DOI: 10. 19650/j. cnki. cjsi. J2311011

# 基于 AKF 滤波器的时栅角位移动态误差抑制方法\*

彭 凯<sup>1,2,3</sup>,许小虎<sup>1</sup>,王合文<sup>1,2</sup>,蒲红吉<sup>1,2</sup>,于治成<sup>1,2</sup>

(1.重庆理工大学机械检测技术与装备教育部工程研究中心 重庆 400054; 2.通用技术集团国测时栅科技有限公司 重庆 400054; 3.重庆市科学技术研究院 重庆 400054)

**摘 要:**动态测量下的谐波误差成分是制约高精度、高分辨率的时栅角位移传感器在动态测量领域运用的主要原因之一。针对 动态测量下时栅角位移传感器中的谐波抑制难题,首先简述了时栅角位移传感器的系统模型,其次建立了时栅角位移传感器的 动态误差数学模型,之后解释了传感器的动态误差产生机理,阐述了自适应卡尔曼滤波的基本原理,最后构建了基于自适应卡 尔曼滤波的时栅角位移传感器的动态误差抑制模型。通过仿真分析证明了时栅角位移传感器在匀速和变速运行情况下,经自 适应卡尔曼滤波后,动态误差均降低了约70%,且随着传感器转速的提高,对谐波误差的抑制效果越明显。在实验运用中,该滤 波算法对时栅角位移传感器的测量值有很好的实时预测性,传感器能够更快速且稳定运行,在100 r/min 的转速下测量误差降 低约80%。结果证实了自适应卡尔曼滤波在时栅角位移传感器的动态谐波误差抑制中有着显著的作用,能极大地提高传感器 的动态测量精度。

关键词:时栅角位移传感器;自适应卡尔曼滤波;动态误差;谐波抑制 中图分类号:TH7 文献标识码:A 国家标准学科分类代码:460.4030

# Time-grating angular displacement dynamic error suppression method based on AKF filter

Peng Kai<sup>1,2,3</sup>, Xu Xiaohu<sup>1</sup>, Wang Hewen<sup>1,2</sup>, Pu Hongji<sup>1,2</sup>, Yu Zhicheng<sup>1,2</sup>

(1. Engineering Research Center of Mechanical Testing Technology and Equipment, Ministry of Education, Chongqing University of Technology, Chongqing 400054, China; 2. Generate Guoce Time Grating Technology Co., Ltd., Chongqing 400054, China; 3. Chongqing Academy of Science and Technology, Chongqing 400054, China)

Abstract: The harmonic error component under dynamic measurement is one of the main reasons that restricts the application of high precision and high resolution time-grating angular displacement sensor in the field of dynamic measurement. To address the problem of harmonic suppression in time-grating angular displacement sensor under dynamic measurement, the system model of time-grating angular displacement sensor is firstly briefly described. Secondly, the dynamic error mathematical model of the time-grating angular displacement sensor is formulated. Then, the mechanism of dynamic error of the sensor is explained, and the basic principle of adaptive Kalman filter (AKF) is elaborated the dynamic error suppression model of time-grating angular displacement sensor adapted to Kalman filter. The simulation results show that the dynamic error of the time-grating angular displacement sensor is reduced by about 70% after the adaptive Kalman filter under the condition of constant speed and variable speed, and with the increase of the sensor speed, the more obvious the suppression effect of harmonic error is. In the experimental application, the filtering algorithm has a good real-time prediction of the measured value of the time-grating angular displacement sensor, the sensor can run more quickly and stably, and the measurement error is reduced by about 80% at the speed of 100 r/min. The results show that the adaptive Kalman filter has a significant role in suppressing the dynamic harmonic error of the time-grating angular displacement sensor, and can greatly improve the dynamic measurement accuracy of the sensor.

Keywords: time-grating angular displacement sensor; adaptive Kalman filtering; dynamic error; harmonic suppression

收稿日期:2023-01-31 Received Date: 2023-01-31

<sup>\*</sup>基金项目:国家自然科学基金青年项目(62103069)、重庆英才计划(cstc2022ycjh-bgzxm0146)、重庆市教委科学技术研究项目(KJZD-K202101104)、重庆理工大学研究生教育高质量发展行动计划(gzlcx20222053)项目资助

# 0 引 言

精密角位移传感器广泛运用于高档数控机床、国防 军工、航天航空等领域<sup>[1-3]</sup>。随着我国工业技术的快速发 展和应用范围的不断扩大,对角位移传感器的动态性能 要求提高。提升传感器的动态测量精度,减小动态测量 误差是推动高精密工业发展的关键技术。对动态误差的 修正是提升传感器动态性能的重要举措之一。

目前,常用的动态误差修正方法包括结构和硬件修 正法、动态预测修正法、曲线拟合修正法、谐波修正法 等<sup>[4]</sup>。Gurauskis 等<sup>[5-6]</sup>建立了光栅尺热误差和几何误差 的实时补偿模型,并将此模型应用于光栅尺的误差补偿, 取得了不错的进展。Charles 等<sup>[7]</sup>提出了一种基于椭圆 拟合技术修正增益和偏置测量误差的方法,并将其应用 在无刷电机的编码器上。蔡崇文等<sup>[8]</sup>采用 Vold-Kalman 滤波对光栅变速下的谐波动态误差进行抑制,极大地降 低了光栅变速运动时的谐波成分。江晓军等<sup>[9]</sup>和范兵 等[10]采用误差自修正法通对光栅传感器的多个零位信 号进行计数,并根据测量值和系统设定值得到的误差函 数自动进行误差修正,提高了系统的测量精度。黄姗 姗<sup>[11]</sup>、徐峰等<sup>[12]</sup>和魏舜昊等<sup>[13]</sup>采用 BP 神经网络算法来 对磁编码器的输出角度进行训练,通过粒子群算法 (particle swarm optimization, PSO)对 BP 神经网络算法进 行性能优化,通过预测来补偿磁编码的误差,动态测量误 差减小至±0.2°。赵若菲<sup>[14]</sup>提出基于 TMR (tunneling magnetoresistance)的高位高精度磁编码器的设计与实现 方案,通过对测量时的偏置误差进行补偿,将动态测量输 出信号进行卡尔曼滤波处理,将动态误差减小到到 ±0.1°。王磊等<sup>[15]</sup>采用基于卡尔曼滤波器动态误差主动 监督补偿方法,调节误差补偿系数进而提高角度值观测 误差的收敛速度,将磁编码器的动态测量误差从±3°减小 到±0.082°。

