DOI: 10. 19650/j. cnki. cjsi. J2412448

基于机电耦合方程近似解的低频电磁激振器谐波控制*

张旭飞,王 硕,马 杰,曹承乾

(太原理工大学机械与运载工程学院 太原 030024)

摘 要:针对大行程低频电磁激振器非线性参数导致输出振动信号严重波形失真问题,在建立激振器机电耦合模型及等效传递 函数分析基础上,对输出振动信号进行基于传递函数的初步谐波补偿控制。通过计算表征激振器非线性特性机电耦合方程对 应的输出振动位移一次及二次近似解,得到在输入信号叠加的准确谐波补偿控制量,进而实现对输出信号波形失真的高精度补 偿控制。仿真分析及实验测试结果表明:基于传递函数及近似解的控制方法可在整个频率范围对输出信号谐波进行有效补偿, 0.1 Hz 对应的加速度失真度由传递函数控制前的 22.81%降低为 4.5%,一次及二次近似解控制进一步降低为 4.42%及 1.78%,基于二次近似解的谐波控制方法具有更高的控制精度。

关键词:低频电磁激振器;谐波控制;机电耦合方程;振动位移近似解 中图分类号:TH71 文献标识码:A 国家标准学科分类代码:460.40

Harmonic control of low-frequency electromagnetic vibrator based on approximate solution of electromechanical coupling equation

Zhang Xufei, Wang Shuo, Ma Jie, Cao Chengqian

(College of Mechanical and Vehicle Engineering, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, China)

Abstract: Aiming at the severe waveform distortion of output vibration signal caused by nonlinear parameters of the long-stroke low-frequency electromagnetic vibrator, the preliminary harmonic compensation control was carried out based on analysis of electromechanical coupling model and equivalent transfer function. By calculating the first and second-order approximate vibration, the accurate harmonic compensation control quantities that need to be superimposed on the input signal was analyzed, and then the high-precision compensation control of the output signal waveform distortion was obtained. The simulation analysis and experimental test results show that the control method based on transfer functions and approximate solutions could effectively compensate the output signal harmonics in the entire frequency range. Typically, the acceleration distortion corresponding to 0.1 Hz was reduced from 22.81% to 4.5% by transfer function control, and further reduced to 4.42% and 1.78% by the first and second-order approximate solution control, respectively. The results show that the second-order approximate solution control, accuracy.

Keywords: low-frequency electromagnetic vibrator; harmonic control; electromechanical coupling equation; vibration displacement approximate solution

0 引 言

近年来,振动传感器广泛应用于振动试验^[1]、故障诊断^[2]、减振降噪^[3]、振动监测^[4]等技术领域。为提高相应的振动信号检测精度,需由振动校准系统准确获取其灵

敏度等关键参数^[5]。基于相关标准可知,振动校准中需 由激振器对振动传感器施加失真度小于 2% 的标准振动 激励信号^[6-7]。在低频振动传感器校准的过程中,通常需 增加相应的低频电磁激振器行程来提高输出激励信号信 噪比。但是,行程的增加会增大激振器内部磁场分布不 均匀性及弹性元件刚度非线性,进而影响激振器输出振

收稿日期:2024-01-26 Received Date: 2024-01-26

^{*}基金项目:国家自然科学基金(52375544)、山西省基础研究计划(202203021211152)项目资助

动激励信号精度,产生严重的谐波失真[8]。

为改善磁场分布不均匀问题,国内外学者开展的主 要研究工作包括:张旭飞等^[9]通过改变电磁激振器传统 单磁路结构内磁轭表面轮廓和端面形状,有效改善了气 隙磁场的非均匀分布,降低了激振器的输出波形失真;为 改善超长行程低频电磁激振器磁场分布的不均匀性,He 等^[10]优化设计了具有可变气隙的闭式双磁路结构,在不 降低电磁激振器磁路的平均磁通密度的情况下,提升了 长气隙内磁感应强度的分布均匀性。此外,为解决由弹 性元件非线性刚度导致的谐波失真问题,魏燕定^[11]研究 了乳胶管弹簧在不同组合下的力-位移特性,为设计超低 频激振器提供了理论依据:胡天恩等[12]分析了板簧非线 性刚度导致振动波形失真机理,为激振器弹性元件的结 构优化设计提供了理论基础。总体而言,针对激振器弹 性元件的研究仍局限在通过实验构建初步数学模型阶 段,相关成果仅可实现激振器弹性元件规格的选取,并未 真正解决非线性特性导致激振器输出振动信号的谐波失 真问题。

