DOI: 10. 19650/j. cnki. cjsi. J2311469

# 考虑驱动耦合的绳驱动外肢体机器人 运动建模及控制研究\*

齐飞1,张恒1,孙杰1,李宵灵1,陈柏2

(1.常州大学机械与轨道交通学院 常州 213164; 2.南京航空航天大学机电学院 南京 210016)

摘 要:针对绳驱动外肢体机器人由于其布线形式及驱动耦合所造成的运动建模复杂及控制精度低等问题,研究了一种考虑驱动耦合的绳驱动外肢体机器人运动建模及控制方法。基于 D-H 法和欧拉变换原理构建了刚柔一体外肢体机器人的运动学模型,并根据关节耦合机理推导相邻关节间的主动解耦模型,提出了一种基于驱动解耦运动学模型的外肢体控制策略。最后搭建了外肢体机器人实验样机,并对其所建运动模型及控制方法进行验证。结果表明,机器人末端多点定位误差最大为 7.45 mm,移动路径最大误差为 7.24 mm,总体误差平均值为 6.08 mm,由此验证了所提的刚柔一体外肢体机器人驱动解耦运动学模型和控制策略的正确性,具有较好的控制精度和运动品质。

关键词:外肢体机器人;运动建模;关节耦合;主动解耦 中图分类号: TP242 TH89 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 460.50

## Modeling and control of cable-driven supernumerary robotic limbs motion considering drive coupling

Qi Fei<sup>1</sup>, Zhang Heng<sup>1</sup>, Sun Jie<sup>1</sup>, Li Xiaoling<sup>1</sup>, Chen Bai<sup>2</sup>

(1. School of Mechanical Engineering and Rail Transit, Changzhou University, Changzhou 213000, China;
2. College of Mechanical and Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract**: A kinematic modeling and control method for the cable-driven supernumerary robotic limbs is proposed to address the problems of complex motion modeling and low control accuracy caused by its wiring form and drive coupling. The kinematic model of the rigid-flexible supernumerary robotic limbs is formulated, which is based on the (denavit-hartenberg, D-H) method and the Euler transform principle. The active decoupling model between adjacent joints is derived based on the joint coupling mechanism, and a supernumerary robotic limbs control strategy based on the drive decoupling kinematics model is proposed. Finally, an experimental prototype of a supernumerary robotic limbs is established, and its motion model and control method are evaluated. The results show that the maximum multi-point positioning error of the robot end is 7.45 mm, the maximum moving path error is 7.24 mm, and the average value of the overall error is 6.08 mm, which verify the correctness of the decoupling kinematics model and control strategy of the proposed rigid and flexible supernumerary robotic limbs with good control accuracy and motion quality.

Keywords: supernumerary robotic limbs; motion modelling; joint coupling; active decoupling

0 引 言

外肢体机器人能够模仿人体四肢功能并与人体肢体 对接融合、相互协作以完成单人双手无法完成的复杂作 业,在农业生产、水果采摘等领域具有广阔的应用前 景<sup>[1-5]</sup>。但由于外肢体驱动形式复杂,关节间耦合严重, 外肢体机器人控制精度较低,严重影响外肢体的辅助操 作和辅助支撑的作业质量,亟需研究一种考虑驱动耦合 的绳驱动外肢体机器人的解耦运动学模型,以提高机器 人的运动精度和控制品质。

\*基金项目:中国博士后科学基金(2022M711436)、江苏省普通高校自然科学研究计划(21KJB460029)项目资助

收稿日期:2023-05-22 Received Date: 2023-05-22

目前,国内外对外肢体驱动方式及解耦策略进行了 相关研究。LLrens 等<sup>[6]</sup> 通过偏最小二乘法和有色 Petri 网预测方法以获取人体与外肢体机器人(supernumerary robotic limbs, SRL)间的映射关系,从而实现机器人的跟 随控制,但模型复杂,控制精度及实时性较差。Bright<sup>[7]</sup> 设计的舱内布线及装配外肢体机器人,基于力传感及阻 抗控制实现了稳定力控制并对其进行了控制策略研究。 Vatsal 等<sup>[8-9]</sup>研制的肘部外肢体机器人,利用线性模型预 测延迟,对人体扰动造成的误差进行有效补偿。但上述 外肢体多采用电机直接驱动,使得系统惯量、体积较大, 因此可将绳索驱动技术融入机械臂设计,使其拥有更佳 的柔顺性及人机交互安全性。德国 igus <sup>®</sup> GmbH 研发的 robolink<sup>®</sup> WR 绳驱机械臂,通过绳索将力传输至各关 节,使得机械臂结构能够高度轻量化<sup>[10]</sup>,但仅对其进行 了视觉定位研究,尚未涉及驱动策略及绳索耦合补偿等 相关问题研究。Lens 团队<sup>[11-13]</sup>针对其研发的绳驱机械臂 "Bio Rob"开展了动力学建模、速度估计和鲁棒轨迹跟踪 等研究。Lange 等<sup>[14-15]</sup> 通过设计用于广义力控制和广义 位置控制的控制器,用于抑制其研制的 AWIWI II 关节空 间和笛卡尔端点处耦合。董礼港等[16]基于旋量理论对 其研制的绳驱动拟人臂机器人存在耦合问题的关节进行 解耦分析,并进行自校准、动力学建模等方面的研究,但 解耦模型复杂,计算量较大且控制精度较低。

为此,本文将针对自主研发的刚柔一体外肢体机器 人的解耦运动学模型及控制策略进行研究,以提高机器 人的控制品质。首先基于标准 D-H(denavit-hartenberg) 法和欧拉变换原理推导机器人的运动学模型,并针对 绳-轮驱动系统中关节耦合机理建立主动解耦模型,提 出一种基于驱动耦合的解耦运动学模型。最后通过仿 真及实验对所建模型和控制系统的有效性和准确性进 行验证。

## 1 外肢体机器人结构设计

针对制造业、农业生产中工作环境复杂,工作流程繁 琐等特点,本文提出了一种绳驱动穿戴式刚柔一体外肢 体机器人,如图1所示。该机器人采用绳索驱动,相较于 传统电机驱动的关节而言,其能够有效降低机器人运动 惯性,提高系统负载自重比,同时能够通过更换机械臂末 端执行器以满足不同作业任务和环境需求。为增大机器 人末端的灵活性和柔顺性,外肢体机械臂末端采连续体 机构形式,通过连续体机构灵巧的弯曲变形运动,以实现 对末端执行器位姿的调节。

