

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2210767

基于傅里叶变换的转台分度误差分离与补偿方法^{*}

马瑞翔¹, 朱维斌¹, 朱进², 黄垚³, 薛梓³

(1. 中国计量大学计量测试工程学院 杭州 310018; 2. 浙江省计量科学研究院 杭州 310019;
3. 中国计量科学研究院 北京 100029)

摘要: 为了保证和提高转台测角系统的现场测量精度, 本文针对基于傅里叶变换的转台分度误差分离与补偿方法开展研究。在原理证明傅里叶变换实现转台分度误差分离的基础上, 建立转台分度误差与读数头测量值之间的函数模型; 根据傅里叶变换中传递函数性质, 重点说明双读数头安装角度间隔与测量误差谐波阶次间关系, 优化了双读数头布置; 在现场可编程门阵列电路平台上实现多读数头测量值的同步获取, 采用坐标旋转数字计算方法完成谐波误差函数实时计算。搭建实验平台进行误差分离与补偿效果验证实验, 实验结果证明采用优化布置的双读数头信号进行分度误差分离并补偿后, 转台的分度误差峰峰值由 57.58" 减小到 3.36", 补偿后的转台测角系统扩展测量不确定度为 $0.9'' (k=2)$ 。

关键词: 分度误差; 傅里叶变换; 误差分离; 传递函数; CORDIC; 误差补偿

中图分类号: TH7 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 460.40

Separation and compensation method for indexing error of rotary table based on Fourier transformation

Ma Ruixiang¹, Zhu Weibin¹, Zhu Jin², Huang Yao³, Xue Zi³

(1. School of Metrology and Measurement Engineering, China Jiliang University, Hangzhou 310018, China;
2. Zhejiang Province Institute of Metrology, Hangzhou 310019, China; 3. National Institute of Metrology, Beijing 100029, China)

Abstract: To ensure and improve the field measurement accuracy of the rotary table angular measurement system, a research on the separation and compensation method of rotary table indexing error based on Fourier transformation is proposed. Based on the proof of principle of Fourier transformation to separate the indexing error of the rotary table, the function model between indexing error of the rotary table and the measurement value of the reading head is formulated. According to the nature of transfer function in Fourier transformation, the relationship between the installation angle interval of the double reading head and the harmonic order of the measurement error is highlighted. The arrangement of the double reading head is optimized. The measurement value of multiple reading heads is realized on the field programmable gate array (FPGA) circuit platform. The simultaneous acquisition of the measured values of multiple reading heads is realized in the FPGA circuit platform, and the harmonic error function is calculated in real time by using the coordinate rotation digital computer. The experimental results show that the indexing error can be separated and compensated by using the optimized double reading head signals, the peak value of indexing error of rotary table is reduced from 57.58" to 3.36", and the expanded measurement uncertainty of angle measuring system of compensated rotary table is $0.9'' (k=2)$.

Keywords: indexing error; Fourier transformation; error separation; transfer function; CORDIC; error compensation

0 引言

转台是进行全圆周角度连续测量的常用设备, 广泛应用于精密工业等领域^[1]。转台定位精度受编码器光栅

刻线误差、安装误差等静态因素, 以及主轴误差运动、机械老化与形变、环境条件等动态因素的影响。为保障转台定位精度, 需要对转台测角误差进行校准, 以角度编码器为测量反馈装置, 则转台测角误差包含转台自身误差和编码器误差, 其中最主要的是分度误差^[2-3]。

收稿日期: 2022-11-23 Received Date: 2022-11-23

^{*} 基金项目: 国家自然科学基金 (52175526)、国家质量监督检验检疫总局科技计划 (2016QK189) 项目资助

德国联邦物理技术研究院采用分组不等间距排布读数头方式,研制高精度角度标准比较器 WMT220,通过 17 个读数头对插值误差、刻线误差进行检测和校准,角度编码器的测量误差减小到 $0.036''^{[4]}$;提出了质因数划分自校准法(prime factor division, PFD),将原始精度为 $\pm 1.2''$ 的 24 面多面棱体的测量精度提高到 $0.12''$,将 44 齿测角齿轮的系统误差从 $\pm 40''$ 减小到 $\pm 4''^{[5]}$ 。日本国家计量院通过 12 读数头 3-4-7 不等间距排布方式实现自校准转台设计,定位精度优于 $0.1''^{[6]}$;通过在转台上放置砝码模拟机械形变等动态误差影响,实验表明重复性可达 $0.3''^{[7]}$ 。韩国计量院研制出一种基于等分平均的角度标准比较器,通过 12 读数头 6-7 组合排布,重复性实验表明定位精度可达 $0.05''^{[8]}$ 。中国计量科学研究院开发基于 3-4 读数头排布方式的自校准角度编码器系统,定位精度在 $\pm 1.5''$ 内,重复性优于 $1.1''^{[9]}$;并利用全组合和等分平均(equal division averaged, EDA)法混合测角校准的误差分离方法,提高 EDA 法自校准精度,补偿后的测角精度在全圆连续角度范围内逼近全组合法,满足测量不确定度 $0.05''(k=2)$ 的要求^[10]。以上研究主要应用在国家角度计量基准方面,高定位精度需要较多的空间来用于安装特定数量的读数头,对各个读数头的一致性都有较高的要求,存在结构复杂、成本高等问题。

Lu 等^[11]提出了名为时间测量动态反转法(time-measurement dynamic reversal method, TDR)的自校准方法,通过测量时域内编码器脉冲宽度,实现了转台分度误差的实时校准,可将角度编码器的测量精度从 $\pm 2''$ 提升到 $\pm 0.04''$;为了抵消由轴转矩扰动造成的旋转振动,在 TDR 法基础上结合 4 读数头的 EDA 法,被校准角度编码器的测量误差从约 $\pm 2''$ 降低到了 $\pm 0.02''^{[12]}$ 。北航 Zhao 等^[13]针对惯导测试转台中编码器的未知偏心,提出了一种基于 Gauss-Newton 的互补滤波器三轴陀螺仪偏心率同步辨识的全参数估计方法,在不增加更高精度的测角设备时,能有效提高陀螺仪与编码器的测角精度。日本庆应义塾大学和美国加州大学于 2016 年提出了虚拟等分平均(virtual equal division average, VEDA)法,两个读数头以圆周角的 $1/N$ 安装在被测圆周上,从初始位置开始旋转,每转过一个特征间距就记录下当前的同步测量值,则初始位置处传感器的测量误差可以用所有同步测量值的加权平均值解算,实现了以两个读数头模拟 N 读数头 EDA 法;应用该方法校准后的角度编码器与日本国家计量院的角度计量基准对比,测量结果的差异约 $\pm 0.06''^{[14]}$ 。国防科技大学 Qin 等^[15]提出一种谐波模型来描述圆光栅安装引起的误差,使用精度和角分辨力高的激光陀螺仪在线测量编码器的误差,其校准精度可达到 $0.1''$ 。重庆大学 Chen^[16]结合压缩感知和稀疏分解来提高圆光栅测角精度,使用谐波补偿前 10 阶误差,测量误差减小了