此外,激振器外部噪声干扰、制造误差等因素会进一 步加剧相应的谐波失真。胡红波等[13]基于分频段位移、 速度和加速度控制理论,搭建了闭环反馈控制系统,有效 降低了激振器的输出波形失真: She 等[14] 基于 DSP 构建 激振器数字控制系统,进一步提升了闭环控制的抗干扰 性:鉴于闭环控制方法通常需要采用高精度低频振动传 感器来获取反馈信号, Zhang 等^[15]提出一种自传感运动 速度提取方法,无需传感器即可检测得到激振器的振动 信号,进而实现了振动谐波失真的准确反馈控制。然而, 闭环控制的系统不稳定或自激振荡等问题仍会严重影响 谐波失真的控制效果。研究人员进一步提出了开环谐波 补偿方法。谢宝莹等[16]设计了改进型重复控制器,通过 抑制周期性干扰的非倍频成分,显著改善了激振器的低 频输出波形精度:魏燕定[17]建立了超低频激振器的动力 学方程,根据其近似解析解和谐波失真计算公式,分析得 到激振器各因素对波形失真度的影响规律; Qiu 等^[18]在 动力学方程分析基础上,由计算得到的含高阶谐波补偿 量的合成电流驱动激振器,降低了输出信号的谐波失真; 为简化控制过程,张旭飞等^[19]基于实验辨识的等效传递 函数,计算与输出谐波对应的谐波输入补偿量,实现了对 低频激振器输出信号的谐波抑制。然而,由于低频电磁 激振器是复杂的机电耦合系统,实验辨识的等效传递函 数很难准确表征激振器系统的非线性特性,从而限制整 体波形失真控制精度的提升。

综上,为解决现有技术对低频电磁激振器模型表征 精度不足及输出振动谐波控制精度受限等问题,本文首 先基于机电耦合模型,分析低频电磁激振器的非线性特 性,进而基于传递函数实现对输出振动信号谐波的开环 补偿控制。然后,通过计算激振器在恒压输入模式的低频机电耦合方程的一次及二次位移近似解,得到在输入 信号中叠加的准确谐波补偿量,进而实现对低频振动波 形失真的精确控制。最终,通过与基于传递函数的波形 控制精度的仿真模拟及实验测试结果进行对比分析,验 证基于近似解的谐波补偿方法的控制效果。

1 低频电磁激振器等效非线性模型

针对电磁激振器表现出的低频非线性特性,首先基 于其简化机电耦合工作原理,建立相应的非线性特性等 效仿真模型。

1.1 机电耦合工作原理

如图1所示的电磁激振器简化结构模型主要由工作 台、电枢、驱动线圈、弹性回复元件、内外磁轭、永磁体及 基座等组成。永磁体及内外磁轭构成闭环磁路,嵌入电 枢的驱动线圈由弹性回复元件悬浮在气隙磁场中。电枢 与工作台固定连接,当向电枢上嵌入的驱动线圈通入正 弦电流时,工作台会产生振动加速度,进而激励待校准传 感器产生输出信号。



在低频段,工作台和电枢可视为一体化刚性运动部 件,电磁激振器可简化为图2所示的机电耦合模型。



图 2 机电耦合模型 Fig. 2 Electromechanical coupling model

图 2 对应的机电耦合方程为^[20]:

$$\begin{cases} \ddot{my} + c\dot{y} + ky = Bli \\ Ri + L\dot{i} + Bl\dot{y} = u \end{cases}$$
(1)

式中:m、k分别表示激振器的运动部件等效质量及弹性回复元件的刚度,c表示系统阻尼系数,L、l、R及B分别表示激振器驱动线圈的电感、长度、电阻及气隙 磁场的磁感应强度,i、u及e表示通过驱动线圈的电流、两端施加的电压及其产生的反电动势,y、y和ÿ分别为运动部件在电流 i 驱动下产生的振动位移、速度和加速度。

一般情况下,式(1)中各参数在电磁激振器小位移 振动时表现出较好线性特性,进而可以保证激振器输出 理想的正弦振动波形。然而,当电磁激振器输出低频大 位移振动时,式(1)中参数 *B*、*k*的非线性特性将使得输 出波形产生严重失真。考虑到参数 *B*可通过优化磁路进 行校正,因此低频电磁激振器输出波形的精度主要由参 数 *k* 决定。

1.2 等效非线性模型

٢.

为简化设计低频电磁激振器结构,通常选用板簧 作为弹性回复元件。然而,大位移振动不可避免使得 板簧产生较大形变量,进而导致刚度参数k和对应的回 复力 F_k 的非线性特性明显增大。考虑到回复力 F_k 与 振动位移y对应函数具有相同周期,且二者方向相反, 在平衡位置(y=0)的初始值为0,可将 F_k 简化表征为 幂级数:

$$F_{k} = k_{1}y + k_{3}y^{3} + k_{5}y^{5}$$
⁽²⁾

式中:*k*₁、*k*₃、*k*₅分别为第1、3、5阶幂级数系数。结合 式(1),可将参数*k*等效表征为振动位移*y*的函数:

$$k(y) = k_1 + k_3 y^2 + k_5 y^4 \tag{3}$$

进一步,结合式(1)和(3),得到表征刚度参数 k(y) 非线性特性的等效状态空间表达式:

$$\begin{cases} x_1 = x_3 \\ \dot{x}_2 = (u - Rx_2 - Blx_3)/L \\ \dot{x}_3 = (Blx_2 - k_1x_1 - k_3x_1^3 - k_5x_1^5 - cx_3)/m \end{cases}$$
(4)