## 1.1 刚柔耦合结构设计

刚性外肢体机器人应用颇为广泛,其具有较好的负 载性能、结构强度及控制精度,但面对狭小空间及复杂作



图 1 外肢体机器人整体图 Fig. 1 Overall view of the supernumerary robotic limbs

业环境时,刚性结构就缺乏必要的灵活性及柔顺性,难以 直接应用,因此,本文将融合柔性结构及刚性结构各自优势,提出一种兼具高刚度、强负载及大灵巧性的刚柔一体 外肢体机械臂,如图 2 所示。



图 2 刚柔耦合机械臂结构 Fig. 2 Structure of the rigid-flexible coupling robot arm

#### 1.2 驱动绳索布局设计

绳索传动技术中,绳索只能单向受力,因此控制单 个关节的运动需要单个或多个电机控制绳索拉伸。目 前常见的绳索控制方法可分为 n 型,n+1 型,n+2 型和 2n 型,n 型控制方式处于闭环状态,需要额外的张紧机 构,其余 3 种虽不需要张紧机构,但电机配置多。考虑 到外肢体机器人的轻量化和控制难度,本文采用 n 型 控制方式。

外肢体机械臂的驱动布局示意图如图 3 所示,其中 肩部由电机与同步带进行旋转控制,大臂、小臂和柔性结 构的运动由绳索控制,并采用 n 型控制方法。大臂驱动 绳组控制大臂驱动轴的旋转,小臂驱动绳组则通过大臂 驱动轴上的导向轮控制小臂驱动轴的旋转,驱动柔性的 两组绳索通过大臂驱动轴、小臂驱动轴上的导向轮,固定 于柔性结构的末端,以驱动柔性结构的形变运动。

图 3 中细节图分别为驱动绳索在各个关节的布局示 意图,单个电机输出的两条绳索通过前端关节的导向轮 后固定于对应关节的驱动轮上,通过电机转动带动驱动 绳索长度变化,从而实现外肢体机械臂的运动控制。同 时外肢体末端连续体弯曲单元同样采用绳索驱动形式, 以减少系统整体的体积和质量,提高其负载自重比,实现 系统结构的轻量化。



Fig. 3 Cable layout of mechanical arm

## 2 外肢体机器人运动学建模与分析

不同于传统机械臂关节处安装电机的设计,本文采 用绳索驱动/传动形式,即通过改变绳索长度实现对外肢 体机械臂的运动控制。为便于建模分析,将机器人的运动 空间分为驱动空间(电机转动角度)、关节空间(关节参数) 和工作空间(位姿坐标),如图4所示,通过3个空间间的 相互映射关系来构建外肢体机器人的运动学模型。



考虑到外肢体机械臂是由刚性结构与柔性结构相互 串联而成,难以通过统一的建模方法对其进行运动学分 析,因此本文采用分布式的运动学分析方法,先分后总, 先对各个机构进行建模分析,而后通过齐次坐标转化进 行串联叠加,最终得到整个外肢体系统的运动学模型。 其中,刚性结构采用传统串联机械臂的建模方法(即 D-H 参数法),而柔性结构则采用欧拉变换原理(假定弯曲时 各处曲率相等)进行建模分析。

## 2.1 刚性结构运动学

1)关节空间-工作空间映射

(1)关节空间→工作空间

刚性结构由 3 个绳驱动旋转关节串联组成,如图 5 所示。首先根据 D-H 法建立外肢体机械臂各个关节的

参考坐标系,如图 6 所示,每个关节的旋转轴线为坐标系 z 轴,连杆的轴线方向为坐标系的 x 轴, y 轴则通过右手定 则获得。然后根据所建的各个关节坐标系,得到如表 1 所示的外肢体机械臂 D-H 参数。



图 5 刚性结构坐标系 Fig. 5 Coordinate system for rigid structures



图 6 刚性结构 D-H 参数模型

Fig. 6 D-H parametric model for rigid structures

表 1 D-H 参数 Table 1 D-H parameter table

i	$\theta_i/(\circ)$	$d_i$ /mm	$a_i/\mathrm{mm}$	$\alpha_i/(\circ)$	范围/(°)
1	$\theta_1$	-150	0	90	-225~45
2	$\theta_2$	0	300	0	-225~45
3	$\theta_3$	0	255	0	±135

根据所建关节坐标系及 D-H 参数,对外肢体刚性结构进行正运动学分析,即刚性机构关节参数(连杆参数和 关节角)与外肢体末端位姿间映射关系。

机械臂相邻坐标系  $O_{i-1}$  与  $O_i$  之间的变换关系为:

 $\sum_{i=1}^{i-1} T = \operatorname{Rot}(z_{i-1}, \theta_i) \operatorname{Trans}(0, 0, d_i) \operatorname{Trans}(a_i, 0, 0) \operatorname{Rot}(x_i, \alpha_i) =$ 

$$\begin{bmatrix} \cos \theta_{i} & -\cos \alpha_{i} \sin \theta_{i} & \sin \alpha_{i} \sin \theta_{i} & a_{i} \cos \theta_{i} \\ \sin \theta_{i} & \cos \alpha_{i} \cos \theta_{i} & -\sin \alpha_{i} \cos \theta_{i} & a_{i} \sin \theta_{i} \\ 0 & \sin \alpha_{i} & \cos \alpha_{i} & d_{i} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(1)

根据式(1),即可求得刚性结构末端坐标系  $O_3$ 相对于基坐标系  $O_0$ 的齐次变换矩阵 ${}^{3}T_{:}$ 

$${}^{0}_{3}T = {}^{0}_{1}T \times {}^{1}_{2}T \times {}^{2}_{3}T$$

$${}^{0}_{3}T = \begin{bmatrix} c_{1}c_{2+3} & -c_{1}s_{2+3} & s_{1} & c_{1}(300c_{2}+255c_{2+3}) \\ s_{1}c_{2+3} & -s_{1}s_{2+3} & -c_{1} & s_{1}(300c_{2}+255c_{2+3}) \\ s_{2+3} & c_{2+3} & 0 & 300s_{2}+255s_{2+3}-150 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^{0}_{3}T = \begin{bmatrix} c_{1}c_{2+3} & -c_{1}s_{2+3} & -c_{1} & s_{1}(300c_{2}+255c_{2+3}) \\ s_{2+3} & c_{2+3} & 0 & 300s_{2}+255s_{2+3}-150 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^{0}_{3}T = \begin{bmatrix} c_{1}c_{2+3} & -c_{1}s_{2+3} & -c_{1} & s_{1}(300c_{2}+255c_{2+3}) \\ s_{2+3} & c_{2+3} & 0 & 300s_{2}+255s_{2+3}-150 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