97%。合肥工业大学 Gou 等^[17]针对时栅传感器的长周期误差,提出了差极读数头自标定方法,系统误差为 $\pm 650''$ 的时栅传感器,自标定精度为 $\pm 2''$ 。天津大学郭敬滨等^[18]用比较法对转台的分度误差进行了检定,根据谐波分析结果,选择傅里叶级数作为转台的补偿模型,转台的分度误差从 $17.82''$ 减小到 $2.36''$ 。上海交通大学 Jiao 等^[19]针对亚纳米超精密转台的测角误差,分别对 ERA 4282C 编码器的分度误差、细分误差和主轴误差运动逐次分离,其中四读数头布局的转台分度误差校准精度达 $\pm 0.17''$,主轴误差运动峰峰值为 $\pm 0.2 \mu\text{m}$,细分误差在 $\pm 0.2''$ 内。

综上所述,研究成果均基于转台分度误差圆周封闭周期性特征,采用傅里叶变换理论对误差曲线进行变换和分析,采取谐波补偿函数对编码器输出值进行补偿成为主流研究方法。大量研究中误差校准依赖角度比较器,而现场校准误差存在安装难度大,且会引入额外误差的问题,因此,不依赖外部参考标准的转台分度误差的补偿方法,成为了研究重点。

本文针对基于傅里叶变换的转台分度误差分离方法展开研究,通过分析传递函数性质,确定读数头安装角度间隔与可有效检测误差谐波阶次的关系,达到使用较少的读数头分离更多误差谐波的目的;开发了转台误差分离与实时补偿电路系统,设计基于现场可编程门阵列(field programmable gate array, FPGA)平台的信号采集与误差补偿电路;开发数据处理系统,基于整圆周测量值求取谐波误差;搭建转台测试系统,实验证明采用傅里叶变换能有效分离误差,对比了多个角度间隔下的分离效果,通过采用优化布置的角度间隔,选择坐标旋转数字计算方法(coordinate rotation digital computer, CORDIC)实时计算实现误差补偿,有效提高了转台测角精度,对补偿后的系统测量不确定度进行了评定。

1 转台分度误差分离原理

1.1 基于傅里叶变换的转台分度误差分离方法

转台测角系统主要由转台和编码器组成,编码器包括圆光栅、读数头和细分盒。图 1 所示为光栅圆周共 M 个读数头的安装示意。

读数头 H_d 、 H_q 相对于 H_1 的安装角度位置为 α_d 、 α_q ($\alpha_1 = 0$),在转台旋转过程中,除去转台实际转角 θ ,读数头的测量值还受到分度误差 $\varepsilon(\theta)$ 的影响,因此读数头 H_q 的测量值如式(1)所示。

$$H_q(\theta) = \theta + \varepsilon_q(\theta) = \theta + \varepsilon(\theta + \alpha_q) \quad (1)$$

式中:转台实际转角 θ 对所有读数头均相同,由于读数头的安装角度位置 α_q ,不同读数头测量值中的分度误差具有一个相移。通常式(1)中会包含一个直流偏置,测量

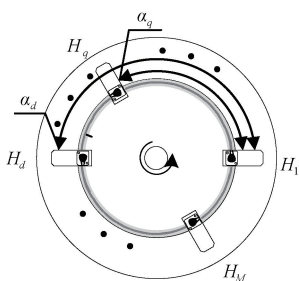


图1 多读数头安装示意

Fig. 1 Diagram of the multiple-heads installation

后可以消除,在本文中忽略不计。

任意两个读数头同时刻的测量值进行相减,得到的角度差值可消除掉未知的转台实际转角 θ 。

$$\delta_{dq}(\theta) = H_d(\theta) - H_q(\theta) = \varepsilon(\theta + \alpha_d) - \varepsilon(\theta + \alpha_q) \quad (2)$$

式中: $1 \leq d \leq q \leq M$ 。

由于圆周封闭原则,分度误差 $\varepsilon(\theta)$ 是一个周期性的函数,用傅里叶级数表示为:

$$\varepsilon(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} F(n) e^{in\theta} \quad (3)$$

式中: N 是圆周等分角的数目。则傅里叶系数 $F(n)$ 可表示为:

$$\begin{cases} F(n) = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} \varepsilon(\theta_j) e^{-i2\pi nj/N}, & 0 \leq n \leq N-1 \\ \theta_j = 2\pi j/N \end{cases} \quad (4)$$

为了从式(2)中获得转台分度误差,由测量值得到的角度差 $\delta_{dq}(\theta)$ 需要从时空域转换到频域。根据信号理论,时空域信号的傅里叶级数具有空间位移和线性两个重要性质。通过离散傅里叶变换,式(2)可以写成:

$$E_{dq}(n) = (e^{in\alpha_d} - e^{in\alpha_q}) F(n) = TF_{dq}(n) F(n) \quad (5)$$

其中, $E_{dq}(n)$ 是角度差值函数 $\delta_{dq}(\theta)$ 的傅里叶系数, $TF_{dq}(n)$ 定义为 $F(n)$ 到 $E_{dq}(n)$ 的传递函数。

若 $E_{dq}(n)$ 和 $TF_{dq}(n)$ 的值已知,则转台分度误差的傅里叶系数 $F(n)$ 可计算得到:

$$F(n) = \frac{E_{dq}(n)}{TF_{dq}(n)} \quad (6)$$

因此转台分度误差 $\varepsilon(\theta)$ 可通过使用离散傅里叶逆变换来获得。

1.2 传递函数的性质

基于傅里叶变换的转台分度误差分离方法中,式(5)中引入的传递函数是其关键。由式(5)可知:

$$|TF_{dq}(n)| = |e^{in\alpha_d} - e^{in\alpha_q}| = |e^{in(\alpha_d - \alpha_q)} - 1| \quad (7)$$

由于 $|e^{in\alpha_q}| = 1$, 由欧拉公式,式(7)可表示为:

$$|TF_{dq}(n)| = \sqrt{2 - 2\cos n(\alpha_d - \alpha_q)} \quad (8)$$

由式(8)可以得出传递函数 $TF_{dq}(n)$ 的幅值范围为 $0 \leq |TF_{dq}(n)| \leq 2$, 且幅值只取决于两个读数头之间的角度间隔 $\alpha_d - \alpha_q$, 式(7)中的角度 $\alpha_q (e^{in\alpha_q})$ 如同一个移相因子,用于将误差分离的起点从读数头 H_q 传递至 H_1 。