时栅位移传感器是我国自主研发的具有超高精度、高分辨率的传感器。目前时栅位移传感器的动态误差抑制技术还不成熟,且静态标定的传感器在动态测量时存在较大的误差。针对时栅位移传感器的动态误差抑制,学者们进行了诸多研究。王小辉等<sup>[16]</sup>提出一种基于Allan方差的时栅动态误差分析方法,通过在Allan方差中对随机误差进行特定分析,用最小二乘法对误差进行拟合。杨洪涛等<sup>[17]</sup>采用贝叶斯插入标准值预测寄生式时栅传感器的动态误差,从而进行补偿修正。杨继森等<sup>[18-19]</sup>通过分析磁场式时栅传感器感应电动势幅值与频率信号,建立了动态下输出信号幅值和频率与转子转速的数学模型,采用谐波修正法进行动态误差修正;采用三次样条差值定位误差采样位置,重构误差曲线,利用傅里

叶谐波补偿建立短周期误差补偿模型,将磁场式时栅传 感器在低速下的误差补偿效果提升56%。

卡尔曼滤波是一种线性最优估计算法,之后人们又 提出适应工况的自适应卡尔曼滤波(adaptive Kalman filter, AKF)<sup>[20-22]</sup>。自适应卡尔曼滤波算法因其运算速 度快、估计精度高、实时性好等特点,对测量值具有很好 的跟踪性、实时性与预测性,技术上对时栅角位移传感器 的动态误差抑制有可行性与有效性。因此本文建立了时 栅角位移传感器的动态误差拟合数学模型,将并动态误 差拟合模型与自适应卡尔曼滤波原理结合,仿真分析和 实验运用对比传感器动态误差抑制模型在不同转速下的 抑制效果,结果表明自适应卡尔曼滤波对动态下时栅角 位移传感器中的谐波误差有着显著的抑制效果,同时缩 短了误差收敛时间,提高了传感器的动态测量精度。

# 1 时栅角位移传感器系统模型

时栅角位移传感器测量其核心就是构造一个匀速运动的坐标系。本文通过在空间正交的4个极片上施加幅 值相等、相位相差 π/2 的正弦激励信号来构建匀速运动 的参考系,通过动尺极片与定尺极片之间的电容耦合产 生所需信号。传感器由动尺与定尺构成,主要包括4路 一组的激励对极和接收信号的双正弦形感应电极。

为了探究传感器的测量原理,对时栅角位移传感器 进行分析。如图1所示,分别将 $U_{sin+}$ 、 $U_{cos+}$ 、 $U_{sin-}$ 、 $U_{cos-}$ 四 路激励信号依次施加到定尺极片上形成一组激励对极, 将N个对极遍布在整个定尺上,则一个对极对应的周期 为 $\theta_0 = 2\pi/N_o$ 



图 1 时栅角位移传感器 Fig. 1 Time-grating angular displacement sensor

施加的四路激励信号分别为:

$$\begin{cases} U_{\sin+} = A_m \sin\omega t \\ U_{\cos+} = A_m \sin(\omega t + \pi/2) = A_m \cos\omega t \\ U_{\sin-} = A_m \sin(\omega t + \pi) = -A_m \sin\omega t \\ U_{\cos-} = A_m \sin(\omega t + 3\pi/2) = -A_m \cos\omega t \end{cases}$$
(1)

式中: $\omega$  为激励信号的频率; $A_m$  为激励信号幅值;t 为时间。

时栅角位移传感器的感应信号  $U_o$  与电极的正对 有效面积  $\Delta S$  成正比,用  $U_{ost}$ 、 $U_{oct}$ 、 $U_{ost}$ 、 $U_{oc-}$ 分别表示 感应电极在四组激励电极上的耦合信号。团队前期 已经分析了时栅角位移传感器的工作机理<sup>[19-21]</sup>,就不 再赘述。

四路感应信号可表示为:  

$$\begin{cases}
U_{0S+} = 2K_e A_m r_1 \Delta r_1 [1 - \cos(N\theta)] \sin(\omega t) \\
U_{0C+} = 2K_e A_m r_1 \Delta r_1 [1 + \sin(N\theta)] \cos(\omega t) \\
U_{0S-} = -2K_e A_m r_1 \Delta r_1 [1 + \cos(N\theta)] \sin(\omega t) \\
U_{0C} = -2K_e A_m r_1 \Delta r_1 [1 - \sin(N\theta)] \cos(\omega t)
\end{cases}$$
(2)

式中: $K_a$ 为电场耦合系数; $r_1$ 为双正弦的感应电极的圆 周半径; $\Delta r_1$ 为双正弦的感应电极的幅值;N为对极数; $\theta$ 为空间角位移。

当传感器工作时,一个双正弦感应电极上总的输出 信号是由四路激励信号耦合叠加得到的,最终测量的一 个感应信号 U<sub>0</sub> 表示为:

$$U_{01} = U_{0S+} + U_{0C+} + U_{0S-} + U_{0C-} =$$

$$+ 4K_{c}A_{m}r_{1}\Delta r_{1}\sin(\omega t - N\theta)$$
(3)