式中: $s_1$ 表示为 sin  $\theta_1$ ,  $s_{2+3}$ 表示为 sin( $\theta_2+\theta_3$ )。

(2)工作空间→关节空间

为实现对外肢体机械臂的运动控制,下面对其进行 逆运动学分析,即通过机器人末端位姿来求解各个关节 参数。根据上述正运动学模型可知,外肢体刚性结构的 末端坐标系 *O*<sub>3</sub> 的空间位置(*p*<sup>1</sup><sub>x</sub>, *p*<sup>1</sup><sub>x</sub>)为:

$$p_{x}^{1} = c_{1}(300c_{2} + 255c_{2+3})$$

$$p_{y}^{1} = s_{1}(300c_{2} + 255c_{2+3})$$

$$p_{z}^{1} = 300s_{2} + 255s_{2+3} - 150$$

$$idt table (4) if table (4)$$

$$\cos\theta_3 = \frac{(p_x^2)^2 + (p_y^2)^2 + (p_z^2)^2 - 300^2 - 255^2}{2 \times 300 \times 255}$$
(5)

因此有 sin 
$$\theta_3 = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \theta_3}$$
, 求得  $\theta_3$ :  
 $\theta_3 = \operatorname{atan2}(\sin \theta_3, \cos \theta_3)$  (6)

式中: $\theta_3$  两解  $\theta_{3,1} \in [-3/4\pi, 3/4\pi]$ 和  $\theta_{3,2=-}\theta_{3,1\circ}$ 

联立式(4)中 $p_x^1$ 和 $p_y^1$ 并结合已知的 $\theta_3$ ,可求得 sin $\theta_2$ 和 cos $\theta_2$ 。

根据 sin  $\theta_2$  和 cos  $\theta_2$  和  $\theta_3$  的两解( $\theta_{3,1}, \theta_{3,2}$ ),求得的  $\theta_2$  有 4 个解  $\theta_{2,1}, \theta_{2,2}, \theta_{2,3}$  和  $\theta_{2,4,0}$ 

当  $\theta_3 \in [0, 3/4\pi]$ 时, 即  $s_3^+ = \sqrt{1 - (c_3)^2}$ ,求得  $\theta_{2,1}$ 、  $\theta_{2,2\circ}$ 

$$\theta_{2,1\&2} = \operatorname{atan2}((300 + 255c_3)p_z^1 \mp 255s_3^+ \times \sqrt{(p_x^1)^2 + (p_y^1)^2}, \pm (300 + 255c_3)\sqrt{(p_x^1)^2 + (p_y^1)^2} + 255s_3^+p_z^1)$$
(7)

当 $\theta_3 \in [0, 3/4\pi]$ 时,即 $s_3 = \sqrt{1 - (c_3)^2}$ ,求得  $\theta_{2,3}, \theta_{2,4\circ}$ 

通过式(4) 中
$$p_x^1$$
和 $p_y^1$ 求 $\theta_1$ :  
 $\theta_{1,1} = \operatorname{atan2}(p_y^1, p_x^1)$   
 $\theta_{1,2} = \operatorname{atan2}(-p_y^1, -p_x^1)$ 
(8)

最后通过  $\theta_3$  的值确定  $\theta_2$ , 再根据坐标  $p_x^1$ 、  $p_y^1$ 及 (300*c*,+255*c*<sub>2+3</sub>)的正负求得以下 4 组解:

$$(\theta_{1}\theta_{2}\theta_{3}) = \begin{cases} (\theta_{1,1}\theta_{2,1}\theta_{3,1}) \\ (\theta_{1,1}\theta_{2,3}\theta_{3,2}) \\ (\theta_{1,2}\theta_{2,2}\theta_{3,1}) \\ (\theta_{1,2}\theta_{2,4}\theta_{3,2}) \end{cases}$$
(9)

2) 驱动空间-关节空间映射

(1) 驱动空间与关节空间耦合问题

为实现外肢体机械臂的轻量化设计,机器人采用绳 索驱动进行控制,由于前端机械臂的运动会使得后端机 械臂驱动绳索的长度发生变化,从而导致后端机械臂在 前端机械臂旋转时产生驱动耦合现象。如图 7 所示,当 机械臂 *i* 逆时针转动 θ 角度后,机械臂 *i*+1 驱动绳索通过 导向轮 *i* 的长度增大,从而使得缠绕驱动轮 *i*+1 的绳索 变短,导致机械臂 *i*+1 从原有与机械臂 *i* 的平行状态顺 时针偏转了γ角度,因此,在对驱动空间与关节空间的映 射模型进行分析时,需要对关节驱动耦合进行解耦分析。



图 7 刚性结构绳索驱动耦合现象

Fig. 7 Cable-driven coupling phenomenon for rigid structures

假设关节驱动轮的半径为 *R<sub>ji</sub>*,导向轮的半径为 *r<sub>i</sub>*。 根据几何关系分析,绳索长度可表示为:

$$r_i \theta_i = R_{Ji+1} \gamma_{i+1} \tag{10}$$

为补偿前一关节所产生的驱动耦合量,需要将机械 臂 i+1反方向旋转角度  $\gamma$ ,即旋转耦合转角  $\omega_{i+1}$ :

$$\omega_{i+1} = -\gamma_{i+1} = -\frac{r_i}{R_{i+1}}\theta_i \tag{11}$$

当机械臂 1 到机械臂 *i* 的旋转角度分别为 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_i$ 时,机械臂 *i*+1 的耦合转角 $\omega_{i+1}$ 是前端机械臂累计叠加的结果。考虑到肩部关节转动角度 $\theta_1$ 与后端关节没有耦合现象,基于转动角度 $\theta_i$ 与补偿耦合转角 $\omega_{i+1}$ 间的