从式(5)和(8)可以得出,对 $TF_{dq}(n) = 0$ 的谐波分量,无论 $F(n)$ 的值是多少, $E_{dq}(n)$ 都是恒值 0。在这种情况下,出现了谐波抑制现象,即这些谐波分量被抑制,无法从 $\delta_{dq}(\theta)$ 中得到。图2为归一化的传递函数幅值分布仿真结果。

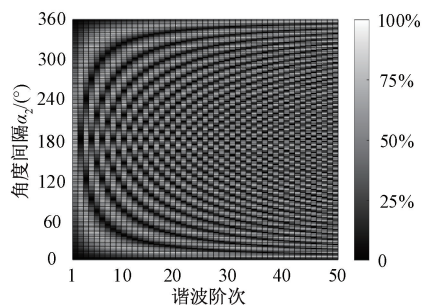
图2 归一化传递函数幅值 ($\alpha_2 = \alpha_d - \alpha_q$)Fig. 2 Normalized transfer function amplitude ($\alpha_2 = \alpha_d - \alpha_q$)

图2中暗的区域表示传递函数的低幅值,其中可能发生谐波抑制现象;亮的区域表示传递函数的高幅值,亮的区域给出了谐波阶数 n 已知情况下的有利角度间隔 ($\alpha_2 = \alpha_d - \alpha_q$) 区域,有利角度间隔区域的数量与谐波阶次成比例。幅值的局部最大值的识别对谐波阶次很敏感,因此对傅里叶变换分离方法的鲁棒性变得至关重要^[20]。

此外,测量信号中不可避免存在着随机噪声,这将使 $E_{dq}(n)$ 产生测量误差,进而导致 $F(n)$ 出现误差。随机噪声对分离效果的影响程度也取决于传递函数 $TF_{dq}(n)$ 。如式(6)所示,对于 $E_{dq}(n)$ 中相同等级的噪声,若 $TF_{dq}(n)$ 幅值越小,则引入 $F(n)$ 中的误差越大。在本研究中,为了抑制随机噪声的影响,减小误差传播,将 $|TF_{dq}(n)|$ 设为 0.5。对于第 n 阶谐波分量,只有当 $|TF_{dq}(n)| \geq 0.5$ 时,才认为其能被有效检测到,同时,也能分离出更多阶的谐波分量。

2 双读数头布置优化

合适的角度间隔是误差分离的关键。双读数头的优化布置既要检测不出的谐波阶次总数最小化,又需要结合低阶谐波阶次对应的传递函数幅值,来获得最适宜的角度间隔 α_2 。

对于双读数头的转台分度误差分离系统,双读数头的角度间隔 α_2 是唯一变量。应用中通常采用对径安装

双读数头用以消除圆光栅安装偏心引起的测角误差和编码器误差中的所有奇次谐波分量,但这种安装方式检测不出误差的偶次谐波分量。

定义函数 $f_n(\alpha_2)$ 来描述第 n 阶谐波分量能否被有效检测:

$$f_n(\alpha_2) = \begin{cases} 1, & |e^{in\alpha_2} - 1| < 0.5 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (9)$$

可以求出前 N 阶谐波中,传递函数幅值低于 0.5 的谐波分量总数:

$$f(\alpha_2) = \sum_{n=1}^N f_n(\alpha_2) \quad (10)$$

文献[21]指出,谐波总阶次 $N=50$ 即可满足应用精度要求。

当 N 的取值确定时,可以通过式(10)来开展双读数头系统结构优化。将 α_2 的范围设为 $10^\circ \sim 180^\circ$, 10° 是因为考虑到实际工况中读数头几何尺寸,导致安装角度不可能太小,上限设为 180° ,如式(8)和图2可得, α_2 和 $360^\circ - \alpha_2$ 的 $|TF_{dq}(n)|$ 值相等。

由于优化问题的目标函数不存在全局最优解,因此采用遍历法求解,在 MATLAB 中将目标函数 $f(\alpha_2)$ 随 α_2 的变化显示出来。如图3所示,在谐波阶次范围 $N=50$, α_2 的寻优步长为 0.01° 时, $f(\alpha_2)$ 具有多个局部最小值,可以看出 $\alpha_2 = 180^\circ$ 有一半的阶次检测不到, $\alpha_2 = 120^\circ$ 时有 $1/3$ 的谐波阶次检测不到。

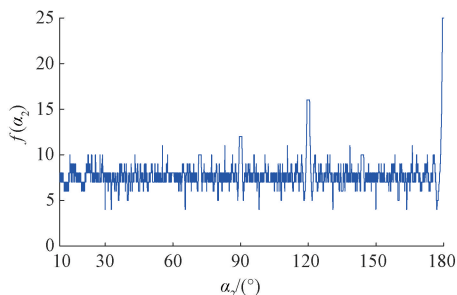
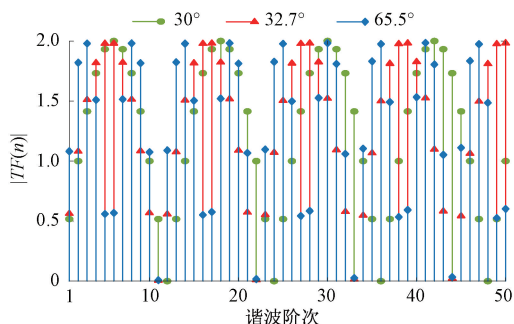


图3 目标函数 $f(\alpha_2)$ 随角度间隔 α_2 的变化

Fig. 3 The objective function $f(\alpha_2)$ for angle α_2

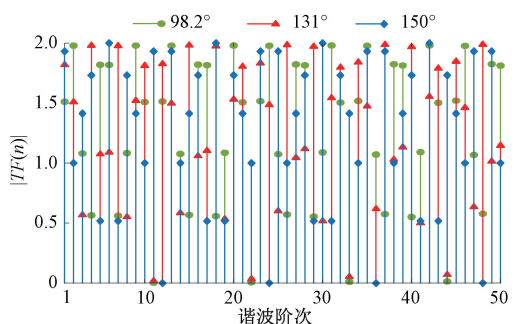
图3中 $f(\alpha_2)$ 极小值对应的 α_2 有 30° 、 32.7° 、 65.5° 、 98.2° 、 131° 、 150° ,均为一个小范围,6个角度间隔在前50阶谐波分量中各自对应的 $|TF_{dq}(n)|$ 值如图4所示。

图4中,可以看出上述给定的优化角度间隔在各阶上幅值不尽相同,幅值趋于0的阶次也不同,其中 30° 与 150° 不能分离出的谐波分量阶次更高,为12与12的整数倍阶,分析 30° 与 150° 的 $|TF(n)|$ 幅值分布,在前12阶中,除了1、5、7、11阶的幅值不等,其余阶次均一致,且 150° 的 $|TF(n)|$ 一阶幅值大于 30° ,因此可以更好分离出



