DOI: 10. 19650/j. cnki. cjsi. J2311037

# 三轴标准振动台簧片解耦结构 遗传算法多参数优化设计\*

张旭飞<sup>1,2</sup>,张锋阳<sup>1</sup>,刘欣超<sup>1</sup>,马杰<sup>1</sup>

(1.太原理工大学机械与运载工程学院 太原 030024; 2. 高端工程机械智能制造国家重点实验室 徐州 221004)

摘 要:针对三轴标准振动台簧片解耦结构低固有频率及非线性特性导致的工作频率范围受限及输出振动波形严重失真等问题,首先基于确定的解耦结构关键参数及简化组合,通过 Ansys 模态和瞬态动力学分析,得到相应参数变化时三轴标准振动台的固有频率和输出波形失真特性。进一步,采用多元非线性回归法建立准确表征固有频率、失真度与关键结构参数间非线性变化关系的回归方程,并基于 NSGA-II 遗传算法对簧片解耦结构进行多参数优化,求解得到前 3 阶固有频率、弯曲振型固有频率 最大可分别提升 123.95%、166.85% 及失真度最大可降低 36.83% 的最佳簧片结构参数。最后,实验测试表明最优簧片解耦结构对应的三轴标准振动台在固有频率及输出波形失真度两方面性能均得到提升,验证了簧片解耦结构遗传算法多参数优化设计的有效性,为其他多维柔性结构优化设计提供了参考。

关键词:三轴标准振动台;簧片解耦结构;遗传算法;多参数优化

中图分类号: TH71 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 460.40

# Multi-parameter optimization design for leaf-spring decoupling structure of tri-axial standard vibrator based on the genetic algorithm

Zhang Xufei<sup>1,2</sup>, Zhang Fengyang<sup>1</sup>, Liu Xinchao<sup>1</sup>, Ma Jie<sup>1</sup>

(1. College of Mechanical and Vehicle Engineering, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, China;
2. State Key Lab of Intelligent Manufacturing of Advanced Construction Machinery, Xuzhou 221004, China)

**Abstract**: There are the problems of limited working frequency range and serious output vibration waveform distortion of a tri-axial standard vibrator, which are affected by the low natural frequency and nonlinear characteristics of the leaf-spring decoupling structure. Firstly, the natural frequency and output waveform distortion characteristics of the tri-axial standard vibrator under corresponding changing parameters are obtained through ANSYS modal and transient dynamic analyses based on the determined key parameter simplified combinations of the decoupling structure. In further, a multi-element nonlinear regression method is used to establish the regression equations that can accurately represent the nonlinear changing relationships between the natural frequency, distortion degree and key structural parameters. A multi-parameter optimization of the leaf-spring decoupling structure is implemented based on the NSGA-II genetic algorithm. The optimal leaf-spring structural parameters are obtained by increasing the first 3 natural frequencies and bending mode natural frequencies by 123.95% and 166.85%, respectively. The distortion is reduced by 36.83%. Finally, the experimental test shows that the performance of the tri-axial standard vibrator corresponding to the optimal leaf-spring decoupling structure has been improved in both natural frequency and output waveform distortion, which evaluate the effectiveness of the multi-parameter optimization design of the leaf-spring decoupling structure based on the proposed genetic algorithm method. It provides a reference for the optimization design of other multi-dimensional flexible structures.

Keywords: tri-axial standard vibrator; leaf-spring decoupling structure; genetic algorithm; multi-parameter optimization

收稿日期:2023-02-09 Received Date: 2023-02-09

<sup>\*</sup>基金项目:国家自然科学基金(51805360)、山西省基础研究计划(202203021211152)项目资助

# 0 引 言

随着智能化技术在工业生产生活中的发展,三轴及 多轴振动传感器在振动检测<sup>[1]</sup>、故障诊断<sup>[23]</sup>、地震监 测<sup>[4]</sup>、惯性导航<sup>[56]</sup>等领域应用越来越广泛。为保证振动 传感器的检测精度,基于振动校准装置和相关技术准确 获取其灵敏度等关键参数至关重要<sup>[7]</sup>。一般情况下,为 保证校准精度,振动校准过程需由标准振动台产生设定 频率和幅值下波形失真度低于 2%的振动激励信号<sup>[8-10]</sup>。 对用于三轴振动传感器校准的三轴标准振动台而言,由 于各轴间耦合作用的影响,其输出三轴振动信号很难满 足设定的准确幅值和低波形失真要求。特别地,当三轴 标准振动台用于低频三轴振动传感器校准时,通常需增 大其位移行程来提高信噪比,但随着行程的增加,轴间耦 合对输出信号精度的影响会更加明显<sup>[11]</sup>。为此,需针对 大行程三轴标准振动台,设计性能良好的解耦装置或控 制系统,进而实现低频三轴振动信号的高精度解耦输出。