映射关系可得到总补偿映射为:

$$\begin{bmatrix} \omega_{2} \\ \omega_{3} \\ \omega_{4} \\ \vdots \\ \omega_{n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -\frac{r_{2}}{R_{J3}} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -\frac{r_{2}}{R_{J4}} & -\frac{r_{3}}{R_{J4}} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\frac{r_{2}}{R_{Jn}} & -\frac{r_{3}}{R_{Jn}} & -\frac{r_{4}}{R_{Jn}} & \cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{2} \\ \theta_{3} \\ \theta_{4} \\ \vdots \\ \theta_{n} \end{bmatrix}$$

(12)

式(12)为外肢体机械臂关节耦合转角与前端关节 转动角度间的映射关系,故机械臂运动的解耦角度为- $\omega_i$ ,后端关节的实际转角为:

 $\delta_i = -\omega_i + \theta_i \tag{13}$ 

假设伺服电机驱动轮与关节驱动轮的传动比为 k<sub>i</sub> (式(14)),则电机转动角度和关节转动角度的映射关系 为式(15)。

(2)关节空间→驱动空间

考虑到外肢体机械臂肩部和大臂关节的驱动绳索不 会产生耦合现象,所以根据肩部和大臂结构及其驱动轮 的几何关系可表示为:

$$\varphi_1 = k_1 \theta_1 \tag{16}$$

 $\varphi_2 = k_2 \delta_2 = k_2 \theta_2 \tag{17}$ 

但机械臂的大臂运动势必会影响小臂的旋转角度, 因此需要通过绳索补偿技术来实现驱动的解耦,即通过 控制小臂额外旋转以保持与大臂的平行状态,因此根据 式(15)求得:

$$\varphi_3 = k_3 \delta_3 = k_3 \left( \frac{r_2}{R_{J3}} \theta_2 + \theta_3 \right) \tag{18}$$

(3) 驱动空间→关节空间

根据式(16)和(17)可将外肢体机械臂关节旋转角  $\theta_1, \theta_2$ 表示为:

$$\theta_1 = \frac{\varphi_1}{k_1} \tag{19}$$

$$_{2} = \frac{\varphi_{2}}{k_{2}} \tag{20}$$

根据几何分析并联立式(18)和(20)可得 θ<sub>3</sub>为:

$$\theta_3 = \frac{r_2}{R_{J3}}\theta_2 - \frac{\varphi_3}{k_3} = \frac{r_2\varphi_2}{k_2R_{J3}} - \frac{\varphi_3}{k_3}$$
(21)

#### 2.2 柔性结构运动学

A

1)关节空间-工作空间映射

(1)关节空间→工作空间

由于外肢体机械臂末端采用柔性连续型结构,能够 通过自身的弯曲变形来灵活地调节外肢体末端执行器的 姿态。下面在常曲率圆弧假设下采用几何分析法来分析 柔性弯曲单元的运动学,即假设弯曲过程中弯曲单元轴 线为曲率相同的曲线,并通过几何法构建相邻坐标系间 的映射关系。如图 8 和 9 所示,在柔性弯曲单元的首尾 两端分别建立坐标系  $O_3$ 、 $O_4$ ,其中  $\alpha$  和  $\beta$  分别为弯曲单 元的偏转角和弯曲角。



图 8 柔性结构坐标系

Fig. 8 Coordinate system for flexible structures



图 9 柔性结构常曲率模型

Fig. 9 Constant curvature model for flexible structures

根据几何分析法,对于相邻关节坐标系间的齐次变 换矩阵,可通过欧拉变换获得。首先将坐标系 O<sub>--</sub> 沿着 自身坐标轴 x 轴旋转  $\alpha_i$  角度,然后沿着自身坐标轴 y 轴旋转  $\beta_i$  角度,最终将其沿自身 x 轴旋转- $\alpha_i$  角度使前后端坐标系重合,以上变换过程可简化为:

$$i_{i}^{i-1}T = Trans \begin{pmatrix} \frac{Lsin(\beta_{i})}{\beta_{i}}, \frac{Lsin(\alpha_{i})[1 - cos(\beta_{i})]}{\beta_{i}}, \\ \frac{Lcos(\alpha_{i})[1 - cos(\beta_{i})]}{\beta_{i}} \end{pmatrix} \times Rot(x, \alpha_{i})Rot(y, \beta_{i})Rot(x, -\alpha_{i})$$
(22)  
将式(22)展开得:

$${}_{i}^{i-1}T =$$

 ${}^{3}T =$ 

 $c^2 \alpha_i c \beta_i + s^2 \varphi_i$  $c\alpha_i s\alpha_i (c\beta_i - 1)$  $L_{s}\beta_{i}/\beta_{i}$  $c\alpha_i s\beta_i$  $s^2 \alpha_i c \beta_i + c^2 \alpha_i$  $Ls\alpha_i(1-c\beta_i)/\beta_i$  $c\alpha_i s\alpha_i c\beta_i - c\alpha_i s\alpha_i$  $s\alpha_i s\beta_i$  $-s\alpha_i s\beta_i$  $c\beta_i$  $Lc\alpha_i(1-c\beta_i)/\beta_i$  $-c\alpha_i s\beta_i$ 0 0 0 1 (23)

将偏转角  $\alpha$ 、旋转角  $\beta$  及柔性结构长度 L = 100 mm代入式(23)得柔性弯曲单元前后两端坐标系  $O_3$  和  $O_4$ 间的齐次变换矩阵:

$$\begin{bmatrix} c^{2}\alpha c\beta + s^{2}\alpha & c\alpha s\alpha (c\beta - 1) & c\alpha s\beta & 100s\beta/\beta \\ c\alpha s\alpha c\beta - c\alpha s\alpha & s^{2}\alpha c\beta + c^{2}\alpha & s\alpha s\beta & 100s\alpha (1 - c\beta)/\beta \\ -c\alpha s\beta & -s\alpha s\beta & c\beta & 100c\alpha (1 - c\beta)/\beta \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ (24) \end{bmatrix}$$

式中: c 代表 cos; s 代表 sin; 且  $\alpha \in [0, 2\pi], \beta \in [0, \frac{\pi}{2}]_{\circ}$ 