为了消除平板电容结构环境中的共模误差,将传感器设计成差动结构,如图1所示。在一个激励对极内设 计两个正对感应极片,且在空间相位上相差 π,则差动感 应电极输出信号 U<sub>m</sub> 可表示为:

$$U_{o2} = -4K_{e}A_{m}r_{1}\Delta r_{1}\sin(\omega t + \pi - N\theta)$$
(4)  
则最终输出消除共模后的差动行波信号为:  
$$U_{o} = U_{o1} - U_{o2} = -4K_{e}A_{m}r_{1}\Delta r_{1}\sin(\omega t - N\theta) +$$

$$4KA r, \Delta r, \sin(\omega t + \pi - N\theta) =$$
(5)

-  $8K_e A_m r_1 \Delta r_1 \sin(\omega t - N\theta) = 2K_0 \sin(\omega t - N\theta)$ 式中: $K_0 = -4K_e A_m r_1 \Delta r_1$ 为 $U_o$ 的幅值。其中空间相位与 角位移成正比,比例系数为 $N_o$ 

# 2 传感器的动态误差建模与分析

#### 2.1 静态误差特性

根据时栅角位移传感器的系统模型可知传感器任意 位置的测量误差都是以一个空间相位(θ=Nθ₀=2π)为周 期的各阶谐波误差的叠加<sup>[23]</sup>,因此通过对短周期内的静 态误差特性的研究,可重构传感器整周的动态误差特性 曲线,这为之后传感器动态误差模型的建立与抑制提供 了理论基础与技术方向。

若不考虑信号电路发生的误差源,则可认为时栅角 位移传感器输出的行波信号为标准正弦波(式(5)),即 时间分量与直流分量都已确定,则传感器测量误差更多 来源于空间信号分量的畸变。将时栅角位移传感器的输 出信号按傅里叶级数展开后的 U<sub>0</sub> 可表示为:

$$U_{0} = A\sin\omega t \left[ a_{0} + \sum_{i=1}^{n} a_{i}\cos(iN\theta + \eta_{i}) \right] + A\cos\omega t \left[ b_{0} + \sum_{i=1}^{n} b_{i}\sin(iN\theta + \delta_{i}) \right]$$
(6)

式中: $a_0$ 、 $b_0$ 为信号直流分量; $a_i$ 、 $b_i$ 为信号幅值系数; $\eta_i$ 、  $\delta_i$ 为空间谐波相位;i为谐波次数。

当 $a_1 = b_1 = 1$ ,其余参数都为0时,式(6)为传感器输 出的理想行波。通过前期课题组的研究<sup>[24-26]</sup>,可将两路 空间信号定义为 $a(\theta)$ 和 $b(\theta)$ ,则式(6)可写为:

$$U_{0} = Aa(\theta)\sin\omega t + Ab(\theta)\cos\omega t =$$

$$A\sqrt{a(\theta)^{2} + b(\theta)^{2}} \sin\left(\omega t + \arctan\frac{b(\theta)}{a(\theta)}\right)$$
(7)  
此时的周期测量误差为:

$$e(\theta) = \frac{1}{N} \left[ \arctan \frac{b(\theta)}{a(\theta)} - \arctan(\tan(N\theta)) \right]$$

$$\left(\theta \to 0, \frac{\pi}{2N}, \arctan \frac{b(\theta)}{a(\theta)} \to N\theta \right)$$
(8)

针对传感器输出信号周期内的幅值不等、相位不正 交(相差 ε)、谐波成分叠加的情况<sup>[23,27]</sup>,含误差的测量值 可分别表示为:

$$\frac{1}{N} \arctan \frac{b(\theta)}{a(\theta)} =$$

$$\left\{ \frac{1}{N} \arctan \frac{a_1 - a_2 + (a_1 + a_2) \sin N\theta}{b_1 - b_2 + (b_1 + b_2) \cos N\theta} - \frac{1}{N} \arctan \frac{\sin(N\theta + \varepsilon)}{\cos N\theta} \right\}$$

$$\left\{ \frac{1}{N} \arctan \frac{\sin N\theta + a_3 \sin 3N\theta}{\cos N\theta - b_3 \cos 3N\theta} \right\}$$
(9)

其周期主要误差和谐波频谱如图 2 所示,传感器信 号周期内的幅值不等造成了周期内的 1 次和 2 次谐波误 差,相位不等造成了周期内的 2 次谐波误差和直流分量, 奇次谐波叠加造成了周期内的偶次谐波误差。

#### 2.2 动态误差拟合建模

若将 sin 路与 cos 路信号中谐波部分展开,则式(6) 可写成 *i* 次类行波的叠加:

 $U_{o} = A_{0}\sin(\omega t + \varphi_{0}) + A_{1}\sin[\omega t + \varphi_{1}] + \dots + A_{i}\sin[\omega t + \varphi_{i}]$ (10) 式中: $\varphi_{i}$ 为*i*次谐波的空间信号参数,其中 $\varphi_{i} = iN\theta + \sigma_{i}, \sigma_{i}$ 为空间信号初相位。

时栅角位移传感器信号类行波信号可由幅值与空间相位不同的同频时间信号叠加而成。由于传感器行 波信号是仅含空间一次谐波的基波,其余波都可认为 是误差。



图 2 周期误差分析 Fig. 2 Periodic error analysis

根据传感器实际工作情况,引入式(9)中的传感器 主要周期误差作为主要影响参量。将式(10)化简为:

 $U_{o} = Aa_{0}\sin\omega t + Aa_{1}\sin\omega t\cos(N\theta + \eta_{1}) + Aa_{3}\sin\omega t\cos 3N\theta + Ab_{0}\cos\omega t + Ab_{1}\cos\omega t\sin(N\theta + \delta_{1}) - Ab_{3}\cos\omega t\sin 3N\theta$ (11)