针对低频三轴标准振动台解耦结构优化设计领域,国 内外学者前期开展了一些研究工作。Umeda 等<sup>[12]</sup>开发的 低频三轴振动校准系统使用静压滑动轴承作为解耦装置, 实现 TS-1030S 型三轴振动台输出运动解耦。Klaus 等[13] 设计的低频三轴振动激励系统采用三个正交液压轴承解 耦单元实现三轴振动信号的解耦输出。刘志华等<sup>[14]</sup>和Liu 等<sup>[15]</sup>基于电动激励器设计了用于绝对法振动校准的低频 三轴标准振动台,通过优化设计空气静压轴承解耦结构, 实现三轴振动输出解耦。总体上,传统低频三轴振动解耦 装置大多基于空气轴承、液压轴承等实现运动解耦,通常 存在系统组成复杂、成本高及维护困难等问题。为此 He 等<sup>[16]</sup>在结构简单、体积小和易制造的柔性结构<sup>[17]</sup>基础上, 设计了簧片式解耦装置,由分别安装于三轴标准振动台各 运动轴的三套解耦结构组成,基于各解耦结构中两组正交 簧片在弯曲变形方向的极小刚度特性,实现对与其安装轴 垂直的另两轴运动的柔性导向,进而完成运动解耦。但 是,为提升运动柔性导向性能,解耦结构簧片通常设计为 模态频率较低的薄壁结构,影响高频运动的稳定性,进而 限制三轴振动台工作频率范围的提升。此外,簧片结构弯 曲刚度非线性同样会影响三轴振动台输出振动信号的波 形失真及解耦精度[18]。近年来,针对柔性解耦结构特性优 化设计领域,国内外学者主要开展了基于有限元分析提升 固有频率<sup>[19]</sup>并降低输出运动耦合<sup>[20]</sup>等方面的研究工作。 针对输出波形失真问题,主要通过构建闭环控制系统,实 现对参数非线性的有效补偿和反馈控制<sup>[21-22]</sup>。

总体而言,传统空气轴承等解耦结构受限于其复杂 结构、高成本、难维护等问题,通常仅在构建各级、各类标 准系统中的低频三轴振动台中应用,而简化的簧片柔性 解耦结构在三轴标准振动台应用中仍存在固有频率低导 致工作频率范围受限及非线性特性影响输出波形失真等 问题。为此本文首先基于正交试验设计原理,确定簧片 式三轴标准振动台解耦结构固有频率及非线性特性的关 键影响参数优化范围。然后,通过有限元动态特性仿真, 分别建立表征三轴标准振动台固有频率及输出波形失真 度等待优化目标与解耦结构关键参数间非线性变化关系 的回归方程,进而采用非支配排序遗传算法,实现对满足 最大固有频率和最小输出波形失真要求的簧片解耦结构 关键参数多目标寻优。最后,实验测试不同簧片结构参 数对应的三轴标准振动台相应的固有频率及输出波形失 真特性,验证提出的优化方案的有效性。

# 1 簧片式三轴标准振动台

为实现簧片式三轴标准振动台解耦结构的优化设计, 需首先分析其结构组成及解耦工作原理。簧片式三轴标 准振动台简化组成结构如图 1 所示,三套簧片解耦结构分 别将沿 x,y,z 这 3 个轴向设置的单轴激振器与用于产生三 轴振动信号的三轴运动平台连接。各轴簧片解耦结构均包 括两组相互正交的柔性簧片和一个连接件,每组柔性簧片分 别包含相互平行的两个簧片。连接件将两组簧片正交连接, 并保证其平面分别沿与其安装轴垂直的其余两轴方向。

以 x 轴簧片解耦结构为例,如图 1 所示,由于其内、外部 簧片沿 x 轴呈现高刚度特性, x 轴激振器产生的振动信号可 准确传递到三轴运动平台。同时, y、 z 轴外部簧片以极小刚 度的弯曲变形对三轴运动平台沿 x 轴的运动进行柔性导向, 进而实现三轴运动平台 x 轴振动的解耦输出。同样地,簧片 式三轴标准振动台沿 y、 z 轴也可分别通过其他簧片结构作 用实现振动解耦输出。基于此,当 3 个单轴激振器同步输 出振动信号时, 3 组簧片解耦结构共同作用即可实现三轴 标准振动台输出相互解耦的三轴振动信号。



图 1 簧片式三轴标准振动台简化结构 Fig. 1 Simplified structure of the leaf-spring-type tri-axial standard vibrator

为提升簧片解耦结构的解耦性能,选用具有良好弹 性及耐疲劳性的铍青铜作为簧片材料,连接件及其余固 定用零件选用具有一定强度且质量轻的 AL6061。如图 2 所示,解耦簧片通常设计为具有一定长度的薄壁结构,以 保证其沿弯曲方向具有较小的刚度非线性特性及较好的 柔性导向性能,进而有效提升三轴标准振动台的输出振 动波形精度。但是,长且薄的簧片结构会导致相应的解 耦结构沿其安装轴向具有低固有频率特性,严重影响该 轴向振动的传递精度及稳定性。因此需合理布局簧片解 耦结构总长 l、簧片厚度 h、长度 l,、宽度 b 及连接件厚度 l,等关键尺寸参数,以提升簧片式三轴标准振动台固有 频率的同时,保证输出三轴振动信号具有较好的波形精 度。此外,考虑到选用的单轴激振器产品中起弹性回复 作用的圆簧片结构已进行优化设计,单轴激振器可产生 稳定的低失真振动输出信号,圆簧片对三轴标准振动台 输出振动信号精度及稳定性的影响远小于解耦簧片。为 简化分析,后续参数优化过程忽略圆簧片结构的影响,仅 对解耦簧片相关尺寸进行分析。





# 2 基于 Ansys 的模态及瞬态动力学分析

为实现对簧片解耦结构的优化设计,需在关键结构 参数简化组合基础上,基于 Ansys 模态和瞬态动力学分 析,得到相应参数变化时簧片式三轴标准振动台的固有 频率和输出波形失真特性。