(2)工作空间→关节空间

通过上述关节空间到工作空间的映射分析并根据 式(24)得到柔性弯曲单元末端坐标为:

$$\begin{cases} x = L\sin\beta/\beta \\ y = L\sin\alpha(1 - \cos\beta)/\beta \\ z = L\cos\alpha(1 - \cos\beta)/\beta \end{cases}$$
(25)

通过上式(25)可求得偏转角  $\alpha_i$  和旋转角  $\beta_i$  和空间 坐标的映射关系为:

$$\begin{cases} \alpha = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \\ \beta = 2\arctan\left(\frac{\sqrt{y^2 + z^2}}{x}\right) \end{cases}$$
(26)

2) 驱动空间-关节空间映射

(1)关节空间→驱动空间

通过改变柔性弯曲单元的 4 根驱动绳索 ( $l_{4,1}$ , $l_{4,2}$ 、  $l_{5,1}$ 、 $l_{5,2}$ )的长度,可以控制  $\alpha_i$ 和 $\beta_i$ 的值,从而实现机器 人的弯曲变形运动。根据基于常曲率模型的几何关系分 析,可求得对应绳索的变化量,其中成对的绳索( $l_{4,1}$ 和  $l_{4,2}$ 、 $l_{5,1}$ 和 $l_{5,2}$ )为耦合关系,变化量相同,方向相反,由两 台电机分别控制( $\varphi_4$ 、 $\varphi_5$ )。而电机转动角度(不考虑驱 动耦合)计算如下:

$$\varphi_4 = \frac{\Delta l_{4,1}}{R_{E4}} = -\frac{\Delta l_{4,3}}{R_{E4}} = \frac{d\beta \cos \alpha}{R_{E4}}$$
(27)

$$\varphi_{5} = \frac{\Delta l_{5,1}}{R_{E5}} = -\frac{\Delta l_{5,2}}{R_{E5}} = \frac{d\beta \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)}{R_{E5}}$$
(28)

(2) 驱动空间→关节空间

驱动空间到关节空间映射的过程量为  $\varphi_i$ ,即通过 电机驱动轮旋转改变驱动绳索的长度,从而使  $\alpha$  和  $\beta$ 的值发生变化。在已知对应电机转动角度 ( $\varphi_4, \varphi_5$ )的 情况下,结合式(27)和(28)可求得柔性弯曲单元的  $\alpha,\beta$ 为:

$$\alpha = \begin{cases} \arctan\left(-\frac{\varphi_{5}R_{E5}}{\varphi_{4}R_{E4}}\right), & |\varphi_{4}R_{E4}| \neq |\varphi_{5}R_{E5}| \\ 0, & |\varphi_{4}R_{E4}| = |\varphi_{5}R_{E5}| \end{cases}$$

$$\beta = \begin{cases} \frac{\varphi_{4}R_{E4}}{d\cos\alpha} & \alpha \neq \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \\ \frac{\varphi_{5}R_{E5}}{d} & \alpha = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \end{cases}$$

$$(30)$$

## 2.3 外肢体刚-柔耦合系统运动学

1)关节空间—工作空间映射

综合以上对刚性结构和柔性结构的正运动学分析, 下面来构建整个外肢体机械臂的运动学模型。首先在各 个关节建立坐标系( $O_0 \sim O_5$ ),如图 10 所示。令刚性结构 的末端坐标系与柔性结构的首端坐标系相重合, $O_0 \sim O_3$ 为刚性结构末端关节坐标系, $O_3 \sim O_4$  为柔性结构末端坐 标系, $O_4 \sim O_5$  为末端执行器的两端坐标系。然后将坐标 系进行简化,得到外肢体系统坐标系示意图如图 11 所示。





结合刚性结构与柔性结构间的齐次变换矩阵,可求 得外肢体末端执行器坐标系 *O*<sub>5</sub> 相对于肩部基坐标系 *O*<sub>0</sub> 的齐次变换矩阵为:

$${}_{5}^{0}\boldsymbol{T} = {}_{1}^{0}\boldsymbol{T} \times {}_{2}^{1}\boldsymbol{T} \times {}_{3}^{2}\boldsymbol{T} \times {}_{4}^{3}\boldsymbol{T} \times {}_{5}^{4}\boldsymbol{T}$$
(31)





其中,<sup>4</sup>*T*为柔性结构末端至执行器末端的齐次变换 矩阵,最终求得:

$${}_{5}^{0}\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} n_{x} & o_{x} & a_{x} & p_{x} \\ n_{y} & o_{y} & a_{y} & p_{y} \\ n_{z} & o_{z} & a_{z} & p_{z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(32)

其中,  $[n_x, n_y, n_z]^{T}$ 、 $[o_x, o_y, o_z]^{T}$ 、 $[a_x, a_y, a_z]^{T}$ 为坐 标系  $O_5$  相对于坐标系  $O_0$  的姿态向量,  $[p_x, p_y, p_z]^{T}$ 为位 置向量。

2) 驱动空间-关节空间映射

(1)关节空间→驱动空间

在控制外肢体机械臂实现辅助操作过程中柔性弯 曲单元的驱动绳索要依次穿过刚性机械臂的驱动关 节,从而与前端刚性结构发生耦合现象。但考虑到柔 性弯曲单元自身的大变形特性,上述刚性机械臂关节 的解耦方法不能直接应用。如图 12 所示,当机械臂 *i* 转动 θ 角度时,柔性弯曲单元的驱动绳长发生了变化, 从而引起柔性连续体结构发生了弯曲变形,因此需要 通过分析绳索通过导向轮的变化长度,从而驱动电机 给予相应的补偿量。



图 12 刚性结构绳索驱动耦合现象

Fig. 12 Cable-driven coupling phenomena in rigid structures

通过对刚柔耦合机构的特性分析,柔性弯曲单元 的驱动绳索会因前端刚性关节的运动而发生耦合现 象,通过对绳索(l<sub>4,1</sub>、l<sub>4,2</sub>、l<sub>5,1</sub>、l<sub>5,2</sub>)经过导向轮长度变 化分析可知:

$$\Delta l_{4,1} = \Delta l_{5,1} = -\theta_2 r_2 - \left(\theta_3 - \frac{r_2}{R_{J3}}\theta_2\right) r_3 = \left(\frac{r_2 r_3}{R_{J3}} - r_2\right) \theta_2 - r_3 \theta_3$$
(33)