将式(10)中零次类行波中的一次谐波误差按式(8) 进行傅里叶变换得到:

$$e_{1}(\theta) = \frac{1}{N}(b\cos N\theta - a\sin N\theta) = \frac{1}{N}\sqrt{b^{2} + a^{2}}\cos \times$$
$$N\theta + \arctan\frac{a_{0}}{b_{0}} + (\operatorname{sign}(b_{0}) = -1)\pi \right]$$
(12)

式中: $a_0/a_1 = a, b_0/b_1 = b_0$ 

一次类行波中的二次谐波误差为:

$$e_2(\theta) = \frac{1}{N} \left( 2a\sin 2N\theta + b\cos 2N\theta + \frac{\delta_1 + \eta_1}{2} \right) \quad (13)$$

式中: $(a_1-b_1)/(a_1+b_1)=a,(\delta_1-\eta_1)/2=b_o$ 三次类行波中的四次谐波误差为:

$$e_4(\theta) = \frac{1}{2N}a\sin 4N\theta + \frac{1}{2N}b\cos 4N\theta \tag{14}$$

式中: $((b_3\cos\delta_3)/b_1 - (a_3\cos\eta_3)/a_1)/2 = a, ((b_3\sin\delta_3)/b_1 - (a_3\sin\eta_3)/a_1)/2 = b_\circ$ 

通过式(12)~(14)可知,主要周期误差可以用复数 的模和幅角来表示,由空间信号中参数变化与周期谐波 误差的关系可将式(8) 拟合表示为:

$$e_{i}(\theta) = \frac{1}{N} \left[ \frac{\eta_{1} + \delta_{1}}{2} + \sum_{i=1}^{n} A_{i} \cos(iN\theta + \beta) \right]$$
(15)  

$$\pm \psi, \ a + jb = A_{i}e^{j\beta}, \ a_{0}/a_{1} = a, b_{0}/b_{1} = b_{0}$$

设式(8)为传感器计算出的误差真实值,式(15)为 传感器计算出的误差拟合值,当空间信号的各参量畸变 较小时,拟合误差曲线与真值误差曲线几乎重合;当参量 畸变增大时,拟合误差曲线与真值误差曲线偏差也增大, 当空间参量畸变使得误差拟合曲线与真值曲线偏差不超 过10%时,则可将式(15)作为时栅角位移传感器的周期 误差表达式。拟合效果如图3所示。





当传感器在以 $\omega$ ,转速运行时,其测量的角位移可表示为:

$$\theta = \omega_r t \tag{16}$$

则拟合式(15)可改写为:

$$e_{i}(t) = \frac{1}{N} \left[ \frac{\eta_{1} + \delta_{1}}{2} + \sum_{i=1}^{n} A_{i} \cos(iN\omega_{r}t + \varphi_{i}) \right] \quad (17)$$

由式(17)可知,传感器的动态误差与转速有关,动态误差的频率与转速成正比,传感器转速越高,周期内的动态误差频率越高。

# 3 动态误差抑制模型与算法

在实际时栅角位移传感器测量中,传感器运行往往 不是匀速的,受到振动以及其他串扰影响,传感器测量的 角位移测量中会伴有谐波成分和测量噪声。

为了便于 AKF 算法检测传感器的角位移变化,将 t 时刻的角位移运动方程表示为:

$$\begin{cases} \theta_i = \theta_{i-1} + \omega_{ri-1}T\\ \omega_{ri} = \omega_{ri-1} + q_{i-1} \end{cases}$$
(18)

式中: $\theta_i$ 为电机角位移; $\omega_n$ 表示角速度;T为采样时间;  $q_{i-1}$ 为速度过程噪声。定义向量  $X_i = [\theta_i, \omega_n]^T$ ,则传感 器运动下的状态矩阵方程可表示为:

 $\boldsymbol{X}_{i} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{X}_{i-1} + \boldsymbol{w}_{i} \quad \boldsymbol{w}_{i} \sim N(0, \boldsymbol{Q}_{i})$ (19) 式中:  $\boldsymbol{w}_{i}$  为均值为 0,协方差  $E(\boldsymbol{w}_{i}, \boldsymbol{w}_{i}^{\mathrm{T}}) = \boldsymbol{Q}_{i}$  的高斯噪声。

对于时栅角位移传感器输出的角位移测量值,通过 AKF 滤波器对谐波和白噪声进行抑制和滤除,在测量过 程中的谐波误差  $e_i(t)$ 和噪声  $v_i$  作为共同的测量误差,可 以作为则 AKF 滤波系统的观测方程可写为:

 $Z_{t} = HX_{t} + e_{i}(t) + v_{t}, \quad v_{t} \sim N(0, R_{t})$ (20) 式中:  $Z_{t}$  为 t 时刻观测离散数据;  $v_{t}$  为均值为 0, 协方差  $E(v_{t} - v_{t}^{T}) = R_{t}$  的高斯噪声; H 为观测矩阵。

AKF 滤波算法通过实时更新卡尔曼增益,估计出系统的最优值,AKF 滤波递归算法如下:

$$\begin{cases} \hat{X}_{i}^{-} = A\hat{X}_{t-1} + \hat{q}_{t} \\ P_{i}^{-} = AP_{i-1}A^{T} + \hat{Q}_{t-1} \\ K_{i} = P_{i}^{-}H^{T}(HP_{i}^{-}H^{T} + \hat{R}_{t})^{-1} \\ \varepsilon_{i} = Z_{i} - H\hat{X}_{i}^{-} - \hat{r}_{i} \\ \hat{X}_{i} = \hat{X}_{i-1}^{-} + K_{i}\varepsilon_{i} \\ P_{i} = (I - K_{i}H)P_{i}^{-} \\ \hat{R}_{i} = (1 - d_{i-1})\hat{R}_{i-1} + d_{i-1}(\varepsilon_{i}\varepsilon_{i}^{T} + P_{i} - HP_{i-1}H^{T}) \\ \hat{r}_{i} = (1 - d_{i-1})\hat{r}_{i-1} + d_{i-1}(Z_{i} - H\hat{X}_{i-1}) \\ \hat{Q}_{i} = (1 - d_{i-1})\hat{Q}_{i-1} + d_{i-1}(K_{i}\varepsilon_{i}\varepsilon_{i}^{T}K_{i}^{T} + P_{i} - AP_{i-1}A^{T}) \\ \hat{q}_{i} = (1 - d_{i-1})\hat{q}_{i-1} + d_{i-1}(\hat{X}_{i} - A\hat{X}_{i-1}) \end{cases}$$