### 2.1 基于正交设计的关键参数组合简化

受限于三轴运动平台和各单轴激振器间的安装空间 位置, 簧片解耦结构总长 l 为定值, 连接件厚度随簧片长 度不同产生相应变化。基于此,针对簧片解耦结构的优 化过程将簧片长度 l<sub>1</sub>、宽度 b 和厚度 h 等关键参数作为 设计变量。为避免连接件对优化设计过程的影响,需保 证其具有足够高的固有频率。因此,簧片尺寸参数需在 小范围内变化,进而保证连接件厚度及宽度尺寸在合理 范围。基于簧片式三轴标准振动台现有结构参数,各设 计变量在小变化范围内选取,长度1,的具体数值为78、 79、80、81 mm, 宽度 b 的具体数值为 22.5、25.0、27.5、 30.0 mm,厚度 h 的具体数值为 0.4、0.6、0.8、1.0 mm。 由于选取的3个设计变量各有4个变化数值,原则上针 对簧片解耦结构的优化过程需覆盖 64 种不同参数组合。 为提升优化过程效率,基于可高效实现多变量数值均匀 搭配的正交试验设计原理[23],优化选取得到16种设计 变量组合如表1所示,作为后续簧片解耦结构仿真分析 及优化设计过程中的关键参数变化范围。

表 1 不同设计变量组合的模态及瞬态动力学仿真结果 Table 1 Modal and transient dynamic simulation results for different design variable combinations

变量组	设计变量组合/mm			前3阶固有频率/Hz			弯曲振型	对应的3阶固	三轴振动波形失真度/%			
合序号	$l_1$	b	h	$f_{x1}$	$f_{y1}$	$f_{z1}$	$f_{x2}$	$f_{y2}$	$f_{z2}$	T <sub>x</sub>	$T_y$	$T_z$
1	78	22.5	0.4	10.018	8.0437	8.3394	32. 999	31.807	30. 220	4.43	4.42	4.47
2	78	25.0	0.6	15.010	9.702 2	10.420 0	60.036	56.814	44. 865	7.38	7.26	7.36
3	78	27.5	0.8	19.908	11.538 0	12.774 0	87.678	84. 781	80. 948	6.76	6.67	6.73
4	78	30.0	1.0	23. 301	13.154 0	14.802 0	122. 890	119. 530	112.650	4.61	4.87	4.55
5	79	22.5	0.6	14. 389	9.534 9	10. 169 0	58.384	54.473	44.906	7.14	7.06	7.14
6	79	25.0	0.4	10. 274	8.1697	8.474 9	34. 507	33. 399	31.762	4.66	4.63	4.69
7	79	27.5	1.0	22.905	12.945 0	14.501 0	119.280	116.020	109.660	4.60	4.67	4.67
8	79	30.0	0.8	20.356	11.736 0	13.043 0	90. 447	87.975	84. 246	6.25	6.17	6.23
9	80	22.5	0.8	18. 525	11.046 0	12.060 0	82.655	79.339	76.030	6.75	7.16	6.84
10	80	25.0	1.0	22. 378	12.693 0	14.138 0	115.680	112. 580	106.900	5.04	5.43	5.18
11	80	27.5	0.4	10. 508	8.282 8	8.5970	35.960	34. 935	33.264	4.82	4.79	4.84
12	80	30.0	0.6	15.822	10.027 0	10.084 0	64. 423	61.314	60.108	7.28	7.15	7.31
13	81	22.5	1.0	20. 970	12.064 0	13.313 0	105.620	95.904	92. 843	5.19	5.46	5.31
14	81	25.0	0.8	18.302	10.978 0	12.004 0	81.039	75.031	77.792	6.71	6.65	6.71
15	81	27.5	0.6	14.460	9.6134	10.269 0	59.090	55. 328	45.225	7.03	6.96	7.02
16	81	30.0	0.4	10. 177	8.1968	8.481 5	35. 298	34.055	32. 684	4.61	4.57	4.62

为准确评估簧片式三轴标准振动台的固有频率及输 出振动波形失真特性,基于表1中16种不同参数组合的簧 片解耦结构建立相应的三轴标准振动台仿真模型。考虑 到单轴激振器的基本工作原理是通电动圈在气隙磁场及 起弹性回复作用的圆簧片共同作用下输出振动激励信号, 为简化仿真过程,将单轴激振器模型等效为具有同等质量 的运动体与圆簧片共同构成的振动系统,进而基于图1结 构在三维建模软件中建立簧片式三轴标准振动台的简化 模型。进一步,将该模型导入 Ansys 进行网格划分后,得到 簧片式三轴标准振动台的简化仿真模型如图3所示。



图 3 简化仿真模型 Fig. 3 Simplified simulation model

通过对该仿真模型圆簧片外部施加固定约束及设置 相应的计算阶数,即可依次仿真分析得到 16 种变量组合 对应的三轴标准振动台模态分析结果,表 1 中与三轴柔 性簧片 x,y,z 轴分别对应的前 3 阶固有频率  $f_{x1}, f_{y1}, f_{z1}$  及 明显影响 x,y,z 轴振动输出的簧片弯曲振型模态对应的 3 阶固有频率  $f_{x2}, f_{y2}, f_{z2}$ ,其中,前 3 阶固有频率中最小值 为变量组合 1 沿 y 轴的固有频率 8.043 7 Hz,对应的振型 如图 4 所示,簧片弯曲振型模态对应的最小固有频率为 变量组合 1 中沿 z 轴的固有频率 30.220 Hz,对应的振型 如图 5 所示。







