

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2210859

基于改进扩展状态观测器的四旋翼 无人机轨迹鲁棒跟踪控制*

李永福^{1,2}, 文跃洲^{1,2}, 黄龙旺^{1,2}

(1. 重庆邮电大学自动化学院 重庆 400065; 2. 重庆邮电大学智能空地协同控制重庆市高校重点实验室 重庆 400065)

摘要:针对四旋翼无人机在轨迹跟踪过程中会受到内外部扰动、模型误差等不确定性因素的影响,本文提出了一种基于改进型扩展状态观测器的积分滑模控制方案。具体来讲,首先,将四旋翼无人机系统存在的模型误差以及内外部扰动等不确定性因素视作集总干扰,通过借鉴的改进扩展状态观测器对其进行观测;进而,在此基础上,进一步考虑四旋翼无人机系统控制的连续性,基于四旋翼无人机轨迹误差、速度误差、姿态角误差和姿态角速度误差设计积分滑模控制器,分析了系统的稳定性并分别进行了数值仿真和实机实验。结果表明,采用本文算法时,在数值仿真中,各状态跟踪误差不超过1%,跟踪精度最高;在实机实验中,位置跟踪误差总体上能控制在20%以下。因此,本文方法具备有效性和可行性。

关键词: 四旋翼无人机; 轨迹跟踪; 改进型扩展状态观测器; 积分滑模

中图分类号: TH134 TP273 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.80

Robust trajectory tracking control of quadrotor UAV based on the improved extended state observer

Li Yongfu^{1,2}, Wen Yuezhou^{1,2}, Huang Longwang^{1,2}

(1. College of Automation, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China; 2. Intelligent Air-Ground Cooperative Control for Universities in Chongqing, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China)

Abstract: To address uncertainties which have influence on trajectory tracking of quadrotor unmanned aerial vehicle (UAV), such as internal and external disturbances, model errors, this article proposes an integral sliding mode control program based on the improved extended state observer. In particular, we firstly regard the uncertainty factors in the quadrotor UAV system, including model error, internal and external disturbances as lumped disturbances. The improved extended state observer is used to observe them. Furthermore, on this foundation, the control continuity of the quadrotor UAV system additionally is considered. An integral sliding mode controller is designed, which is based on trajectory error, velocity error, attitude angle error and attitude angular velocity error of the quadrotor UAV. The system stability is analyzed. The numerical simulation and real machine experiment are conducted. Results show that the tracking errors of each state in numerical simulation do not exceed 1% and the tracking accuracy is the highest. In actual machine experiments, the position tracking error can be controlled below 20% by using the proposed algorithm. For this reason, the proposed method in this article is efficacious and workable.

Keywords: quadrotor UAV; trajectory tracking; improved extended state observer; integral sliding mode

0 引 言

四旋翼无人机结构简单,机动性能强,能够垂直起飞

和降落,在军事和民用上均得到广泛应用^[1-2]。通常,四旋翼无人机会按照特定的飞行轨迹执行任务,所以对其进行高精度的轨迹跟踪控制非常关键。然而,四旋翼从本质上来说是一个非线性欠驱动系统,容易受到外部风

场、内部参数摄动、未建模系统误差等多源干扰的影响,使得高质量轨迹跟踪控制系统的设计和应用面临很大的挑战^[3]。为了应对这一挑战,近年来国内外很多学者针对四旋翼的控制进行了研究并提出了很多有效的控制方案。常见的线控制算法有比例积分微分(proportion integration differentiation, PID)和线性二次型调节器(linear quadratic regulator, LQR)^[4]。它们结构简单,容易实现,但是当外部干扰存在时,容易导致控制精度不高且难以保证系统的全局稳定性。对此,文献[5-6]针对环境和扰动的影响分别提出了分数阶PID和自适应PID等解决方案,改善了系统的鲁棒性能,提高了无人机轨迹跟踪的精度,但是四旋翼的非线性特性会随着轨迹跟踪复杂程度的增加而逐渐增强,导致上述线性控制方案的效果明显下降。因此,模型预测控制^[7-9]、非线性自适应控制^[10]、反馈线性化^[11]等适用于非线性系统的方法在四旋翼无人机控制中得到了应用。它们具有较好的解耦性能和鲁棒性,提升了四旋翼无人机的飞行性能。但上述方法依赖于较为精确的无人机模型,这对此类方法产生了一定限制。

为此,模糊控制^[12]、神经网络^[13]等对系统模型依赖性不强的控制算法走进了学者们的视野。这些算法在控制效果上有一定的优势,但其稳定性难以证明,并且增加了控制系统的实现难度。

滑模控制(sliding mode control, SMC)是一种经典的非线性控制的算法,原理简单,对系统模型误差以及外部干扰等不确定性因素具备比较强的适应性。文献[14]通过引入旋翼转轴非共线方法,设计了一种改进型积分滑模控制器,有效克服了外部风场对轨迹跟踪的影响。文献[15]通过引入高增益参数,在位置子系统设计了反步滑模控制器,使得四旋翼无人机轨迹跟踪的精度有了显著提升。文献[16]提出了一种基于复合动态面的滑模控制算法,用于克服外部扰动的影响,提高了无人机系统的鲁棒性。文献[17]将积分反步和滑模两种算法结合,设计了四旋翼无人机轨迹跟踪控制器,在抗干扰方面取得了一定的效果。通过上述文献可知,虽然滑模控制在四旋翼控制系统设计中能取得比较好的效果,但它需要引入切换函数来消除干扰及不确定项,过大的增益容易造成系统不稳定^[18]。针对此问题,文献[19]构建了一种基于新型 *galn* 函数的改进型 ESO,并以此为基础设计了一种自抗扰姿态跟踪控制器,使得四旋翼无人机具备较强的鲁棒性,取得了良好的跟踪效果。

为此,本文借鉴文献[19]的思路,提出一种基于改进型 ESO 的积分滑模控制方案,旨在使四旋翼无人机受到模型误差和内外扰动影响时,能稳定且精准地跟踪期望轨迹。首先,将四旋翼无人机系统存在的模型误差

以及内外扰动等不确定性因素视作集总干扰,通过借鉴的改进型 ESO 对其进行观测;在此基础上,考虑系统控制的连续性,基于四旋翼无人机轨迹误差、速度误差、姿态角误差和姿态角速度误差设计积分滑模控制器,分析系统稳定性并分别进行数值仿真和实验验证。本研究的主要贡献包括:1)不同于文献[19]只在姿态控制中引入了改进型 ESO,本文进一步在考虑位置控制时引入了此观测器,进而设计了积分滑模轨迹跟踪控制器,增强了四旋翼无人机系统对模型误差和内外扰动等不确定性因素的鲁棒性能,提高了其在干扰环境下轨迹跟踪的精度;2)除数值仿真验证以外,本文还开展了实体样机实验,进一步验证了算法的可行性。

1 系统建模和问题描述

1.1 四旋翼无人机数学模型

为描述四旋翼无人机的运动状态,如图1所示,建立大地坐标系 O_e, X_e, Y_e, Z_e 与机体坐标系 O_b, X_b, Y_b, Z_b 两个坐标系。建模时,做出以下假设^[19]:

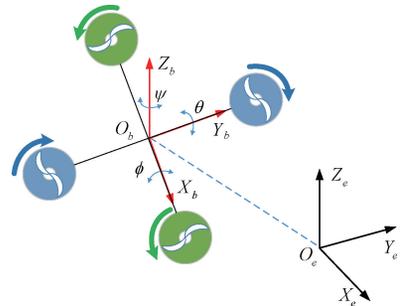


图1 四旋翼无人机结构

Fig. 1 Structural of the quadrotor UAV

假设1 四旋翼无人机是对称刚体;