式中:状态变量 x₁、x₂ 和 x₃ 分别为振动位移 y、输入电流 i 及振动速度 y。为分析板簧非线性刚度参数 k(y) 对激振 器输出信号的影响,基于式(4) 建立如图 3 所示的 MATLAB/Simulink 仿真模型。由式(1)可知,激振器产 生的静态位移 y 可以在直流电流 I 输入驱动线圈时表示 为 Bll/k。基于此,通过驱动激振器产生若干静态位移, 并记录相应电磁力 Bil,即可由多项式拟合得到仿真模型 中的板簧非线性刚度参数 k(y),同时 m、c、B·l、R、L 等其 他关键参数可通过实测得到。经验证,基于上述激振器 参数构建的仿真模型可准确表征实际激振器特性。针对 现有电磁激振器,在无负载状态下,通过上述方法测试得 到的具体参数取值如表 1 所示,若施加负载,可采用相同 测试手段得到相应状态下的参数值。



图 3 激振器仿真模型 Fig. 3 Simulation model of vibrator

表 1 激振器系数及参数 Table 1 Vibrator coefficients and parameters

系数/参数	数值	系数/参数	数值
<i>m</i> /kg	2.00	L/H	0. 10×10 ⁻³
$c/(\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^{-1} \cdot \mathrm{s})$	5.04	$k_1/(\mathrm{N}\!\cdot\!\mathrm{m}^{-1})$	3 855
$(B \cdot l) / (T \cdot m)$	10.00	$k_3/(N \cdot m^{-3})$	1 122×10 ⁴
R/Ω	0.20	$k_5/(N \cdot m^{-5})$	3 796×10 ⁷

2 传递函数谐波补偿控制

针对板簧刚度非线性影响振动波形精度问题,首先 辨识得到激振器的传递函数模型,进而构建谐波补偿控 制系统,初步实现对波形失真的开环控制。

2.1 辨识传递函数

为准确辨识激振器的传递函数,基于图 3 所示仿真 模型,在 0.001~200 Hz 范围内,选取若干特征频率,驱动 激振器产生相应振动输出,通过对比计算输入电压信号 及输出振动位移信号的幅值和相位关系,拟合得到激振 器的电压-位移等效传递函数为:

$$G_d(s) = \frac{8\ 254}{s^3 + 354.\ 8s^2 + 85\ 260s + 683\ 100} \tag{5}$$

为进一步表征激振器的位移幅频及相频特性,图 4 所示为计算得到的电压--位移频率特性分布曲线。

由图 4 可知,幅频特性曲线斜率在频率较低范围近 似表现为 0 dB/dec 的渐近变化规律,激振器输出的位移 幅值与振动频率无关,而与输入信号电压幅值近似线性 相关。基于此,可在低频段将式(5)简化为:

$$G_d(s) \approx \frac{8\ 254}{85\ 260s + 683\ 100}$$
 (6)

可见,电磁激振器在低频段的电压--位移传递函数可 近似表征为一阶系统,相应的转折频率*f*₁=1.28 Hz。





2.2 谐波补偿控制

为实现对低频电磁激振器输出振动波形的有效控 制,在f<f,频段内,可基于能够准确表征输入输出特性 的电压-位移传递函数构建相应的谐波补偿系统。具体 控制过程为:首先,对激振器在正弦输入信号激励下产生 的输出振动位移信号进行频谱分析,得到相应的高次谐 波成分。然后,由辨识得到的电压-位移传递函数对应的 幅、相频特性分别计算出各阶高次谐波成分对应补偿量 的幅值和相位,并将该谐波补偿量反相后与正弦输入信 号叠加,即可得到修正后的输入信号,用于驱动激振器产 生谐波补偿控制后的振动输出。为验证谐波失真控制效 果,在f < f, 频段内选取 0.1、0.2、0.5、0.8 和1 Hz 等为 特征频率,基于图3所示仿真模型,在控制前及谐波补偿 控制情况下,分别驱动激振器产生基频幅值为6 mm 的 振动位移信号。考虑到机械振动表征为加速度信号时对 应更明显的畸变特性,对仿真计算的振动位移信号进行 二次微分后得到相应的振动加速度信号,由 FFT 计算得 到控制前及谐波补偿控制后的振动加速度失真度如图 5 所示。可见,谐波补偿控制前,加速度失真度在选定频率 范围内均大于10%。然而,实施谐波补偿控制后,加速度



