框架。

## 1 任意 $k$ 空间采样模式下的 SENSE 算法

SENSE 算法最早由 Pruessmann K. P. 等人于 1999 年提出,给出了在笛卡尔采样情况下的图像域解卷褶方法,即卷褶图像中的像素都是原始图像中对应像素和线圈敏感度的加权求和,如果接收线圈通道数大于并行成像加速因子,就可以建立超定的线性方程组,将原始图像中的信息恢复。相对于 SMASH 算法只能用于笛卡尔采样  $k$

空间,SENSE 算法还可以方便地推广到任意非笛卡尔  $k$  空间采样模式,即根据傅里叶变换的线性特性,得到图像域与  $k$  空间域之间的变换方程,从而将图像重建问题转化为线性方程组的求解,直接得到线圈通道合并后的重建图像结果。设线圈通道数为  $n_c$ ,  $k$  空间采样点数为  $n_k$ , 所求图像的像素数为  $n_v$ , 从图像域到  $k$  空间域的编码过程可以表示为:

$$\mathbf{m} = \mathbf{E}\mathbf{v} \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{m}$  和  $\mathbf{v}$  分别是  $k$  空间域和图像域数据组成的向量, 大小分别为  $n_c n_k \times 1$  和  $n_v \times 1$ ;  $\mathbf{E}$  称为编码矩阵, 大小为  $n_c n_k \times n_v$ 。

$$E_{(\gamma, \kappa), \rho} = e_{\gamma, \kappa}(\mathbf{r}_\rho) = e^{ikr_\rho} s_\gamma(\mathbf{r}_\rho) \quad (2)$$

式中:  $\gamma, \kappa, \rho$  分别为线圈通道、 $k$  空间位置和像素位置编号, 每个编码项都是由 Fourier 编码  $e^{ikr_\rho}$  和线圈敏感度编码  $S_\gamma(\mathbf{r}_\rho)$  两部分组成, 因此在已知  $k$  空间采样规则和线圈敏感度分布的情况下, 编码矩阵  $\mathbf{E}$  可以直接得出。为了得到重建图像结果  $\mathbf{v}$ , 设置一个重建矩阵  $\mathbf{F}$ , 其大小为  $n_v \times n_c n_k$ , 使得:

$$\mathbf{v} = \mathbf{F}\mathbf{m} \quad (3)$$

式(3)即表示从  $k$  空间域到图像域的重建过程, 联合式(1)可得:

$$\mathbf{F}\mathbf{E} = \mathbf{I}_{d_{n_v}} \quad (4)$$

式中:  $\mathbf{I}_{d_{n_v}}$  代表  $n_v$  维单位矩阵, 在满足  $n_c n_k \geq n_v$  的条件下, 可以通过广义逆算法得到:

$$\mathbf{F} = (\mathbf{E}^H \boldsymbol{\Psi}^{-1} \mathbf{E})^{-1} \mathbf{E}^H \boldsymbol{\Psi}^{-1} \quad (5)$$

式中: 上标 H 指取共轭转置,  $\boldsymbol{\Psi}$  是  $k$  空间噪声相关矩阵, 其对角线元素表示每个  $k$  空间数据点的噪声自相关, 非对角元素表示对应不同  $k$  空间数据点的噪声互相关。上述重建流程最大的实现难度在于广义逆矩阵计算时巨大的计算量, 以  $128 \times 128$  图像大小、8 线圈通道为例, 若  $k$  空间采用 64 条放射线采集, 则编码矩阵  $\mathbf{E}$  大小为  $(8 \times 64 \times 128) \times 128^2$ , 在计算单幅图像的重建矩阵  $\mathbf{F}$  时需要进行大约  $128^6$  次运算, 这对于当时的计算机运算速度来说会消耗非常长的时间, 即使用目前的处理器每秒可进行数十亿次运算, 完成单幅图像重建的时间也将达到上千秒(约几十分钟), 这是任何临床应用场景都无法忍受的长时间。

## 2 CG-SENSE

由于使用 SENSE 算法直接进行任意  $k$  空间采样的并行成像重建所需的计算量非常庞大, Pruessmann K. P. 等人于 2001 年又提出了一种基于 SENSE 和共轭梯度迭代方法的 CG-SENSE 算法<sup>[23]</sup>。将上述重建矩阵表达式(5)代入重建方程(3), 得到:

$$\mathbf{v} = (\mathbf{E}^H \boldsymbol{\Psi}^{-1} \mathbf{E})^{-1} \mathbf{E}^H \boldsymbol{\Psi}^{-1} \mathbf{m} \quad (6)$$

通过噪声通道去相关, 从而忽略噪声相关矩阵  $\boldsymbol{\Psi}$ , 并

改写得如下形式:

$$(\mathbf{E}^H \mathbf{E}) \mathbf{v} = \mathbf{E}^H \mathbf{m} \quad (7)$$

因此任意  $k$  空间采样的并行成像重建变成了无约束条件下的最优化问题, 通过设置适当的初始条件, 使用 CG 算法进行若干次迭代计算, 可以较快地收敛得到最优化解。由于编码矩阵  $\mathbf{E}$  由 Fourier 编码和线圈敏感度编码两部分组成, 可以对  $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{E}^H$  进行等效操作:

$$\begin{aligned} (\mathbf{E}\mathbf{v})_{(\gamma, \kappa)} &= \mathbf{F}\mathbf{T}^{-1} [s_\gamma(\mathbf{r})v(\mathbf{r})] \big|_{\kappa} \\ (\mathbf{E}^H \mathbf{m})_\rho &= \sum_\gamma s_\gamma^*(\mathbf{r}_\rho) (\mathbf{F}\mathbf{T} [m_\gamma(\mathbf{k})] \big|_{r_\rho}) \end{aligned} \quad (8)$$

式(8)表示  $\mathbf{E}$  操作可以通过线圈敏感度编码和 Fourier 逆变换两步操作替代, 而  $\mathbf{E}^H$  操作可以通过 Fourier 变换和线圈敏感度共轭加权求和两步操作替代。但是由于采样得到的  $k$  空间内数据是非笛卡尔模式, 因此在  $\mathbf{E}^H$  之前需要进行网格化操作, 将  $k$  空间转换为笛卡尔分布, 而在  $\mathbf{E}$  操作之后需要进行卷积重采样, 生成相应的非笛卡尔  $k$  空间数据。上述等效操作有效提高了迭代过程中的计算效率, 避免了对编码矩阵  $\mathbf{E}$  进行直接计算, 使用快速傅里叶变换(fast Fourier transformation, FFT)还可以进一步降低算法运算量。