假设2 四旋翼无人机的质量和转动惯量为常数,在其飞行过程当中保持恒定。

结合 Newton-Euler 方程,建立四旋翼无人机的动力学模型为^[18]:

$$\begin{cases} \ddot{x} = U_1(\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi)/m + d_x \\ \ddot{y} = U_1(\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi)/m + d_y \\ \ddot{z} = U_1 \cos \phi \cos \theta/m - g + d_z \\ \ddot{\phi} = [(I_y - I_z)\dot{\theta}\dot{\psi} - I_x\dot{\theta}\omega + lU_2]/I_x + d_\phi \\ \ddot{\theta} = [(I_z - I_x)\dot{\phi}\dot{\psi} - I_y\dot{\phi}\omega + lU_3]/I_y + d_\theta \\ \ddot{\psi} = [(I_x - I_y)\dot{\phi}\dot{\theta} + U_4]/I_z + d_\psi \end{cases} \quad (1)$$

式中: m 为质量; g 为重力加速度; $\mathbf{p} = [x, y, z]^T$ 为大地坐

标系下的位置向量; $\Theta = [\phi, \theta, \psi]^T$ 为姿态角, 其中 ϕ, θ, ψ 分别表示滚转角、俯仰角和偏航角; I_x, I_y, I_z 为转动惯量; I_r 表示电机转子和螺旋桨的总转动惯量; $d_i (i = x, y, z, \phi, \theta, \psi)$ 分别为四旋翼无人机平移和转动时系统所受到的外部干扰; $\omega = \omega_2 + \omega_4 - \omega_1 - \omega_3$, 其中 $\omega_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 为无人机 4 个旋翼的转动速度; l 为各个旋翼中心到机体中心的距离; $U = [U_1, U_2, U_3, U_4]^T$ 为输入系统的控制量。其中, U_1, U_2 和 U_3 分别表示输入的总升力、输入至滚转角 ϕ 通道和输入至俯仰角 θ 通道的力, 其单位为 N; U_4 为输入至偏航角 ψ 通道的力矩, 其单位为 $N \cdot m$ 。控制量和旋翼转速的关系如下^[17]:

$$\begin{cases} U_1 = k_l(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) \\ U_2 = k_l(\omega_4^2 - \omega_2^2) \\ U_3 = k_l(\omega_3^2 - \omega_1^2) \\ U_4 = k_m(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{cases} \quad (2)$$

式中: k_l 和 k_m 分别表示升力系数和反扭矩系数。

1.2 方案设计

将轨迹跟踪控制解耦为位置控制和姿态控制。给定期望轨迹 $P_d = [x_d, y_d, z_d]^T$ 和期望偏航角 ψ_d 。整体控制方案如图 2 所示, 在控制量 U_1^d, U_2^d, U_3^d 和 U_4^d 的作用下, 根据式(2), 最终可得到各旋翼期望的转速, 从而控制四旋翼无人机跟踪期望轨迹和期望偏航角, 并且使得滚转角 ϕ 和俯仰角 θ 达到镇定状态。

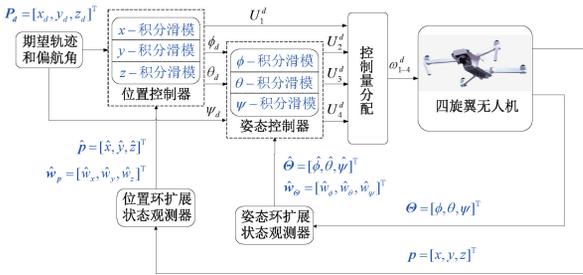


图 2 控制方案

Fig.2 Control scheme

在位置回路中引入如(3)所示的虚拟控制量, 根据式(3)可以求得以及期望的滚转角 ϕ_d , 期望的俯仰角 θ_d 以及期望的升力 U_1^d , 具体求解方法如式(4)^[18]所示。

$$\begin{cases} U_x = \frac{U_1}{m} (\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) \\ U_y = \frac{U_1}{m} (\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) \\ U_z = \frac{U_1}{m} \cos \phi \cos \theta - g \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} U_1^d = m \sqrt{U_x^2 + U_y^2 + (U_z + g)^2} \\ \phi_d = \arcsin \left(m \frac{U_x \sin \psi_d - U_y \cos \psi_d}{U_1^d} \right) \\ \theta_d = \arctan \left(\frac{U_x \cos \psi_d + U_y \sin \psi_d}{U_z + g} \right) \end{cases} \quad (4)$$

2 控制器设计

本章首先借鉴文献[19]中的改进型 ESO, 对四旋翼无人机状态以及所受集总干扰进行观测; 进而在位置和姿态各通道分别设计积分滑模控制器。

2.1 基于 *galn* 函数的改进型 ESO

以俯仰角 θ 通道为例设计 ESO, 其方程可以改写成如下^[20]:

$$\begin{cases} \dot{x}_{\theta 1} = x_{\theta 2} \\ \dot{x}_{\theta 2} = w_{\theta} + b_{\theta} U_3 \\ \dot{w}_{\theta} = h_{\theta}(t) \\ y_{\theta} = x_{\theta 1} \end{cases} \quad (5)$$

式中: $w_{\theta} = (I_z - I_x) \dot{\phi} \dot{\psi} / I_y - I_r \dot{\phi} \omega / I_y + d_{\theta}$ 表示俯仰角通道的集总干扰, $[x_{\theta 1}, x_{\theta 2}]^T = [\theta, \dot{\theta}]^T$, $b_{\theta} = l / I_y$ 。

令 $\hat{x}_{\theta 1}, \hat{x}_{\theta 2}$ 分别表示俯仰角 θ 和俯仰角速度 $\dot{\theta}$ 的观测值; \hat{w}_{θ} 为集总干扰 w_{θ} 的观测值。 $\eta_{\theta} = [\eta_{\theta 1}, \eta_{\theta 2}, \eta_{\theta 3}]^T = [\hat{x}_{\theta 1} - x_{\theta 1}, \hat{x}_{\theta 2} - x_{\theta 2}, \hat{w}_{\theta} - w_{\theta}]^T$, 表示观测误差。

首先结合 *fal* 函数, 根据式(5)建立传统 ESO 如下^[20]:

$$\begin{cases} \eta_{\theta 1} = \hat{x}_{\theta 1} - x_{\theta 1} \\ \dot{\hat{x}}_{\theta 1} = \hat{x}_{\theta 2} - \beta_1 \eta_{\theta 1} \\ \dot{\hat{x}}_{\theta 2} = \hat{w}_{\theta} - \beta_2 \text{fal}(\eta_{\theta 1}, \alpha_1, \delta) + b_{\theta} U_3 \\ \dot{\hat{w}}_{\theta} = -\beta_3 \text{fal}(\eta_{\theta 1}, \alpha_2, \delta) \end{cases} \quad (6)$$

$$\text{fal}(\eta_{\theta 1}, \alpha_i, \delta) = \begin{cases} \frac{\eta_{\theta 1}}{\delta^{1-\alpha_i}}, & |\eta_{\theta 1}| \leq \delta \\ |\eta_{\theta 1}|^{\alpha_i} \text{sign}(\eta_{\theta 1}), & |\eta_{\theta 1}| > \delta \end{cases} \quad (7)$$

式中: $0 < \alpha_i (i = 1, 2) < 1; \beta_1, \beta_2, \beta_3 > 0$ 为可调节参数。

在本文中, 根据文献[19], 选取基于 *galn* 函数的改进型 ESO 如下^[19]:

$$\begin{cases} \eta_{\theta 1} = \hat{x}_{\theta 1} - x_{\theta 1} \\ \dot{\hat{x}}_{\theta 1} = \hat{x}_{\theta 2} - \beta_1 \eta_{\theta 1} \\ \dot{\hat{x}}_{\theta 2} = \hat{w}_{\theta} - \beta_2 \text{galn}(\eta_{\theta 1}, \sigma_1) + b_{\theta} U_3 \\ \dot{\hat{w}}_{\theta} = -\beta_3 \text{galn}(\eta_{\theta 1}, \sigma_2) \end{cases} \quad (8)$$

$$\text{galn}(\eta_{\theta 1}, \sigma_i) = \begin{cases} \frac{\eta_{\theta 1}^2}{\sigma_i^2} e^{-\frac{\eta_{\theta 1}^2}{2\sigma_i^2}}, & |\eta_{\theta 1}| \leq 1 \\ \frac{1}{\sigma_i^2} e^{-\frac{1}{2\sigma_i^2}}, & \eta_{\theta 1} > 1 \\ -\frac{1}{\sigma_i^2} e^{-\frac{1}{2\sigma_i^2}}, & \eta_{\theta 1} < -1 \end{cases} \quad (9)$$