Fig. 5 Acceleration distortions at different frequencies

失真度明显降低。特别地,0.1 Hz 对应的加速度失真度 由控制前的 22.81%降低为控制后的 4.5%。此外,由 图 6 可见,0.1 Hz 对应的振动加速度波形在控制前表现 出严重畸变特征,相应的波形畸变也在控制后得到明显 改善。



图 6 0.1 Hz 加速度波形 Fig. 6 Acceleration waveforms at 0.1 Hz

由上述分析结果可知,基于传递函数模型构建的谐 波补偿方法可在选定频段内对振动加速度波形失真进行 有效控制,但在频率较低范围的振动加速度失真度高于 2%,仍不满足高精度振动校准需求。

3 基于近似解的谐波补偿控制

为进一步提高激振器输出振动信号波形控制精度, 需通过求解激振器低频机电耦合方程的一次及二次振动 位移近似解,建立输入、输出信号间更精确的幅值及相位 关系,进而对输出信号进行谐波补偿控制。

3.1 机电耦合方程近似解

通常情况下,电磁激振器电感参数 L 在低频段为可 忽略小量。基于此,将式(1)机电耦合方程简化后,结合 式(3)可得:

$$\frac{mR.}{Bl}y + \frac{cR + B^2l^2}{Bl}y + \frac{R}{Bl}(k_1y + k_3y^3 + k_5y^5) = u \quad (7)$$

假设输入电压信号 $u = U \sin(\omega t + \tau)(\omega, U, \tau 分别为$ 相应的角频率、幅值及初相位),将式(7)简化为:

 $\ddot{y} + n\dot{y} + \omega_0^2 (y + \varepsilon y^3 + \varepsilon \varepsilon_1 y^5) = \lambda \sin(\omega t + \tau) \quad (8)$ 式中: $n = (cR + B^2 l^2) / mR, \omega_0 = (k_1 / m)^{0.5}, \varepsilon = k_3 / k_1,$ $\varepsilon_1 = k_5 / k_3, \lambda = BlU / mR_\circ$ 假设式(8)的振动位移近似 解为 $y = \sum \varepsilon^j y_j (j = 0, 1, 2, \cdots), 其中, y_j$ 均为周期为 $2\pi / \omega$ 的函数, 令 ε 的各次幂系数等于 0, 代入式(8) 可得:

$$\begin{aligned} \ddot{y}_{0} + n\dot{y}_{0} + \omega_{0}^{2}y_{0} &= \lambda \sin(\omega t + \tau) \\ \ddot{y}_{1} + n\dot{y}_{1} + \omega_{0}^{2}y_{1} &= -\omega_{0}^{2}y_{0}^{3} - \varepsilon_{1}\omega_{0}^{2}y_{0}^{5} \\ \ddot{y}_{2} + n\dot{y}_{2} + \omega_{0}^{2}y_{2} &= -3\omega_{0}^{2}y_{0}^{2}y_{1} - 5\varepsilon_{1}\omega_{0}^{2}y_{0}^{4}y_{1} \\ \ddot{y}_{3} + n\dot{y}_{3} + \omega_{0}^{2}y_{3} &= -3\omega_{0}^{2}y_{0}y_{1}^{2} - 3\omega_{0}^{2}y_{0}^{2}y_{2} - \\ 10\varepsilon_{1}\omega_{0}^{2}y_{0}^{3}y_{1}^{2} - 5\varepsilon_{1}\omega_{0}^{2}y_{0}^{4}y_{2} \\ \ldots \end{aligned}$$
(9)

由于输出信号计算仅在稳态情况进行,当阻尼系数 *n*≠0时,可忽略式(9)第1项的瞬态解,得到其稳态 解为:

$$y_{0} = Y_{0}\sin(\omega t + \tau - \varphi_{0})$$
(10)

$$\vec{x} \oplus : Y_{0} = \frac{\lambda}{\sqrt{(\omega_{0}^{2} - \omega^{2})^{2} + (n\omega)^{2}}},$$

$$\varphi_{0} = \operatorname{atan}\left(\frac{n\omega}{\omega_{0}^{2} - \omega^{2}}\right) \circ$$

$$\vec{x}_{0} = \frac{\lambda}{\sqrt{(\omega_{0}^{2} - \omega^{2})^{2} + (n\omega)^{2}}},$$

$$\vec{x}_{0} = \frac{\lambda}{\sqrt{(\omega_{0}^{2} - \omega^{2})^{2} + (n\omega)^{2}}},$$