(a) $\alpha_2=30^\circ$ 、 32.7° 、 65.5° 的 $|TF(n)|$ 幅值

(a) The $|TF(n)|$ amplitude in $\alpha_2=30^\circ, 32.7^\circ, 65.5^\circ$



(b) $\alpha_2=98.2^\circ$ 、 131° 、 150° 的 $|TF(n)|$ 幅值

(b) The $|TF(n)|$ amplitude in $\alpha_2=98.2^\circ, 131^\circ, 150^\circ$

图4 优化角度间隔处 $|TF(n)|$ 的变化

Fig. 4 The transfer functions $|TF(n)|$ for the optimal angular intervals

一阶谐波分量,结合分度误差主要集中在低阶次范围中,因此双读数头的优化布置角度间隔选择 150° 。

3 误差分离与实时补偿电路系统设计

分离转台分度误差的关键在于获取全圆周内同一时刻的多读数头测量值,结合实时补偿电路设计要点,选取 FPGA 设计电路系统。电路原理如图5所示。

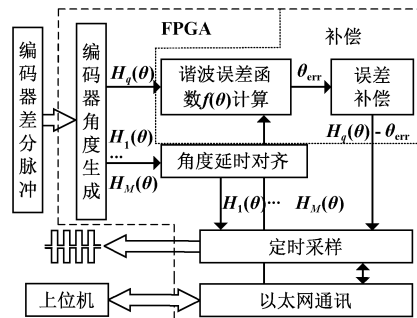


图5 误差分离与补偿电路原理图

Fig. 5 Schematic diagram of separation and compensation circuit

通过 M 路编码器角度生成电路,将编码器输出的差分脉冲信号转换成测量值 $H_1(\theta)$ 、 $\dots$ 、 $H_M(\theta)$,将当前测量

值 $H_q(\theta)$ 与谐波误差函数 $f(\theta)$ 计算值 θ_{err} 进行差值运算 $H_q(\theta) - \theta_{err}$, 经过角度延时对齐的 M 路角度测量值与单路补偿值 $H_q(\theta) - \theta_{err}$ 以定时采样的方式经以太网传输至上位机, 上位机得到全圆周的测量值, 经式(2)、(5)、(6)运算, 可得出谐波误差函数。

3.1 定时采样电路设计

不同的转台转速 ω , 对应的编码器脉冲角度频率不一致, 以 $\omega = 30^\circ/\text{s}$ 工况为例, 对应输出脉冲角度频率为 1.398 MHz, 例如转台读数头数量 $M=6$ 、单路编码器角度数据位宽为 32 bit、一路补偿值数据位宽 32 bit 的情况下, 数据带宽为 313 Mbps, 显然存在数据量太大的问题。因此采用定时采样电路, 既要采集能足够分离 N 阶转台分度误差的测量值, 又要能在对比实验中给出定时采样方波。

取 $N=50$ 阶足够, 参考奈奎斯特采样定律和工程要求, 全圆周采样点数取 100 倍误差阶次 N , 即全圆周采样点数 $K_s \geq 5000$ 。

FPGA 时钟晶振选用 100 MHz, 精度为 $\pm 20 \times 10^{-6}$, FPGA 内以状态机的方式产生采样方波, 状态机计算采样方波的准确性, 直接影响测角间隔, 进而会影响误差分离效果。为消除组合逻辑输出不稳定和毛刺隐患, 使用同步寄存器输出, 选择三段式状态机, 以差分方波发送。方波状态机工作模拟图如图 6 所示。

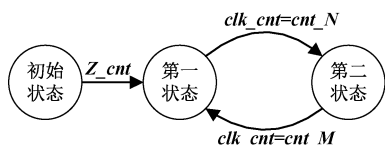


图 6 方波状态机工作模拟图

Fig. 6 The working simulation diagram of square wave state machine

状态机由初始状态(initial_state)、第一状态(S01)和第二状态(S02)组成。在 initial_state 状态时, 当第一路读数头零位信号计数值 $Z_cnt=1$ 时, 状态机由初始状态跳转到 S01 状态, 此时输出一个定时采样方波 $trigger_p=1$ 、 $trigger_n=0$, 并控制时钟计数器 $clk_cnt=0$ 开始计数; 当 clk_cnt 等于频率控制数 cnt_N 时跳转到 S02 状态, 此时输出一个 $trigger_p=0$ 、 $trigger_n=1$, 并更新 $clk_cnt=0$, 重新开始计数, 当 clk_cnt 等于频率控制数 cnt_M , 此时状态机跳转到 S01, 输出一个 $trigger_p=1$ 、 $trigger_n=0$, clk_cnt 清零并重新计数, 如此循环。

3.2 谐波误差函数实时补偿电路设计

由于转台分度误差具有周期性的特征, 所以本文采用谐波补偿法, 即可以用 N 个正弦函数叠加拟合转台分度误差函数。采用 CORDIC 算法计算正弦函数, 为保证谐波误差函数计算精度, 通过确定最小迭代次数 k 、数据位宽 b , 使 CORDIC 计算单个正弦函数误差小于最大允许计算误差 L_{err} 。

在使用 CORDIC 计算正弦函数时, 根据 CORDIC 算法旋转过程中近似误差导致的理论精度损失和电路设计要求确定 k ; 在确定迭代次数 k 下, 得到不同数据位宽 b 的最大计算误差, 将最大计算误差与 L_{err} 进行比较, 获得满足计算精度要求的最小数据位宽 b 。

本文实验采用 16 384 刻线的圆光栅盘, 编码器细分盒设置 1 024 细分倍率, 则输出脉冲角度分辨力为 $0.077''$ 。当迭代次数 $k=16$ 时, 数据位宽 $b=15$ 可满足 CORDIC 计算正弦函数精度要求, 当 $b \geq 18$ 时, 计算误差收敛为恒定值^[22]。为充分保证 CORDIC 计算正弦函数精度, 选择迭代次数 $k=16$, 数据位宽 $b=18$ 。

谐波误差函数 $f(\theta)$ 由 N 个正弦函数相加构成, 即 N 个正弦函数并行计算, 在 FPGA 中实现 CORDIC 计算正弦函数采用流水线结构, 如图 7 所示。

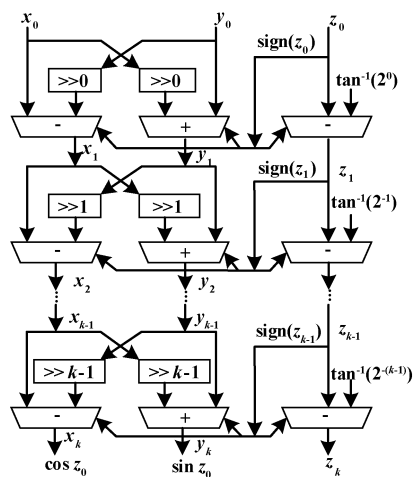


图 7 CORDIC 计算正弦函数流水线结构图

Fig. 7 Pipelined architecture of the CORDIC calculating sinusoidal function

由图 7 可知, 基于 CORDIC 算法中圆周系统的旋转模式下实现了正弦函数计算, 单次迭代由 3 个加/减法器 和 2 个移位器组成, 各级之间直连, 并在多个高速时钟内完成, (x_k, y_k) 是 CORDIC 第 k 次迭代向量坐标, z_0 是输入角度测量值, k 次迭代后得到 z_0 的正弦值。