式中: $\sigma_i > 0 (i = 1, 2)$ 为可调参数。

注 1: 与 *fal* 函数相比, *galn* 函数具有以下特点:

1) 在原点附近具有更好的平滑性和连续性, 能够有效避免系统产生高频抖动;

2) 只有一个待调参数, 易于整定。

四旋翼无人机具备良好的对称性, 俯仰角 θ 通道的观测器设计过程可推广到其他通道。

2.2 位置控制器

根据式(1)和(5), 可将位置回路方程表示为:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{p}} = \boldsymbol{v} \\ \dot{\boldsymbol{v}} = \boldsymbol{u} + \boldsymbol{w}_p \end{cases} \quad (10)$$

式中: $\boldsymbol{w}_p = [w_x, w_y, w_z]^T$ 为位置通道所受集总干扰; $\boldsymbol{v} = [\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}]^T$; $\boldsymbol{u} = [U_x, U_y, U_z]^T$ 。

以水平通道 x 为例, 定义水平跟踪误差:

$$e_x = x_d - x \quad (11)$$

设计 PID 型滑模面为^[17]:

$$s_x = k_{px} e_x + \dot{e}_x + k_{ix} \int e_x(\tau) d\tau \quad (12)$$

对式(12)求导得:

$$\dot{s}_x = k_{px} \dot{e}_x + \ddot{e}_x + k_{ix} e_x = k_{px} \dot{e}_x + k_{ix} e_x + \ddot{x}_d - U_x - w_x \quad (13)$$

基于趋近律 $\dot{s}_x = k_x \text{sign}(s_x)$, 可得水平通道 x 的控制律为:

$$U_x = \ddot{x}_d + k_{px} \dot{e}_x + k_{ix} \hat{e}_x - \hat{w}_x - k_x \text{sign}(\hat{s}_x) \quad (14)$$

$k_{px}, k_{ix}, k_x > 0$ 为控制增益, 为了避免控制的不连续和系统抖动, 将滑模面的变化幅度限制在很小范围内, 即:

$$|s_x| \leq \lambda \quad (15)$$

式中: λ 表示所规定的滑模面厚度变化幅值。定义滑模面当前厚度与 λ 之间的差为^[17]:

$$\Delta s_x = s_x - \lambda \text{sat}(s_x) \quad (16)$$

用 $\text{sat}(s_x)$ 代替 $\text{sign}(s_x)$, 具体形式如下^[17]:

$$\text{sat}(s_x) = \begin{cases} \text{sign}(s_x), & |s_x| > \lambda \\ \frac{s_x}{\lambda}, & |s_x| \leq \lambda \end{cases} \quad (17)$$

根据式(17), 控制律式(14)可改写为:

$$U_x = \ddot{x}_d + k_{px} \hat{e}_x + k_{ix} \hat{e}_x - \hat{w}_x - k_x \text{sat}(\hat{s}_x) \quad (18)$$

依此类推, 水平通道 y 和高度通道 z 的控制律为:

$$U_y = \ddot{y}_d + k_{py} \hat{e}_y + k_{iy} \hat{e}_y - \hat{w}_y - k_y \text{sat}(\hat{s}_y) \quad (19)$$

$$U_z = \ddot{z}_d + k_{pz} \hat{e}_z + k_{iz} \hat{e}_z - \hat{w}_z - k_z \text{sat}(\hat{s}_z) \quad (20)$$

式(18)~(20)中 $\hat{s}_x, \hat{s}_y, \hat{s}_z$ 的表达式为:

$$\begin{cases} \hat{s}_x = k_{px} \hat{e}_x + \hat{e}_x + k_{ix} \int \hat{e}_x(\tau) d\tau \\ \hat{s}_y = k_{py} \hat{e}_y + \hat{e}_y + k_{iy} \int \hat{e}_y(\tau) d\tau \\ \hat{s}_z = k_{pz} \hat{e}_z + \hat{e}_z + k_{iz} \int \hat{e}_z(\tau) d\tau \end{cases} \quad (21)$$

$\hat{e}_x = x_d - \hat{x}, \hat{e}_y = y_d - \hat{y}, \hat{e}_z = z_d - \hat{z}; \hat{e}_x = \dot{x}_d - \hat{\dot{x}}, \hat{e}_y = \dot{y}_d - \hat{\dot{y}}, \hat{e}_z = \dot{z}_d - \hat{\dot{z}}; \hat{\boldsymbol{w}}_p = [\hat{w}_x, \hat{w}_y, \hat{w}_z]^T$ 为位置通道集总干扰的观测值; 控制增益满足 $k_{py}, k_{iy}, k_y > 0, k_{pz}, k_{iz}, k_z > 0; \hat{\boldsymbol{p}} = [\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}]^T, \hat{\boldsymbol{v}} = [\hat{\dot{x}}, \hat{\dot{y}}, \hat{\dot{z}}]^T$ 分别为 $\boldsymbol{p} = [x, y, z]^T$ 和 $\dot{\boldsymbol{v}} = [\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}]^T$ 的观测值。

2.3 姿态控制器

同理, 姿态通道的方程可表示为:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\Theta}_1 \\ \dot{\boldsymbol{\theta}}_1 = \boldsymbol{w}_\theta + \boldsymbol{F}\boldsymbol{U}' \end{cases} \quad (22)$$

式中: $\boldsymbol{\Theta}_1 = [\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}]^T; \boldsymbol{U}' = [U_2, U_3, U_4]^T$ 为姿态控制量; $\boldsymbol{w}_\theta = [w_\phi, w_\theta, w_\psi]^T$ 为姿态各通道所受集总干扰; $\boldsymbol{F} = \text{diag}(l/I_x, l/I_y, 1/I_z)$ 。

定义姿态角跟踪误差为:

$$\boldsymbol{\xi}_\theta = \boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_d \quad (23)$$

式中: $\boldsymbol{\theta}_d = [\phi_d, \theta_d, \psi_d]^T$ 为姿态角的期望值。设计如下滑模面^[17]:

$$s_\theta = \dot{\boldsymbol{\xi}}_\theta + \boldsymbol{k}_{p\theta} \boldsymbol{\xi}_\theta + \boldsymbol{k}_{i\theta} \int \boldsymbol{\xi}_\theta(\tau) d\tau - \boldsymbol{k}_{p\theta} \boldsymbol{\xi}_\theta(t_0) - \dot{\boldsymbol{\xi}}_\theta(t_0) \quad (24)$$

式中: t_0 代表初始时刻。类比位置环的分析, 同理可得姿态各通道的控制律为:

$$\begin{cases} U_2 = \frac{1}{b_\phi} [\ddot{\phi}_d - \hat{w}_\phi - k_{p\phi} \hat{\xi}_\phi - k_{i\phi} \hat{\xi}_\phi - k_\phi \text{sat}(\hat{s}_\phi)] \\ U_3 = \frac{1}{b_\theta} [\ddot{\theta}_d - \hat{w}_\theta - k_{p\theta} \hat{\xi}_\theta - k_{i\theta} \hat{\xi}_\theta - k_\theta \text{sat}(\hat{s}_\theta)] \\ U_4 = \frac{1}{b_\psi} [\ddot{\psi}_d - \hat{w}_\psi - k_{p\psi} \hat{\xi}_\psi - k_{i\psi} \hat{\xi}_\psi - k_\psi \text{sat}(\hat{s}_\psi)] \end{cases} \quad (25)$$