进一步,将式(10)代入式(9)第2项,可得相应稳态 解为:

$$y_{1} = \frac{(3A_{1} + 10B_{1})\sin(\omega t + \tau - 2\varphi_{0})}{\sqrt{(\omega_{0}^{2} - \omega^{2})^{2} + (n\omega)^{2}}} - \frac{(A_{1} + 5B_{1})\sin(3\omega t + 3\tau - 3\varphi_{0} - \varphi_{1})}{\sqrt{(\omega_{0}^{2} - 9\omega^{2})^{2} + (3n\omega)^{2}}} + \frac{B_{1}\sin(5\omega t + 5\tau - 5\varphi_{0} - \varphi_{2})}{\sqrt{(\omega_{0}^{2} - 25\omega^{2})^{2} + (5n\omega)^{2}}}$$
(11)
$$\frac{\omega_{0}^{2}Y_{0}^{3}}{\sqrt{(\omega_{0}^{2} - 25\omega^{2})^{2} + (5n\omega)^{2}}}$$
(11)

式中: $A_1 = -\frac{\omega_0 r_0}{4}, B_1 = -\frac{\omega_0 \varepsilon_1 r_0}{16}, \varphi_1 = \operatorname{atan}\left(\frac{5n\omega}{\omega_0^2 - 9\omega^2}\right),$ $\varphi_2 = \operatorname{atan}\left(\frac{5n\omega}{\omega_0^2 - 25\omega^2}\right)$ 。基于此,结合式(10)与(11),可 得激振器输出振动位移基频成分的一次近似解 v'为.

$$y' = y_0 + \varepsilon y_{11} \tag{12}$$

式中:
$$y_{11} = \frac{(3A_1 + 10B_1)\sin(\omega t + \tau - 2\varphi_0)}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (n\omega)^2}}$$

为更准确计算激振器的输入输出振动响应关系,将 式(10)及(11)代入式(9)的第3项,可得相应稳态解的 基频成分为:

$$y_{21} = \left(\frac{3}{2}Y_{21} + \frac{15}{8}Y_{22}\right)\sin(\omega t + \tau - 3\varphi_0) + \left(\frac{3}{4}Y_{21} + \frac{5}{4}Y_{22}\right)\sin(\omega t + \tau - \varphi_0) + \left(Y_{23} + \frac{5}{4}Y_{24}\right)\sin(\omega t + \tau - 2\varphi_0 - \varphi_1) + \frac{5}{16}Y_{24}\sin(\omega t + \tau - 2\varphi_0 + \varphi_1) + Y_{25}\sin(\omega t + \tau - 2\varphi_0 - \varphi_2)$$
(13)
$$\vec{x}_{1} + \frac{1}{2}Y_{21} = -\frac{\omega_0^2 Y_0^2 (3A_1 + 10B_1)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (n\omega)^2},$$

$$\begin{split} Y_{22} &= -\frac{\varepsilon_1 \omega_0^2 Y_0^4 (3A_1 + 10B_1)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (n\omega)^2}, \\ Y_{23} &= -\frac{3\omega_0^2 Y_0^2 (A_1 + 5B_1)}{4\sqrt{(\omega_0^2 - 9\omega^2)^2 + (3n\omega)^2}\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (n\omega)^2}}, \\ Y_{24} &= -\frac{\varepsilon_1 \omega_0^2 Y_0^4 (A_1 + 5B_1)}{\sqrt{(\omega_0^2 - 9\omega^2)^2 + (3n\omega)^2}\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (n\omega)^2}}, \\ Y_{25} &= -\frac{5\varepsilon_1 \omega_0^2 Y_0^4 B_1}{16\sqrt{(\omega_0^2 - 25\omega^2)^2 + (5n\omega)^2}\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (n\omega)^2}} \\ &= \frac{16 W_{1,0} W_{1,0}$$

为:

$$y'' = y_0 + \varepsilon y_{11} + \varepsilon^2 y_{21}$$
(14)

基于二次近似解 y"中的激振器参数关系,激振器输出的谐波成分主要由板簧非线性刚度参数 k(y)决定,而 对于刚度参数 k(y)已知的激振器系统,其输入电压信号 u的基频及幅值等参数的变化也将对应不同的谐波失真 特性。基于此,对于本文基于现有激振器系统实测参数 k_1,k_3,k_5 等所构建的近似解数学模型而言,激振器对应 的输出信号谐波失真主要由输入电压信号 u决定。

3.2 谐波控制效果仿真分析

为实现基于机电耦合方程一次及二次近似解的补偿 控制,首先,由式(12)及(14)分别计算出各阶高次谐波 成分对应补偿量的幅值和相位;其次,将该谐波补偿量反 相后与正弦输入信号叠加得到修正输入信号,进而驱动 激振器产生基于近似解谐波补偿控制的振动输出。为验 证相应的谐波补偿控制效果,选取与2.2节相同特征频 率及位移幅值进行仿真分析,对得到的振动位移信号二 次微分后得到振动加速度信号失真度如图 5 所示。可 见,近似解控制在整个选定频段的失真度均小于传递函 数控制,表明近似解控制具有更好的振动加速度谐波补 偿控制效果。而且,具有更高振动响应关系计算精度的 二次近似解控制效果优于一次近似解控制效果,在整个 频段内失真度均控制在2%以内。特别地,一次近似解控 制的 0.1 Hz 加速度失真度由控制前的 22.81% 降低为 4.42%,二次近似解控制进一步降低为1.78%,由图6可 见,相应的振动波形畸变也在一次及二次近似解控制后 得到明显改善。