 $\Delta l_{4,2} = \Delta l_{5,2} = -\Delta l_{4,1} = -\Delta l_{5,1} \tag{34}$ 

由式(33)和(34)可知,柔性弯曲单元的驱动电机需要沿绳索长度变化的反方向分别补偿  $\Delta l_{4,1}$ 、 $\Delta l_{4,2}$ 、 $\Delta l_{5,1}$ 、 $\Delta l_{5,2}$ ,则对应的各电机的解耦后旋转角为:

$$\varphi'_{i} = -\frac{\Delta l_{i,1}}{R_{Ei}} + \varphi_{i}$$
 (35)  
将式(33)和(34)代入式(35)得:

$$\varphi_{4}' = \frac{r_{3}\theta_{3} - \left(\frac{r_{2}r_{3}}{R_{J_{3}}} - r_{2}\right)\theta_{2}}{R_{E4}} + \varphi_{4} = \frac{\left(r_{2} - \frac{r_{2}r_{3}}{R_{J_{3}}}\right)\theta_{2} + r_{3}\theta_{3} + d\beta\cos\alpha}{R_{E4}}$$
(36)  
$$\varphi_{5}' = \frac{r_{3}\theta_{3} - \left(\frac{r_{2}r_{3}}{R_{J_{3}}} - r_{2}\right)\theta_{2}}{R_{E5}} + \varphi_{5} = \frac{\left(r_{2} - \frac{r_{2}r_{3}}{R_{J_{3}}}\right)\theta_{2} + r_{3}\theta_{3} + d\beta\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)}{R_{E5}}$$
(37)

(2) 驱动空间→关节空间

同样,在驱动空间到关节空间的映射中,刚性关节的 旋转角度( $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 、 $\theta_3$ )不受外肢体驱动耦合的作用影响, 结合式(36)和(37)可求解出此时柔性弯曲单元的运动 角度  $\alpha'$ 、 $\beta'$ 为:

$$\alpha' = \begin{cases} \arctan\left(\frac{-\varphi_{5}'R_{E5} + \left(r_{2} - \frac{r_{2}r_{3}}{R_{J3}}\right)\theta_{2} + r_{3}\theta_{3}}{-\varphi_{4}'R_{E4} + \left(r_{2} - \frac{r_{2}r_{3}}{R_{J3}}\right)\theta_{2} + r_{3}\theta_{3}}\right), \\ |\varphi_{4}'R_{E4}| \neq |\varphi_{5}'R_{E5}| \\ 0, \qquad |\varphi_{4}'R_{E4}| = |\varphi_{5}'R_{E5}| \end{cases}$$
(38)

$$\beta' = \begin{cases} \varphi'_{4}R_{E4} - \left(r_{2} - \frac{r_{2}r_{3}}{R_{J3}}\right)\theta_{2} - \theta_{3}r_{3} \\ \frac{1}{d\cos\alpha'}, \quad \alpha' \neq \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \\ \varphi'_{5}R_{E5} - \left(r_{2} - \frac{r_{2}r_{3}}{R_{J3}}\right)\theta_{2} - \theta_{3}r_{3} \\ \frac{1}{d}, \quad \alpha' = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \end{cases}$$
(39)

## 3 机器人运动学仿真与分析

工作空间的分析能够有效体现机器人的空间可达 性,有利于机器人机构形式和结构参数的优化。下面在 上述运动学分析的基础上利用 MATLAB 软件对外肢体 机械臂的工作空间进行分析。首先对刚性机械臂  $O_0 ~ O_2$ (大臂)进行工作空间分析, $\theta_1$  取值范围为-225°~45°,  $\theta_2$  取值范围为-225°~45°,外肢体刚性机械臂大臂可达 到的工作空间如图 13 所示。若增加小臂关节后,令 $\theta_3$ 取值范围为-135°~135°,其仿真结果如图 14 所示。由 图 13、14 中可知,外肢体机械臂的工作空间为中空结构, 其前后可达的边界范围为[-550 mm,550 mm]。



而坐标系 *O*<sub>3</sub>~*O*<sub>4</sub> 为柔性弯曲单元,不同于刚性关 节 *O*<sub>0</sub>~*O*<sub>3</sub> 每节对应一个自由度,而柔性弯曲单元具有 两个自由度,即偏转角 α 和弯曲角 β,α 取值范围为 0°~360°,β 取值范围为 0°~90°,则其工作空间如图 15 所示,可知,柔性弯曲单元的工作空间为一个中空的半 球体,随着弯曲单元节数的增加,其球体的点云厚度越 来越大。



如图 16 和 17 所示,深色为外肢体刚性结构的工作 空间,浅色为柔性结构与刚性结构相结合的工作空间。 由图 16、17 可知,柔性连续体机构的设计有效提高了外 肢体机械臂的空间可达性,而整个外肢体机器人的工作 空间如图 18 所示。







图 18 双臂 O<sub>0</sub>~O<sub>4</sub> 工作空间

Fig. 18 Double arm  $O_0 \sim O_4$  workspace

分别对单个外肢体机械臂(O<sub>0</sub>~O<sub>5</sub>)的工作空间进行 仿真,如图 19 所示,由图可知柔性关节的增加能够有效 使得末端执行器到达刚性结构的可到达盲区(图 19 虚线 区域)。



Fig. 19  $O_0 \sim O_5$  workspace

综合上述各关节的工作空间仿真研究,现对外肢体 机器人整体进行工作空间仿真与分析。图 20 所示为外 肢体机器人双臂的工作空间,图 21~23 所示为该工作空 间的 *x*-*y*,*x*-*z*,*y*-*z* 视图。





图 21 中的虚线区域为外肢体机器人双臂协作空间, 作业人员在面对复杂作业时,外肢体机器人双臂能够在 此空间协同辅助人员完成作业需求。

工作空间在 OYZ 截面图能够有效展示外肢体机器人的横向工作范围,其能够达到边界范围为 [0 mm,1 005 mm],同时柔性关节的增加有效填补了 刚性结构工作空间的空腔。 工作空间在 OXZ 截面图为机器人的纵向工作范围, 其能够达到的边界范围值为[0 mm,755 mm],而图中上 部空腔形成的原因为背板导致的机械臂旋转角度限制。