还有一个影响 CG-SENSE 算法迭代收敛速率的因素是数据预处理, 通过预处理使得式(7)右侧更加接近真实结果, 可以使 CG-SENSE 算法更快地收敛, 有效减少迭代次数。预处理主要包括采样密度校正和图像强度校正两部分, 在加入了上述预处理操作后, 式(7)变换为:

$$(\mathbf{I}\mathbf{E}^H \mathbf{D}\mathbf{E}\mathbf{I})(\mathbf{I}^{-1}\mathbf{v}) = \mathbf{I}\mathbf{E}^H \mathbf{D}\mathbf{m} \quad (9)$$

式中:  $\mathbf{D}$  是采样密度校正矩阵, 大小为  $n_c n_k \times n_c n_k$ , 用来消除任意采样时  $k$  空间不同位置的采样密度差异;  $\mathbf{I}$  是图像强度校正矩阵, 大小为  $n_v \times n_v$ , 主要用来消除通道合并后图像的线圈敏感度加权。值得一提的是, 上述预处理步骤可以忽略其中的任一或两个, 只需直接将相应的校正矩阵用单位阵替代即可。

另外一个需要考虑的因素是 CG 迭代算法的初始值, 选择适当的初始图像也有助于算法更快地收敛。在加入了预处理之后, 初始图像选择为一幅零图像即可, 因为经过首次迭代后计算出的图像结果已经是最终结果的很好的近似; 此外选择零图像作为初始值也避免了对像素值单位的估算。

综上所述, 完整的 CG-SENSE 重建算法流程如图 1 所示, 主要包括以下几个步骤。

- 1) 利用采集到的  $k$  空间数据, 代入到式(9)右侧, 将计算结果输入到 CG 算法模块中;
- 2) CG 算法模块利用步骤 1) 的输入值和预设的初始值, 迭代生成收敛的结果  $\mathbf{I}^{-1}\mathbf{v}_{\text{final}}$ ;
- 3) 对迭代结果  $\mathbf{I}^{-1}\mathbf{v}_{\text{final}}$  进行图像强度校正  $\mathbf{I}$ , 生成最终的重建图像。

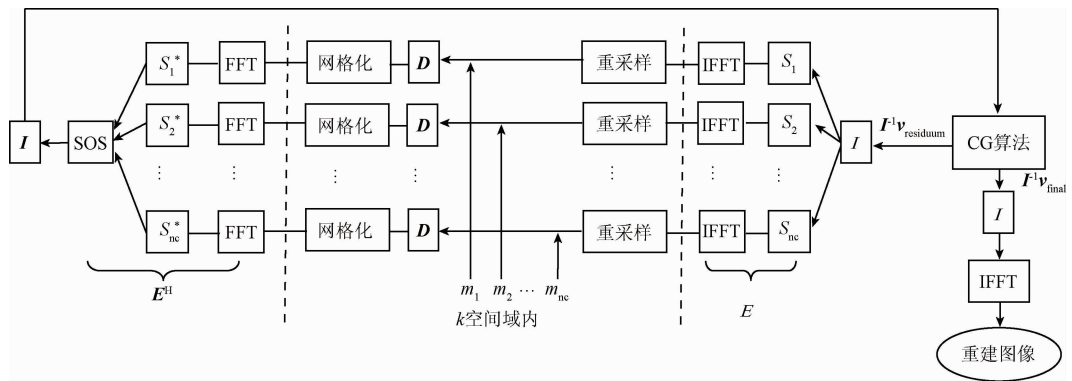


图 1 CG-SENSE 算法重建流程

Fig. 1 Reconstruction flow chart of CG-SENSE algorithm

在步骤 2) 中, 每一次迭代计算出的残余量  $I^{-1}v_{\text{residual}}$ , 根据式(9)的左侧所示, 都需要乘以  $IE^H DEI$ , 重新输入到 CG 算法模块中, 以进行下一次迭代计算, 这可以用图 1 中的循环结构表示:  $I^{-1}v_{\text{residual}}$  首先乘以图像强度校正矩阵  $I$ , 接下来的  $E$  操作可以用各通道线圈敏感度加权  $S_y$  和 FFT 逆变换 (inverse FFT, IFFT) 等效替代, 并对结果进行非笛卡尔重采样; 为了最大限度地保持采集数据一致性, 将各通道原始采集数据覆盖对应的  $k$  空间位置, 并进行采样密度校正  $D$ ; 经过网格化操作重新生成笛卡尔  $k$  空间之后,  $E^H$  操作可以用 FFT 变换和线圈敏感度共轭加权  $S_y^*$  等效替代, 再进行各通道结果相加, 最后乘以图像强度校正矩阵  $I$ , 结果返回到 CG 算法中。

以上两种方法都是基于 SENSE 算法进行非笛卡尔并行成像重建, 二者共同的缺点就是需要事先得到准确的线圈各通道敏感度空间分布, 否则将会在重建图像中残留伪影, 降低重建质量。这在一些临床扫描中比较难获得, 特别是在扫描区域内存在较大的密度差异时, 低密度区域很难获得有效的信号, 使得该区域内的线圈敏感度分布估计存在较大误差。由于以上两种方法对于线圈敏感度分布的依赖性, 又发展出了基于 GRAPPA 自标定技术的非笛卡尔并行成像重建方法。

### 3 Non-Cartesian GRAPPA

CG-SENSE 算法虽然使用了迭代优化方法, 避免了对大重建矩阵的直接计算, 但算法时间性能依然相对较低, 相比之下, GRAPPA 算法直接对  $k$  空间数据进行线性操作, 无需迭代计算, 因此算法的时间效率要高很多。GRAPPA 算法是由 Griswold M. A. 等人<sup>[8]</sup> 于 2002

年提出的, 并迅速得到了广泛的应用, 算法隐式地利用了线圈敏感度的空间分布信息, 无需对线圈敏感度进行直接测量计算, 其核心思想是  $k$  空间中未采集的数据可以通过相邻采集数据的线性加权组合来近似得出。在此基础上, 研究人员又分别提出了针对放射状<sup>[24-25]</sup>和螺旋状<sup>[26-27]</sup>非笛卡尔  $k$  空间采样的并行成像重建方法。