图 5 变量组合 1 沿 z 轴弯曲模态振型 Fig. 5 z-axial bending mode shape of variable combination 1

此外,为完成对 16 种变量组合对应的三轴标准振动 台的瞬态动力学仿真,逐一对仿真模型中三轴向的圆簧 片外圈施加固定约束及对 3 个轴向运动体加载正弦激励 力,驱动三轴运动平台产生沿 x,y,z轴频率 0.5 Hz 及位 移幅值 6 mm 的三轴振动波形,经傅里叶变换即可计算 得到相应的波形失真度  $T_x, T_y, T_z$ 如表 1 所示,其中,变量 组合 2 对应的 x 轴振动位移取最大失真度 7.38%,相应 的畸变振动波形如图 6 所示。



为进一步分析各设计变量对簧片式三轴标准振动台 固有频率及输出波形失真特性的影响,对表1中仿真结 果进行了极差分析,相应的极差结果如表2所示。

极差值 R 越大,表明该变量的数值变化对固有频率 和失真度的影响越大。由表 2 可知,簧片解耦结构关键 参数对前 3 阶固有频率及簧片弯曲振型固有频率的影响 大小顺序为:厚度 h>宽度 b>长度 l<sub>1</sub>,对输出振动位移波 形失真度的影响大小顺序为厚度 h>长度 l<sub>1</sub>>宽度 b。总 体而言,厚度为固有频率和失真度的主要影响因素,长度 和宽度为次要因素。结合表 1 中仿真结果可知,固有频 率和失真度随厚度变化呈现不同的变化趋势,即随簧片 厚度的增加,固有频率逐渐增大,而位移波形失真度则

Table 2         Range analysis results of each variable on natural frequency and distortion											
设计 变量	前 3	阶固有频率	弯曲振型固有频率			位移失真度					
	$R_{fx1}$	$R_{fy1}$	$R_{fz1}$	$R_{fx2}$	$R_{fy2}$	$R_{fz2}$	$R_{Tx}$	$R_{Ty}$	$R_{Tz}$		
$l_1$	1.082	0.396	0.567	5.639	8.154	6.940	0.310	0.500	0.360		
b	1.439	0.606	0.632	8.350	10. 338	11. 422	0.260	0.335	0.308		
h	12.144	4. 541	5.715	81.177	77.460	73. 531	2.578	2.505	2. 553		

表 2 各变量对固有频率及失真度的极差分析结果 ble 2 Bange analysis results of each variable on natural frequency and dist

表现为先增大后逐渐减小。为使三轴标准振动台满足最 大一阶固有频率要求的同时具有最小的输出波形失真性 能,需准确表征固有频率及失真度等待优化目标与簧片 关键结构参数间的变化关系,进而实现对簧片解耦结构 的优化设计。

# 3 簧片解耦结构多参数优化设计

针对簧片解耦结构的多参数优化设计,需首先采用 多元非线性回归法建立相应的回归方程,准确表征三轴 标准振动台固有频率、失真度与簧片关键结构参数间的 非线性变化关系。

#### 3.1 多元非线性回归

考虑到三阶或更高阶多项式拟合非线性关系时可能 会产生龙格现象,且随设计变量的增多,计算时间会成倍 增加,工程实际中大多采用二阶多项式拟合非线性关系。 多元二次非线性回归拟合多变量参数与目标间非线性关 系的回归方程标准形式为:

$$f(x_i) = \beta_0 + \sum_{j=1}^n \beta_j x_j (1 + x_j) + \sum_{j>i} \beta_{ji} x_j x_i$$
(1)

式中: $f(x_i)$ 为目标函数; $x_i \ x_j$ 为设计变量;n为设计变量 数; $\beta_i \ \beta_j$ 为待定多项式系数。

基于式(1)将设计变量  $x_1, x_2, x_3$  分别与  $l_1, b$  及 h 等 参数对应,进而通过对表 1 中 x, y, z 轴仿真结果进行多 元非线性拟合,即可得到固有频率  $f_{x1}, f_{x2}, f_{y1}, f_{y2}, f_{z1}, f_{z2}$  及 失真度  $T_x, T_y, T_z$  分别与簧片长度、宽度及厚度等关键结 构参数的非线性回归方程为:

$$\begin{cases} f_{x1} = -498.\ 16+17.\ 43x_1 - 10.\ 59x_2 - 142.\ 79x_3 + \\ 0.\ 13x_1x_2 + 2.\ 03x_1x_3 + 0.\ 58x_2x_3 - \\ 0.\ 14x_1^2 + 0.\ 01x_2^2 - 8.\ 55x_3^2 \\ f_{x2} = -4\ 972.\ 63 + 139.\ 21x_1 - 42.\ 29x_2 + 76.\ 63x_3 + \\ 0.\ 52x_1x_2 - 0.\ 56x_1x_3 + 2.\ 49x_2x_3 - \\ 0.\ 96x_1^2 + 0.\ 01x_2^2 + 30.\ 89x_3^2 \\ T_x = 85.\ 09 - 2.\ 18x_1 - 0.\ 12x_2 + 40.\ 78x_3 + \\ 0.\ 01x_1x_2 + 0.\ 08x_1x_3 - 0.\ 34x_2x_3 + \\ 0.\ 01x_1^2 - 0.\ 01x_2^2 - 27.\ 09x_3^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f_{y1} = 740.\ 87-10.\ 33x_1-19.\ 93x_2-249.\ 26x_3+\\ 0.\ 24x_1x_2+2.\ 85x_1x_3+1.\ 21x_2x_3+\\ 0.\ 02x_1^2+0.\ 01x_2^2+1.\ 23x_3^2\\ f_{y2} = -7\ 960.\ 09+223.\ 10x_1-69.\ 58x_2+121.\ 29x_3+\\ 0.\ 88x_1x_2-1.\ 62x_1x_3+3.\ 49x_2x_3- (3)\\ 1.\ 55x_1^2-0.\ 02x_2^2+39.\ 41x_3^2\\ T_y = 80.\ 00-2.\ 20x_1-0.\ 17x_2+59.\ 91x_3+\\ 0.\ 01x_1x_2-0.\ 18x_1x_3-0.\ 37x_2x_3+\\ 0.\ 01x_1^2-25.\ 37x_3^2\\ \begin{cases} f_{z1} = 818.\ 97-13.\ 35x_1-17.\ 69x_2-202.\ 09x_3+\\ 0.\ 21x_1x_2+2.\ 26x_1x_3+1.\ 23x_2x_3+\\ 0.\ 04x_1^2+1.\ 81x_3^2\\ f_{z2} = -10\ 704.\ 23+278.\ 13x_1-18.\ 47x_2-\\ 332.\ 48x_3+0.\ 20x_1x_2+3.\ 74x_1x_3+3.\ 18x_2x_3-\\ 1.\ 80x_1^2+0.\ 04x_2^2+57.\ 42x_3^2\\ T_z = 80.\ 00-1.\ 78x_1-0.\ 78x_2+34.\ 74x_3+\\ 0.\ 02x_1x_2+0.\ 16x_1x_3-0.\ 38x_2x_3+\\ 0.\ 01x_1^2-0.\ 01x_2^2-26.\ 58x_3^2 \end{cases}$$

决定系数是表征回归方程拟合精度的重要指标,其 范围在0~1之间,决定系数越大,回归方程的拟合精度 越高,预测能力越强。经计算,式(2)~(4)的决定系数 均在0.92以上,表明建立的三轴标准振动台固有频率、 失真度与簧片关键结构参数间的回归方程具有良好拟合 精度,可基于该回归方程进行后续的簧片解耦结构优化 设计。

#### 3.2 簧片解耦结构 NSGA-II 遗传算法优化设计

考虑到 NSGA-II 遗传算法对解决复杂多目标非线性 参数优化问题具有运行速度快、解集收敛性好等优 势<sup>[24]</sup>,在建立的回归方程基础上,采用该算法实现对簧 片解耦结构关键参数的多目标优化设计。为确定优化过 程中的目标函数,将簧片长度 *l*<sub>1</sub>、宽度 *b* 和厚度 *h* 等设计 变量转换为矢量表达式:

$$\boldsymbol{x} = [l_1, b, h]^{\mathrm{T}} = [x_1, x_2, x_3]^{\mathrm{T}}$$
(5)

进而将三轴标准振动台同一轴向上的1阶固有频 率、弯曲振型固有频率及失真度回归方程分别记为  $y_1(x), y_2(x) 及 y_3(x)$ 。考虑到最大固有频率和最小振动 位移失真度是三轴标准振动台的优化目标,为匹配基于 NSGA-II 遗传算法的优化过程要求,将  $y_1(x), y_2(x)$ 转化 为求解相反数最小值 min( $-y_1(x)$ )、min( $-y_2(x)$ )后,即 可得到待优化目标函数为:

$$f(\boldsymbol{x}) = \min[-y_1(\boldsymbol{x}), -y_2(\boldsymbol{x}), y_3(\boldsymbol{x})]^{\mathrm{T}}$$
(6)

基于2.1节各设计变量的取值,结合式(5)即可确定 式(6)目标函数中各矢量的优化范围。针对该目标函 数,进一步建立基于 NSGA-II 遗传算法的簧片解耦结构 关键参数优化流程。具体优化原理为在各设计变量优化 范围随机生成初始父代种群,经选择、交叉、变异后生成 子代种群。为避免流失优良个体,引入精英策略对两代 种群合并,经选择、交叉、变异后,通过非支配排序和拥挤 度计算,将具有较好固有频率及失真度目标值的优良个 体组成新一代种群并继续进行遗传迭代,非优良个体则 被淘汰,最终算法终止时得到满足优化设计目标要求的 全局最优解。

基于算法流程,综合考虑参数优化过程的复杂性及 计算资源的限制,保证求得全局最优解的同时提升优化 效率,设定种群数量为常规参数范围的较大值 200,迭代 代数为常规参数范围的中间值 500,进而根据经验设定 交叉概率为 0.9,变异概率为 0.1,交叉和分布指数为 20, 进一步在 MATLAB 软件中编写相应程序,计算得到的 Pareto 前端解集如图 7 所示。





图 7 x, y, z 轴的 Pareto 前端解集 Fig. 7 Pareto front-end solution set of x, y and z axes

可见,经优化后的 200 个解集分别沿 x、y、z 轴对应的 前 3 阶固有频率范围为 125.45~126.19 Hz、124.46~ 125.59 Hz 和 112.95~120.55 Hz;弯曲振型固有频率范 围分别为 25.88~26.56 Hz、17.97~19.94 Hz 和 14.92~ 20.69 Hz;输出振动位移失真度范围分别为 4.23%~ 4.24%、4.22%~4.29%和 4.29%~4.36%。此外,由图 7 可知,沿 x、y、z 轴的解集具有相似的变化趋势,随着固有 频率的增加,失真度表现为先增大后减小。为同时兼顾 x、y、z 三轴最大固有频率和最小失真度两方面优化目标, 进一步计算表征解集在种群中密度大小的拥挤度结果, 最终选择具有最大拥挤度的前 3 阶固有频率 26.56、 19.94、20.69 Hz,弯曲振型固有频率 125.45、124.46、 118.94 Hz 及波形失真度 4.23%、4.22%、4.36% 作为优 化目标结果,进而得到长度 81 mm、宽度 30 mm、厚度 1 mm 的最优簧片关键结构参数。