使用 Quartus 软件评估 CORDIC 流水线结构的性能, 具体参数见表 1 所示。表 1 中, 使用 CORDIC 流水线结构计算正弦函数精度满足要求, 实时补偿电路设计满足系统需求。

表 1 FPGA 中实现 CORDIC 算法参数特征

Table 1 Parameters of CORDIC implemented in FPGA

参数	CORDIC 算法
迭代次数 k	16
数据位宽 b	18
精度	3.13×10^{-5}
LE 资源	2 796/114 480
时钟延时	15 clk/10 ns

4 实验与数据分析

为验证傅里叶变换分离分度误差的有效性,搭建实验平台,开展傅里叶变换的可行性实验;为了验证转台分度误差谐波补偿方法的有效性,开展谐波函数计算方法的可行性实验;并将优化布置得到的补偿值采用谐波补偿方法应用到转台测角系统中,有效提高了转台测角精度。

4.1 傅里叶变换误差分离有效性验证

搭建实验系统,系统装置如图 8 所示,主要仪器如表 2 所示。气浮转台的读数头信号通过实验室自制电路板完成同步采集、传输、补偿等功能;激光陀螺测角仪安装在气浮转台上,信号通过配套计数板通讯至上位机;实验在中国计量科学研究院开展。

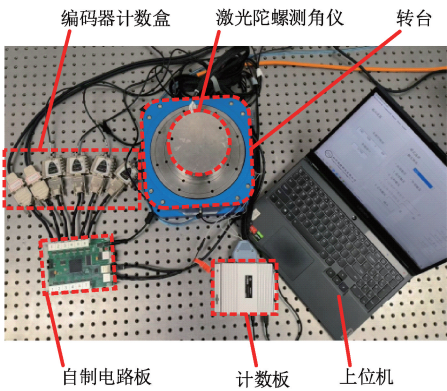


图 8 实验装置图

Fig. 8 Photograph of experimental setup

表 2 主要仪器规格

Table 2 Specifications of main instruments

仪器名称	型号(制造商)	技术参数
气浮转台	BJSJ-QF-200	重复性:0.3"
		最高转速:200°/s
		16 384 刻线
圆光栅盘	R10851(MicroE)	栅距:20 μm
编码器读数头\	M20\M3000\	细分倍率:1 024
细分盒	SS-300cA(MicroE)	分辨率:0.077"
激光陀螺测角仪		零起分度误差: $\pm 0.4''$

为了分析比对读数头优化布置效果,实验中转台读数头采用 3-4 布局,一组为 3 读数头等分分布,另一组为 4 读数头等分分布,两组间存在一个共用读数头。以便获得多组不同夹角分布的读数头数据。读数头分布如图 9 所示。

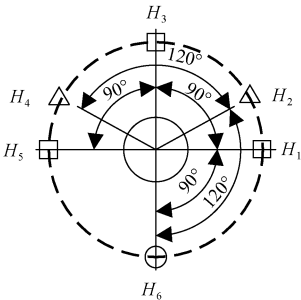


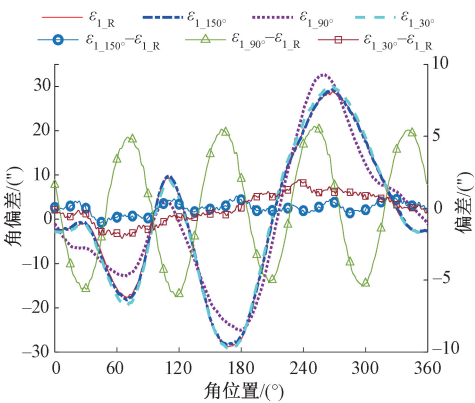
图 9 实验转台六读数头分布示意图

Fig. 9 The arrangement of the six heads in the experiment

读数头的测量值由六路编码器细分盒接入自制电路板,读数头角度间隔有 30°、60°、90°、120°、150°,双读数头的测量值使用傅里叶变换完成误差分离。设置转台转速 $\omega = 30^\circ/\text{s}$,采样率 $f_s = 2 \text{ kHz}$,当检测到圆光栅盘零位 Z 信号后开始采集数据并上传至上位机,同时向激光陀螺测角仪计数板发出定时采样方波,保证编码器和激光陀螺测角仪的数据在同一时刻下采集,全圆周获取 24 000 个采样点。

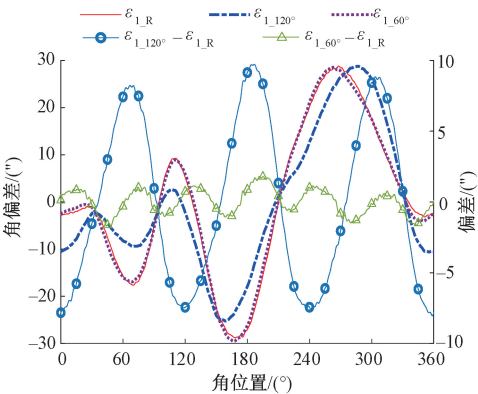
应用傅里叶变换计算得到 H_1 的分度误差曲线,其中 $\varepsilon_{1,60^\circ}$ 、 $\varepsilon_{1,120^\circ}$ 是从读数头 H_2 移相到 H_1 ,分离分度误差效果如图 10 所示。

图 10(a)、(b)左 y 轴中,以激光陀螺测角仪为参考得到的 H_1 的分度误差曲线 $\varepsilon_{1,R}$,以角度间隔为 150°、120°、90°、60°、30° 的双读数头应用傅里叶法得到的分度误差曲线 $\varepsilon_{1,150^\circ}$ 、 $\varepsilon_{1,120^\circ}$ 、 $\varepsilon_{1,90^\circ}$ 、 $\varepsilon_{1,60^\circ}$ 、 $\varepsilon_{1,30^\circ}$,为了方便分析, $\varepsilon_{1,R}$ 已去掉直流量;右 y 轴中,显示了应用傅里叶变换求取到的分度误差与以激光陀螺测角仪为参考的 $\varepsilon_{1,R}$ 之

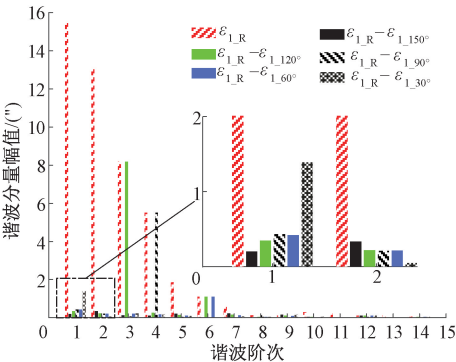


(a) 傅里叶变换误差分离图

(a) Fourier transformation error separation diagram



(b) 傅里叶变换误差分离图
(b) Fourier transformation error separation diagram



(c) 傅里叶变换误差分离残留误差谐波阶次
(c) Error separation of residual error harmonic order by Fourier transformation