拟合线性加权系数是 GRAPPA 算法最重要的一步, 系数拟合的准确性直接决定了重建图像的质量。对于笛卡尔采样  $k$  空间, 由于未采集数据和采集数据之间的相对位置关系固定, 因此通过全采样的自标定 (auto-calibration signal, ACS) 区域拟合得到少量几组线性加权系数即可。但是对于非笛卡尔采样,  $k$  空间中不同位置的未采集数据与相邻采集数据之间的相对位置关系都是变化的, 因此理论上来说, 对于每个位置的未采集数据, 根据周围采集数据的位置, 都需要一组对应的加权系数, 而在得到这组加权系数时, 需要构造足够数量的与这一相对位置关系相同的拟合数据组合, 以建立超定的线性方程组, 使得方程组的解稳定并且受噪声干扰较小, 这成为得到准确加权系数的前提<sup>[31]</sup>。

Non-Cartesian GRAPPA 算法一般通过采集一幅全采样的  $k$  空间作为 ACS 参考数据, 以放射状采样模式为例 (螺旋状采样可以通过改造变为放射状采样结构), 为了得到某一点对应的线性加权系数, 以该点为中心, 在  $k$  空间内沿螺旋方向和读出方向分割出一个区域, 如图 2 中的实线区域所示, 这个区域内的数据之间可以认为近似满足笛卡尔采样分布, 因此各点与周围数据的位置关系也近似相同, 如果分割的区域足够大, 就可以获得足够数量的拟合数据组合, 使得线性方程组满足超定条件, 获得最优化的线性加权系数。

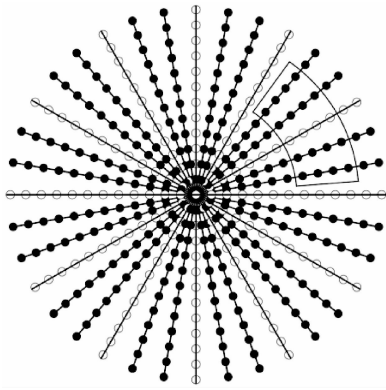


图2 放射状采样的 non-Cartesian GRAPPA 重建示意图

Fig. 2 Reconstruction illustration of non-Cartesian GRAPPA with radial sampling

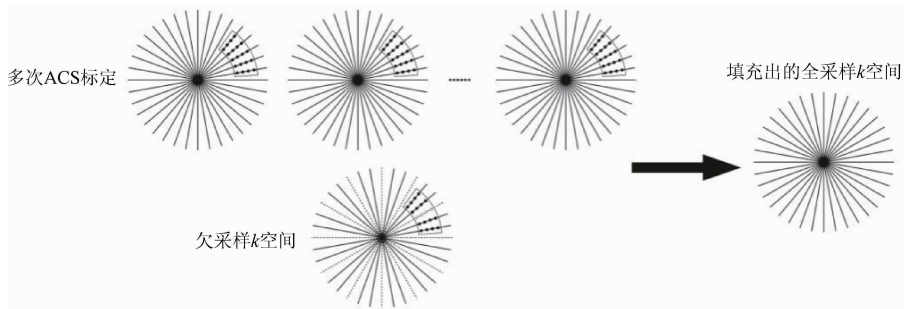


图3 多次 ACS 标定的 non-Cartesian GRAPPA 重建流程

Fig. 3 Reconstruction flow chart of non-Cartesian GRAPPA with multiple ACS calibrated data

这类基于 GRAPPA 的非笛卡尔采样并行成像重建方法,通常用于 MRI 心脏或动态扫描,即在成像扫描之外,单独采集一幅或多幅全采样  $k$  空间数据作为 ACS 参考,保证线性加权系数的准确性;在实际成像扫描时,再使用较高的加速因子提高时间分辨率,从而在较短的时间内获得所需空间分辨率的图像。

## 4 SPIRiT

SPIRiT 是利用  $k$  空间数据一致性的迭代重建方法<sup>[29]</sup>,结合了 SENSE 和 GRAPPA 算法的优点,保留了 GRAPPA 算法自标定、各通道单独重建的特点,避免对线圈敏感度分布直接测量和运算,同时借鉴了 SENSE 算法中针对  $k$  空间非笛卡尔采样的处理方法,依旧将并行成像重建问题转化为最优化问题来进行迭代求解,同时可以方便地与正则化、压缩感知等方法进一步结合。SPIRiT 算法的依据是  $k$  空间数据自身的一致性,包括校准一致性和数据采集一致性,以构建优化问题目标方程。

传统的 GRAPPA 算法中,在生成  $k$  空间中未采集数

但是分割区域大小的选择往往很难实现最优,如果分割区域太小,就无法获得足够数量的拟合数据组合,导致计算出的拟合系数不稳定且受噪声影响较大;而如果分割区域太大,则区域内部的数据就无法满足近似笛卡尔分布的条件,使得计算出的线性加权系数准确性降低。为了解决这一问题,可以通过依次采集  $n$  幅不相同的全采样  $k$  空间作为 ACS 参考,如图 3 中所示,由于这些参考  $k$  空间中在相同分割区域内都可以用来构造同一类的拟合数据组合,这样就可以将每个分割区域内所需的拟合数据组合数降低为原来的  $1/n$ ,从而有效缩小了分割区域的大小,避免了区域过大产生的误差。在获得了  $k$  空间中所有位置的线性加权系数后,就可以应用于欠采样  $k$  空间,拟合出其中的未采集数据,进而得到重建图像结果。

据时,只用到了相邻的采集数据。SPIRiT 算法拓展了这一思路,认为  $k$  空间中任意位置的数据总是可以通过相邻数据的线性加权叠加来进行拟合,而不考虑这些数据是否被采集,因此建立起校准一致性方程:

$$\mathbf{x} = \mathbf{G}\mathbf{x} \quad (10)$$

式中: $\mathbf{x}$  是要求解出的完整的各通道笛卡尔形式  $k$  空间数据; $\mathbf{G}$  代表线性拟合系数矩阵,通过  $k$  空间中全采样的 ACS 区域拟合得出,并且由于每一点的拟合模式都相同,因此只需计算一组拟合系数即可。式(10)直观的含义是,如果  $\mathbf{x}$  是要求解的真实  $k$  空间数据,那么通过相邻数据对  $\mathbf{x}$  中每一点进行拟合得到的结果就是  $\mathbf{x}$  本身。