考虑到 3 次谐波对整个频段内振动加速度波形失真 均具有较大影响,进一步分析得到控制前和基于不同方 法谐波补偿控制后的 3 次谐波幅值如表 2 所示。可见, 在整个频段内,基于传递函数及近似解的谐波补偿控制 均使 3 次谐波幅值相比控制前明显降低,降幅均在 85% 以上。而且,基于一次及二次近似解对 3 次谐波的控制 降幅均大于传递函数控制。与此同时,基于二次近似解 的 3 次谐波抑制效果在整个频段内也优于一次近似解。 特别地,基频为 0.1 Hz 对应的基于二次近似解控制的 3 次谐波幅值在基于一次近似解的控制结果基础上进一步降低了 49.37%。

 表 2 谐波幅值对比

 Table 2 Harmonic amplitude comparison

 谐波幅值/(m·s⁻²)

 控制前
 传递函数
 一次近似解

2. 39×10^{-5}

7.75 $\times 10^{-5}$

3. 40×10^{-4}

9.02 $\times 10^{-4}$

9.92 $\times 10^{-4}$

 1.21×10^{-5}

7.43 $\times 10^{-5}$

1.84×10⁻⁴

8.66 $\times 10^{-4}$

9. 50×10^{-4}

2.63×10⁻⁵

8.79×10⁻⁵

7.72×10⁻⁴

2. 30×10^{-3}

3. 33×10^{-3}

4 实验测试

为实验验证基于传递函数、一次及二次近似解控制 方法对低频电磁激振器输出振动信号的谐波补偿效果, 进一步搭建实验测试系统,分别对选定频段内的激振器 输出信号失真度及相应谐波特性进行检测。

4.1 实验测试系统

结合现有实验设备,搭建如图 7 所示的实验测试系统,各设备型号及主要技术参数如表 3 所示。信号发 生器可产生选定频率的标准正弦电压信号及多频率信 号叠加的谐波信号,通过功率放大器放大后,驱动激振 器产生相应的振动位移。安装在激振器工作平台前的 高精度位移传感器用于检测振动输出信号,该输出信 号和信号发生器生成的输入信号可以通过具有足够采 样率和采样精度的多通道数据采集卡同步采集并传输 到计算机,进而由测试软件计算出相应信号的失真度 及谐波成分。



图 7 实验测试系统 Fig. 7 Experimental test system

受限于实验系统搭建的激振器工作范围,基于传递 函数、一次及二次近似解对激振器的谐波补偿控制实验 测试过程选取仿真频率范围中的特征频率 0.5、0.8 和

表 3 实验设备型号及技术参数

Table 3 Experimental device model and technical

parameters

实验装置	型号	技术参数
言号发生器	普源 DG-812	最大输出频率:10 MHz;
数据采集卡	NI-USB-6212	最大采样频率:400 kS/s; 定时分辨率:50 ns;
力率放大器	协力 GF-300W	低频失真度:≤ 0.1%
立移传感器	ML33-A-V1-3	量程:20 mm;线性度:≤ ±1%; 响应频率:0~1 kHz
头短表直 言号发生器 数据采集卡 功率放大器 立移传感器	型亏 普源 DG-812 NI-USB-6212 协力 GF-300W ML33-A-V1-3	12 本 多 数 最大输出频率:10 MHz; 最大采样频率:400 kS/s; 定时分辨率:50 ns; 低频失真度:≤ 0.1% 量程:20 mm;线性度:≤ ±1% 响应频率:0~1 kHz

1 Hz,各频率对应的目标振动位移基频幅值同样为仿真 分析选取的6 mm。各补偿控制方法对输出振动信号的 谐波补偿实验控制过程与2.2 及3.2 节所述原理一致。

4.2 实验结果分析

为更准确分析实验测试结果,对检测的激振器振 动位移信号进行二次微分后得到振动加速度信号,通 过频谱分析得到控制前及谐波补偿控制后的振动加速 度失真度如图 8 所示。可见,谐波补偿控制前,加速度 失真度在选定频率范围内均大于10%。特别地,由图9 可见,0.5 Hz 对应的振动加速度波形畸变严重。然而, 由图 8 可见,基于传递函数、一次及二次近似解的谐波 补偿控制后,振动加速度失真度在整个频段内均明显 降低。基于近似解控制失真度在整个选定频段均小于 传递函数控制,表明近似解控制具有更好的振动加速 度谐波补偿控制效果。而且,二次近似解控制效果优 于一次近似解控制,在整个频段内失真度均控制在2% 以内。特别地,一次近似解控制的 0.5 Hz 加速度失真 度由控制前的 18.3% 降低为 1.82%, 而二次近似解控 制进一步降低为 1.2%, 由图 9 可见, 相应的振动波形 畸变也在传递函数、一次及二次近似解控制后得到明 显改善。