图 10 傅里叶变换应用效果

Fig. 10 Fourier transformation application effect

差。为了更加直观地分析残留误差,取整圆周的分度误差 $\varepsilon_{1,R}$ 与残留误差 $\varepsilon_{1,150^\circ} - \varepsilon_{1,R}$ 、 $\varepsilon_{1,120^\circ} - \varepsilon_{1,R}$ 、 $\varepsilon_{1,90^\circ} - \varepsilon_{1,R}$ 、 $\varepsilon_{1,60^\circ} - \varepsilon_{1,R}$ 、 $\varepsilon_{1,30^\circ} - \varepsilon_{1,R}$ 做谐波阶次分析,分析结果如图 10(c)所示。由图 10(c)可以得出, $\varepsilon_{1,120^\circ} - \varepsilon_{1,R}$ 以 3 阶谐波为主, $\varepsilon_{1,90^\circ} - \varepsilon_{1,R}$ 以 4 阶谐波为主, $\varepsilon_{1,60^\circ} - \varepsilon_{1,R}$ 以 6 阶谐波为主,符合第 1 节的分析,证明了傅里叶变换的有效性。

不同角度间隔下分离误差后残留分度误差的峰峰值如表 3 所示。

表 3 不同角度间隔的分离效果

Table 3 Separation effect of different angle intervals

角度间隔/(°)	检测不到的谐波阶次	残留误差峰峰值/(°)
30	12n	4.06
60	6n	3.51
90	4n	11.81
120	3n	17.76
150	12n	2.09

结合第 2 节的分析,双读数头的优化布置角度间隔为 150° ,这与图 10 与表 3 的数据相对应, 30° 与 150° 理论上分离谐波分量阶次一致,但由于 30° 对应的 $|TF(1)|$ 小于 150° 对应的 $|TF(1)|$,以一阶谐波残留误差为例, 150° 为 $0.20''$, 30° 为 $1.39''$ 。因此,对实际测量数据,需要分析阶次的 $|TF(n)|$ 幅值越大,误差分离的效果越好,残留误差越小。

4.2 谐波误差函数计算方法可行性

结合第 2 节优化布置对应的角度间隔,和 4.1 节中实际误差分离效果两方面考虑,选取角度间隔 150° 得到的误差曲线进行谐波误差函数计算,公式如式 (11) 所示。

$$f(\theta) = 15.6 \times \sin(\theta + 19.30) + 12.8 \times \sin(2\theta - 88.08) + 8.3 \times \sin(3\theta + 99.54) + 5.5 \times \sin(4\theta + 195.25) + 2.0 \times \sin(5\theta - 75.67) + 1.1 \times \sin(6\theta - 18.17) \quad (11)$$

设置 CORDIC 算法迭代次数 $k=16$,数据位宽 $b=18$,拟合正弦函数个数 $N_1=6$,由式 (12) 可得谐波误差函数式(11)在此实验工况下最大计算量化误差为 $1.417 \times 10^{-3}''$ 。

$$\begin{cases} P_{\max} = L_{\max} \times \sum_{n=1}^{N_1} |A_n| = \\ \frac{[\arctan 2^{-(k-1)} + 2^{-b-0.5} \times G(k)] \times \pi}{180} \times \sum_{n=1}^{N_1} |A_n| \\ G(k) = 1 + \sum_{j=1}^{k-1} \prod_{i=j}^{k-1} \sqrt{1 + 2^{-2i}} \end{cases} \quad (12)$$

在 $[0^\circ, 360^\circ]$ 范围内等间距产生 65 536 个角度值作为谐波误差函数的输入,在 Quartus 联合 Modelsim 软件中计算式(11)得到 65 536 个补偿角度仿真值 (ε_{FPGA}),与在 MATLAB 中计算式(11)得到 65 536 个补偿角度理论值 (ε_{MATLAB}),将 65 536 个二者差值 ($\varepsilon_{FPGA} - \varepsilon_{MATLAB}$) 作为在 Quartus 中函数计算误差值,仿真结果如图 11 所示。

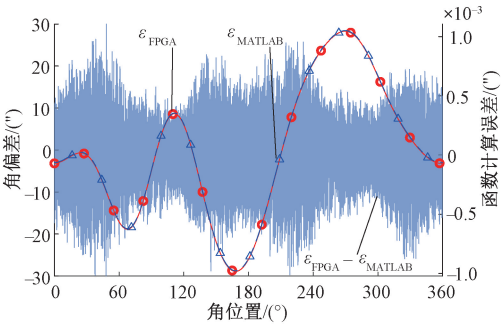


图 11 6 阶谐波函数计算误差仿真图

Fig. 11 The calculation error of the 6 order harmonic function

由图 11 可知,通过仿真测试的 CORDIC 计算谐波误差函数最大计算误差为 $1.11\times 10^{-3}''$,与 $1.417\times 10^{-3}''$ 的理论分析结果吻合,说明了本文谐波误差函数计算方法的正确性和可行性。

4.3 转台分度误差补偿实验

为验证本文提出的谐波误差函数计算方法在实际转台分度误差补偿系统中应用的有效性,开展补偿效果验证实验。仍采用图 8、表 2 所示实验装置,以图 8 所示的自制电路板作为误差实时补偿算法承载平台,以双读数头角度间隔 150° 得到的谐波误差函数式(11)开展实验。选择前 6 阶进行补偿。补偿前后转台分度误差如图 12 所示。

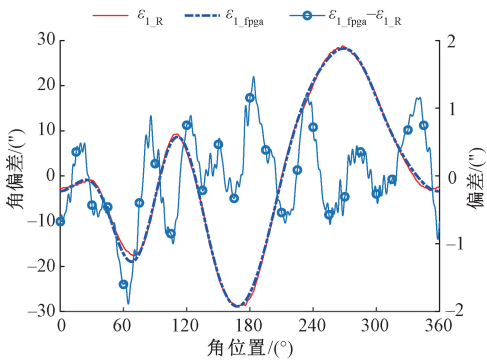


图 12 补偿前后转台分度误差对比图

Fig. 12 The indexing error of rotary table before and after compensation

由图 12 可知,补偿前转台分度误差有误差累计情况,误差波动范围为 $-28.78''\sim 28.80''$;补偿后转台分度误差波动范围为 $-1.89''\sim 1.47''$,提升了转台测角精度。