只利用式(10)是无法对  $\mathbf{x}$  求解的,还需要一个约束条件,很自然地想到可以利用采集数据对  $\mathbf{x}$  进行约束,即:求解出的  $\mathbf{x}$  中,与实际采样数据对应的部分应该尽量保持一致性,从而建立起数据采集一致性方程:

$$\mathbf{y} = \mathbf{D}\mathbf{x} \quad (11)$$

式中: $\mathbf{y}$  代表实际采集的  $k$  空间数据,可以是任意采样模式, $\mathbf{D}$  代表从完整  $k$  空间  $\mathbf{x}$  中采样出数据  $\mathbf{y}$  的操作。利用式(10)和(11)可以建立起非笛卡尔并行成像重建问

题的最优化目标函数:

$$\text{minimize } \|(\mathbf{G} - \mathbf{I})\mathbf{x}\|^2 \quad \text{s. t. } \|\mathbf{D}\mathbf{x} - \mathbf{y}\|^2 \leq \varepsilon \quad (12)$$

式中:  $\|\mathbf{D}\mathbf{x} - \mathbf{y}\|^2 \leq \varepsilon$  是约束条件,  $\varepsilon$  用来控制数据一致性的误差。式(12)可以改写成更常见的无约束拉格朗日形式:

$$\arg \min_x \|\mathbf{D}\mathbf{x} - \mathbf{y}\|^2 + \lambda(\varepsilon) \|(\mathbf{G} - \mathbf{I})\mathbf{x}\|^2 \quad (13)$$

式中:  $\lambda$  通常取经验值, 用来平衡校准一致性和数据采集一致性的权重。式(13)所示的最优化问题可以利用 CG 算法迭代求解, 优化目标函数的梯度表达式为:

$$\nabla_x \{ \|\mathbf{D}\mathbf{x} - \mathbf{y}\|^2 + \lambda \|(\mathbf{G} - \mathbf{I})\mathbf{x}\|^2 \} = 2\mathbf{D}^*(\mathbf{D}\mathbf{x} - \mathbf{y}) + 2\lambda(\mathbf{G}^* - \mathbf{I})(\mathbf{G} - \mathbf{I})\mathbf{x} \quad (14)$$

式中:  $\mathbf{D}^*$  和  $\mathbf{G}^*$  分别是  $\mathbf{D}$  和  $\mathbf{G}$  的逆操作。由于  $\mathbf{y}$  是非笛卡尔采样, 在考虑数据采集一致性时, 依然需要利用网格算法实现笛卡尔和非笛卡尔  $k$  空间之间的转换, 即利用卷积重采样操作实现从笛卡尔到非笛卡尔  $k$  空间的变换, 利用卷积网格化操作实现非笛卡尔到笛卡尔  $k$  空间的变换。完整的 SPIRiT 算法流程如图 4 所示, 主要包括以下几个步骤。

- 1) 综合考虑核函数大小、残留伪影等因素, 选择合适的卷积核函数, 并确定采样矩阵  $\mathbf{D}$ ;
- 2) 确定校准系数拟合方式, 并通过全采样的 ACS 数据, 拟合得到一组线性加权系数, 生成拟合矩阵  $\mathbf{G}$ ;
- 3) 利用 CG 算法对式(13)进行迭代求解, 得到最优化的收敛结果  $\mathbf{x}$ ;
- 4) 将  $\mathbf{x}$  进行 Fourier 逆变换生成各通道图像, 并乘以卷积核函数的 Fourier 逆变换以消除网格算法产生的额外加权分布, 再通道合并 (sum of squares, SOS) 生成最终的重建结果。

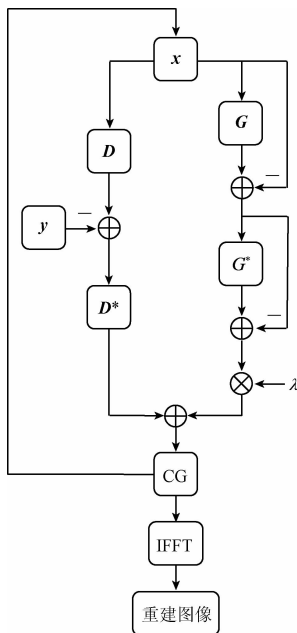


图 4 SPIRiT 算法重建流程

Fig. 4 Reconstruction flow chart of SPIRiT algorithm

图 4 所示的 SPIRiT 算法流程中, 目标函数的梯度是根据式(14)来进行计算的, 首先选择一个适当的迭代算法输入  $\mathbf{x}$ , 代表全采样的笛卡尔  $k$  空间数据, 然后分为左右两个通路: 经过左侧通路完成数据采集一致性的计算, 先经过  $\mathbf{D}$  变换到非笛卡尔分布, 与实际采样数据  $\mathbf{y}$  相减得到  $\mathbf{y} - \mathbf{D}\mathbf{x}$ , 再经过  $\mathbf{D}^*$  变换回笛卡尔分布得到  $\mathbf{D}^*(\mathbf{y} - \mathbf{D}\mathbf{x})$ ; 经过右侧完成校准一致性的计算, 先经过  $\mathbf{G}$  变换对  $\mathbf{x}$  自身进行拟合并求差值, 得到  $\mathbf{G}\mathbf{x} - \mathbf{x} = (\mathbf{G} - \mathbf{I})\mathbf{x}$ , 再经过  $\mathbf{G}^*$  变换并求差值, 得到  $(\mathbf{G}^* - \mathbf{I})(\mathbf{G} - \mathbf{I})\mathbf{x}$ , 最终乘以权重系数  $\lambda$ , 与左侧计算结果相加后送入 CG 模块。

上述 SPIRiT 算法在进行  $k$  空间内的网格算法操作时, 为了减少卷积核函数的通带纹波, 需要增加卷积核函数的大小, 同时要配合  $k$  空间过采样, 来弥补卷积插值运算的误差, 这就不可避免地加大了每次迭代计算的运算量。一个改进的办法是, 迭代算法的初始输入和最终输出都为各通道的图像域结果, 使用非均匀 FFT (non-uniform FFT, NUFFT)<sup>[32]</sup> 实现图像域与非笛卡尔  $k$  空间之间的变换  $\mathbf{D}$  和  $\mathbf{D}^*$ , 并且在进行校准一致性计算时, 无需再对每一点进行卷积拟合计算, 只需将图像数据直接乘以拟合矩阵  $\mathbf{G}$  和  $\mathbf{G}^*$  的 IFFT 变换即可, 这可以大大减少算法的计算量, 配合 GPU 并行计算可以进一步提高算法时间性能。