## 4 控制系统设计与实验

## 4.1 外肢体机器人控制系统设计及搭建

为实现外肢体机器人的运动控制,在上述运动学建 模的基础上提出了一种基于解耦运动学模型的外肢体控 制系统,如图 24 所示。首先通过上位机软件对外肢体控 制信息及传感器反馈信息进行处理,并将得到的控制信息进行处理,转换成下位机逻辑控制指令,而后下位机在接收到指令后将其转换成电机控制信号并发送至电机驱动器,从而控制电机转动带动绳长变化以实现对外肢体机器人的运动控制。为提高机器人的控制精度,分别在外肢体机器人刚性结构关节处安装微型编码器,柔性结构表面安装弯曲传感器,末端执行器安装压力传感器,以获取刚性结构运动角度( $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 、 $\theta_3$ )柔性结构运动角度( $\alpha$ 、 $\beta$ )和末端执行器触碰力,最后通过获取上述机器人的状态反馈,构建闭环控制器以实现对运动误差的补偿控制。



图 24 外肢体机器人整体控制系统 Fig. 24 Diagram of the overall control system of supernumerary robotic limbs

根据外肢体机器人控制系统的设计,搭建了外肢体 机器人单臂的实物样机如图 25 所示。该系统主要包括 一个3自由度的绳驱动刚性机械臂及2自由度的单节柔 性弯曲单元,整个系统均采用绳索驱动/传动形式,能够



图 25 外肢体机器人单臂样机搭建 Fig. 25 Single arm prototype of an external limb robot

有效减少系统的质量和体积,提高外肢体的负载自重比 及灵活性。下面分别通过外肢体机器人单关节旋转实 验、解耦实验及多点定位实验对上述所建运动模型及控 制策略的有效性和准确性进行验证。

#### 4.2 机器人样机系统关节角度实验

首先对刚性机械臂关节 1 进行旋转实验,其中 θ<sub>1</sub>的 变化范围为 0°~60°,每次间隔 10°控制机器人进行旋转 运动并通过编码器对其关节实际运动角度进行测量,依 次重复实验 30 次,并取其平均值。机器人运动过程如 图 26 所示,运动过程中关节 1 旋转角度偏差如图 27 所 示。由实验结果可知,外肢体关节 1 具有较高的控制精 度,其 θ<sub>1</sub> 的角度误差最大不超过 0.9°。

然后分别对  $\theta_2$ 、 $\theta_3$  进行 0°~90°的旋转运动实验,其实 验过程如图 28 所示,理论旋转角度和实际角度间的偏差 如图 29 所示。实验结果表明,外肢体关节 2 和 3 的旋转角 度  $\theta_2$ 、 $\theta_3$  的最大角度误差分别为 1.3°、1.2°,由此可验证所 提控制模型和控制策略的有效性。由图 29 可知,关节 2 和 3 的旋转角度  $\theta_2$  和  $\theta_3$  不断的增加,其旋转角度误差也逐渐 增大,其可能是由于大臂和小臂随着角度的增加,使得驱 动绳索的张力增加而产生绳长拉伸所造成的。





图 29 关节 2 和 3 的旋转角度误差 Fig. 29 Angular positioning error of the joint 2 and 3

最终对柔性弯曲单元进行控制实验,通过上位机软件控制弯曲单元实现平面弯曲运动和空间旋转运动,其运动过程如图 30 所示。由图 30 可知,外肢体末端柔性弯曲单元能够实现灵活的弯曲变形运动,从而更好的调节末端执行器的位置和姿态,以实现对作业对象的准确 抓取和定位操作。





## 4.3 机器人样机系统解耦实验

为验证所提的主动解耦方法的有效性,下面分别对 外肢体机械臂前端刚性关节和后端柔性连续体弯曲单元 进行解耦实验。通过上位机软件分别控制外肢体刚性关 节及柔性弯曲单元进行独立运动和混合联动,并对其运 动状态进行跟踪和记录,机器人运动过程如图 31 所示。 由图 31 可知,当外肢体前端刚性机械臂的大臂及小臂旋 转一定角度时,驱动解耦前,后端关节不能保持与前端关 节平行状态(图 31(b)),柔性关节在没有控制的情况下 发生弯曲旋转运动(图 31(e));而驱动解耦后,前端刚性 关节的旋转运动并没有对后端关节及柔性弯曲单元产生 影响,而后端关节与前端关节的位置关系恢复到初始状 态(图 31(c)、(f)),由此验证了所提解耦方法及控制策 略的有效性和正确性。





(c) 刚性解耦状态

(c) Decoupling state

(a) 刚性初始状态 (a) Rigid initial state

32

(b) 刚性耦合状态 (b) Coupling state



Fig. 31 Drive compensation experiment of SRL

## 4.4 外肢体机器人多点定位实验

为了验证所提外肢体系统运动学模型及所提控制策 略的正确性,下面对外肢体机器人系统进行多点定位实 验。首先以肩部轴线与地面交点为基点(0.0.0),并设 立 A、B、C、D4个目标点,然后控制外肢体机器人依次通 过所设定的目标点,其运动过程如图 32 所示。



(e) 移向点C (f) 定位点C (g) 定位点 D (e) Move to point C(f) Anchor point C (g) Anchor point D

(h) 点C细节图

(h) Point C detail diagram

(i) 点D细节图 (i) Point D detail diagram

图 32 机器人多点定位精度实验



由图 32 可知,外肢体机器人沿着点  $A \rightarrow B \rightarrow C$  的轨 迹远距离移动时,机器人主要由刚性结构的 $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 、 $\theta_3$ 3个角度驱动实现,同时由于点C与点D的位置距离较 短,因此只需在机器人定位于点 C 后,刚性结构保持静 止,控制柔性弯曲单元进行弯曲变形即可可实现达到 定位点 D.由此验证了将灵活的柔性连续体结构应用于 外肢机器人上,能够有效提升外肢体的运动灵活性和 环境适应性。表2和图33所示为外肢体运动过程中末 端执行器经过 30 次测量的路径及定点误差的平均值, 由图 33 可知,外肢体机器人能够以较小的位置偏差到 达预期的目标位置,由此验证了所建解耦运动模型和 所提控制策略的有效性和正确性。但由于柔性结构的 弹性变形,导致了外肢体末端执行器位置存在一定量 的偏差,但总体末端定位平均误差为 6.08 mm,多点定 位及路径最大误差不超过 7.45 和 7.24 mm,相对于整 个外肢体系统来说较小,能够满足辅助作业的操作 需求。