对补偿前后的转台分度误差数据进行离散傅里叶变换,得到误差曲线的频谱如图 13 所示。

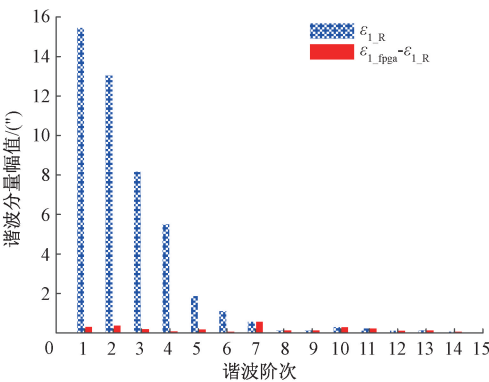


图 13 补偿前后转台分度误差谐波阶次

Fig. 13 Error order distribution of rotary table indexing error before and after compensation

由图 13 可知,由于本次实验使用转台分度误差前六阶谐波分量代数和作为转台谐波误差,补偿后转台分度误差前六阶谐波分量被有效抑制,残留转台分度误差由前六阶分离残余误差和未补偿的谐波误差分量组成,证明补偿算法的有效性。补偿后误差频谱的前六阶谐波分量存在小范围残留,与前文分析吻合。

4.4 系统测量不确定度评定

对该系统进行测量不确定度评定时,鉴于自制电路板的理论舍入误差为 $0.0014''^{[22]}$,激光陀螺测角仪刻度系数的重复性、转台转速的稳定性和自制电路板舍入误差对测量不确定度的影响极小,激光陀螺测角仪刻度系数的重复性为 0.68×10^{-6} ,气浮转台的速率稳定性为 10^{-5} 量级^[23],可忽略不计。因此系统主要考虑激光陀螺测角仪的示值误差、零位漂移、安装误差、转台回转工作面不水平程度和测量重复性引入的测量不确定度,测量不确定度汇总表如表 4 所示。

表 4 测量不确定度汇总表
Table 4 Summary of measurement uncertainty

序号	不确定度来源	评定类型	标准不确定度/($''$)
1	激光陀螺测角仪示值误差引入测量不确定度	B 类	0.4
2	激光陀螺测角仪零位漂移引入的测量不确定度	B 类	0.02
3	激光陀螺测角仪安装误差引入测量不确定度	B 类	0.03
4	转台回转工作面不水平引入的测量不确定度	B 类	0.05
5	测量重复性引入的测量不确定度	A 类	0.19
合成标准不确定度 $u=0.45''$			
扩展测量不确定度 $U=0.9''(k=2)$			

激光陀螺测角仪最大允许误差为 $\pm 0.4''$, Δ 表示误差区间的半宽度,即 $0.4''$,采用标准不确定度的 B 类评定方法,故引入测量不确定度 u_1 如式(13)所示。

$$u_1 = \Delta = 0.4'' \tag{13}$$

激光陀螺测角仪的零偏稳定性为 $0.0023^\circ/\text{h}$ (即 $0.138''/\text{min}$),在转速设置为 $30^\circ/\text{s}$ 的工况下,实验最长持续时间为 0.2 min ,设其符合均匀分布,采用标准不确定度的 B 类评定方法,故引入测量不确定度 u_2 如式(14)所示。

$$u_2 = \frac{0.138''/\text{min} \times 0.2\text{min}}{\sqrt{3}} = 0.02'' \tag{14}$$

激光陀螺测角仪与转台回转轴的夹角(安装误差) α 优于 $10'$ 时,测角误差最大为 $0.05''$,设其符合均匀分布,采用标准不确定度的 B 类评定方法,故引入测量不确定

度 u_3 如式(15)所示。

$$u_3 = \frac{0.05''}{\sqrt{3}} = 0.03'' \quad (15)$$

转台回转工作面不水平程度导致的最大测角误差为 $0.08''$, 设其符合均匀分布, 采用标准不确定度的 B 类评定方法, 故引入测量不确定度 u_4 如式(16)所示。

$$u_4 = \frac{0.08''}{\sqrt{3}} = 0.05'' \quad (16)$$

随机测量误差引入的测量不确定度, 包含转台测角重复性和自制电路板的量化噪声等随机误差的影响, 通过测量系统的重复性指标给出, 开展 10 次重复性测量实验, 测量重复性为 $0.6''$, 设其符合正态分布 $N(0, 0.6'')$, 采用标准不确定度的 A 类评定方法, 故引入测量不确定度 u_5 如式(17)所示。

$$u_5 = \frac{0.6''}{\sqrt{10}} = 0.19'' \quad (17)$$

合成标准测量不确定度 u 如式(18)所示。

$$u = \sqrt{(u_1)^2 + (u_2)^2 + (u_3)^2 + (u_4)^2 + (u_5)^2} = 0.45'' \quad (18)$$

扩展测量不确定度 U 如式(19)所示。

$$U = u \times k = 0.9'' \quad (19)$$

5 结 论

本文针对傅里叶变换分离转台分度误差开展研究。首先介绍了傅里叶变换分离转台分度误差的原理可行性; 然后通过分析传递函数性质, 建立了读数头安装角度间隔与可有效检测误差谐波次数的关系。通过对目标函数 $f(\alpha_2)$ 的寻优, 得到了双读数头优化布置方案。根据误差分离与补偿需求, 开发了基于 FPGA 平台的信号采集与谐波补偿电路, 并根据谐波误差函数的补偿精度要求, 选择了 CORDIC 算法中的 k 和 b 。实验验证了傅里叶变换的有效性, 采取优化布置的双读数头可以分离出更多阶次的谐波误差, 将研究方法应用于实际转台测角系统中, 实验结果表明, 对分度误差峰峰值 $57.58''$ 的转台进行误差补偿后, 其值能够减小到 $3.36''$, 补偿后的转台测角系统扩展测量不确定度为 $0.9''$ ($k=2$), 说明研究成果具有良好的实际应用价值。

参考文献

- [1] GAO W, KIM S W, BOSSE H, et al. Measurement technologies for precision positioning[J]. CIRP Annals, 2015, 64(2): 773-796.
- [2] 焦扬, 黄明, 刘品宽, 等. 双角度编码器超精密转台测

角误差校准[J]. 光学精密工程, 2019, 27(10): 2180-2191.

JIAO Y, HUANG M, LIU P K, et al. Calibration of angular errors of high-precision rotary table with two-angle encoders[J]. Optics and Precision Engineering, 2019, 27(10): 2180-2191.