## 5 压缩感知

前面介绍了几种用于非笛卡尔并行成像的具体重建算法, 有一个共同的特点: 都显示或隐式地用到了线圈敏感度的空间分布。但压缩感知技术从一个完全不同的角度来处理欠采样  $k$  空间的图像重建问题-利用 MRI 图像的稀疏变换特性。因为 MRI 图像本身也是一类图像信号, 可以利用图像压缩技术进行压缩存储和传输, 因此可以很自然地想到, 既然压缩后能够保留重构原始图像的绝大部分信息, 那么在图像采集时, 能否只采集少量必要的信息用于图像重建, 以达到减少数据采集量、缩短成像时间的目的呢? 压缩感知技术对上述问题给出了肯定的答案。

压缩感知是近十年发展起来的新型数据采集理论框架<sup>[33-38]</sup>, 将传统的信号采集问题转换为信息采集, 可以用远低于 Nyquist 采样定理要求的速率实现信息采集, 并不失真地恢复出原始信号。压缩感知的理论指出, 只要信号在某个变换空间域内是稀疏的, 就可以使用一个与稀疏变换不相关的观测矩阵, 将变换所得的高维信号投影到一个低维空间上, 然后利用优化求解的方法, 从这些少量的投影信息中高概率地重构出原始信号<sup>[39]</sup>, 其理论框架如图 5 所示。Lustig M 等人<sup>[40]</sup> 于 2007 年将压缩感知理论框架应用于 MRI 加速采集成像, 建立起随机欠采样笛卡尔  $k$  空间的图像重建流程, 但该流程可以很容易地推广到非笛卡尔  $k$  空间的情形。

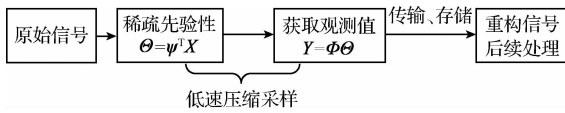


图5 压缩感知理论框架

Fig. 5 Theoretical framework of compressed sensing

压缩感知理论中定义了3个数据空间,即信号空间、稀疏变换空间和低维投影空间。在MRI中,图像域和 $k$ 空间域分别对应于信号空间和低维投影空间,从而可以通过少量投影空间数据即 $k$ 空间欠采样,不失真地恢复出信号空间,实现图像重建。根据压缩感知理论要求,MRI并行重建问题必须包括如下3个内容。

1) MRI图像在稀疏变换域内具有稀疏性:在某些MRI图像如血管图像中,其图像域就具有良好的稀疏特性,此时可以将空间有限差分或者直接恒等变换作为稀疏变换;大部分MRI图像在图像域不具备稀疏特性,但仍然可以通过其他变换如离散余弦变换或者小波变换等获得图像的稀疏变换表示。找到信号最佳的稀疏变换域是压缩感知理论应用的基础和前提,选择合适的稀疏变换域才能保证变换的稀疏度,从而保证信号的恢复精度。如何根据不同的应用场景选择最优的稀疏变换,得到信号的最稀疏表示,仍然是有待研究的问题。

2) 观测矩阵与稀疏变换不相关:压缩感知中观测矩阵的目的是将稀疏变换域内的高维信号投影到一个低维空间中,保证原始信号中的信息不受破坏,也就是不会把两个不同的稀疏变换结果映射到同一个采样集合中。由于在MRI中图像域和 $k$ 空间域固定满足傅里叶变换性质,因此只能通过构造 $k$ 空间采样模式来满足这一要求,使得在图像域产生不相关的伪影。最直观的方法是通过在 $k$ 空间完全随机采样,但是这种方法不仅没有必要,而且受到硬件和生理条件限制也难以实现,所以在实际情况中,对于笛卡尔采样,可以只对相位编码步数进行随机欠采样,从而仅在一个方向上产生不相关的伪影;相比之下,非笛卡尔欠采样的图像域伪影更加复杂,能够在各个方向产生不相关性,从而在稀疏变换域内产生的扰动更加接近于噪声,提高图像重建的精度。

3) 原始图像的优化求解:在满足以上两个条件的前提下,可以将图像重建转化为带约束条件的最优化问题。假设 $x$ 是重建出的图像信息, $\Psi$ 表示一类稀疏变换, $F_u$ 表示与 $k$ 空间欠采样模式对应的傅里叶变换,从而最优化问题的目标方程为:

$$\text{minimize } \|\psi x\|_1 \quad \text{s. t. } \|F_u x - y\|_2 < \varepsilon \quad (15)$$

式中: $y$ 是实际采集得到的 $k$ 空间数据, $\varepsilon$ 用来控制重建图像与采样数据之间的误差,式(15)的直观解释是在满足采集数据一致性的前提条件下,使图像在变换域实现最稀疏。这是一个凸优化问题,可以方便地简化为线性

规划问题,目前已经有多种算法可以用来求解上述最优化问题,常用的有凸集投影法<sup>[34]</sup>(projections onto convex sets, POCS)、迭代软阈值<sup>[41-43]</sup>、重加权迭代最小二乘法<sup>[44]</sup>、非线性共轭梯度法<sup>[36]</sup>等。

压缩感知技术可以方便的与目前已有的基于迭代优化的非笛卡尔并行成像算法相结合,以达到更佳的重建结果,只需将图像最稀疏约束条件加入原先的优化目标方程。以SPIRiT算法为例,在加入了压缩感知约束条件之后变为 $\ell_1$ -SPIRiT<sup>[45-46]</sup>,其优化目标方程为:

$$\begin{aligned} & \text{minimize}_x \quad \text{Joint}_{\ell_1}(\psi x) \\ & \text{subject to} \quad F_u x = y \\ & \quad \quad \quad Gx = x \end{aligned} \quad (16)$$

式中:Joint $\ell_1$ 表示联合 $\ell_1$ - $\ell_2$ 范数,选择小波变换作为稀疏变换 $\Psi$ 。利用POCS算法对式(16)优化目标方程进行求解的算法流程如图6所示。