#### 3.3 优化结果分析

为验证优化结果的正确性,基于得到的最优结构参数,对三轴标准振动台重新建模,将模型导入 Ansys 网格划分后,进行与 2.2 节相同的固定约束施加及计算阶数 设置,即可通过模态分析得到前 3 阶固有频率 *f*<sub>x1</sub> *f*<sub>y1</sub> *f*<sub>z1</sub> 分别为 27.331、21.353 及 22.024 Hz,弯曲振型模态固有 频率 *f*<sub>x2</sub> *f*<sub>y2</sub> *f*<sub>z2</sub> 分别为 126.74、126.51 及 119.83 Hz,相应 的振型结果如图 8 所示。

进一步,对仿真模型进行与 2.2 节相同参数设置的 瞬态动力学仿真,分析得到三轴运动平台沿 x,y,z 轴频 率 0.5 Hz 及位移幅值 6 mm 三轴振动波形失真度  $T_x, T_y, T_z$  分别为 4.67%、4.46% 及 4.64%。与 NSGA-II 遗传算 法优化结果对比可知,各阶固有频率的最大计算误差为  $f_{y1}$  对应的 6.62%,波形失真度的最大计算误差为  $T_x$  对应 的 9.40%,整体优化结果误差在 10% 以内。

此外,将优化后得到的三轴标准振动台最优固有频 率和失真度与表1中具有相对最低固有频率和最大失真



Fig. 8 Optimized first 3 and bending mode shapes

度的变量组合 5 对应优化前结果进行对比,各参数对应 的优化后与优化前结果相对变化率如表 3 所示。可知, 优化后的前 3 阶固有频率及弯曲振型固有频率较优化前 均得到明显提升,最大可分别提升 123.95%及 166.85%, 优化后的失真度较优化前均得到有效降低,最大可降低 36.83%。总体可见,NSGA-II 遗传算法可有效实现对簧 片解耦结构的关键参数寻优,相关优化结果具有较高的 准确性和可靠性。

Table 5	Compariso	in results D	elore allu	anter op	umization
前3阶	相对亦	弯曲振型	相对亦	生百	相对亦
固有频率	伯內文	固有频率	伯內文	大兵	相对文
/Hz	化平/ %	/Hz	化平/%	度/%	化平/%
$f_{x1}$	+89.94	$f_{x2}$	+117.08	$T_x$	-34.59
$f_{y1}$	+123.95	$f_{y2}$	+132.24	$T_y$	-36.83
$f_{z1}$	+116.58	$f_{z2}$	+166.85	$T_z$	-35.01

表 3 优化前后结果对比 Table 3 Comparison results before and after optimization

# 4 实验验证

为进一步实验验证优化设计过程,搭建相应的三轴 振动测试系统,针对具有不同簧片解耦结构关键参数的 三轴标准振动台特性开展实验测试。

#### 4.1 三轴振动测试系统

图9所示为搭建的三轴振动测试系统,由信号发生器、功率放大器、单轴激振器、三轴加速度计、数据采集卡及计算机等设备组成。



图 9 三轴振动测试系统 Fig. 9 Tri-axial vibration testing system

由两组 2 通道、最大输出频率为 10 MHz 的信号发生器(普源 DG-812)产生的三路标准正弦信号经 3 个功率放大器放大后,分别驱动 3 个单轴激振器沿 x、y、z 轴振动,三轴分别安装的簧片解耦结构将单轴激振器输出的振动传递到三轴运动平台并实现三轴运动解耦。该三轴振动信号由 3 个灵敏轴分别安装于三轴标准振动台 x、y、z 这 3 个轴向的频率范围为 2~5 000 Hz、最大横向灵敏度比小于 5% 的三轴加速度计(联能 CA-YD-107)检测,三轴加速度计输出经电荷放大器放大后,由最大采样频率为 45 kHz、量程为±10 V 的数据采集卡(NI-USB-6343)采集并送入计算机,经分析计算后可得到三轴输出振动信号中包含的幅值及波形失真度等信息。

#### 4.2 实验测试及结果分析

由于厚度为影响固有频率和失真度的主要因素,结 合表1中16种设计变量组合的4种簧片长度数值,最终 选取变量组合序号为3、6、12的0.4、0.6、0.8 mm 厚度簧 片解耦结构及优化得到的长度81 mm、宽度30 mm、厚度 1 mm的最优簧片解耦结构作为实验测试对象,经加工制 造后将待测试簧片解耦结构逐一安装于三轴标准振动 台。为简化实验测试过程,考虑到经优化后最大弯曲振 型对应的固有频率为126.74 Hz,为覆盖优化频率范围, 最终选取在0.5~150 Hz 频率范围内进行 x、y、z 轴的振 动实验测试。