在 AKF 滤波器的设计中,时栅角位移传感器系统测 量噪声方差 R 是时变的,这使状态估计的最优值误差增 大,甚至发散。因此,更新卡尔曼增益 k 时需要考虑噪声 方差 R 的影响,通常引入遗忘因子 b。因此遗忘因子 b 的选取,对 AKF 滤波算法的设计极为重要。

$$d_{t-1} = (1 - b) / (1 - b^{t})$$
(22)  
式中:b →般取值范围为 0.95≤b≤0.99。

# 4 仿真分析

# 4.1 匀速下谐波抑制分析

为了验证 AKF 滤波算法的优化效果,本文利用 MATLAB 搭建基于 Simulink 的时栅角位移传感器伺服控 制系统测量模型进行仿真分析。根据纳米时栅角位移传 感器的测量原理,在传感器工作时,传感器行波信号输入 如式(5),激励频率为f=20 kHz,N=64,转速 $\omega_r$ 为 20、 50、100 r/min。

考虑传感器实际运行情况,按式(11)引入 n=4 次以 及直流分量误差,动态误差仿真参数如表1 所示,仿真给 定的传感器误差模型为:

$$e(t) = \frac{1}{N} \left[ \frac{\eta_1 + \delta_1}{2} + \sqrt{a^2 + b^2} \cos\left(iN\omega_r t + \arctan\left(\frac{b}{a}\right)\right) \right] \quad (23)$$

# 表 1 动态误差仿真参数 Table 1 Algorithm simulation parameters

	8	 <b>F</b>	
ムルトロル		*6.1+	

	参数名称	数值
	相位差 η <sub>1</sub> -δ <sub>1</sub> /(°)	0.6
Ś	空间谐波直流分量 a <sub>0</sub>	0.05
ź	空间谐波直流分量 $b_0$	-0.5
ì	皆波幅值比例因子 $a_1$	0.6
궈	皆波幅值比例因子 $b_1$	0.8
ì	皆波幅值比例因子 a3	0.5
궈	皆波幅值比例因子 b3	0.5
	谐波次数 n	4

如图 4 所示,为传感器角位移测量值经 AKF 后的误差图,当传感器以 20 r/min 转速运行时,测量误差从 42" 减小到 9.5",从误差包络幅值看,经 AKF 滤波后的测量 误差在 1.8 s时开始收敛,且收敛较慢,AKF 滤波算法跟 踪性能较差,对传感器的谐波抑制效果不显著;当传感器 转速增大到 50 r/min,测量误差从 40"减小到 6",误差幅 值收敛时间减小到 0.8 s;传感器转速为 100 r/min 时,测 量误差从 38"减小到 0.8",误差幅值收敛时间减小到 0.6 s。图 4 中随着传感器转速的增大,动态误差幅值收 敛时间明显缩短,AKF 滤波算法对传感器动态误差抑制 效果也明显增强。





为了对传感器动态误差经 AKF 前后的抑制效果进 行定量分析,针对传感器不同转速下的测量误差进行傅 里叶变换,截取周期内的误差进行频谱分析。图 5~7 所 示为传感器在不同转速下的动态误差频谱图,图 5 为当 传感器运行转速为 20 r/min 时,1 次谐波减小约 33%, 2 次谐波减小约 30%,4 次谐波减小约 32.9%。图 6 为传 感器转速为 50 r/min 时,直流分量减小约 8%,1 次谐波 减小约 81.5%,2 次谐波减小约 75.5%,4 次谐波减小约 81%。图 7 为传感器转速为 100 r/min 时,直流分量减小 约 2.2%,1 次谐波减小约 88%,2 次谐波减小约 84%, 4 次谐波减小约 87.5%。随着传感器转速的增加,谐波 误差的频率也随之增大,AKF 滤波算法对高转速下传感 器的误差值预测的性能更好,对谐波误差抑制效果越 显著。









图 6 转速 50 r/min 下的误差频谱图







#### 4.2 匀加速下谐波抑制分析

为了探究变速运动下 AKF 算法对传感器中谐波的 抑制效果,设定角位移传感器做匀加速运动,即转速为  $\omega_r = \omega_0 + 0.5at^2, \omega_0$ 为初始角速度,a为角加速度。仿真 时分别取 $\omega_0$ 为20 r/min、100 r/min,a = 10 rad/s<sup>2</sup>,叠加的 谐波误差公式如式(23)所示。

图 8 和 9 所示为角位移时栅传感器在匀加速情况下

经 AKF 滤波前后的角位移对比。由图 8 可知,传感器在 低速运行时,AKF 算法对动态误差的预测效果不显著,从 误差包络幅值曲线看出,传感器的测量误差在 0.36 s 时 趋于收敛,误差值收敛在±3.2"左右。图 9 为传感器在初 始转速 100 r/min 下运行时,AKF 算法对测量误差的预 测性能更好,且在 0.34 s 时误差收敛在±1"左右,随着传 感器转速的增加,经过 AKF 滤波后的测量误差更小。











图 10 和 11 所示为传感器匀加速运行时的不同初始 转速下的测量误差频谱图。由图 10 可知,对传感器在匀 加速运动时的位移误差进行傅里叶变换,传感器在 20 r/min运行时,角位移测量值经过 AKF 后,直流分量 减小约 1.3%,1 次谐波减小约 36.4%,2 次谐波减小 7.7%,4 次谐波减小约 25%。由图 11 可知,当传感器以