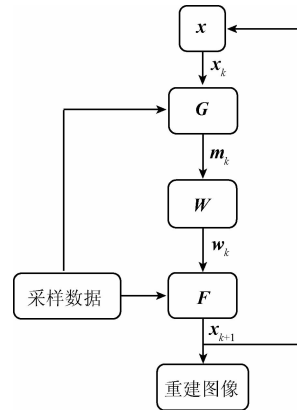
图6  $\ell_1$ -SPIRiT POCS 算法流程Fig. 6 Flow chat of  $\ell_1$ -SPIRiT POCS algorithm

图6中的 $G$ 代表校准一致性操作,即将图像数据直接乘以拟合矩阵的IFFT变换, $W$ 代表软阈值小波分解重构, $F$ 代表数据采集一致性操作,即将原始采样数据覆盖对应的 $k$ 空间位置。每次迭代输出结果 $x_{k+1}$ 都返回算法输入端,继续进行下一次迭代,直到POCS算法收敛。

压缩感知理论尚处于快速发展阶段,很多问题仍需进一步的研究探索,但是已经看到了广阔的应用前景。将压缩感知与传统的并行成像技术相结合,可以进一步提升 $k$ 空间欠采样度,在保留重建质量的前提下,实现更加快速的成像速度。

## 6 结论与展望

本文总结了几种具有代表性的非笛卡尔并行成像重建技术,其中SENSE将并行成像重建问题转化为线性方程组的求解,通过对构造的编码矩阵求逆,直接获得通道

合并后的重建图像;由于在编码矩阵求广义逆计算时需要完成巨大的计算量,CG-SENSE 在 SENSE 的基础上首次引入了迭代优化思路,并通过将编码矩阵进行等效操作,一定程度降低了算法的时间复杂度。在线圈敏感度空间分布可以准确获取的情况下,这两种方法都能获得最优的重建结果,但是在实际临床扫描时,线圈敏感度测量不仅会占用额外的扫描时间,测量得到的线圈敏感度分布也往往存在较大的误差,这会在重建图像中带来残留伪影,同时二者的较长的重建时间也制约了进一步的应用。虽然目前临床上不使用线圈敏感度直接测量的并行成像重建方法,SENSE 作为非笛卡尔并行 MRI 成像重建技术研究的基础,依旧有必要进行深入学习了解,而 CG-SENSE 引入的迭代优化仍然是目前非笛卡尔并行成像重建技术中重要的算法思路。Non-Cartesian GRAPPA 是在目前临床上广泛应用的 GRAPPA 算法基础上衍生而来,利用自标定方法对欠采样  $k$  空间进行直接填充,避免了迭代计算,从而大大提升了算法的时间性能,但是只能针对特定非笛卡尔  $k$  空间模式(放射状或者螺旋状)采用笛卡尔近似分割,而在分割区域大小的选择时往往很

难实现最优,使得算法的鲁棒性降低,同时由于需要一幅或多幅全采样的 ACS 数据,占用了额外的扫描时间,进一步限制了临床应用场景。SPIRiT 结合了 SENSE 和 GRAPPA 二者的优点,利用  $k$  空间自身的校准一致性和数据采集一致性分别构造优化目标方程,通过自标定避免了对线圈敏感度的直接测量,提高了算法的鲁棒性,利用迭代优化的方法可以方便地与其他约束条件相结合获得最优解,在高加速因子的并行成像时可以获得更高信噪比的重建图像,代表了 SENSE 和 GRAPPA 两类并行成像技术的融合,配合 GPU 并行计算还可以进一步降低算法的时间消耗<sup>[46-48]</sup>,具有良好的应用前景。压缩感知技术则从图像的稀疏变换特性来实现任意欠采样  $k$  空间的图像重建,通过构造图像在变换域的最稀疏表示,不失真的恢复出原始图像,目前仍处于快速发展阶段;由于非笛卡尔采样的图像域伪影沿各个方向不相关,更加适用于压缩感知技术,配合传统的基于最优迭代方法的非笛卡尔并行成像重建算法,已经获取了相当多令人欣喜的成果<sup>[49-56]</sup>,在未来也将继续成为研究人员关注的焦点。各种重建技术的对比如表 1 所示。

表 1 各种非笛卡尔并行成像重建算法对比

Table 1 Comparison of various non-Cartesian parallel imaging reconstruction algorithms

算法名称	作者	年份	求解域	算法模式	标定	采样模式	特点	不足
SENSE	Pruessmann K. P. 等人	1999 年	图像域	非迭代	线圈敏感度	任意模式	算法简单易实现	计算量巨大,依赖于线圈敏感度
CG-SENSE	Pruessmann K. P. 等人	2001 年	图像域	迭代	线圈敏感度	任意模式	对编码矩阵进行等效操作	依赖于线圈敏感度
non-Cartesian GRAPPA	Griswold M. A. 等人	2003 ~ 2011 年	$k$ 空间域	非迭代	自标定	放射状/螺旋状	算法时间性能高	近似计算,难以实现最优分割
SPIRiT	Lusting M 等人	2010 年	图像域/ $k$ 空间域	迭代	自标定	任意模式	既可在图像域也可在 $k$ 空间域计算	时间性能仍需提高
压缩感知	Lusting M 等人	2007 年	图像域	迭代	稀疏变换	任意模式	全新重建思路	图像最稀疏表示仍有待研究

非笛卡尔并行成像结合了非笛卡尔采样和并行成像技术的优点,具有更高的  $k$  空间覆盖效率、更有效的梯度系统性能和更低的图像伪影,从而可以实现更高的加速因子。相比传统的笛卡尔采样,这一技术在  $k$  空间采集策略,以及重建算法方面都提出了新的更高的要求,在本文介绍的几种典型的非笛卡尔并行成像重建算法基础上,以及近年来发展迅速的压缩感知理论框架,都将推动非笛卡尔并行成像重建技术进一步往实用化方向发展,在磁共振加速采集的应用需求驱动下,这一领域将继续成为研究的热点。

参考文献

[ 1 ] KELTON J R, MAGIN R L, WRIGHT S M. An algorithm for rapid image acquisition using multiple receiver coils[C]. Proceedings of the SMRM 8th Annual

Meeting, 1989:1172.