- [3] YANG Q X, WU Z L, HUANG M, et al. An improved angle calibration method of a high-precision angle comparator[J]. Metrology and Measurement Systems, 2021, 28(1): 181-190.
- [4] PROBST R, WITTEKOPF R, KRAUSE M, et al. The new PTB angle comparator[J]. Measurement Science and Technology, 1998, 9: 1059-1066.
- [5] PROBST R. Self-calibration of divided circles on the basis of a prime factor algorithm[J]. Measurement Science and Technology, 2007, 19(1): 015101.
- [6] WATANABE T, SAMIT W, VATCHARANUKUL K, et al. High resolution self-A rotary table by the interpolation signal calibration[J]. Key Engineering Materials, 2014, 625: 53-59.
- [7] WATANABE T, FUJIMOTO H. Application of a self-calibratable rotary encoder[J]. Proc. ISMTI, 2009, 3: 54-58.
- [8] JONG A K, JAE W K. Precision angle comparator using self-calibration of scale errors based on the equal-division-averaged method[J]. MacroScale, 2011: 1-4.
- [9] HUANG Y, XUE Z, QIAO D, et al. Study on the metrological performance of self-calibration angle encoder[C]. 8th International Symposium on Advanced Optical Manufacturing and Testing Technologies: Optical Test, Measurement Technology, and Equipment, SPIE, 2016, 9684: 167-174.
- [10] 李尢丽, 薛梓, 黄垚, 等. 全圆连续角度标准装置的系统误差分离与补偿[J]. 仪器仪表学报, 2021, 42(3): 1-9.
- LI G L, XUE Z, HUANG Y, et al. System error separation and compensation of the continuous full circle angle standard device[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021, 42(3): 1-9.
- [11] LU X D, TRUMPER D L. Self-calibration of on-axis rotary encoders[J]. CIRP Annals, 2007, 56(1): 499-504.

- [12] LU X D, GRAETZ R, AMIN-SHAHIDI D, et al. On-axis self-calibration of angle encoders[J]. CIRP Annals, 2010, 59(1): 529-534.
- [13] ZHAO X, FENG R, WU Y, et al. A complementary filter-based all-parameters estimation for triaxis gyroscopes and optical angular encoders with intrinsic eccentricity[J]. IEEE Sensors Journal, 2020, 21(4): 5060-5069.
- [14] ISHII N, TANIGUCHI K, YAMAZAKI K, et al. Development of super-accurate angular encoder system with multi-detecting heads using VEDA method[J]. Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing, 2018, 12(5): 106.
- [15] QIN S, HUANG Z, WANG X. Optical angular encoder installation error measurement and calibration by ring laser gyroscope[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2010, 59(3): 506-511.
- [16] CHEN G. Improving the angle measurement accuracy of circular grating[J]. Review of Scientific Instruments, 2020, 91(6): 065108.
- [17] GOU L, PENG D, CHEN X, et al. A self-calibration method for angular displacement sensor working in harsh environments[J]. IEEE Sensors Journal, 2018, 19(8): 3033-3040.
- [18] 郭敬滨,曹红艳,王克新,等. 转台分度误差的检定及补偿模型的建立[J]. 天津大学学报, 2014, 47(6): 524-529.
- GUO J B, CAO H Y, WANG K X, et al. Check of indexing error for rotary table and establishment of its compensation model[J]. Journal of Tianjin University, 2014, 47(6): 524-529.
- [19] JIAO Y, DING Y, DONG Z, et al. Optimal-arrangement-based four-scanning-heads error separation technique for self-calibration of angle encoders[J]. Measurement Science and Technology, 2018, 29(8): 085005.
- [20] TAGNE S C T, VISSIERE A, DAMAK M, et al. An advanced Fourier-based separation method for spindle error motion identification[J]. Precision Engineering, 2022, 74: 334-346.
- [21] GECKELER R D, FRICKE A, ELSTER C. Calibration of angle encoders using transfer functions[J].

Measurement Science and Technology, 2006, 17(10): 2811.

- [22] 舒溢,朱维斌,黄焱,等. 转台定位误差谐波函数计算方法研究[J]. 仪器仪表学报, 2021, 42(12): 9-17.
- SHU Y, ZHU W B, HUANG Y, et al. A calculation method for positioning error of rotary table based on harmonic function[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021, 42(12): 9-17.
- [23] 邹伟,黄焱,梁可,等. 激光陀螺测角仪的角度计量误差分析[J]. 计量科学与技术, 2022, 66(5): 41-48, 68.
- ZOU W, HUANG Y, LIANG K, et al. Error analysis of angle measurement by laser gyro goniometer[J]. Metrology Science and Technology, 2022, 66(5): 41-48, 68.

作者简介



马瑞翔, 2017年于成都理工大学获得学士学位, 现为中国计量大学硕士研究生, 主要研究方向为转台分度误差分离与补偿。

E-mail: s20020804041@cjl. edu. cn

Ma Ruixiang received his B.Sc. degree from Chengdu University of Technology in 2017. He is currently pursuing his master degree at China Jiliang University. His research interest is the rotary table indexing error separation and compensation.



朱维斌 (通信作者), 2014年获得浙江大学控制理论与控制工程博士学位。现为中国计量大学教授, 主要研究方向为光栅信号处理和角度精密测量。

E-mail: zhuweibin@cjl. edu. cn

Zhu Weibin (Corresponding author) received his Ph.D. degree in Control Theory and Control Engineering from Zhejiang University in 2014. He is currently an associate professor at China Jiliang University. His current interests include the grating signal processing and precision angle measurement.



朱进, 2022年获得中国计量大学计量测试工程学院硕士学位, 现为浙江省计量科学研究院助理工程师, 主要研究方向为几何量计量。

E-mail: 15797975419@163.com

Zhu Jin received his M.Sc. degree from the College of Metrology and Measurement Engineering at China Jiliang University in 2022. He is currently an assistant engineer at

Zhejiang Province Institute of Metrology. His main research interest is geometric measurement.



黄焱,2004 年和 2007 年于北京工业大学分别获得学士学位和硕士学位。2007 年~2013 年在北京计量学院几何实验室工作,2013 年至今在中国计量科学研究院长度与精密工程计量分部担任高级工程师。目前在浙江大学攻读博士学位,主要研究方向为角度计量。

E-mail: huangyao@nim.ac.cn

Huang Yao received his B. Sc. degree and M. Sc. degree both from Beijing University of Technology in 2004 and 2007, respectively. He worked at the Geometric Lab of Beijing Metrology Institute from 2007 to 2013 and joined the Division of Metrology in Length and Precision Engineering of National Institute of Metrology in 2013. He is currently pursuing his Ph. D. degree at Zhejiang University. His main research interest is angle measurement.



薛梓,2006 年于哈尔滨工业大学获得博士学位。1991 年起开始在中国计量科学研究院工作,目前为亚太计量规划组织长度技术委员会主席、国际计量技术委员会长度咨询委员会委员,主要研究方向为几何量计量。

E-mail: xuez@nim.ac.cn

Xue Zi received her Ph. D. degree from Harbin Technical University in 2006. She joined the Division of Metrology in Length and Precision Engineering of National Institute of Metrology in 1991. She is currently the Chairman of the Technical Committee of Length of the Asia Pacific Metrology Programme, the member of Consultative Committee for Length of the International Committee for Weights and Measures. Her main research interest is geometric measurement.