100 r/min 的速度运行时,滤波后测量值误差中,直流分量减小约 2.6%,1次谐波减小约 77.8%,2次谐波减小 68.5%,4次谐波减小约 75%。仿真结果显示,匀加速情况下,随着传感器转速的提高,AKF 算法对其动态误差的抑制效果越好。



图 11 初始转速 100 r/min 的测量误差频谱图 Fig. 11 Error spectrum diagram of initial speed 100 r/min

#### 5 实验验证

#### 5.1 测试平台搭建

为了验证时栅角位移传感器信号经过 AKF 滤波后的效果,制作了时栅角位移传感器样机并进行测试,其中 采用 PCB 工艺制作了外径 90 mm,内径 15 mm 的原理样 机,样机的动尺激励对极数为 64 对极,定尺感应对极数则设计为 32 对极,并设计了相应的集成电路。传感器安装时,动尺、定尺、圆时栅电机轴三者同轴心,动尺与定尺平行安装且间隙 d 为 0.3 mm,如图 1 所示。实验设备如图 12 所示,实验平台通过含高精度光栅的西门子SIMOTICS 伺服电机控制,系统精度达到±5″,以此作为实验误差测试的基准。





如图 12 所示,驱动电机以匀速转动时,圆光栅传感 器与圆时栅传感器以相同频率对电机角位移量进行同步 采集,采集到的角位移信息会传输到 DCAM 伺服系统综 合测控仪上面的纳米圆时栅伺服电机应用测试上位机显 示和处理分析。将电机转速设置为 20、50、100 r/min,光 栅与时栅角位移传感器的采样频率为 40 kHz,进行动态 误差采样。

表 2 为 AKF 滤波算法模型参数,将表 2 中算法模型 参数代入式(21)中,可得到不同速度下动态误差修正算 法模型。

Table 2 Algorithm simulation parameters				
参数名称	数值			
采样频率/kHz	50			
观测噪声 $R_0$	[0.10;00.1]			
系统噪声 $Q_0$	[0.0010;00.001]			
初始协方差矩阵 $P_0$	[10;01]			
观测噪声期望 $r_0$	0			
系统噪声期望 $q_0$	0			
状态转移矩阵 A	[10.001;01]			
观测矩阵 H	[10;01]			
遗忘因子 b	0. 99			

#### 表 2 修正算法模型参数 Table 2 Algorithm simulation parameter

#### 5.2 实验结果分析

测试实验在图 12 所示平台上进行,传感器运行转速 w,分别设置为 20、50、100 r/min。时栅角位移传感器在 运行时,空间信号会受到电场的非线性干扰以及机械振 动的影响,导致传感器行波信号中叠加有幅值不等和相 位非正交的不同频次的谐波成分。

实验结果中,对时间频率为 20 kHz 的行波信号输出 的角位移进行分析,经过傅里叶变换后得到 AKF 滤波前 后的角位移误差频谱图,如图 13~15 所示。由图 13 可 知,当传感器运行转速在 20 r/min 下时,经 AKF 滤波后 的动态误差从 80"减小到为 43",由图 13(b) 和(c) 可知, 1次谐波减小约28%,2次谐波减小31%,4次谐波减小 约6.5%,此转速下AKF滤波算法对误差抑制较弱。从 图 14 可知,当传感器运行转速为 50 r/min 时,经 AKF 滤 波后误差从 123"减小到为 48",降低约 61%,其中 1 次谐 波减小约 70%,2次谐波减小 74%,4次谐波减小约 76%。由图 15 可知,当传感器运行转速为 100 r/min 时, 经 AKF 滤波后误差从 106"减小到为 25",降低约 76%, 1次谐波减小约74%,2次谐波减小75%,4次谐波减小 约79%。当传感器转速增大时,高次谐波幅值大幅降低, AKF 滤波算法对其谐波误差的抑制效果显著提高。综上 可见 AKF 滤波算法对时栅角位移传感器的动态谐波误 差成分有显著的抑制作用,在传感器转速低于 20 r/min 下运行时,AKF 滤波算法对误差的预测性能较弱,对谐波 误差的抑制效果不佳,当传感器运行转速越高时,AKF 滤 波算法对误差抑制效果越明显。





Fig. 13 The angular displacement error and spectrum at a speed of 20 r/min



图 14 转速 50 r/min 的角位移误差与频谱

Fig. 14 The angular displacement error and spectrum at a speed of 50 r/min





Fig. 15 The angular displacement error and spectrum at a speed of 100 r/min

图 16 所示为采集的时栅信号经 AKF 滤波前后的位 置和速度对比。图 16(a)为传感器测得的角位移经 AKF 后,伺服电机运行时的波动性更小,且对真实值的拟合度 更高,AKF 算法对测量值的预测性能和实时性很好。由 图 16(b),经 AKF 后,电机的启动速度超调更小,响应速 度更快,滤波前最大速度误差为±11 r/min,滤波后的速 度最大误差为±2.2 r/min,测量误差减小约 80%。经 AKF 后,传感器能够更快速且平稳运行。



(a)AKF filtering front and back angular displacements



图 16 AKF 滤波前后位移与速度



# 6 结 论

针对时栅角位移传感器角位移误差的谐波抑制,详 细阐述了AKF的基本原理和时栅传感器信号的谐波误 差机理,构建了时栅角位移传感器动态下的谐波测量误 差模型,设计了时栅角位移传感器的AKF滤波算法,并 进行仿真分析和实验验证,最后在伺服系统上进行实际 运用。