[ 2 ] SODICKSON D K, MANNING W J. Simultaneous acquisition of spatial harmonics (SMASH): Fast imaging with radiofrequency coil arrays[J]. Magnetic Resonance in Medicine, 1997, 38(4):591-603.

[ 3 ] PRUESSMANN K P, WEIGER M, SCHEIDEGGER M B, et al. SENSE: Sensitivity encoding for fast MRI[J]. Magnetic Resonance in Medicine, 1999, 42 ( 5 ): 952-962.

[ 4 ] JAKOB P M, GRISWOLD M A, EDELMAN R R, et al. AUTO-SMASH: A self-calibrating technique for SMASH imaging[J]. Magnetic Resonance Material in Physics, Biology and Medicine, 1998, 7(1):42-54.

[ 5 ] GRISWOLD M A, JAKOB P M, HEIDEMANN R M,



- et al. Parallel imaging with localized sensitivities (PILS)[J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, 2000, 44(4):602-609.
- [6] HEIDEMANN R M, GRISWOLD M A, HAASE A, et al. VD-AUTO-SMASH imaging [J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, 2001, 45(6):1066-1074.
- [7] GRISWOLD M A, JAKOB P M, HEIDEMANN R M, et al. Generalized autocalibrating partially parallel acquisitions (GRAPPA) [J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, 2002, 47(6):1202-1210.
- [8] WANG Z, WANG J, DETRE J A. Improved data reconstruction method for GRAPPA [J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, 2005, 54(3):738-742.
- [9] HUO D, WILSON D L. Robust GRAPPA reconstruction and its evaluation with the perceptual difference model[J]. *Journal of Magnetic Resonance Imaging*, 2008, 27(6):1412-1420.
- [10] NANA R, HU X. Data consistency criterion for selecting parameters for  $k$ -space-based reconstruction in parallel imaging[J]. *Journal of Magnetic Resonance Imaging*, 2010, 28(1):119-128.
- [11] CHANG Y, LIANG D, YING L. Nonlinear GRAPPA: A kernel approach to parallel MRI reconstruction [J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, 2012, 68(3):730-740.
- [12] YING L, SHENG J. Joint image reconstruction and sensitivity estimation in SENSE (JSENSE)[J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, 2007, 57(6):1196-1202.
- [13] UECKER M, LAI P, MURPHY M J, et al. ESPIRiT - An eigenvalue approach to autocalibrating parallel MRI: Where SENSE meets GRAPPA[J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, 2014, 71(3):990-1001.
- [14] MEYER C H, HU B S, NISHIMURA D G, et al. Fast spiral coronary artery imaging[J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, 1992, 28(2):202-213.
- [15] GLOVER G H, PAULY J M. Projection reconstruction techniques for reduction of motion effects in MRI[J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, 1992, 28(2):275-289.
- [16] PIPE J G. Motion correction with PROPELLER MRI: application to head motion and free-breathing cardiac imaging[J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, 1999, 42(5):963-969.
- [17] KATHERINE L W, JESSE I H, MARK A G, et al. Non-Cartesian parallel imaging reconstruction [J]. *J Magn. Reson. Imaging*, 2014, 40(5):1022-1040.
- [18] SCHAEFFTER T, WEISS S, EGGERS H, et al. Projection reconstruction balanced fast field echo for interactive real-time cardiac imaging [J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, 2001, 46(6):1238-1241.
- [19] PETERS D C, ROHATGI P, BOTNAR R M, et al. Characterizing radial undersampling artifacts for cardiac applications [J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, 2006, 55(2):396-403.
- [20] PRUESSMANN K P, WEIGER M, BORNERT P, et al. Advances in sensitivity encoding with arbitrary  $k$ -space trajectories[J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, 2001, 46(4):638-651.
- [21] GRISWOLD M, HEIDEMANN R, JAKOB P. Direct parallel imaging reconstruction of radially sampled data using GRAPPA with relative shifts [C]. *Proceedings of the 11th Annual Meeting of ISMRM*, 2003:2349.
- [22] SEIBERLICH N, EHSES P, DUERK J, et al. Improved radial GRAPPA calibration for real-time free-breathing cardiac imaging[J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, 2011, 65(2):492-505.
- [23] HEIDEMANN R M, GRISWOLD M A, SEIBERLICH N, et al. Direct parallel image reconstructions for spiral trajectories using GRAPPA[J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, 2006, 56(2):317-326.
- [24] SEIBERLICH N, LEE G, EHSES P, et al. Improved temporal resolution in cardiac imaging using through-time spiral GRAPPA[J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, 2011, 66(6):1682-1688.
- [25] LUSTIG M, PAULY J M. SPIRiT: Iterative self-consistent parallel imaging reconstruction from arbitrary  $k$ -space [J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, 2010, 64(2):457-471.
- [26] EGGERS H, BOERNERT P, BOESIGER P. Real-time partial parallel spiral imaging with localized sensitivities[C]. *Proceedings of the 9th Annual Meeting of ISMRM*, 2001:1772.
- [27] LIU C, BAMMER R, MOSELEY M E. Parallel imaging reconstruction for arbitrary trajectories using  $k$ -space sparse matrices (kSPA) [J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, 2007, 58(6):1171-1181.
- [28] YEH E N, MCKENZIE C A, OHLIGER M A, et al. Parallel magnetic resonance imaging with adaptive radius in  $k$ -space (PARS): Constrained image reconstruction using  $k$ -space locality in radiofrequency coil encoded data[J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, 2005, 53(6):1383-1392.