由于前3阶固有频率分别表现为各轴幅、相频特性 曲线上的第1个峰值,同时,簧片弯曲振型会因放大相应 轴向振动而对应为幅、相频特性曲线上的峰值,因此,通 过分析与实验测试的输入输出结果对应的三轴标准振动 台幅、相频特性,即可得到4组簧片解耦结构参数对应的 三轴标准振动台前3阶固有频率及弯曲振型固有频率。 经测试,4 组固有频率实验对比结果如表4 所示,可知, 最优尺寸参数对应的前3 阶固有频率分别为31.5、20.0 及20.0 Hz,弯曲振型固有频率分别为130.0、130.0及 120.0 Hz,固有频率较其他3 组实验测试结果分别最大 提升了215%及312.7%。此外,4 组实验测试得到的三 轴振动波形经分析计算后的失真度结果对比如表 4 所示,可见,相比于其他 3 组变量参数组合,最优簧片解耦结构长度 81 mm、宽度 30 mm 及厚度 1 mm 对应的三轴振动波形失真度明显降低,相应的失真度结果分别为5.78%、5.85%及 5.89%。

Table 4 Experimental results of natural requerty and distortion										
变量参数组合	$f_{x1}$	$f_{y1}$	$f_{z1}$	$f_{x2}$	$f_{y2}$	$f_{z2}$	$T_x$	$T_y$	$T_z$	
78、27.5、0.8	20.0	12.0	12.0	80.0	80.0	80.0	7.92	7.97	8.19	
79,25.0,0.4	10.0	10.0	8.0	31.5	35.0	35.0	6.25	6.90	6.57	
80,30.0,0.6	16.0	10.0	10.0	63.0	63.0	63.0	9.33	10.05	9.74	
优化关键结构参数	31.5	20.0	20.0	130.0	130.0	120.0	5.78	5.85	5.89	

表 4 固有频率及失真度实验结果 Fable 4 Experimental results of natural frequency and distortion

进一步,对4种参数组合对应三轴标准振动台频率 0.5 Hz 输出振动位移幅值6 mm 的三轴输出中的z轴振 动位移波形进行实验对比,相应结果如图10所示,可知, 最优簧片解耦结构参数对应的三轴标准振动台输出波形 虽有畸变存在,但与其他3组实验结果相比,位移波形畸 变已得到明显改善。



图 10 z 轴振动实验位移波形

Fig. 10 Displacement waveform of z-axis vibration test

总体可见,优化后的簧片解耦结构对应的三轴标准 振动台在实验测试中固有频率及失真度两方面性能均得 到提升,验证了三轴标准振动台簧片解耦结构优化设计 的有效性。

## 5 结 论

针对簧片式三轴标准振动台存在的固有频率低及输 出波形失真大等问题,本文在确定簧片解耦结构关键参 数简化组合基础上,通过多元非线性回归法建立了固有 频率、失真度与关键结构参数间非线性变化关系的回归 方程,进而采用 NSGA-II 遗传算法完成对簧片解耦结构 的多参数优化设计,得到如下结论。

 基于 Ansys 仿真,得到了簧片解耦结构关键参数 变化时三轴标准振动台的固有频率和输出波形失真特 性。极差分析表明,簧片厚度是影响固有频率及输出振 动位移失真度的主要因素。

 2) 以最大固有频率及最小振动位移失真度为优化 目标,基于 NSGA-II 遗传算法优化得到前 3 阶固有频率
 26.56、19.94、20.69 Hz,弯曲振型固有频率 125.45、
 124.46、118.94 Hz 及失真度 4.23%、4.22%、4.36%等优化目标结果,对应获得长度 81 mm、宽度 30 mm、厚度1 mm 的最优簧片关键结构参数。仿真分析结果表明,前3 阶固有频率及弯曲振型固有频率较优化前最大可分别提升 123.95%及 166.85%,失真度最大可降低 36.83%。

3)实验测试结果表明,最优簧片结构参数对应的三轴标准振动台具有较优的固有频率及波形失真等综合性能,所得的优化结果可为设计性能优良的三轴标准振动台解耦结构提供理论及实验依据,并可进一步推广应用到其他多维柔性解耦结构优化设计领域。

#### 参考文献

 [1] 王岩,赵剑,刘蓬勃,等.基于 PZT 管支撑结构的三 轴加速度计设计及实验误差分析[J].仪器仪表学 报,2020,41(7):91-98.

> WANG Y, ZHAO J, LIU P B, et al. Design and experimental error analysis of the 3-axis accelerometer based on PZT-tube support structure [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41(7): 91-98.

[2] 慕晓冬,魏轩,曾昭菊.基于注意力残差网络的航天 器测控系统故障诊断[J].仪器仪表学报,2022, 43(9): 81-87.

MU X D, WEI X, ZENG ZH J. Fault diagnosis method of spacecraft tracking telemetry and control system based on the attention residual network [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2022, 43(9): 81-87.

- [3] JUNG H J, ESHGHI A T, LEE S. Structural failure detection using wireless transmission rate from piezoelectric energy harvesters [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2021, 26 (4): 1708-1718.
- [4] 刘丹,杨挺,黎伯孟,等.分体式宽频带海底地震仪的研制、测试和数据质量分析[J].地球物理学报,2022,65(7):2560-2572.

LIU D, YANG T, LI B M, et al. Seismometer-detached broadband ocean bottom seismograph (OBS): Development, test, and data quality analysis [J]. Chinese Journal of Geophysics, 2022, 65 (7): 2560-2572.