仿真结果表明,在传感器转速 20 r/min 下运行时, AKF 算法对时栅传感器角位移的谐波误差仅能降低 30% 左右,抑制效果不显著,随着传感器转速的提高, AKF 滤波算法可将谐波误差减小约 75% 以上,且误差收 敛时间缩短至 1 s 以内。在传感器匀加速条件下,此算法 对谐波误差同样具有很好的抑制效果。实验结果表明, 传感器转速低于 20 r/min 时,经 AKF 滤波后,1 次谐波减 小约 28%,2 次谐波减小 31%,4 次谐波减小约 6.5%, AKF 算法对谐波误差的预测效果较差,随着传感器运行 转速的提高,对谐波误差的预测效果较差,随着传感器运行 转速的提高,对谐波误差的抑制效果越明显,1 次、2 次、 4 次谐波误差均能降低 70% 以上。在伺服控制系统中, AKF 算法对时栅角位移传感器的测量值具有很好的实时 预测性,传感器能够更快速且稳定运行,在 100 r/min 的 转速下测量误差降低约 80%。所以 AKF 在时栅传感器 角位移中的动态谐波误差抑制中有着显著的作用。

#### 参考文献

[1] 陈自然,黎锡,冯曦颉,等.基于差极结构的绝对式直线时栅位移传感器研究及测量误差特性分析[J].光学精密工程,2022,30(6):667-677.

CHEN Z R, LI X, FENG X J, et al. Research on absolute linear time-grating displacement sensor with onepole-difference structure and analysis of measurement error characteristics [J]. Optics and Precision Engineering, 2022, 30(6):667-677.

- [2] LIU X, ZHAN B, YU Z, et al. A miniaturized capacitive absolute angular positioning sensor based on a dual twostage secondary re-modulation scheme with time-division multiplexing [J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2020, 310: 112043.
- [3] 王国彪,邵金友,宋建丽,等."纳米制造的基础研究" 重大研究计划研究进展[J]. 机械工程学报,2016, 52(5):68-79.
  WANG G B, SHAO J Y, SONG J L, et al. Research review of the NSFC major research plan "fundamental research on nanomanufacturing" [J]. Journal of
- [4] JIANG M, LUO J, JIANG D, et al. A cuckoo searchsupport vector machine model for predicting dynamic measurement errors of sensors [J]. IEEE Access, 2016(4): 5030-5037.

Mechanical Engineering, 2016, 52(5): 68-79.

- [5] GURAUSKIS D, KILIKEVIČIUS A, BORODINAS S, et al. Analysis of geometric and thermal errors of linear encoder for real-time compensation [J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2019, 296: 145-154.
- [6] GURAUSKIS D, KILIKEVIČIUS A, KASPARAITIS A. Thermal and geometric error compensation approach for an optical linear encoder [J]. Sensors, 2021, 21(2): 360.
- [7] CHARLES F L. Implementation of a high-speed sinusoidal encoder interpolation system [D]. Blacksburg: Virginia Polytechnic Institute and State University, 2004.
- [8] 蔡崇文,叶国永,刘红忠. 基于 Vold-Kalman 滤波的光 栅谐波动态抑制方法[J]. 仪器仪表学报, 2021, 42(3):17-24.
  CAI CH W, YE G Y, LIU H ZH. Dynamic suppression of harmonic distortion for optical encoders via Vold-Kalman filtering [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021, 42(3): 17-24.
- [9] 江晓军,黄立华,黄惠杰,等. 光栅位移测量系统的误差自修正方法研究[J]. 计量学报,2008(4):309-312.
  JIANG X J, HUANG L H, HUANG H J, et al. An automatic error correction method for grating displacement measurement system [J]. Acta Metrologica Sinica, 2008(4): 309-312.
- [10] 范兵,陈锡侯,肖朝晖,等. 磁场式位移传感器误差的 数理模型研究[J]. 仪器仪表学报,2016,37(5): 985-992.

FAN B, CHEN X H, XIAO ZH H, et al. Research on mathematical and physical model of magnetic displacement sensor error [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2016, 37(5): 985-992.

[11] 黄姗姗. 磁编码器的设计与实现[D]. 南京:东南大

HUANG SH SH. Design and Implementation of Magnetic encoder [D]. Nanjing: Southeast University, 2019.

[12] 徐峰,姚恩涛,冯嘉瑞,等. 基于 PSO-BP 神经网络的增量式拉线位移传感器误差补偿方法[J]. 传感技术学报,2022,35(3):335-341.

XU F, YAO EN T, FENG J R, et al. An error compensation method for incremental pull wire displacement sensor based on PSO-BP neural network [J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2012, 35(3): 335-341.

[13] 魏舜昊,章家岩,冯旭刚.三坐标测量机高速测量过程 动态误差分析与补偿[J].电子测量与仪器学报, 2020,34(5):43-50.

WEI SH H, ZHANG J Y, FENG X G. Dynamic error analysis and compensation of CMM high speed measurement [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2020, 34(5): 43-50.

- [14] 赵若菲. 基于 TMR 的高位高精度磁编码器的设计与 实现[D]. 杭州:杭州电子科技大学,2021.
  ZHAO R F. Design and realization of high-resolution and high-accuracy magnetic encoder based on TMR [D].
  Hangzhou: Hangzhou Dianzi University, 2021.
  [15] 玉磊 早齡星 查玉器 笔 基玉状态方程磁电编码器
- [15] 王磊,吴殿昊,李玉强,等.基于状态方程磁电编码器 角度误差主动监督补偿方法研究[J].仪器仪表学报, 2020,41(6):94-105.

WANG L, WU D H, LI Y Q, et al. Research on active supervision and compensation method for angle error of magnetoelectric encoder based on state equation [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41(6): 94-105.

[16] 王小辉,万文略,陈鑫. 基于 Allan 方差的时栅角位移 传感器误差识别[J]. 仪表技术与传感器,2016(10): 16-19.

> WANG X H, WAN W L, CHEN X. Error recognition of time grating angular displacement sensor based on Allan variance[J]. Instrument Technique and Sensor, 2016(10): 16-19.

[17] 杨洪涛,章刘沙,周姣,等.寄生式时栅传感器动态测 量误差的贝叶斯建模[J].光学 精密工程,2016, 24(10):2523-2531.