- [29] SAMSONOV A A, BLOCK W F, ARUNACHALAM A, et al. Advances in locally constrained k-space-based parallel MRI [J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, 2006, 55(2): 431-438.
- [30] HU P, MEYER C. BOSCO: Parallel image reconstruction based on successive convolution operations [C]. *Proceedings of the 14th Annual Meeting of the ISMRM*, 2006: 10.
- [31] DESHMANE A, GULANI V, GRISWOLD M A, et al. Parallel MR imaging[J]. *Journal of Magnetic Resonance Imaging*, 2012, 36(1):55-72.
- [32] FESSLER J, SUTTON B. Nonuniform fast Fourier transforms using minmax interpolation [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2003, 51(2): 560-574.
- [33] CANDÈS E J. Compressive sampling[C]. *Proceedings of the International Congress of Mathematicians*, 2006, 17(2):1433-1452.
- [34] CANDÈS E J, ROMBERG J K. Signal recovery from random projections [C]. *Proceedings of SPIE Computational Imaging III*, 2004, 5674:76-86.
- [35] CANDÈS E J, ROMBERG J K, TERENCE T. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(2): 489-509.
- [36] CANDÈS E J, ROMBERG J. Quantitative robust uncertainty principles and optimally sparse decompositions [J]. *Foundations of Comput. Math*, 2006, 6(2):227-254.
- [37] DONOHO D L. Compressed sensing [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [38] DONOHO D L, TSAIG Y. Extensions of compressed sensing[J]. *Signal Processing*, 2006, 86(3):549-571.
- [39] 石光明, 刘丹华, 高大化, 等. 压缩感知理论及其研究进展[J]. *电子学报*, 2009, 37(5):1070-1081.  
SHI G M, LIU D H, GAO D H, et al. Advances in theory and application of compressed sensing[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2009, 37(5):1070-1081.
- [40] LUSTIG M, DONOHO D, PAULY J M. Sparse MRI: The application of compressed sensing for rapid MR imaging[J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, 2007, 58(6):1182-1195.
- [41] DAUBECHIES I, DEFRISE M, MOL C D. An iterative thresholding algorithm for linear inverse problems with a sparsity constraint [J]. *Comm. Pure Appl. Math.*, 2004, 57(11):1413-1457.
- [42] STARCK J L, ELAD M, DONOHO D. Image decomposition via the combination of sparse representation and a variational approach [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2005, 14(10): 1570-1582.
- [43] ELAD M, MATALON B, ZIBULEVSKY M. Coordinate and subspace optimization methods for linear least squares with non-quadratic regularization [J]. *Applied & Computational Harmonic Analysis*, 2007, 23(3): 346-367.
- [44] DONOHO D L, ELAD M, TEMLYAKOV V N. Stable recovery of sparse overcomplete representations in the presence of noise[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(1):6-18.
- [45] LAI P, LUSTIG M, BRAU A, et al. Efficient SPIRiT reconstruction (ESPIRiT) for highly accelerated 3D volumetric MRI with parallel imaging and compressed sensing[C]. *Proceedings of the 18th Annual Meeting of ISMRM*, 2010:345.
- [46] MURPHY M, ALLEY M, DEMMEL J, et al. Fast - SPIRiT compressed sensing parallel imaging MRI: Scalable parallel implementation and clinically feasible runtime [J]. *IEEE Transactions on Med. Imaging*, 2012, 31(6):1250-1262.
- [47] SAYBASILI H, HERZKA D A, BARKAUSKAS K, et al. Multi-node, multi-GPU radial GRAPPA reconstruction for online, real-time, low-latency MRI[C]. *Proceedings of the 21st Annual Meeting of ISMRM*, 2013: 185.
- [48] SAYBASILI H, HERZKA D, SEIBERLICH N, et al. Low-latency radial GRAPPA reconstruction using multi-core CPUs and general purpose GPU programming[C]. *Proceedings of the 20th Annual Meeting of ISMRM*, 2012: 2554.
- [49] HUANG F, CHEN Y, YIN W, et al. A rapid and robust numerical algorithm for sensitivity encoding with sparsity constraints: Self-feeding sparse sense [J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, 2010, 64(4):1078-1088.
- [50] OTAZO R, KIM D, AXEL L, et al. Combination of compressed sensing and parallel imaging for highly accelerated first-pass cardiac perfusion MRI [J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, 2010, 64(3): 767-776.
- [51] HUANG F, LIN W, DUENSING G R, et al. *K-t* sparse GROWL: Sequential combination of partially parallel

imaging and compressed sensing in  $k-t$  space using flexible virtual coil [J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, 2012, 68(3):772-782.

- [52] FENG L, SRICHAH M B, LIM R P, et al. Highly accelerated real-time cardiac cine MRI using  $k-t$  SPARSE-SENSE[J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, 2012, 70(1):64-74.
- [53] ZHOU Y, CHANG Y, LIANG D, et al.  $K-t$  CSPI: A dynamic MRI reconstruction framework for combining compressed sensing and parallel imaging [C]. *IEEE International Symposium on Biomedical Imaging*, 2012, 88(1):410-413.
- [54] ZHOU Y, WANG Y, YING L. A kernel-based compressed sensing approach to dynamic MRI from highly undersampled data [C]. *IEEE International Symposium on Biomedical Imaging*, 2013, 12(4):310-313.
- [55] GEETHANATH S, REDDY R, KONAR A S, et al. Compressed sensing MRI: A review [J]. *Critical Reviews in Biomedical Engineering*, 2013, 41(3):183-204.
- [56] 张久明, 郭树旭, 王淼石, 等. 压缩感知自动校准并行成像重建算法 [J]. *计算机应用*, 2014, 34(5):1491-1493.
- ZHANG J M, GUO SH X, WANG M SH, et al. Reconstruction algorithm for auto-calibrating parallel imaging and compressed sensing [J]. *Journal of Computer Application*, 2014, 34(5):1491-1493.

## 作者简介



吴振洲, 分别在 2007 年和 2012 年于中国科学技术大学获得学士学位和博士学位, 现为中国科学院苏州生物医学工程技术研究所博士后, 主要研究方向为磁共振脉冲序列和图像重建技术。

E-mail: wzz567@mail.ustc.edu.cn

**Wu Zhenzhou** received his B. Sc. and Ph. D. degrees both from University of Science and Technology of China in 2007 and 2012, respectively. Now he is a postdoctoral fellow in Suzhou Institute of Biomedical Engineering and Technology. His main research interest includes MR pulse sequence and image reconstruction.



杨晓冬(通讯作者), 2005 年于中科院武汉物理数学研究所获得博士学位, 现为中国科学院苏州生物医学工程技术研究所研究员、医学影像室主任, 主要研究方向为磁共振优化脉冲和射频线圈的研发改进工作。

E-mail: xiaodong.yang@sibet.ac.cn

**Yang Xiaodong** (Corresponding author) received his Ph. D. degree from Wuhan Institute of Physics and Mathematics, CAS in 2005. Now he is a research fellow and the director of Medical Imaging Division, Suzhou Institute of Biomedical Engineering and Technology. His main research interests are optimized MR pulse sequence and radio frequency coil design.