Fig. 8 Acceleration distortions of different control methods

基频 /Hz

0.1

0.2

0.5

0.8

1.0

5.35 $\times 10^{-4}$

2. 01×10^{-3}

9.47 $\times 10^{-3}$

1.81×10⁻²

2. 37×10^{-2}





图 9 0.5 Hz 加速度波形 Fig. 9 Acceleration waveforms at 0.5 Hz

此外,进一步分析得到的控制前和基于不同方法谐 波补偿控制后的3次谐波幅值如表4所示。可见,在整 个频段内,基于传递函数及近似解的谐波补偿控制均使 3次谐波幅值相比控制前明显降低,降幅均在84%以上。 而且,基于一次及二次近似解对3次谐波的控制降幅均 大于基于传递函数的控制结果。与此同时,整个频段内 基于二次近似解的3次谐波抑制效果也优于一次近似 解。特别地,基频为0.5 Hz 对应的基于二次近似解控制 的3次谐波幅值在基于一次近似解的控制结果基础上进 一步降低了36.33%。

		-	-		
基频	谐波幅值/(m·s ⁻²)				
/Hz	控制前	传递函数	一次近似解	二次近似解	
0.5	9.60×10 ⁻³	7.69×10 ⁻⁴	3. 11×10 ⁻⁴	1.98×10^{-4}	
0.8	1.80×10 ⁻²	2. 20×10 ⁻³	7.94×10 ⁻⁴	6. 28×10 ⁻⁴	
1.0	2. 21×10^{-2}	3. 40×10^{-3}	1. 10×10 ⁻³	9.79×10 ⁻⁴	

表 4 谐波幅值对比 Table 4 Harmonic amplitude comparison

5 结 论

为提高电磁激振器在低频段输出大行程振动信号的 波形精度,在激振器机电耦合模型分析基础上,基于辨识 的系统传递函数及振动位移一次及二次近似解对输出振 动信号进行了谐波补偿控制,可得结论为:

1) 基于传递函数、一次及二次近似解对输出信号的 谐波补偿控制可明显降低 0.1~1 Hz 频段内的加速度失 真度,基于近似解控制效果均优于传递函数控制,基于二 次近似解控制在整个频段内失真度均控制在 2% 以内, 0.1 Hz 对应的加速度失真度由传递函数控制的 4.5% 降 低为二次近似解控制的 1.78%。

2) 各谐波补偿控制方法均使输出振动加速度信号

3次谐波幅值在选定频段内相比控制前降低 84% 以上, 基于近似解的 3次谐波控制降幅均大于传递函数控制, 基于二次近似解的控制效果优于一次近似解,0.1 Hz 对 应的二次近似解控制 3次谐波幅值在一次近似解的控制 结果基础上进一步降低了 49.37%。

3)提出的谐波补偿控制方法有效提高了激振器输 出低频振动信号波形精度,可进一步推广应用于其他非 线性激振器高精度控制领域。

参考文献

[1] 李胜波,柳一凡,林志树,等.基于耦合源误差分析的转子振动信号识别方法[J].仪器仪表学报,2023,44(2):75-83.

LI SH B, LIU Y F, LIN ZH SH, et al. Rotor vibration signal recognition method based on coupling source error analysis [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2023, 44(2): 75-83.

- JUNG H J, ESHGHI A T, LEE S. Structural failure detection using wireless transmission rate from piezoelectric energy harvesters [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2021, 26 (4): 1708-1718.
- [3] 王一干,刘鹏辉,李腾,等. 车辆段轨道减振措施对 上盖建筑减振降噪效果试验研究[J]. 振动与冲击, 2020, 39(21): 284-291.
 WANG Y G, LIU P H, LI T, et al. Tests for effect of track vibration reduction measures in a depot on vibration and noise reduction of a super structure[J]. Journal of Vibration and Shock, 2020, 39(21): 284-291.
- [4] 张娟,张磊,程文华,等.一种高灵敏度声表面波振动传感器的设计研究[J]. 仪器仪表学报,2023,44(10):100-111.
 ZHANG J, ZHANG L, CHENG W H, et al. Research on the design of a high-sensitivity surface acoustic wave vibration sensor [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2023, 44(10):100-111.

[5] 杨明,蔡晨光,刘志华,等. 基于长冲程振动台导轨 弯曲校正的低频振动传感器校准方法[J]. 振动与冲击, 2022, 41(1):116-120.
YANG M, CAI CH G, LIU ZH H, et al. Calibration method of low frequency vibration sensor based on guideway bending correction of long stroke shaker[J]. Journal of Vibration and Shock, 2022, 41(1):116-120.