式中: $\hat{\boldsymbol{w}}_\theta = [\hat{w}_\phi, \hat{w}_\theta, \hat{w}_\psi]^T$ 为姿态各通道集总干扰的观测值; $b_\phi = l/I_x; b_\theta = l/I_y; b_\psi = 1/I_z; \hat{\boldsymbol{\xi}}_\theta = \boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_d; \hat{\boldsymbol{\xi}}_\theta = \dot{\boldsymbol{\theta}} - \dot{\boldsymbol{\theta}}_d; \hat{\boldsymbol{\theta}} = [\hat{\phi}, \hat{\theta}, \hat{\psi}]^T$ 和 $\hat{\boldsymbol{\theta}} = [\hat{\phi}, \hat{\theta}, \hat{\psi}]^T$ 分别为 $\boldsymbol{\theta} = [\phi, \theta, \psi]^T$ 和 $\boldsymbol{\theta}_1 = [\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}]^T$ 的观测值。

$$\hat{s}_\theta = \hat{\xi}_\theta + k_{p\theta}\hat{\xi}_\theta + k_{i\theta}\int\hat{\xi}_\theta(\tau) d\tau - k_{p\theta}\hat{\xi}_\theta(t_0) - \hat{\xi}_\theta(t_0) \quad (26)$$

控制增益满足: $k_\theta = \text{diag}(k_\phi, k_\theta, k_\psi) > 0; k_{i\theta} = \text{diag}(k_{i\phi}, k_{i\theta}, k_{i\psi}) > 0; k_{p\theta} = \text{diag}(k_{p\phi}, k_{p\theta}, k_{p\psi}) > 0$ 。

3 稳定性证明

四旋翼无人机各通道稳定性证明过程类似,本节以俯仰 θ 通道为例进行证明。首先当满足 $\beta_1\beta_2 - \beta_3 > 0$ 时,改进型 ESO 的收敛,其具体证明过程见文献[19-20];进而通过 Lyapunov 理论证明闭环系统的稳定性。

取 θ 通道的滑模面为:

$$s_\theta = \dot{\xi}_\theta + k_{p\theta}\xi_\theta + k_{i\theta}\int\xi_\theta(\tau) d\tau - k_{p\theta}\xi_\theta(t_0) - \dot{\xi}_\theta(t_0) \quad (27)$$

对式(27)求导得:

$$\dot{s}_\theta = \ddot{\xi}_\theta + k_{p\theta}\dot{\xi}_\theta + k_{i\theta}\xi_\theta = k_{p\theta}\dot{\xi}_\theta + k_{i\theta}\xi_\theta + \ddot{\theta} - \ddot{\theta}_d = k_{p\theta}\dot{\xi}_\theta + k_{i\theta}\xi_\theta + b_\theta U_3 + w_\theta - \ddot{\theta}_d \quad (28)$$

将控制率式(25)中 U_3 代入式(28)中得:

$$\dot{s}_\theta = k_{p\theta}\dot{\xi}_\theta + k_{i\theta}\xi_\theta + \ddot{\theta}_d - \hat{w}_\theta - k_{p\theta}\hat{\xi}_\theta - k_{i\theta}\hat{\xi}_\theta - k_\theta \text{sat}(\hat{s}_\theta) + w_\theta - \ddot{\theta}_d = k_{p\theta}\dot{\xi}_\theta - k_{p\theta}\hat{\xi}_\theta + k_{i\theta}\xi_\theta - k_{i\theta}\hat{\xi}_\theta + w_\theta - \hat{w}_\theta - k_\theta \text{sat}(\hat{s}_\theta) \quad (29)$$

在 2.1 节中,已经定义观测误差为:

$$\eta_\theta = [\eta_{\theta 1}, \eta_{\theta 2}, \eta_{\theta 3}]^T = [\hat{x}_{\theta 1} - x_{\theta 1}, \hat{x}_{\theta 2} - x_{\theta 2}, \hat{w}_\theta - w_\theta]^T \quad (30)$$

可以得到:

$$\begin{cases} \dot{\xi}_\theta - \hat{\xi}_\theta = \theta - \theta_d - \hat{\theta} + \dot{\theta}_d = -\eta_{\theta 1} \\ \dot{\xi}_\theta - \hat{\xi}_\theta = \dot{\theta} - \dot{\theta}_d - \hat{\dot{\theta}} + \dot{\theta}_d = -\eta_{\theta 2} \\ w_\theta - \hat{w}_\theta = -\eta_{\theta 3} \end{cases} \quad (31)$$

式(29)进一步化为:

$$\dot{s}_\theta = -k_{p\theta}\eta_{\theta 2} - k_{i\theta}\eta_{\theta 1} - \eta_{\theta 3} - k_\theta \text{sat}(\hat{s}_\theta) \quad (32)$$

定义 $\tilde{s}_\theta = s_\theta - \hat{s}_\theta$, 则有:

$$\tilde{s} = \dot{\xi}_\theta + k_{p\theta}\xi_\theta + k_{i\theta}\int\xi_\theta(\tau) d\tau - k_{p\theta}\xi_\theta(t_0) - \dot{\xi}_\theta(t_0) - [\hat{\xi}_\theta + k_{p\theta}\hat{\xi}_\theta + k_{i\theta}\int\hat{\xi}_\theta(\tau) d\tau - k_{p\theta}\hat{\xi}_\theta(t_0) - \dot{\hat{\xi}}_\theta(t_0)] = -k_{p\theta}\eta_{\theta 1} - \eta_{\theta 2} - k_{i\theta}\int\eta_{\theta 1}(\tau) d\tau + \eta_{\theta 2}(t_0) + k_{p\theta}\eta_{\theta 1}(t_0) \quad (33)$$

$$\eta_{\theta 2}(t_0) + k_{p\theta}\eta_{\theta 1}(t_0)$$

对式(33)求导得:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{s}} &= -k_{p\theta}\dot{\eta}_{\theta 1} - \dot{\eta}_{\theta 2} - k_{i\theta}\eta_{\theta 1} = \\ &= -k_{p\theta}(\eta_{\theta 2} - \beta_1\eta_{\theta 1}) - (\eta_{\theta 3} - A_2\eta_{\theta 1}) - k_{i\theta}\eta_{\theta 1} = \\ &= -k_{p\theta}\eta_{\theta 2} + (k_{p\theta}\beta_1 + A_2 - k_{i\theta})\eta_{\theta 1} - \eta_{\theta 3} \end{aligned} \quad (34)$$

式中: $A_2 = -\beta_2 \text{galn}(\eta_{\theta 1}, \sigma_1) / \eta_{\theta 1}$ 。构造 Lyapunov 函数

$V_\theta = \hat{s}_\theta^2 / 2$, 则有:

$$\begin{aligned} \dot{V}_\theta &= \hat{s}_\theta \dot{\hat{s}}_\theta = \hat{s}_\theta (\dot{s}_\theta - \dot{\hat{s}}_\theta) = \\ &= \hat{s}_\theta (-k_\theta \text{sat}(\hat{s}_\theta) - k_{p\theta}\beta_1\eta_{\theta 1} - A_2\eta_{\theta 1}) = \\ &= -k_\theta \hat{s}_\theta \text{sat}(\hat{s}_\theta) - \hat{s}_\theta (k_{p\theta}\beta_1\eta_{\theta 1} - A_2\eta_{\theta 1}) \\ \dot{V}_\theta &\leq -k_\theta \text{sat}(\hat{s}_\theta) \hat{s}_\theta + (\hat{s}_\theta^2 + (k_{p\theta}\beta_1 - A_2)^2 M^2) / 2 \end{aligned} \quad (35)$$