#### 表 2 机器人多点定位平均误差 Average error of robot multi-point positioning Table 2

				r i i i i	I I	
点	X/mm	Y/mm	<i>Z</i> /mm	误差/mm	路径	误差/mm
A	-500	0	0	5. 58	A→B	5.61
В	-500	250	100	5. 31	В→С	5.42
С	-355	450	220	5.95	C→D	7.24
D	-255	450	220	7.45	-	-

(b) 定位点A (b) Anchor point A

(c) 移向点B (c) Moves to point B

(d) 定位点B (d) Anchor point B



图 33 外肢体末端执行器位置偏差 Fig. 33 The position error of the SRL

## 5 结 论

本文分析了刚-柔一体外肢体的运动学特性,研究了 基于 D-H 法和欧拉变换的外肢体机器人系统运动学模 型,能够有效表达所设计新构型机器人的运动机理。所 提的基于关节耦合机理的主动解耦模型考虑了刚柔一体 外肢体系统运动学及关节间绳索耦合作用等影响,能够 有效提高机器人的运动控制精度,并通过仿真及实验得 到验证。但柔性结构的定位误差要明显大于刚性结构, 且整体的定位误差受柔性结构影响较大,其主要原因可 能是由外肢体机器人各关节的定位误差累积及柔性关节 扭转或压缩变形所导致的。实验结果也验证了所提的基 于驱动耦合的主动解耦运动学模型,但其忽略了绳索受 力伸张及与导向轮间传动摩擦对外肢体系统控制精度的 影响,后续将进行深入研究。

## 参考文献

- [1] 刘德斌,王旦,陈柏,等.外肢体机器人研究综述[J]. 浙江大学学报(工学版),2021,55(2):251-258.
  LIU D B, WANG D, CHEN B, et al. A survey of supernumerary robotic limbs [J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2021, 55 (2): 251-258.
- [2] 荆泓玮,朱延河,赵思恺,等.外肢体机器人研究现状及发展趋势[J].机械工程学报,2020,56(7):1-9.
  JING H W, ZHU Y H, ZHAO S K, et al. Research status and development trend of supernumerary robotic limbs [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020,

56(7):1-9.

- [3] 赵思恺,李长乐,张宗伟,等. 模块化可重构外肢体机器人[J]. 仪器仪表学报,2021,42(4):218-227.
  ZHAO S K, LI CH L, ZHANG Z W, et al. Modular and reconfigurable supernumerary robotic limbs[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021,42(4):218-227.
- [4] BONILLA B L, ASADA H H. A robot on the shoulder: Coordinated human-wearable robot control using coloured petri nets and partial least squares predictions [C]. 2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), IEEE, 2014: 119-125.
- [5] 杨傲雷,陈燕玲,徐昱琳. 基于强化学习的机器人手臂 仿人运动规划方法[J]. 仪器仪表学报,2021,42(12): 136-145.

YANG AO L, CHEN Y L, XU Y L. Humanoid motion planning of robotic arm based on reinforcement learning[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021,42(12):136-145.

- [6] LLORENS-BONILLA B, ASADA H H. A robot on the shoulder: Coordinated human-wearable robot control using coloured petri nets and partial least squares predictions [C]. IEEE International Conference on Robotics and Automation, IEEE, 2014: 119-125.
- [7] BRIGHT L. Supernumerary robotic limbs for human augmentation in overhead assembly tasks [C]. Robotics: Science and Systems. Cambridge: Massachusetts Institute of Technology, 2017: 91-95.
- [8] VATSAL V, HOFFMAN G. Design and analysis of a wearable robotic forearm [C]. 2018 IEEE International Conference on Robotics and Automation, IEEE, 2018: 5489-5496.
- [9] VATSAL V, HOFFMAN G. End-effector stabilization of a wearable robotic arm using time series modeling of human disturbances [C]. ASME 2019 Dynamic Systems and Control Conference, 2019.
- [10] KOO S, FICHT G, GARCÍA G M, et al. Robolink feeder: Reconfigurable bin-picking and feeding with a lightweight cable-driven manipulator [C]. 13th IEEE Conference on Automation Science and Engineering (CASE), IEEE, 2017: 41-48.
- [11] LENS T, STRYK O V. Design and dynamics model of a lightweight series elastic tendon-driven robot arm [C].
   IEEE International Conference on Robotics & Automation, IEEE, 2013.
- [12] KIRCHHOFF J, STRYK O V. Velocity estimation for

ultra lightweight tendon driven series elastic robots [J]. IEEE Robotics & Automation Letters, 2017, DOI: 10.1109/LRA.2017.2729663.

- [13] KIRCHHOFF J, STRYK O V. Robust trajectory tracking control for an ultra lightweight tendon driven series elastic robot arm [C]. 2016 IEEE International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM), IEEE, 2016.
- [14] LANGE F, QUERE G, RAFFIN A. Decoupled control of position and/or force of tendon driven fingers [C]. 2019 International Conference on Robotics and Automation (ICRA), IEEE, 2019: 1176-1182.
- [15] LANGE F, PFANNE M, STEINMETZ F, et al. Friction estimation for tendon-driven robotic hands [C]. 2021 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), IEEE, 2021: 6505-6511.
- [16] 董礼港,陈伟海,张建斌,等.一种混合式绳驱动机器
   人的运动学分析与仿真[J].系统仿真学报,
   2007(17):4007-4011.

```
DONG L G, CHEN W H, ZHANG J B, et al. Kinematic
analysis and simulation for hybrid type cable-driven
manipulator [ J ]. Journal of System Simulation,
2007(17):4007-4011.
```

## 作者简介



**齐飞**(通信作者),2013 于新乡学院获 得学士学位,2016 年于江南大学获得硕士学 位,2019 于南京航空航天大学获得博士学 位,现为常州大学讲师,主要研究方向为绳 驱动连续体机器人运动建模及控制,柔性外 肢体机器人。

E-mail: qifei224@ cczu. edu. cn

**Qi Fei** (Corresponding author) received his B. Sc. degree from Xinxiang University in 2013, M. Sc. degree from Jiangnan University in 2016, and Ph. D. degree from Nanjing University of Aeronautics and Astronautics in 2019. He is currently a lecturer at Changzhou University. His main research interests include motion modeling and control of rod-driven continuous robot and supernumerary robotic limbs.