- [5] LU J ZH, HU M Q, YANG Y Q, et al. On-orbit calibration method for redundant IMU based on satellite navigation & star sensor information fusion [J]. IEEE Sensors Journal, 2020, 20(9): 4530-4543.
- [6] 邹泽兰,徐同旭,徐祥,等.基于两步修正法的 MEMS 三轴陀螺仪标定方法[J].仪器仪表学报, 2022,43(4):191-198.

ZOU Z L, XU T X, XU X, et al. MEMS triaxial gyroscope calibration based on two-step correction method[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2022, 43(4): 191-198.

[7] 张顺星,周吴,卢鹏,等.考虑横向灵敏度的三轴加速度传感器标定方法研究[J].仪器仪表学报,2021,42(4):33-40.

ZHANG SH X, ZHOU W, LU P, et al. Research on the calibration method of triaxial acceleration sensor with transverse sensitivity [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021, 42(4): 33-40.

[8] YANG M, LIU ZH H, CAI CH G, et al. Monocular vision-based calibration method for the axial and transverse sensitivities of low-frequency triaxial vibration sensors with the elliptical orbit excitation [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2022, 69(12): 13763-13772.

- [9] HE W, ZHANG X F, WANG CH Y, et al. A longstroke horizontal electromagnetic vibrator for ultralowfrequency vibration calibration [J]. Measurement Science and Technology, 2014, 25(8): 085901.
- [10] Methods for the calibration of vibration and shock transducers: ISO 16063-1999 [S]. Geneva: ISO Copyright Office, 1999.
- [11] 杨明,蔡晨光,刘志华,等. 基于长冲程振动台导轨 弯曲校正的低频振动传感器校准方法[J]. 振动与冲 击,2022,41(1):116-120.
  YANG M, CAI CH G, LIU ZH H, et al. Calibration method of low frequency vibration sensor based on guideway bending correction of long stroke shaker[J]. Journal of Vibration and Shock, 2022, 41(1):116-120.
- UMEDA A, ONOE M, SAKATA K, et al. Calibration of three-axis accelerometers using a three-dimensional vibration generator and three laser interferometers [J]. Sensors & Actuators A Physical, 2004, 114 (1): 93-101.
- [13] KLAUS L, KOBUSCH M. Seismometer calibration using a multi-component acceleration exciter [J]. Journal of Physics: Conference Series, 2018, 1065(22): 222014.
- [14] 刘志华,蔡晨光,于梅,等. 三轴向振动台运动耦合 装置的参数优化[J]. 振动.测试与诊断, 2017, 37(4):775-780.
  LIU ZH H, CAI CH G, YU M, et al. Parameter optimization of the cross-coupling unit in tri-axis vibration exciter [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2017, 37(4):775-780.
- [15] LIU ZH H, CAI CH G, YANG M, et al. Development of a tri-axial primary vibration calibration system [J]. Acta Imeko, 2019, 8(1): 33-39.
- [16] HE W, ZHANG X F, JIA SH SH, et al. Threedimensional standard vibrator based on leaf-spring-type decoupling device: US10365181[P]. 2019-07-30.
- [17] 于靖军,郝广波,陈贵敏,等. 柔性机构及其应用研究进展[J]. 机械工程学报, 2015, 51(13): 53-68.
  YU J J, HAO G B, CHEN G M, et al. State-of-art of compliant mechanisms and their applications[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(13): 53-68.
- [18] 胡天恩, 张旭飞, 兰媛. 簧片式电磁振动台波形失真 特性分析[J]. 振动与冲击, 2021, 40(21): 179-184.

HU T EN, ZHANG X F, LAN Y. Analysis of waveform distortion characteristics of reed electromagnetic vibrator[J]. Journal of Vibration and Shock, 2021, 40(21): 179-184.

- [19] WANG F J, HUO ZH CH, LIANG C M, et al. A novel actuator-internal micro/nano positioning stage with an arch-shape bridge type amplifier[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2018, 66(12): 9161-9172.
- [20] 卢倩,陈西府,黄卫清,等.一种高精度大行程 2R1T
   并联定位平台[J].仪器仪表学报,2019,40(8):
   148-157.

LU Q, CHEN X F, HUANG W Q, et al. A 2R1T parallel positioning platform with high accuracy and large working stroke [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2019, 40(8): 148-157.

- [21] ZHANG X F, HE W, WANG CH Y. Self-sensing waveform control for a low-frequency electromagnetic vibrator[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2017, 22(2): 785-793.
- [22] XU Q S. New flexure parallel-kinematic micropositioning system with large workspace [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2012, 28(2): 478-491.
- [23] 宫岛, 刘广宇, 周劲松, 等. 动车组车体异常振动问

题分析及治理研究[J]. 机械工程学报, 2021, 57(10): 95-105, 117.

GONG D, LIU G Y, ZHOU J S, et al. Research on abnormal vibration issue of car bodies of EMU trains and its treatment [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2021, 57(10): 95-105, 117.

[24] KONG S H, FANG X, CHEN X Y, et al. A NSGA-IIbased calibration algorithm for underwater binocular vision measurement system [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2019, 69 (3): 794-803.

#### 作者简介



**张旭飞**(通信作者),2012 年于海南大 学获得学士学位,2017 年于浙江大学获得博 士学位,现为太原理工大学副教授,主要研 究方向为振动计量、测试与控制。

E-mail:zhangxufei@tyut.edu.cn

**Zhang Xufei** (Corresponding author) received his B. Sc. degree from Hainan University in 2012, and Ph. D. degree from Zhejiang University in 2017. He is currently an associate professor at Taiyuan University of Technology. His main research interests include vibration metrology, testing and control.