式中: $|\eta_\theta| \leq M, M$ 为很小的正数^[18]。只要选取合适的 k_θ , 就能保证 $\dot{V}_\theta \leq 0$ 。因此 $V_\theta(t) \leq V_\theta(0), V_\theta$ 是渐近收敛的。 \hat{s}_θ 有界, 当且仅当 $\hat{s}_\theta = 0$ 时, 有 $V_\theta = 0$ 。

$$\begin{aligned} \dot{V}_\theta &= -k_\theta \text{sat}(\hat{s}_\theta) \hat{s}_\theta - k_\theta \text{sat}(\hat{s}_\theta) \hat{s}_\theta + \hat{s}_\theta (-k_{p\theta}\beta_1\eta_{\theta 1} - \\ &= A_2\eta_{\theta 1}) + \hat{s}_\theta (-k_{p\theta}\beta_1\dot{\eta}_{\theta 1} - A_2\dot{\eta}_{\theta 1}) \end{aligned} \quad (37)$$

式(37)中的每一部分都有界, 则 \dot{V}_θ 存在上下界, 因此 \dot{V}_θ 一致连续。根据 Barbalat 引理^[21], 得到: $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{V}_\theta = 0$, 即 $t \rightarrow \infty$ 时, $s_\theta \rightarrow 0$; 所以 $\hat{\xi}_\theta$ 和 $\hat{\xi}_\theta$ 都收敛到 0^[22]。当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\hat{\theta} \rightarrow \theta_d, |\hat{\theta} - \theta| \leq M$, 则 $|\theta_d - \theta| \leq M$ 。因此, 随着 M 的减小, 系统跟踪误差将趋近于 0, 该系统稳定。

4 数值仿真及分析

通过 MATLAB/Simulink 数值仿真来验证所提算法。具体模型参数如表 1 所示^[19]。

表 1 模型参数^[19]

Table 1 Model parameters

参数	数值
m/kg	1.4
$g/(\text{m}\cdot\text{s}^{-2})$	9.81
l/m	0.225
$I_x/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	0.021 1
$I_y/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	0.021 9
$I_z/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	0.036 6
$I_r/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	1.287×10^{-4}
$k_t/(\text{N}\cdot\text{s}^{-2})$	1.105×10^{-5}
$k_m/(\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-2})$	1.779×10^{-7}

4.1 ESO 观测性能验证与分析

为验证改进型 ESO 的性能, 将传统型 ESO 和改进型 ESO 两种方式下四旋翼无人机各状态的观测误差进行对比。根据文献[23]中的参数整定原则, 选取改进型 ESO 相关参数如表 2 所示。对比结果如图 3 和 4 所示, 其中图 3(a)~(c) 为位置通道观测误差, 图 3(d)~(f) 为姿态角观测误差; 图 4(a)~(c) 为位置各通道集总干扰观测误差, 图 4(d)~(f) 为姿态各通道集总干扰观测误差。

表2 改进型ESO参数

Table 2 Parameters of the improved ESO

参数	β_1	β_2	β_3	σ_1	σ_2
x 通道	120	100	300	0.5	0.25
y 通道	120	100	300	0.5	0.25
z 通道	120	100	300	0.5	0.25
ϕ 通道	50	400	3 000	0.5	0.25
θ 通道	50	400	3 000	0.5	0.25
ψ 通道	50	400	3 000	0.5	0.25

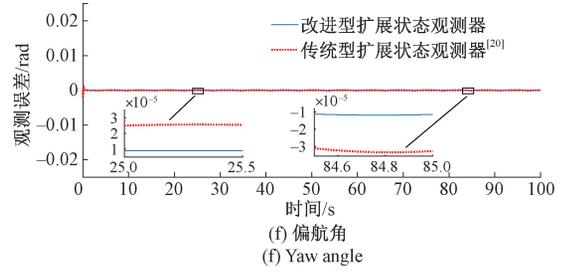
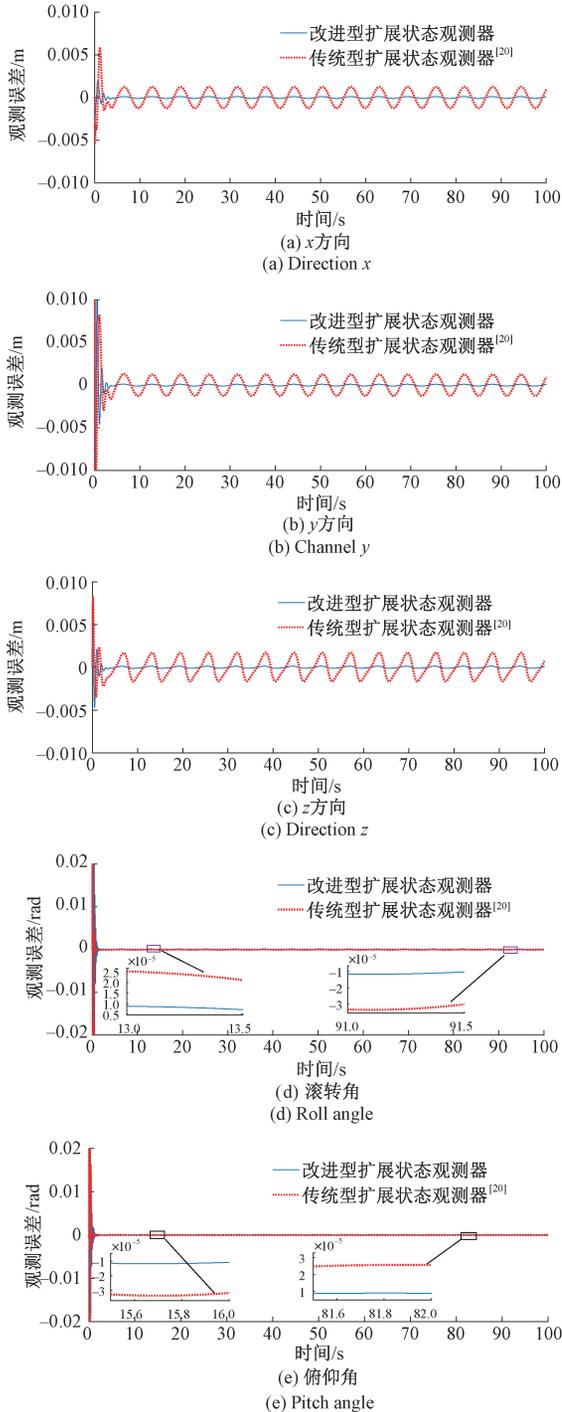
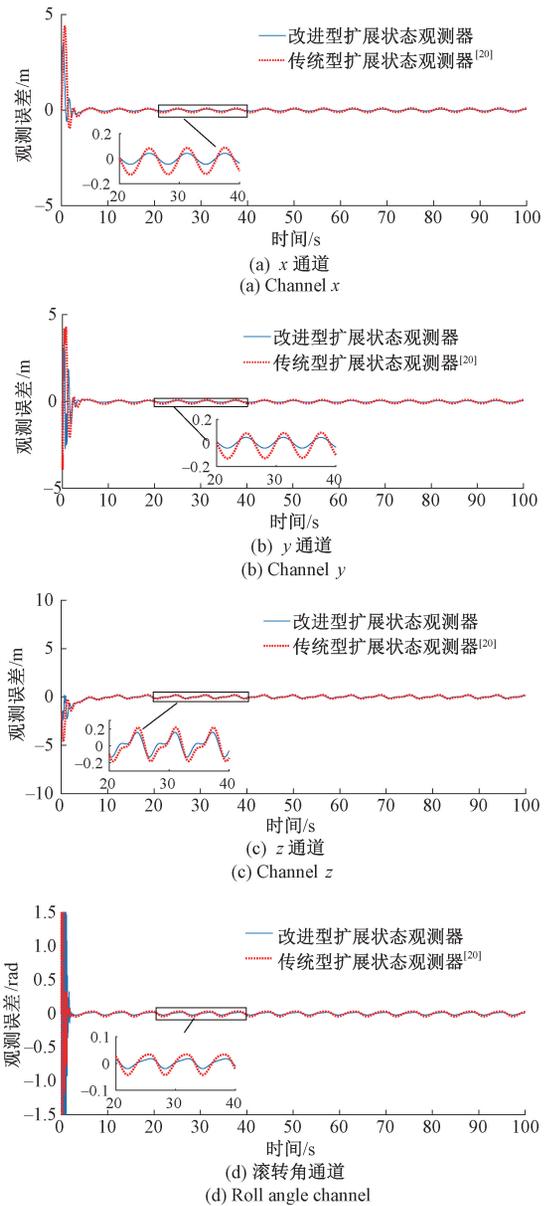