- [6] Methods for the calibration of vibration and shock transducers, Part 11: Primary vibration calibration by laser interferometry: ISO 16063-11[S]. Geneva: ISO, 1999.
- [7] RIPPER G P, DIAS R S, GARCIA G A. Primary accelerometer calibration problems due to vibration

exciters [J]. Measurement, 2009, 42(9); 1363-1369.

- [8] HE W, ZHANG X F, WANG CH Y, et al. A longstroke horizontal electromagnetic vibrator for ultralowfrequency vibration calibration [J]. Measurement Science and Technology, 2014, 25(8): 085901.
- [9] 张旭飞,姜文琦,胡天恩,等.低频电磁振动台非均 匀气隙磁场优化设计[J]. 计量学报, 2022, 43(1); 85-91.

ZHANG X F, JIANG W Q, HU T EN, et al. Optimization design of non-uniform air gap magnetic field for low-frequency electromagnetic vibrator [J]. Acta Metrologica Sinica, 2022, 43(1): 85-91.

- [10] HE W, WANG CH Y, YU M, et al. Closed-doublemagnetic circuit for a long-stroke horizontal electromagnetic vibration exciter [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2013, 49(8): 4865-4872.
- $\begin{bmatrix} 11 \end{bmatrix}$ 魏燕定. 超低频标准振动台支承弹簧选择设计[J]. 机械科学与技术, 2000, 19(3): 395-396, 401. WEI Y D. Selection and design of suspension spring in Ultra-low frequency standard vibrator [J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering. 2000, 19(3): 395-396, 401.
- 胡天恩,张旭飞,兰媛.簧片式电磁振动台波形失真 [12] 特性分析[J]. 振动与冲击, 2021, 40(21): 179-184. HU T EN, ZHANG X F, LAN Y. Analysis of waveform distortion characteristics of reed type electromagnetic vibrator [J]. Journal of Vibration and Shock, 2021, 40(21): 179-184.
- [13] 胡红波,于梅.低频振动台激励系统负反馈控制的研 究与应用[J]. 计量学报, 2010, 31(6): 513-516. HU H B, YU M. Study on feedback control for the secondary standard of national low-frequency vibration exciter [J]. Acta Metrologica Sinica, 2010, 31 (6): 513-516.
- SHE T L, MA S L, GAO F. Ultralow frequency standard [14] vibration calibration system based on DSP[J]. Applied Mechanics and Materials, 2014, 3006 (511-512): 402-405.
- ZHANG X F, HE W, WANG CH Y. Self-sensing [15] waveform control for a low-frequency electromagnetic vibrator [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics,

2017, 22(2): 785-793.

[16] 谢宝莹,杨斌堂,杨诣坤,等.新型电磁振动台低频 振动控制研究[J]. 噪声与振动控制, 2018, 38(3): 198-202.

XIE B Y, YANG B T, YANG Y K, et al. Modified repetitive control for novel electromagnetic vibration tables [J]. Noise and Vibration Control, 2018, 38(3): 198-202.

- 魏燕定. 超低频标准振动台波形失真度近似解析 [17] 解[J]. 振动与冲击, 2000, 19(3): 49-51. WEI Y D. Approximate analytical solution of waveform distortion of ultra-low frequency standard vibrator [J]. Journal of Vibration and Shock, 2000, 19(3): 49-51.
- OIU Y T, ZHANG L, LIU X K, et al. Reduce the [18] waveform distortion using high-order harmonical driving current for a vibrator [J]. IEEE Access, 2021, 9: 54657-54662.
- 张旭飞, 权龙, 熊晓燕. 基于传递函数的振动谐波 [19] 迭代控制系统: CN201810598233.4. [P]. 中国, 2021-05-28. ZHANG X F, QUAN L, XIONG X Y. Vibration harmonic iterative control system based on transfer function: CN201810598233.4. [P]. China, 2021-05-28.
- [20] ZUO SH G, FENG ZH Y, PAN J, et al. Electromechanical coupling dynamic modeling and analysis of vertical electrodynamic shaker considering low frequency lateral vibration [J]. Advances in Mechanical Engineering, 2020, 12(10): 1-16.

作者简介



张旭飞(通信作者),2012年于海南大 学获得学士学位,2017年于浙江大学获得博 士学位,现为太原理工大学副教授,主要研 究方向为振动计量、测试与控制。 E-mail:zhangxufei@tyut.edu.cn

Zhang Xufei (Corresponding author) received his B. Sc. degree from Hainan University in 2012, and Ph. D. degree from Zhejiang University in 2017. He is currently an associate professor at Taiyuan University of Technology. His main research interests include vibration metrology, testing and control.