> YANG H T, ZHANG L SH, ZHOU J, et al. Modelling of dynamic measurement error for parasitic time grating sensor based on Bayesian principle [J]. Optics and Precision Engineering, 2016, 24(10): 2523-2531.

 [18] 杨继森,李小雨,张静,等.时栅位移传感器动态误差 模型及修正算法研究[J].仪器仪表学报,2015, 36(11):2548-2555. YANG J S, LI X Y, ZHANG J, et al. Study on the dynamic error model and correction algorithm of time grating displacement sensor [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2015, 36(11): 2548-2555.

[19] 杨继森,张迪,卢渝,等.时栅位移传感器误差动态采 样与补偿模型研究[J].仪器仪表学报,2022,43(6): 9-18.

YANG J S, ZHANG D, LU Y, et al. Study on error dynamic sampling and compensation model of the time grating displacement sensor [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2022, 43(6): 9-18.

[20] 李红霞,李尚远,李振垚,等. 基于自适应卡尔曼滤波的负荷参数在线辨识方法[J]. 电气自动化, 2021, 43(4):43-45,59.

LI H X, LI SH Y, LI ZH Y, et al. Online identification method of load parameters based on adaptive Kalman filter algorithm [J]. Electrical Automation, 2021, 43(4): 43-45,59.

[21] 于洋,李杰,余松,等. 基于卡尔曼滤波的电磁流量计 信号处理[J]. 电子测量与仪器学报,2022,36(9): 183-189.

> YU Y, LI J, YU S, et al. Kalman filter-based electromagnetic flowmeter signal processing [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2022, 36(9): 183-189.

[22] 刘春,卫吉祥,李维华,等.改进的自适应卡尔曼滤波 在北斗伪距单点定位中的研究[J].电子测量与仪器 学报,2020,34(10):142-148.

> LIU CH, WEI J X, LI W H, et al. Research on improved adaptive Kalman filter for Beidou Pseudorange single point positioning [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2020, 34(10):142-148.

- [23] 彭凯.大量程纳米时栅位移传感器的测量模型和误差 机理研究[D].重庆:重庆大学,2017.
   PENG K. Study on measurement model and error mechanism of long-range nanometer time-grating displacement sensors [D]. Chongqing: Chongqing University, 2017.
- [24] 刘小康,李昌伟,彭凯,等. 基于分时复用反射电极结构的高精度绝对式时栅角位移传感器[J]. 仪器仪表学报, 2019,40(11):23-31.
  LIU X K, LI CH W, PENG K, et al. High precision absolute time-grating angular displacement sensor using

absolute time-grating angular displacement sensor using time division multiplex access scheme with reflective electrode structure [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2019,40(11):23-31.

[25] 刘小康,柳康,蒲红吉,等.基于二次调制的高精度多

圈绝对式时栅角位移传感器[J]. 仪器仪表学报, 2021, 42(5):90-98.

LIU X K, LIU K, PU H J, et al. High-precision multi-turn absolute time-grating angular displacement sensor based on re-modulation scheme [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021, 42(5):90-98.

[26] 彭凯,刘小康,于治成,等.电极几何尺寸误差对纳米 时栅位移传感器测量精度的影响及其抑制方法[J]. 仪器仪表学报,2021,42(7):21-27.

PENG K, LIU X K, YU ZH CH, et al. Influence of electrode geometric errors on the measurement accuracy of nanometer time-grating displacement sensor and its suppression method [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021, 42(7): 21-27.

[27] 孙世政,周清松,何泽银.嵌入式时栅角位移传感器短 周期误差分析与补偿[J].仪器仪表学报,2019, 40(4):27-34.

> SUN SH ZH, ZHOU Q S, HE Z Y. Short period error analysis and compensation of embedded time grating angular displacement sensor [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2019, 40(4): 27-34.

#### 作者简介



**彭**凯,2010 年于重庆大学获得学士学 位,2013 年于重庆理工大学获得硕士学位, 2017 年于重庆大学获得博士学位,现为重庆 理工大学机械测试技术与装备教育部工程 研究中心副研究员,重庆市科学技术研究院 博士后,主要研究方向为微纳传感理论和智

能仪器。

E-mail: pkgogo1987@163.com

**Peng Kai** received his B. Sc. degree from Chongqing University in 2010, M. Sc. degree from Chongqing University of Technology in 2013, Ph. D. degree from Chongqing University in 2017. He is currently an associate researcher of Engineering Research Center of Mechanical Testing Technology and Equipment, Ministry of Education, Chongqing University of Technology. He is a postdoctoral fellow of Chongqing Academy of Science and Technology. His main research interests include micro and nano sensing theory and intelligent instruments.



**许小虎**,2021年于重庆理工大学获得学 士学位,现为重庆理工大学硕士研究生,主 要研究方向为传感器技术和智能仪器。 E-mail: xxh\_luckyboy@163.com

**Xu Xiaohu** received his B. Sc. degree from Chongqing University of Technology in 2021. He is currently a M. Sc. candidate at Chongqing University of Technology. His main research interests include sensor technology and intelligent instrument.



**王合文**(通信作者),2014 年和 2017 年 于重庆理工大学获得学士学位和硕士学位, 2021 年于合肥工业大学获得博士学位,现为 重庆理工大学机械测试技术与装备教育部 工程研究中心助理研究员,主要研究方向为

传感器技术和智能仪器。

E-mail: hwwang1990@163.com

**Wang Hewen** (Corresponding author) received his B. Sc. degree and M. Sc. degree both from Chongqing University of Technology in 2014 and 2017, and Ph. D. degree from Hefei University of Technology in 2021. He is currently an assistant researcher at Engineering Research Center of Mechanical Testing Technology and Equipment, Ministry of Education, Chongqing University of Technology. His main research interests include sensor technology and intelligent instrument.