图3 位置和姿态角观测误差

Fig. 3 Observation error of position and attitude angle



模拟存在的外部干扰^[17]:

$$\begin{aligned} d_x &= 0.5\sin(t), d_y = 0.5\sin(t), d_z = 0.5\sin(t) \\ d_\phi &= 0.5\sin(t), d_\theta = 0.5\sin(t), d_\psi = 0.5\sin(t) \end{aligned} \quad (38)$$

4 种方法下,仿真结果如图 5~7 所示。

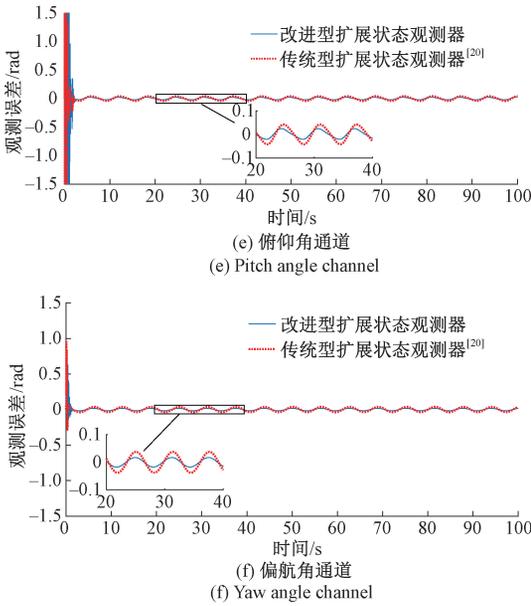


图 4 位置和姿态通道集总干扰观测误差
Fig. 4 Lumped interference observation error of position and attitude channel

从图 3 可知,在初始时刻,改进型 ESO 的观测误差振荡幅值较小;达到稳态以后,采用改进型 ESO 时,位置观测误差趋近于 0,姿态角观测误差也有一定幅度降低,而采用传统型 ESO 时则存在不同程度的波动。由图 4 可知,采用改进型 ESO 后,初始时刻的观测误差振幅更小,并且各通道所受集总干扰的观测误差有大幅降低。因此,相比传统型 ESO,改进型 ESO 的观测性能有较大提升。

4.2 轨迹跟踪性能验证与分析

分别将串级积分滑模,积分反步+积分滑模^[17]以及传统型 ESO+积分滑模 3 种算法和本文方法(改进型 ESO+积分滑模)进行对比,相关参数如表 3 所示。

表 3 控制器参数

Table 3 Controller parameters

参数	数值	参数	数值
$k_p(x-z)$	20	$k_p(\phi-\psi)$	4
$k_i(x-z)$	20	$k_i(\phi-\psi)$	10
$k(x-z)$	1	$k(\phi-\psi)$	10

给定期望轨迹和偏航角为: $\psi_d = \pi/6 \text{ rad}; x_d = \sin(t); y_d = \cos(t); z_d = 0.2t$; 初始状态为: $x(0) = z(0) = \phi(0) = \theta(0) = \psi(0) = 0; y(0) = 1, \dot{\phi}(0) = \dot{\theta}(0) = \dot{\psi}(0) = \dot{x}(0) = \dot{y}(0) = \dot{z}(0) = 0$ 。

鉴于四旋翼无人机在实际飞行时会受到风场等外部扰动的影响,同时在 6 个维度加入以下时变周期函数来

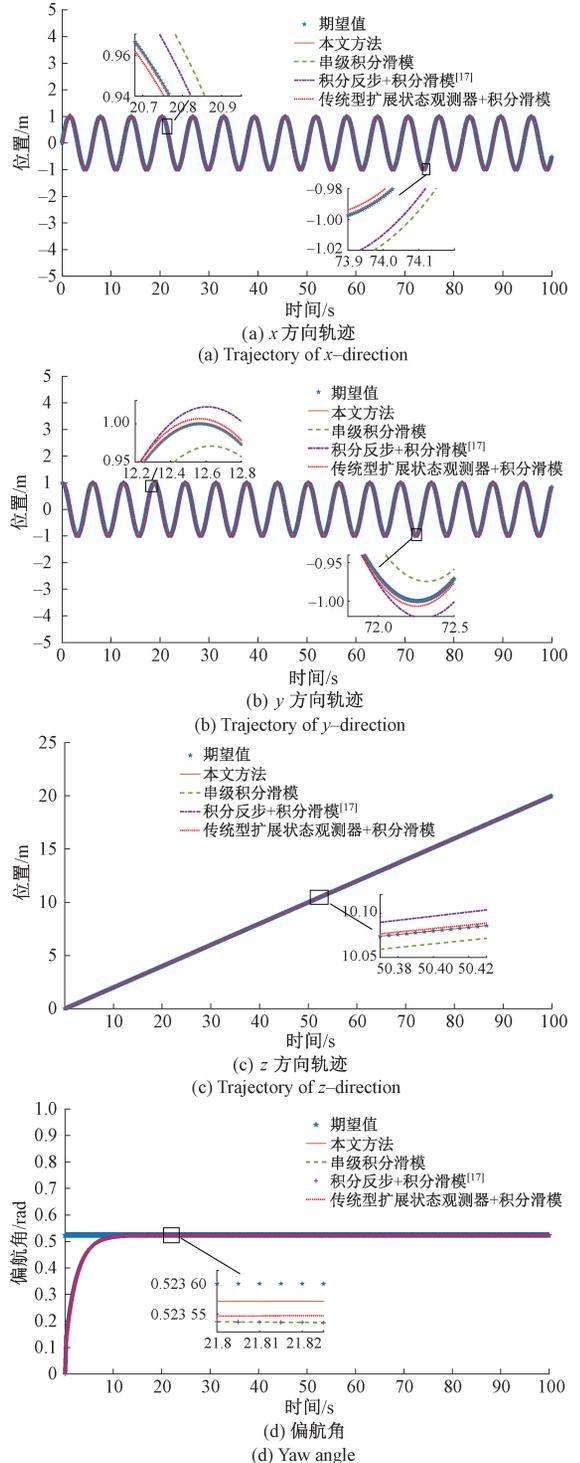


图 5 位置和偏航角跟踪效果
Fig. 5 Tracking effect of position and yaw angle

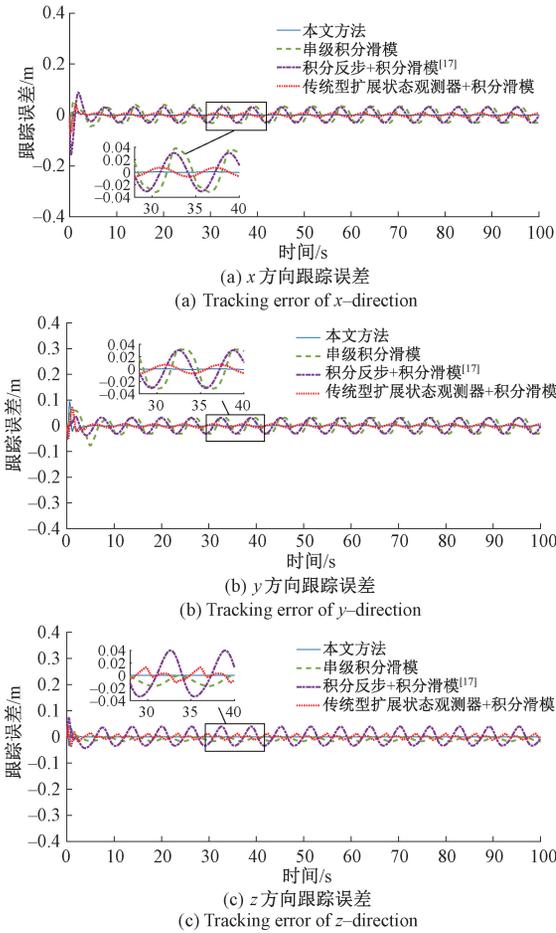


图6 位置跟踪误差

Fig. 6 Tracking error of position

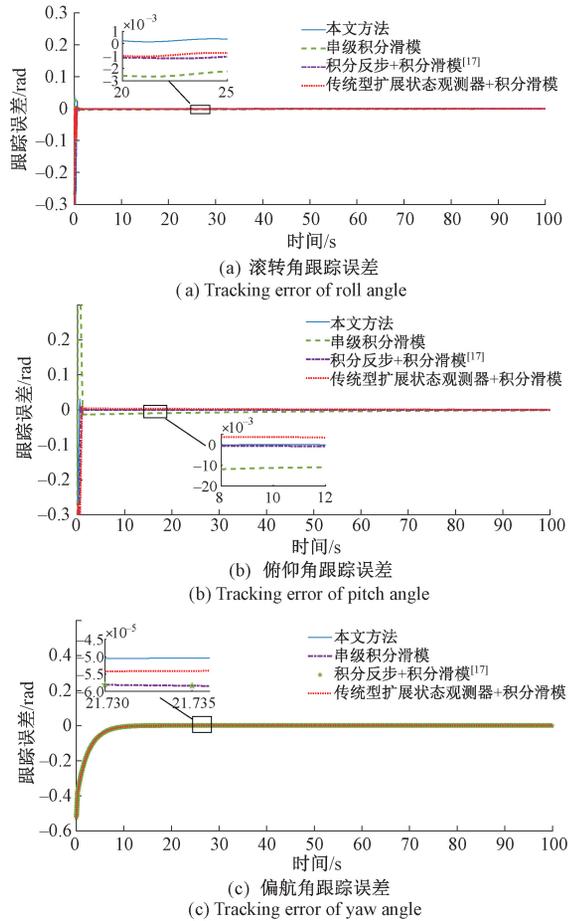


图7 姿态角跟踪误差

Fig. 7 Tracking error of attitude angle

图5表示位置和偏航角跟踪效果。在相同时变正弦干扰下,积分反步+积分滑模和串级积分滑模两种算法使得系统的鲁棒性较差,表现为各个状态量的实际值和期望值的误差较大;而在传统型ESO+积分滑模和本文方法两种算法下,跟踪效果较好。其中,采用本文方法时,由于引入了改进型ESO,减小了观测误差,很好地消除了不确定性因素对系统的影响,跟踪效果最好。图6和7分别表示位置和姿态跟踪误差响应曲线。当采用本文方法时,位置和姿态跟踪误差最小,均不超过1%;而采用另外几种控制算法时,跟踪误差相对较大。

综上所述,与另外3种算法相比,本文方法鲁棒性能最好,具备有效性。

5 实验及结果分析

为了进一步验证算法的可行性,开展了实体机实验。所使用的无人机如图8所示,采用无刷直流电机,机架的中心是机载电脑和飞控,全球定位系统(global positioning

system, GPS)和电池分别安装在机架的顶部和底部。将无人机跟踪的轨迹设置为高度为3.5 m、半径为1 m的圆形路径,轨迹跟踪的起点设置为(0,1,3.5)。



图8 实验设备

Fig. 8 The experiment equipment

根据式(1)、(18)~(20)以及式(25)编写控制程序并将其加载至机载电脑。机载电脑根据飞控传输的

四旋翼无人机位置、速度以及姿态等状态信息计算出相应的控制指令,控制四旋翼无人机跟踪期望轨迹。根据飞行实验,分解飞行轨迹,如图 9 所示,然后计算出飞行位置误差,如图 10 所示。实验结果表明,四旋翼无人机的飞行轨迹整体与所设定的期望轨迹一致,跟踪误差总体可以控制在 20% 以下,且可以保持比较稳定的状态,基本能够实现轨迹跟踪任务,所提算法具备实际可行性。

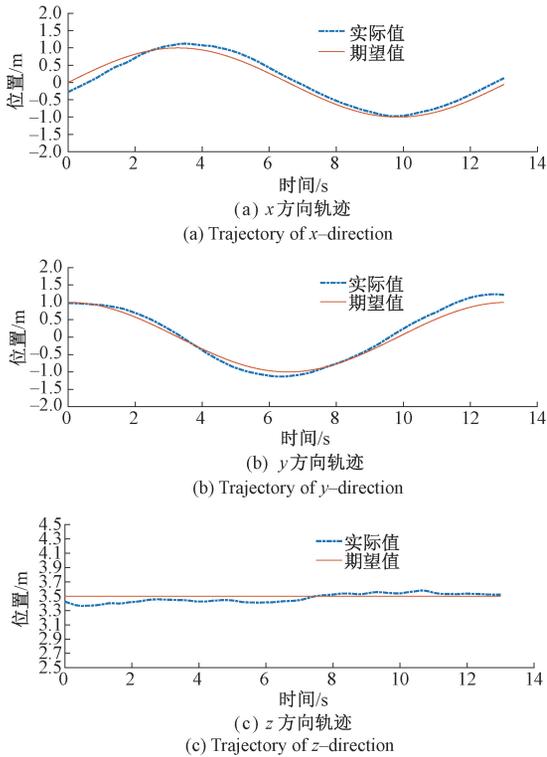


图 9 飞行轨迹
Fig. 9 Flight trajectory

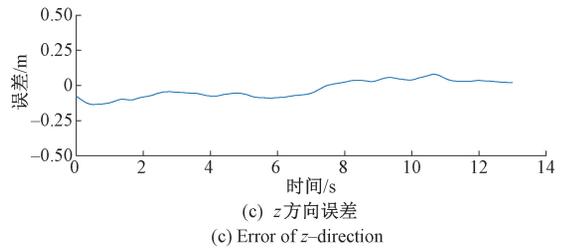
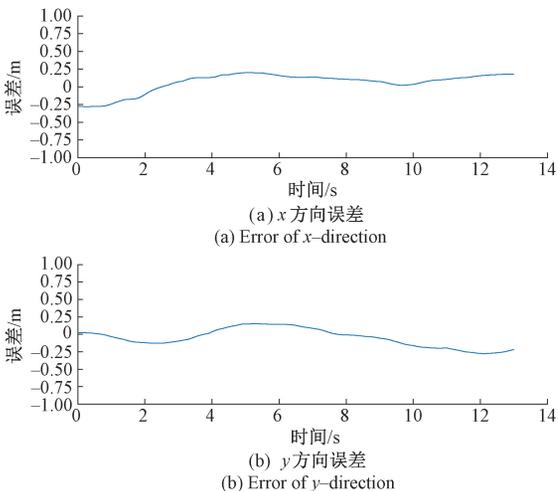


图 10 飞行位置误差

Fig. 10 Flight position error

6 结 论

基于改进型 ESO,本文提出一种积分滑模轨迹跟踪控制方案,有效解决了四旋翼无人机在模型误差以及内外部干扰等不确定性因素存在的复杂情况下难以实现稳定且精确轨迹跟踪的问题。

相比传统 ESO,引入的改进型 ESO 在观测性能上有较大提升。对比其他几种方法,本文所提算法具备有效性和一定优越性,使得系统对模型误差和内外干扰等不确定性因素的鲁棒性能最强,相同干扰存在的条件下,轨迹跟踪效果最好。同时,实机实验说明了该算法具备可行性。

由于四旋翼无人机在跟踪轨迹的过程中,可能存在突发大干扰或部分观测数据丢失的情况,会对系统产生一定影响。后续将进行针对性研究,进一步增强系统的实用性。

参考文献

[1] FLOREANO D, WOOD R J. Science, technology and the future of small autonomous drones [J]. Nature, 2015, 521: 460-466.

[2] 李俊芳, 李峰, 吉月辉, 等. 四旋翼无人机轨迹稳定跟踪控制 [J]. 控制与决策, 2020, 35(2): 349-356.

LI J F, LI F, JI Y H, et al. Trajectory stability tracking control for quadrotor UAV [J]. Control and Decision, 2020, 35(2): 349-356.

[3] ZHAO Z, CAO D, YANG J, et al. High-order sliding mode observer-based trajectory tracking control for a quadrotor UAV with uncertain dynamics [J]. Nonlinear Dynamics, 2020(102): 2583-2596.

[4] SUN Y, XIAN N, DUAN H. Linear-quadratic regulator controller design for quadrotor based on pigeon-inspired optimization [J]. Aircraft Engineering and Aerospace Technology, 2016, 88(6): 761-770.

- [5] EFE M Ö. Neural network assisted computationally simple PID control of a quadrotor UAV [J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2011, 7 (2): 354-361.
- [6] MOONUMCA P, YAMAMOTO Y, DEPAIWA N. Adaptive PID for controlling a quadrotor in a virtual outdoor scenario: Simulation study [C]. 2013 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation, IEEE, 2013: 1080-1086.
- [7] BAUERSFELD L, SPANNAGL L, DUCARD G J J, et al. MPC flight control for a tilt-rotor VTOL aircraft [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2021, 57(4): 2395-2409.
- [8] WENJIE W, ZHEN H, RUI C, et al. Trajectory tracking control design for UAV based on MPC and active disturbance rejection [C]. 2018 IEEE CSAA Guidance, Navigation and Control Conference (CGNCC), IEEE, 2018: 1-5.
- [9] 杨艳华, 吕童, 柴利. 基于 ESKF-MPC 的四旋翼无人机轨迹跟踪控制 [J]. 电子测量与仪器学报, 2022, 36(7): 24-32.
YANG Y H, LYU T, CHAI L. ESKF-MPC based trajectory tracking control of quadrotor UAV [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2022, 36 (7): 24-32.
- [10] BLAS L A, DÁVILA J, SALAZAR S, et al. Robust trajectory tracking for an uncertain UAV based on active disturbance rejection [J]. IEEE Control Systems Letters, 2021, 6: 1466-1471.
- [11] MA C, CHEN M Z Q, LAM J, et al. A novel body frame based approach to aerospacecraft attitude tracking [J]. ISA Transactions, 2017, 70: 228-237.
- [12] KAYACAN E, MASLIM R. Type-2 fuzzy logic trajectory tracking control of quadrotor VTOL aircraft with elliptic membership functions [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2016, 22(1): 339-348.
- [13] SHAO S, CHEN M, ZHANG Y. Adaptive discrete-time flight control using disturbance observer and neural networks [J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2019, 30(12): 3708-3721.
- [14] 陈钢, 宋光明, 郝爽, 等. 一种双倾斜式全驱动六旋翼无人机的建模与控制 [J]. 仪器仪表学报, 2021, 42(12): 254-262.
CHEN G, SONG G M, HAO SH, et al. Modeling and control of a dual tilt full drive six rotor UAV [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021, 42 (12): 254-262.
- [15] XU L X, MA H J, GUO D, et al. Backstepping sliding-mode and cascade active disturbance rejection control for a quadrotor UAV [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2020, 25(6): 2743-2753.
- [16] 赵超轮, 戴邵武, 赵国荣, 等. 四旋翼无人机非奇异终端滑模位置控制器设计 [J]. 飞行力学, 2020, 38(1): 54-60.
ZHAO CH L, DAI SH W, ZHAO G R, et al. Design of nonsingular terminal sliding mode position controller for quadrotor UAV [J]. Flight Mechanics, 2020, 38(1): 54-60.
- [17] 高俊山, 段立勇, 邓立为. 四旋翼无人机抗干扰轨迹跟踪控制 [J]. 控制与决策, 2021, 36(2): 379-386.
GAO J SH, DUAN L Y, DENG L W. Anti jamming trajectory tracking control for quadrotor UAV [J]. Control and Decision, 2021, 36 (2): 379-386.
- [18] 张居乾, 师玉茹, 任朝晖. 基于扩张观测器的四旋翼无人机轨迹鲁棒滑模控制 [J]. 中国惯性技术报, 2018, 26(2): 247-254.
ZHANG J Q, SHI Y R, REN ZH H. Trajectory robust sliding mode control for quadrotor UAV based on extended observer [J]. Chinese Journal of Inertial Technology, 2018, 26(2): 247-254.
- [19] 杨文奇, 卢建华, 姜旭, 等. 基于改进 ESO 的四旋翼姿态自抗扰控制器设计 [J]. 系统工程与电子技术, 2022, 44(12): 3792-3799.
YANG W Q, LU J H, JIANG X, et al. Design of quadrotor attitude auto-disturbance rejection controller based on improved ESO [J]. Systems Engineering and Electronic Technology, 2022, 44 (12): 3792-3799.
- [20] 陈志旺, 张子振, 曹玉洁. 自抗扰 fal 函数改进及在四旋翼姿态控制中的应用 [J]. 控制与决策, 2018, 33(10): 1901-1907.

CHEN ZH W, ZHANG Z ZH, CAO Y J. Fal function improvement of ADRC and its application in quadrotor aircraft attitude control[J]. Control and Decision, 2018, 33(10): 1901-1907.

[21] LEE T C. A generalized Barbalat lemma based on a persistently exciting condition [C]. 2014 UKACC International Conference on Control (CONTROL), IEEE, 2014: 92-97.

[22] 周涛. 基于一种新型趋近律的自适应滑模控制[J]. 控制与决策, 2016, 31(7): 1335-1338.

ZHOU T. Adaptive sliding mode control based on a new reaching law[J]. Control and Decision, 2016, 31(7): 1335-1338.

[23] 刘一莎, 杨晟萱, 王伟. 四旋翼飞行器的自抗扰飞行控制方法[J]. 控制理论与用, 2015, 32(10): 1351-1360.

LIU Y SH, YANG SH X, WANG W. Active disturbance rejection flight control method for quadrotor aircraft[J]. Control Theory and Application, 2015, 32(10): 1351-1360.

作者简介



李永福(通信作者), 2012年于重庆大学获得博士学位, 现为重庆邮电大学自动化学院教授, 主要研究方向为无人机集群控制和智能网联汽车。

E-mail: liyongfu@cqupt.edu.cn

Li Yongfu (Corresponding author) received his Ph. D. degree from Chongqing University in 2012. He is currently a professor at Chongqing University of Posts and Telecommunications. His main research interests include colony control of UAV and intelligent connected vehicles.



文跃洲, 2021年于长沙理工大学获得学士学位, 现为重庆邮电大学硕士研究生, 主要研究方向为无人机集群控制。

E-mail: wyz14786581722@163.com

Wen Yuezhou received his B. Sc. degree from Changsha University of Science and Technology in 2021. He is currently pursuing his M. Sc. degree at Chongqing University of Posts and Telecommunications. His main research interest is colony control of UAV.



黄龙旺, 2022年于华南理工大学获得博士学位, 现为重庆邮电大学自动化学院讲师, 主要研究方向为智能控制、网络化系统控制。

E-mail: huanglw@cqupt.edu.cn

Huang Longwang received his Ph. D. degree from South China University of Technology in 2022. He is currently a lecturer at the School of Automation, Chongqing University of Posts and Telecommunications at present. His main research interests include intelligent control and networked system control.